

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК  
RUSSIAN ACADEMY OF SCIENCES

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ НАУЧНЫЙ ЦЕНТР РАН  
ST. PETERSBURG RESEARCH CENTER OF RAS

---

# **ФУНДАМЕНТАЛЬНАЯ И ПРИКЛАДНАЯ ГИДРОФИЗИКА**

ТОМ 18, № 4  
2025

**FUNDAMENTAL  
AND APPLIED HYDROPHYSICS**

VOL. 18, No. 4  
2025

Учредители:  
РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК  
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ НАУЧНЫЙ ЦЕНТР  
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

**ФУНДАМЕНТАЛЬНАЯ И ПРИКЛАДНАЯ ГИДРОФИЗИКА**

Том 18 № 4 2025

Основан в 2008 г.

Выходит 4 раза в год

ISSN 2073-6673 (Print)

ISSN 2782-5221 (Online)

*Журнал издается под руководством  
Отделения наук о Земле РАН*

**Главный редактор**  
Член-корреспондент РАН  
*Анатолий Александрович Родионов*

Журнал входит в Перечень ВАК для опубликования работ  
соискателей ученых степеней по специальностям:

1.3.6. Оптика (физико-математические науки)

1.3.7. Акустика (технические науки)

1.6.17. Океанология (физико-математические науки)

1.6.17. Океанология (географические науки)

2.5.17. Теория корабля и строительная механика (технические науки)

Свидетельство о регистрации печатного СМИ: ПИ № ФС77-69420 от 14 апреля 2017 г.

Свидетельство о регистрации сетевого СМИ: Эл № ФС77-83580 от 13 июля 2022 г.

---

Адрес редакции и издателя: 199034, Санкт-Петербург,  
Санкт-Петербургский научный центр РАН  
Университетская наб., д. 5  
Телефон 8(812) 328-50-66  
nsgf2008@yandex.ru  
<https://hydrophysics.spbrc.ru>

Редактор: *А. В. Сторожевых*

Подготовка оригинал-макета: *Н. В. Стасеева*

Подписано к печати 12.12.2025 г. Дата выпуска в свет 17.12.2025 г. Формат 60 × 84<sup>1</sup>/<sub>8</sub>.

Печать цифровая. Усл. печ. л. 17,44. Тираж 50 экз. Тип. зак. № 5875.

Отпечатано в Издательско-полиграфическом центре  
Политехнического университета Петра Великого  
195251, Санкт-Петербург, Политехническая ул., д. 29.  
Телефон 8(812) 552-77-17, 552-66-19, 550-40-14  
tipog@spbstu.ru  
[www.polytechpress.ru](http://www.polytechpress.ru)



Founders:  
RUSSIAN ACADEMY OF SCIENCES  
SAINT-PETERSBURG RESEARCH CENTER  
OF THE RUSSIAN ACADEMY OF SCIENCES

***FUNDAMENTAL AND APPLIED HYDROPHYSICS***

Vol. 18 No. 4 2025

Founded in 2008

Publication frequency: quarterly

ISSN 2073-6673 (Print)

ISSN 2782-5221 (Online)

*The Journal is published under conduction  
of the Department of Earth Sciences RAS*

**Editor-in-Chief**

Corresponding Member of RAS

*Anatoly A. Rodionov*

Certificate of registration of the journal in the form of printed media ПИ № ФС77-69420 of 14.04.2017  
Certificate of registration of the journal in the form of online media Эл № ФС77-83580 of 13.07.2022

---

Address of the editorial office and publisher: Russia, St. Petersburg, 199034,  
St. Petersburg Research Center of the Russian Academy of Sciences  
Universitetskaya Nab., 5  
Phone: +7(812) 328-50-66  
E-mail: [nsgf2008@yandex.ru](mailto:nsgf2008@yandex.ru)  
<https://hydrophysics.spbrc.ru>

Editing: *A. V. Storozhevykh*

Production of the original layout: *N. V. Staseeva*

Signed for printing: 12.12.2025. Issued: 17.12.2025. Format:  $60 \times 84^{1/8}$ .  
Digital printing. Printed sheets: 17.44. Circulation: 50 pcs. Order No. 5875.

Publishing and printing center of Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University

195251, St. Petersburg, Polytechnicheskaya Ul., 29.  
Phone: 8(812) 552-77-17, 552-66-19, 550-40-14  
[tipog@spbstu.ru](mailto:tipog@spbstu.ru)  
[www.polytechpress.ru](http://www.polytechpress.ru)

## РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

- Алексеев Генрих Васильевич*, д.г.н. (ФГБУ Арктический и антарктический научно-исследовательский институт, Санкт-Петербург)
- Белоненко Татьяна Васильевна*, д.г.н. (Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург)
- Долин Лев Сергеевич*, к.ф.-м.н. (Федеральный исследовательский центр Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород)
- Ерёмина Татьяна Рэмовна*, к.ф.-м.н. (Российский государственный гидрометеорологический университет, Санкт-Петербург)
- Журбас Виктор Михайлович*, д.ф.-м.н. (Институт океанологии им. П.П. Ширшова РАН, Москва)
- Завьялов Петр Олегович*, член-корреспондент РАН (Институт океанологии им. П.П. Ширшова РАН, Москва)
- Зацепин Андрей Георгиевич*, д.ф.-м.н. (Институт океанологии им. П.П. Ширшова РАН, Москва)
- Зимин Алексей Вадимович*, д.г.н. (Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург)
- Керимов Ибрагим Ахмедович*, д.ф.-м.н., академик Академии наук Чеченской Республики (Институт физики Земли им. О.Ю. Шмидта РАН, Москва)
- Крюков Юрий Семенович*, д.т.н. (ФГУП Научно-исследовательский институт прикладной акустики, Дубна)
- Кустова Елена Владимировна*, д.ф.-м.н. (Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург)
- Малый Владимир Владимирович*, д.т.н. (Санкт-Петербургский институт информатики РАН, Санкт-Петербург)
- Митник Леонид Моисеевич*, д.ф.-м.н. (Тихоокеанский океанологический институт им. В.И. Ильичева ДВО РАН, Владивосток)
- Морозов Евгений Георгиевич*, д.ф.-м.н. (Институт океанологии им. П.П. Ширшова РАН, Москва)
- Пелиновский Ефим Наумович*, д.ф.-м.н. (Федеральный исследовательский центр Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород)
- Рябченко Владимир Алексеевич (зам. главного редактора)*, д.ф.-м.н. (Санкт-Петербургский филиал Института океанологии им. П.П. Ширшова РАН, Санкт-Петербург)
- Смирнов Валентин Георгиевич*, д.и.н. (ФКУ «Российский государственный архив Военно-Морского Флота», Санкт-Петербург)
- Софьина Екатерина Владимировна (ответственный секретарь)*, к.ф.-м.н. (Санкт-Петербургский филиал Института океанологии им. П.П. Ширшова РАН, Санкт-Петербург)
- Стурова Изольда Викторовна*, д.ф.-м.н. (Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск)
- Суторихин Игорь Анатольевич*, д.ф.-м.н. (Институт водных и экологических проблем СО РАН, Барнаул)
- Чаликов Дмитрий Викторович*, д.ф.-м.н. (Санкт-Петербургский филиал Института океанологии им. П.П. Ширшова РАН, Санкт-Петербург)
- Широкова Вера Александровна*, д.г.н. (Институт истории естествознания и техники им. С.И. Вавилова РАН, Москва)

## РЕДАКЦИОННЫЙ СОВЕТ

- Бабанин Александр Владимирович* (Мельбурнский Университет, Мельбурн, Австралия)
- Бондур Валерий Григорьевич*, академик РАН (Научно-исследовательский институт аэрокосмического мониторинга «Аэрокосмос», Москва, Россия)
- Вильнит Игорь Владимирович* (АО Центральное конструкторское бюро морской техники «Рубин», Санкт-Петербург, Россия)
- Голицын Георгий Сергеевич*, академик РАН (Институт физики атмосферы им. А.М. Обухова РАН, Москва, Россия)
- Гусев Андрей Вадимович* (АО «Морские неакустические комплексы и системы», Санкт-Петербург, Россия)
- Дорофеев Владимир Юрьевич* (АО Санкт-Петербургское морское бюро машиностроения «Малахит», Санкт-Петербург, Россия)
- Зосимов Виктор Васильевич* (ФГУП Научно-исследовательский институт прикладной акустики, Дубна, Россия)
- Кортаев Геннадий Константинович*, член-корреспондент РАН (Морской гидрофизический институт РАН, Севастополь, Россия)
- Кай Мюрберг* (Финский институт окружающей среды, Хельсинки, Финляндия)
- Нигматулин Роберт Искандерович*, академик РАН (Институт океанологии им. П.П. Ширшова РАН, Москва, Россия)
- Пешехонов Владимир Григорьевич*, академик РАН (АО Концерн «Центральный научно-исследовательский институт «Электроприбор», Санкт-Петербург, Россия)
- Рудской Андрей Иванович*, академик РАН (Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия)
- Румянцев Владислав Александрович*, академик РАН (Санкт-Петербургский научный центр РАН, Санкт-Петербург, Россия)
- Селезнев Игорь Александрович* (АО Концерн «Океанприбор», Санкт-Петербург, Россия)
- Соомере Тармо*, академик (Президент Эстонской академии наук, Таллин, Эстония)
- Филатов Николай Николаевич*, член-корреспондент РАН (Институт водных проблем Севера КарНЦ РАН, Петрозаводск, Россия)
- Филимонов Анатолий Константинович* (АО Концерн «Морское Подводное Оружие — Гидроприбор», Санкт-Петербург, Россия)

## EDITORIAL BOARD

- Aleksei V. Zimin.* Dr.Sci., St. Petersburg State University, St. Petersburg, Russia
- Andrey G. Zatsepin.* Dr.Sci., P.P. Shirshov Institute of Oceanology of RAS, Moscow, Russia
- Dmitry V. Chalikov.* Dr. Sci., St. Petersburg Department of the P.P. Shirshov Institute of Oceanology of the Russian Academy of Sciences, St. Petersburg, Russia
- Efim N. Pelinovsky.* Dr. Sci., Institute of Applied Physics of the Russian Academy of Sciences, Nizhny Novgorod, Russia
- Ekaterina V. Sofina (Executive Secretary).* Cand.Sci., St. Petersburg Department of the P.P. Shirshov Institute of Oceanology of the Russian Academy of Sciences, St. Petersburg, Russia
- Elena V. Kustova.* Dr. Sci., St. Petersburg State University, St. Petersburg, Russia
- Evgeniy G. Morozov.* Dr. Sci., P.P. Shirshov Institute of Oceanology of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia
- Genrikh V. Alekseev.* Dr. Sci., Arctic and Antarctic Research Institute, St. Petersburg, Russia
- Ibragim A. Kerimov.* Dr. Sci., Academician of the Academy of Sciences of the Chechen Republic (Schmidt Institute of Physics of the Earth of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia)
- Igor A. Sutorikhin.* Dr. Sci., Institute for Water and Environmental Problems, Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences, Barnaul, Russia
- Izolda V. Sturova.* Dr. Sci., Lavrentyev Institute of Hydrodynamics, Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences, Novosibirsk, Russia
- Leonid M. Mitnik.* Dr. Sci., V.I. Il'ichev Pacific Oceanological Institute, Far Eastern Branch of the Russian Academy of Sciences, Vladivostok, Russia
- Lev S. Dolin.* Cand.Sci., Institute of Applied Physics of the Russian Academy of Sciences, Nizhny Novgorod, Russia
- Pyotr O. Zavyalov.* Corresponding member of RAS, P.P. Shirshov Institute of Oceanology of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia
- Tatyana R. Yeremina.* Cand.Sci., Russian State Hydrometeorological University, St. Petersburg, Russia
- Tatyana V. Belonenko.* Dr. Sci., St. Petersburg State University, St. Petersburg, Russia
- Valentin G. Smirnov.* Dr. Sci., Russian State Naval Archives, St. Petersburg, Russia
- Vera A. Shirokova.* Dr. Sci., S.I. Vavilov Institute for the History of Science and Technology of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia
- Victor M. Zhurbas.* Dr.Sci., P.P. Shirshov Institute of Oceanology of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia
- Vladimir A. Ryabchenko (Deputy Chief Editor).* Dr. Sci., St. Petersburg Department of the P.P. Shirshov Institute of Oceanology of the Russian Academy of Sciences, St. Petersburg, Russia
- Vladimir V. Malyj.* Dr. Sci., St. Petersburg Institute for Informatics and Automation, St. Petersburg, Russia
- Yuri S. Kryukov.* Dr. Sci., Research Institute of Applied Acoustics, Dubna, Russia

## EDITORIAL COUNCIL

- Alexander V. Babanin.* The University of Melbourne, Melbourne, Australia
- Anatoly K. Filimonov.* JSC "Concern "Sea underwater weapon — Gidropribor", St. Petersburg, Russia
- Andrey I. Rudskoy.* Academician of RAS, Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russia
- Andrey V. Gusev.* JSC "Morskiye Neakusticheskiye Kompleksy i Sistemy", St. Petersburg, Russia
- Gennadiy K. Korotaev.* Corresponding member of RAS, Marine Hydrophysical Institute of the Russian Academy of Sciences, Sevastopol, Russia
- Georgy S. Golitsyn.* Academician of RAS, A.M. Obukhov Institute of Atmospheric Physics of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia
- Igor A. Seleznev.* JSC "Concern "Oceanpribor", St. Petersburg, Russia
- Igor V. Vilnit.* JSC "Central Design Bureau for Marine Engineering "Rubin", St. Petersburg, Russia
- Kai Myrberg.* Finnish Environment Institute, Helsinki, Finland
- Nikolay N. Filatov.* Corresponding member of RAS, Northern Water Problems Institute of the Karelian Research Centre of the Russian Academy of Sciences, Petrozavodsk, Russia
- Robert I. Nigmatulin.* Academician of RAS, P.P. Shirshov Institute of Oceanology of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia
- Tarmo Soomere.* Academician of EAS, President of the Estonian Academy of Sciences, Tallinn, Estonia
- Valery G. Bondur.* Academician of RAS, AEROCOSMOS Research Institute for Aerospace Monitoring, Moscow, Russia
- Vladimir G. Peshekhonov.* Academician of RAS, JSC "Concern CSRI Elektropribor", St. Petersburg, Russia
- Vladimir Yu. Dorofeev.* JSC "St. Petersburg Marine Design Bureau "MALACHITE", St. Petersburg, Russia
- Vladislav A. Rumyantsev.* Academician of RAS, St. Petersburg Research Center of the Russian Academy of Sciences, St. Petersburg, Russia
- Victor V. Zosimov.* Research Institute of Applied Acoustics, Dubna, Russia

## СОДЕРЖАНИЕ

### *Фундаментальные вопросы гидрофизики*

<i>Родионов А.А., Ванкевич Р.Е., Лобанов А.А., Шпилев Н.Н.</i> Моделирование конвективных вихревых структур на склоне: от зарождения и распространения в стратифицированной среде до взаимодействия с внутренними волнами. Физический эксперимент в термостратифицированном бассейне	8
<i>Ванкевич Р.Е., Родионов А.А., Шпилев Н.Н., Чеботкова В.В.</i> Моделирование зарождения и эволюции конвективных вихревых структур на склоне. Численный эксперимент	20
<i>Слюняев А.В.</i> Использование псевдоспектрального метода высокого порядка NOSH для моделирования нелинейных волн на поверхности воды конечной глубины	28

### *Гидрофизические и биогеохимические поля и процессы*

<i>Соколов А.А.</i> Тепломассоперенос через западную границу Баренцева моря по данным реанализа ORAS5	50
<i>Богданов С.Р., Пальшин Н.И., Ефремова Т.В., Здорovenнова Г.Э., Здорovenнов Р.Э.</i> Эффекты тепловой инерции и термически активный слой малого озера	66
<i>Науменко М.А., Гузиватый В.В.</i> Характерные черты климатического годового хода придонной температуры различных районов Ладожского озера	80
<i>Исаев А.В., Рябченко В.А.</i> Модельные оценки вкладов изменений климата и биогенной нагрузки в изменения экосистемы Ладожского озера в 1980–2020 гг.	94
<i>Романенков Д.А., Софьина Е.В., Маховиков А.Д., Виноградова И.К., Варкентин А.И., Зимин А.В., Мельник Д.Я.</i> Моделирование переноса икры и личинок восточнокамчатского минтая с учетом приливной динамики	105

### *Взаимодействие морских объектов, океана и атмосферы*

<i>Гусев О.И., Хакимзянов Г.С., Скиба В.С., Чубаров Л.Б.</i> Формулы для оценки воздействия бора и уединённой волны на полупогруженное тело, полученные аппроксимацией результатов численного моделирования	120
---	-----

### *Техническая гидрофизика*

<i>Володин В.Д., Павлова М.А., Глуховец Д.И.</i> Малогабаритный измеритель коэффициента яркости моря	138
Тематический указатель 2025 (Т. 18)	146
Авторский указатель 2025 (Т. 18)	149

## CONTENTS

### *Fundamental issues of hydrophysics*

<i>Rodionov A.A., Vankevich R.Ye., Lobanov A.A., Shpilev N.N.</i> Modeling of convective vortex structures on a slope: from generation and propagation in a stratified medium to interaction with internal waves. Experiment in laboratory tank	8
<i>Vankevich R.Ye., Rodionov A.A., Shpilev N.N., Chebotkova V.V.</i> Modeling the origin and evolution of convective vortex structures on a slope. Numerical experiment	20
<i>Slunyaev A.V.</i> The use of pseudo-spectral high order method HOSM for simulations of nonlinear waves on the surface of finite depth water	28

### *Hydrophysical and biogeochemical fields and processes*

<i>Sokolov A.A.</i> Heat and mass transfer across the western boundary of the Barents Sea based on ORAS5 reanalysis data	50
<i>Bogdanov S.R., Palshin N.I., Efremova T.V., Zdorovenнова G.E., Zdorovenнов R.E.</i> Effects of thermal inertia and the thermally active layer of a small lake	66
<i>Naumenko M.A., Guzivaty V.V.</i> Characteristic features of climatic annual variations of bottom temperature in different regions of Lake Ladoga	80
<i>Isaev A.V., Ryabchenko V.A.</i> Model estimates of the contributions of interannual changes of climate and nutrient load to changes in the Lake Ladoga ecosystem in 1980–2020	94
<i>Romanenkov D.A., Sofina E.V., Makhovikov A.D., Vinogradova I.K., Varkentin A.I., Zimin A.V., Melnik D.Ja.</i> Modeling the transport of East Kamchatka pollock eggs and larvae taking into account tidal dynamics	105

### *Interaction of marine objects, ocean and atmosphere*

<i>Gusev O.I., Khakimzyanov G.S., Skiba V.S., Chubarov L.B.</i> Formulas for estimating the effects exerted by a bore and a solitary wave on a partially immersed structure, obtained by approximating the results of numerical simulations	120
---	-----

### *Technical hydrophysics*

<i>Volodin V.D., Pavlova M.A., Glukhovets D.I.</i> Small-sized remote sensing reflectance meter	138
Subject index 2025 (Vol. 18)	146
Author index 2025 (Vol. 18)	149





DOI [https://doi.org/10.59887/2073-6673.2025.18\(4\)-1](https://doi.org/10.59887/2073-6673.2025.18(4)-1)

EDN <https://elibrary.ru/cyrcky>

УДК 532.51; 532.54

© А. А. Родионов, Р. Е. Ванкевич\*, А. А. Лобанов, Н. Н. Шпилев, 2025

Институт океанологии им. П.П. Ширшова РАН, 117997, Москва, Нахимовский проспект, д. 36

\*rvankevich@mail.ru

**Моделирование конвективных вихревых структур на склоне: от зарождения и распространения в стратифицированной среде до взаимодействия с внутренними волнами. Физический эксперимент в термостратифицированном бассейне**

Статья поступила в редакцию 04.09.2025, после доработки 01.12.2025, принята в печать 05.12.2025

**Аннотация**

В термостратифицированном бассейне СПбФ ИО РАН исследуется уединённое гравитационное течение над наклонным дном. В рамках приближенного к реальным природным условиям лабораторного эксперимента проведены предварительные исследования сложных, нелинейных процессов взаимодействия придонного плотностного течения, стратификации и внутренних волн. Рассматривается полный жизненный цикл образующихся вихревых структур: от зарождения на склоне, развития и распространения в стратифицированной среде до их взаимодействия с полем внутренних волн. В ходе экспериментов получены эмпирические данные для верификации негидростатической модели с пространственным разрешением, позволяющим явным образом воспроизводить отдельные конвективные струи и вихри.

**Ключевые слова:** лабораторный бассейн, склоновая конвекция, внутренние волны, методы визуализации течений

© А. А. Rodionov, R. Ye. Vankevich\*, A. A. Lobanov, N. N. Shpilev, 2025

Shirshov Institute of Oceanology, Russian Academy of Sciences, 36 Nakhimovsky Prosp., Moscow 117997, Russia

\*rvankevich@mail.ru

**Modeling of convective vortex structures on a slope: from generation and propagation in a stratified medium to interaction with internal waves. Experiment in laboratory tank**

Received 04.09.2025, Revised 01.12.2025, Accepted 05.12.2025

**Abstract**

A solitary gravitational current over an inclined bottom is being investigated in the thermostratified laboratory tank of the SPb IO RAS. In the framework of a laboratory experiment close to real natural conditions, preliminary studies of complex, nonlinear processes of interaction of the bottom density flow, stratification and internal waves were carried out. The full life cycle of the formed vortex structures is considered: from their origin on a slope, development and propagation in a stratified environment, to their interaction with the field of internal waves. During the experiments, empirical data were obtained to verify a non-hydrostatic model with a spatial resolution that allows explicit reproduction of individual convective jets and vortices.

**Keywords:** laboratory tank, slope convection, internal waves, current visualization methods

**Ссылка для цитирования:** Родионов А.А., Ванкевич Р.Е., Лобанов А.А., Шпилев Н.Н. Моделирование конвективных вихревых структур на склоне: от зарождения и распространения в стратифицированной среде до взаимодействия с внутренними волнами. Физический эксперимент в термостратифицированном бассейне // *Фундаментальная и прикладная гидрофизика*. 2025. Т. 18, № 4. С. 8–19. EDN CYRCYK. [https://doi.org/10.59887/2073-6673.2025.18\(4\)-1](https://doi.org/10.59887/2073-6673.2025.18(4)-1)

**For citation:** Rodionov A.A., Vankevich R.Ye., Lobanov A.A., Shpilev N.N. Modeling of convective vortex structures on a slope: from generation and propagation in a stratified medium to interaction with internal waves. Experiment in laboratory tank. *Fundamental and Applied Hydrophysics*. 2025;18(4):8–19. [https://doi.org/10.59887/2073-6673.2025.18\(4\)-1](https://doi.org/10.59887/2073-6673.2025.18(4)-1)

## 1. Введение

Современные климатические прогнозы содержат значительную неопределённость, связанную с параметризацией ряда явно неразрешаемых крупной расчетной сеткой мелкомасштабных физических процессов, таких как субмезомасштабные турбулентные вихри или конвективные потоки в прибрежных зонах океана. Одна из распространенных процедур калибровки параметризаций заключается в изменении параметров эмпирическим путем таким образом, чтобы климатическая модель воспроизводила климат 20-го века [1], в течение которого доступны глобальные наблюдения. Откалиброванная на основе исторических данных модель затем может использоваться для экстраполяции в будущее. Более рациональный подход к параметризации таких «подсеточных» процессов заключается в выводе законов масштабирования, которые связывают суммарный эффект таких процессов с переменными, разрешаемыми моделями общей циркуляции океана. Затем законы масштабирования проверяются либо натурными наблюдениями [2, 3], либо лабораторными экспериментами [4, 5], либо результатами моделирования с высоким разрешением, позволяющим явным образом разрешать крупные вихри [6–9].

Натурные наблюдения из-за логистических сложностей и высокой стоимости проведения множества полевых экспериментов не могут в полной мере служить исчерпывающим источником данных для параметризации подсеточных процессов (Large Eddy Simulation, LES). Лабораторные установки также имеют свои ограничения из-за времени и трудозатрат, необходимых для настройки лабораторного оборудования. Если учесть также значительные требования к вычислительным ресурсам и необходимость тонкой донастройки LES моделей, то можно констатировать, что современные параметризации редко тестируются в широком диапазоне возможных сценариев, снижая точность прогнозов особенно в региональном и локальном масштабах. Вместе с тем для прибрежных регионов важна именно региональная и локальная информация для принятия более эффективных решений и планирования морской деятельности.

Для преодоления описанных ограничений авторы предлагают комбинированный подход, предлагающий совместное использование LES и лабораторного моделирования для разработки различных типов параметризаций: автоматическая калибровка параметров с использованием Бейсовских подходов [10] или обучение нейросетей. Как правило, для оценки оптимальных значений параметров и проверки их применимости в различных сценариях необходимо провести большое количество симуляций LES. За последние несколько лет вычислительные ограничения стали гораздо менее строгими благодаря сочетанию новых компьютерных архитектур, таких как графические процессоры (GPU) и новых языков программирования, использующих преимущества этих архитектур (например, Julia) [11], и усовершенствованных алгоритмов моделирования крупных вихрей (LES) [12, 13]. Современные вычислительные ресурсы открыли возможность запуска библиотек симуляций LES для изучения широкого спектра возможных сценариев, при этом LES модель должна быть тщательно верифицирована на результатах «опорных» лабораторных экспериментов, предлагающих исчерпывающий набор 4-х мерных пространственно-временных массивов с достаточной степенью детализации параметризуемого явления. Желательно также, чтобы код модели был сформулирован в терминах геофизических потоков, а не вычислительной гидродинамики в целях масштабирования лабораторного эксперимента на объекты реального океана.

Для апробации предложенного подхода в качестве пилотного объекта исследования выбран процесс склоновой конвекции. Выбор объекта исследования в первую очередь обоснован накопленной исследователями обширной теоретической и экспериментальными базами. Из всех разновидностей горизонтального конвективного водообмена именно опусканию более плотных вод вдоль подводных склонов уделено наибольшее внимание, всеобъемлющий обзор численных и лабораторных экспериментов приведен в монографии Чубаренко И.П. [14]. Следует выделить работы Зацепина А.Г. [15, 16] по горизонтальной конвекции над наклонным дном как закладывающих фундамент для целого направления в физической океанологии. Они объясняют ключевые механизмы формирования придонных потоков и фронтов, которые наблюдаются в реальном океане. Большой объем лабораторных исследований проведен Греценко В.А. Ключевая идея его подхода — использование хорошо контролируемых лабораторных экспериментов для проверки теоретических моделей и численных моделей, что позволяет выделить чистые физические эффекты, которые в природных условиях часто скрыты сложным переплетением различных факторов [17, 18]. Суммируя опубликованные материалы, можно заключить, что наличие рельефа в виде наклонного дна принципиально меняет динамику вертикальных конвективных потоков, создавая асимметрию, которая приводит к формированию специфических придонных течений. В отличие от изотропного обрушения (как в классической конвекции) наклон дна придает движению направленный характер. Плотная вода собирается в узкую, интенсивную придонную струю, которая течет поперек изобат (линий равной глубины), взаимодействуя с окружающей средой. В ходе

данного взаимодействия струя теряет импульс и массу, что при определенной интенсивности потока приводит к интенсивному вихреобразованию, а при достижении слоев близкой плотности — к формированию динамической неустойчивости, отрыву от склона и меандрированию в горизонтальном направлении. Визуализация течений во многих лабораторных экспериментах показала, что плотная вода не просто опускается вертикально вниз, а организуется в выделенную струю, текущую вдоль склона. Были измерены скорость струи, ее толщина и зависимость этих параметров от угла наклона, скорости охлаждения и вращения системы.

В выполненных исследованиях отмечается ряд ограничений: лабораторные работы проводились в лотке или небольшом по размеру бассейне, преобладала линейная или двухслойная стратификация, что приводит к значительным упрощающим допущениям при последующем численном моделировании, особенно при параметризации турбулентности.

Это обуславливает необходимость продолжения исследований в крупномасштабном термостратифицированном бассейне СПбФ ИО РАН, в котором можно создать устойчивую, многослойную стратификацию, имитирующую реальные условия в океане. Это критически важно, так как стратификация напрямую определяет плавучесть, частоту Брента-Вайсяля и, следовательно, динамические характеристики конвективных элементов (плюмов, термов). В лотке объем жидкости мал, что приводит к относительно быстрой диффузии и разрушению стратификации. Создать и поддерживать устойчивый градиент плотности в небольшом объеме сложно, и он часто является приближенным или неоднородным. Кроме того, в крупномасштабном термостратифицированном бассейне можно исследовать нестационарные трехмерные процессы вдали от стенок, что позволяет снизить влияние паразитных потоков и искажений, вызванных трением о боковые стенки и углы, и позволяет восстановить трехмерную картину неустойчивого течения в «бесконечном» пространстве.

Аппарат для численного моделирования также требует усложнения общепринятых подходов. Хорошо известно, что, если плотная жидкость находится над более легкой, возникает гравитационная неустойчивость, что приводит к вертикальному перемешиванию. Это вертикальное перемешивание происходит из-за присущей ему трехмерной мелкомасштабной свободной конвекции с масштабами длины  $O(0,1\text{ м})$ , которая не может быть разрешена с помощью глобальных моделей океана, так как расстояние между вертикальными узлами сетки в них равно  $O(1\text{ м})$ , а расстояние между горизонтальными узлами —  $O(10\text{ км})$ , и, следовательно, вертикальное перемешивание должно быть параметризованным. Если перемешивание не будет реализовано численно, модель создаст статически неустойчивый водяной столб. В качестве простой, физически обоснованной базовой параметризации часто выбирают конвективную подстройку [19]. Это позволяет разрешить большую часть потока, но не весь его объем. Конвективная подстройка — это простая параметризация, которая отражает это перемешивание с помощью большой вертикальной диффузии, если вертикальные градиенты плавучести подразумевают статическую неустойчивость. Данный подход может фиксировать вертикальную структуру пограничного слоя, за исключением области захвата у его основания, поскольку он не пытается учитывать процессы захвата. В то же время, во многих работах [20–23] формирование самых мощных и холодных промежуточных слоев однозначно связывается с конвективными процессами, связанными с обширными и пологими шельфами. При наличии наклонного дна параметризации усложняются, но при этом теряют свою простоту и физичность. При расчетах глубины проникновения вертикальной конвекции в морях без учета горизонтального транспорта практически все применяющиеся методы (Зубова, Цикунова, Белинского, Булгакова, метод «теплового баланса») дают более или менее оправданные результаты только для центральных районов морей и мягких зим, но не позволяют точно рассчитать глубину проникновения конвекции в прибрежных районах [14].

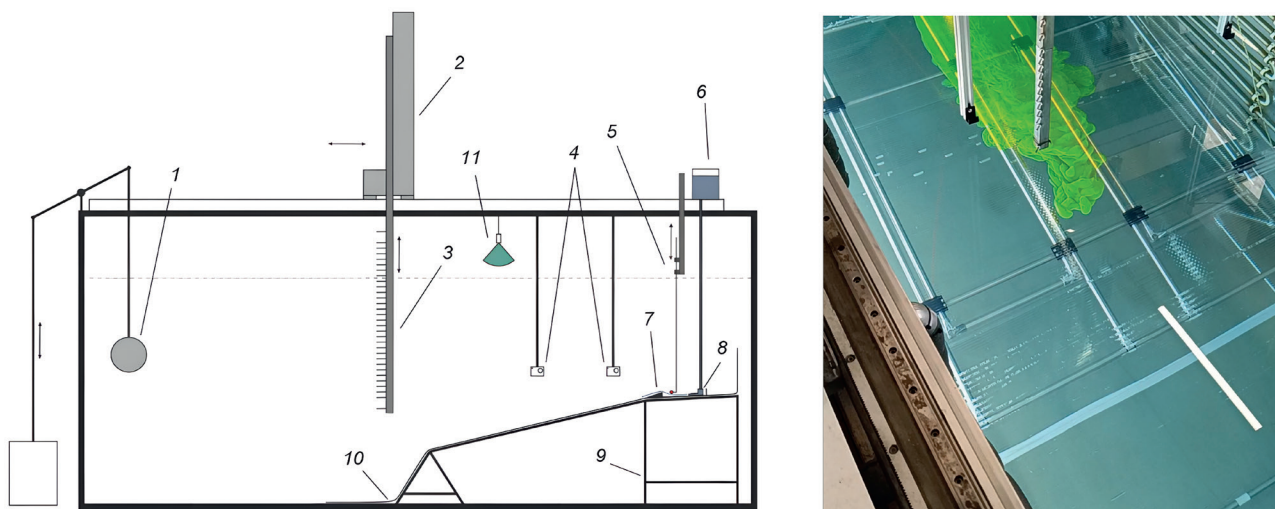
Очевидно, что процесс склоновой конвекции должен быть детально воспроизведен с помощью тщательно верифицированной на серии лабораторных экспериментов негидростатической локальной модели, способной явным образом воспроизводить конвективные вихри для последующей параметризации и включения в региональные/глобальные симуляции.

## 2. Модификация лабораторного бассейна

Термостратифицированный бассейн Санкт-Петербургского филиала Института океанологии им. П.П. Ширшова РАН [24] отличается расширенными возможностями по созданию сложных термических стратификаций, приближенных к наблюдаемым в реальном океане. Для воспроизведения элементов процессов, связанных с конвекцией над наклонным дном, предложен ряд модификаций, описанный ниже.

Конструкция наклонного фальшдна состоит из металлического каркаса и листового материала, положенного на него. Каркас собран из нержавеющей трубы диаметром 25 мм с толщиной стенки 1 мм с помощью кронштейнов системы фиксации Joker и специально разработанных элементов крепежа, напечатанных





**Рис. 1.** Схема гидрофизического бассейна и его оборудования: 1 — волнопродуктор плунжерного типа, 2 — тележка с 3-осевым координатным устройством, 3 — измерительная штанга координатного устройства, 4 — подводные видеокамеры, 5 — вертикальное зондирующее устройство, 6 — рабочая ёмкость с подкрашенным раствором, 7 — лоток, 8 — диффузор, 9 — каркас фальш-дна, 10 — листовый материал, 11 — лазерный нож

**Fig. 1.** Diagram of the hydrophysical basin and its equipment: 1 — plunger type wave generator, 2 — trolley with 3-axis coordinate device, 3 — measuring rod of the coordinate device, 4 — underwater video cameras, 5 — vertical sounding device, 6 — working container with tinted solution, 7 — tray, 8 — diffuser, 9 — false bottom frame, 10 — sheet material, 11 — laser knife

с помощью FDM технологии. В совокупности эта гибридная система фиксации позволяет оперативно менять характеристики пространственной рамы. Каркас состоит из трех частей: первая часть — конструкция, формирующая жёсткое пологое фальшдно с высотой нижней части, равной 1010 мм от дна, наклоном  $1,45^\circ$  и протяженностью 1400 мм; вторая часть — наклонная часть фальшдна, имитирующая шельф, представляющая собой телескопическую конструкцию переменной длины с вариацией углов в диапазоне от 9 до 15 градусов; третья часть — нижняя опора постоянной высоты, равной 600 мм. В качестве листового материала используется сотовый поликарбонат толщиной 8 мм, уложенный ребрами жесткости поперек склона. В части, имитирующей шельф, соты поликарбоната разрезаны вдоль рёбер через одно для обеспечения изменения угла наклона без слива бассейна. Изменение угла осуществляется через тросовые тяги, соединенные с третьей частью конструкции.

Поскольку эксперимент учитывает трехмерное распространение потока, желательно выделять рабочую плоскость в потоке для большей простоты интерпретации с помощью КМОП камер. Выделение рабочей плоскости осуществлялась с помощью лазерного ножа.

В качестве КМОП камер использовались две экшн камеры SJCAM SJ8 Pro с сенсором IMX377, линзой  $170^\circ \text{A} + 7\text{G}$  (2 асферические линзы), диафрагмой  $F/2.8$ . Данная оптическая система представляет собой широкоугольный объектив по типу «рыбий глаз» со значительным искажением. Для компенсации искажений, вызванных объективом, применялась калибровка камер в подводном положении при помощи калибровочной мишени (по типу шахматная доска). Расчёт калибровочных коэффициентов и их применение производилось в программе proDAD Defishr. Также после установки камеры в рабочую плоскость лазерного ножа помещался объект с характерным линейным размером для учета перспективного искажения и анизотропии горизонтального и вертикального масштабов и оценки характерных линейных масштабов наблюдаемого явления, поскольку установка масштабной сетки в рабочей плоскости невозможна ввиду создания нежелательных возмущений (установка масштабной сетки в задней части бассейна была бы бесполезной ввиду сильного перспективного и масштабного искажения). В последующих экспериментах следует перейти к использованию объективов с малым искажением (с фокусным расстоянием 35–50 мм) и системой камер для получения панорамной картины с малыми искажениями.

В качестве лазерного ножа использовался полупроводниковый лазер малой мощности (менее 100 мВт) со специальной цилиндрической линзой, установленный над водой на координатном устройстве таким образом, чтобы засвечивал весь склон, и проходил через продольное вертикальное сечение гидрофизического бассейна.

Визуализация потока производилась с помощью предварительно подкрашенного объёма воды в рабочей ёмкости объёмом 10 л и заданной температурой с применением флуоресцеина в концентрации  $\sim 0,8$  г/л. Из рабочей ёмкости вода поступала через теплоизолированную трубку с регулируемой запорной арматурой для контроля потока в плоский диффузор, стоящий в лотке шириной 100 мм и высотой 50 мм. Один конец лотка заглушен, а другой имеет прямоугольную призму высотой вертикального катета в 25 мм. Размещение лотка происходило на первой части конструкции в непосредственной близости от второй части.

Применение красителя даёт ярко зелёный оттенок, практически не меняющий вязкость и плотность воды. Отличительной особенностью флуоресцеина является флюоресценция при облучении рабочего раствора светом с длиной волны в диапазоне 465–490 нм. Данная особенность позволяет получать контрастные снимки в свете лазерного ножа при выключенном внешнем освещении.

При фиксации высоты возмущений учитывались описанные выше корректировки по масштабам и положению относительно оптического центра. Нижняя точка (опорная) выбиралась из кадра до создания потока, верхняя точка выбиралась как граница флюоресценции потока (в ярком, часто желтоватом оттенке из-за пика светимости флуоресцеина в 520 нм). Текущая серия экспериментов также показала, что в перспективе лучше снизить концентрацию красителя, поскольку происходит слишком большое рассеивание света от лазерного ножа на верхней границе.

Основная задача исследования — получить детальный массив эмпирических данных для верификации негидростатической модели с пространственным разрешением, позволяющим явным образом воспроизводить отдельные конвективные струи и вихри.

Для выполнения поставленной задачи было принято решение на данном этапе упростить сложный процесс формирования горизонтальной конвекции над наклонным дном за счет выхолаживания жидкости с поверхности до детального рассмотрения сценариев движения плотной струи вдоль склона, сформированной за счет локального источника отрицательной плавучести, расположенного у кромки шельфа.

### 3. Результаты

В качестве варьируемого параметра выбран расход жидкости с фиксированным перепадом температуры  $\Delta T$  по отношению к температуре воды в бассейне на горизонте источника. Охлажденная подкрашенная жидкость подавалась с помощью специального устройства — диффузора внутри лотка с ограничителем потока на конце (позиции 7, 8 на рис. 1). Положение питающего резервуара 6 выбиралось таким образом, чтобы создаваемый перепад давления расходовался на преодоление гидравлического сопротивления трубок и противодействия столба жидкости в точке истечения для минимизации турбулентности. После переполнения лотка струя только под действием гравитационных сил устремлялась вниз по склону. Таким образом, воспроизводились течения с числами Рейнольдса из диапазона 35–500. Значения определены из соотношения:  $Re = uL/\nu$ , где  $u$  — скорость течения,  $L$  — характерный масштаб (для течения по склону в качестве характерной длины обычно выбирают толщину потока ( $h$ )),  $\nu$  — коэффициент кинематической вязкости.

При различных значениях числа  $Re$  потока плавучести удается воспроизвести принципиально разные режимы гравитационного течения от близкого к ламинарному до неустойчивого течения с интенсивным образованием вихрей. Число Ричардсона ( $Ri$ ) является ключевым параметром для анализа устойчивости стратифицированных течений, к которым как раз и относятся гравитационные плотностные течения. Если число Рейнольдса характеризует переход между ламинарным и турбулентным режимом, то число Ричардсона характеризует баланс между стабилизирующими силами плавучести и дестабилизирующими силами сдвига скорости. Оно определяет: будет ли стратификация (разность плотностей) подавлять или усиливать турбулентность и перемешивание? Для модели двухслойной жидкости (плотный слой течет под менее плотным) часто используется объемное число Ричардсона (Bulk Richardson Number). Оно аппроксимирует непрерывные градиенты разностями конечной толщины. Это именно тот случай, который чаще всего применяется для гравитационных течений по склону.

$$Ri_b = \frac{g'h}{u^2},$$

где  $g'$  — редуцированное ускорение свободного падения [м/с<sup>2</sup>].

Расчеты числа Ричардсона по глубине бассейна приведены на рис. 2. Склон занимает промежуток глубин 600–1000 мм. Известно, что при  $Ri > 0,25$  стратификация подавляет турбулентность, поток устойчив, а при  $Ri < 0,25$  — сдвиг преобладает, стратификация разрушается, возникает турбулентность и конвекция.

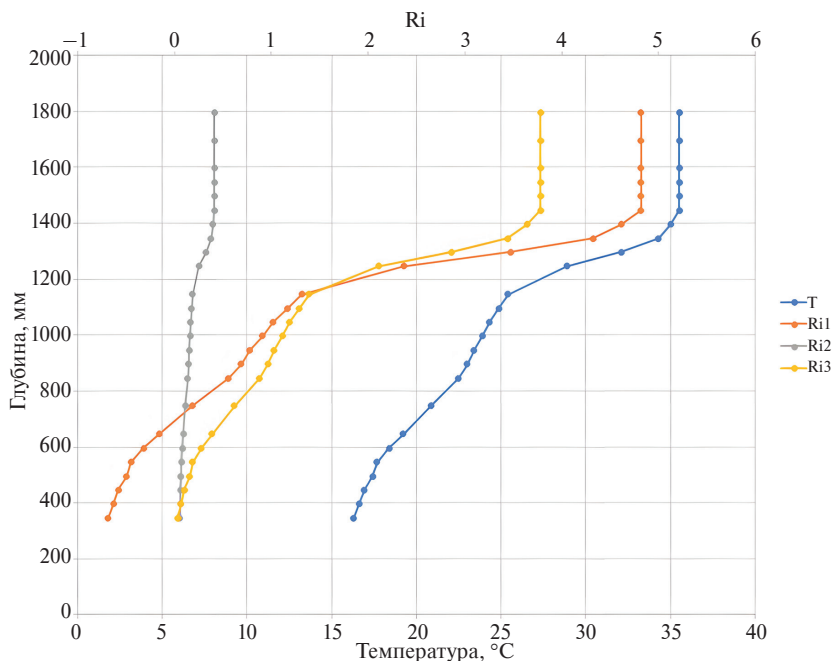


Рис. 2. Распределение значений числа Ричардсона по трем режимам истечения температурной стратификации бассейна

Fig. 2. Distribution of the Richardson number values according to the 3 flow modes of the temperature stratification of the basin

В ходе экспериментов исследован широкий диапазон изменчивости регулирующих параметров, позволяющий воспроизводить различные режимы течений, с отрывом потока и без, на основе четкой визуализации отдельных вихревых образований и их размеров. Исследованные режимы течений представлены на рис. 2. Во всех случаях рассматривается единая, однородная по горизонтали, термическая стратификация бассейна (синий профиль на рис. 2). Три других кривых на рис. 2 характеризуют исследованные режимы течения для разных чисел Ричардсона.

Легко видеть изменчивость характеристик устойчивости течения от эксперимента к эксперименту. Визуализация структуры течения с помощью лазерного ножа и пассивного трассера в вертикальной плоскости приведена на рис. 3. Горизонтальная структура потока представлена на рис. 4.

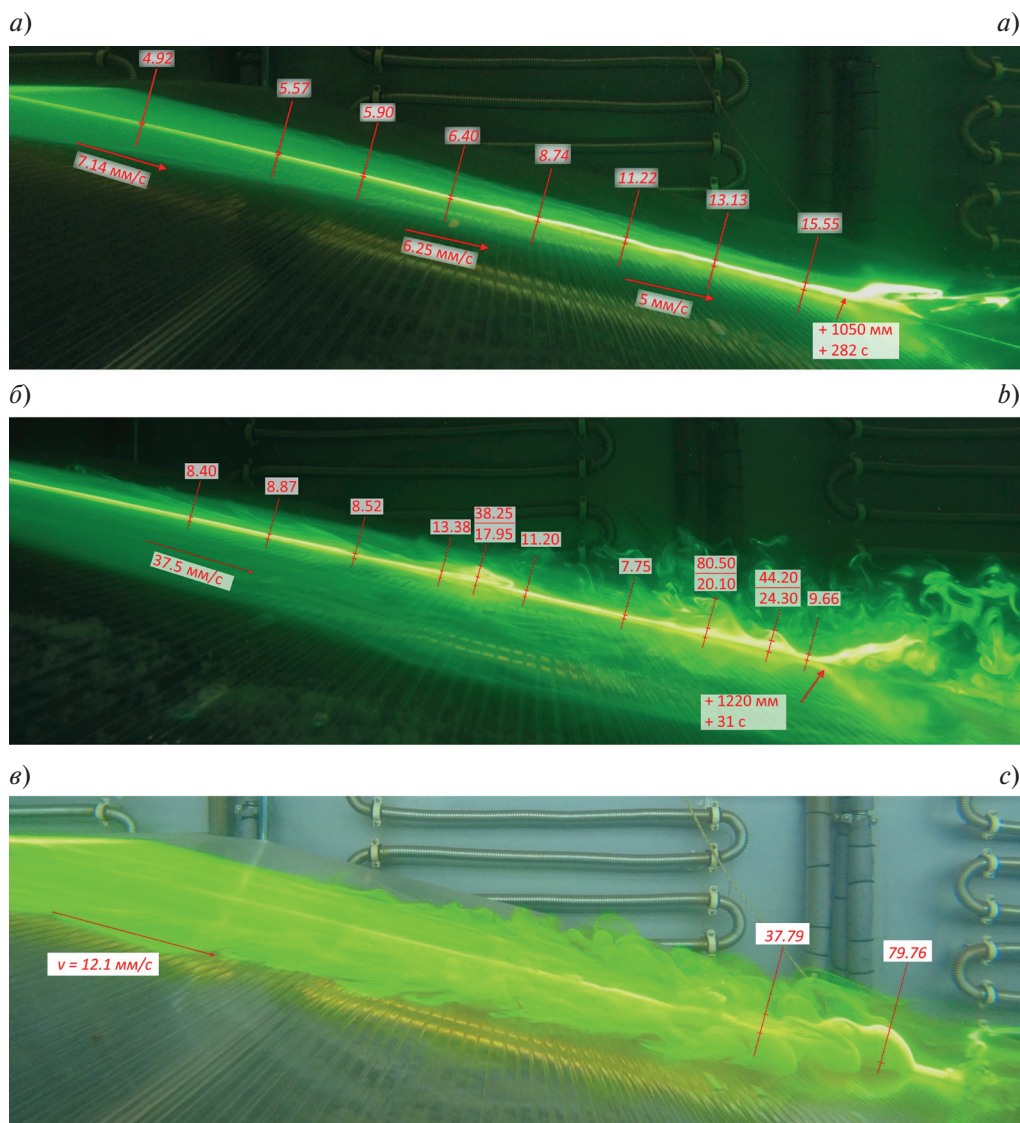
Вид и характер 3-мерного распределения концентрации пассивного трассера свидетельствует о том, что в условиях эксперимента недопустимо представление придонной струи в виде плоскопараллельного, горизонтально однородного течения, обычно применяемого при анализе плотностных потоков на склоне.

Очевидно, что отрыв водной массы придонного течения от склона дна происходит благодаря действию сил плавучести. Однако существенный трехмерный импульс, передаваемый опускающимися конвективными потоками, приводит к тому, что они преодолевают уровень нейтральной плавучести (условно, глубину перемешанного слоя), «проникая» в стабильно стратифицированную область ниже слоя нейтральной плавучести и образуя нестабильное горизонтальное течение. В целом понятное поведение более легкого, чем придонный, слоя воды обретает хорошо различимую структуру и последовательность фаз событий (рис. 5).

Течение, порождаемое при отрыве струи от склона, при распространении в толщу вод совершает колебательные движения около горизонта своей плотности. Естественно предположить, что данный процесс сопровождается генерацией локальных внутренних волн, которые, в свою очередь, влияют на режим течения выше по склону.

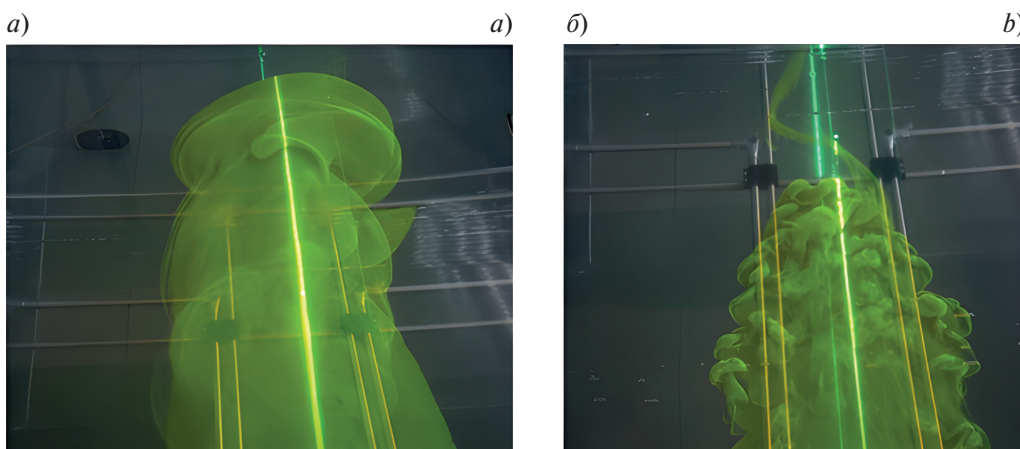
Устойчивость описанных процессов в условиях естественного водоема при наличии фоновой циркуляции и внутренних волн представляет собой отдельный предмет исследования. В рамках описываемого эксперимента проведена первичная оценка возможности визуализации процессов при взаимодействии цуга внутренних волн и склонового течения. В качестве генератора волнения был задействован волнопродуктор плунжерного типа (см. рис. 1). Стратификация бассейна была приближена к естественной (см. синий профиль на рис. 2). Волнопродуктор совершил один оборот с частотой, соответствующей частоте Вайсяля-Брента — 0,01 рад/с. Можно ожидать, что усиление турбулентности и смешения — это главный





**Рис. 3.** Граничные режимы воспроизведенных диапазонов  $Re$  и  $Ri$ :  $a$  —  $Re = 35$ ,  $Ri1$ ;  $b$  —  $Re = 500$ ,  $Ri2$ ;  $c$  —  $Re = 300$ ,  $Ri3$  и визуализация трехмерного потока

**Fig. 3.** Boundary modes of the reproduced  $Re$  and  $Ri$  ranges:  $a$  —  $Re = 35$ ,  $Ri1$ ;  $b$  —  $Re = 500$ ,  $Ri2$ ;  $c$  —  $Re = 300$ ,  $Ri3$  and visualization of the three-dimensional flow



**Рис. 4.** Общая структура струи при наблюдении в плане:  $a$  —  $Re = 150$ ;  $b$  —  $Re = 300$

**Fig. 4.** The general structure of the jet: upside-down view of  $a$  —  $Re = 150$ ;  $b$  —  $Re = 300$

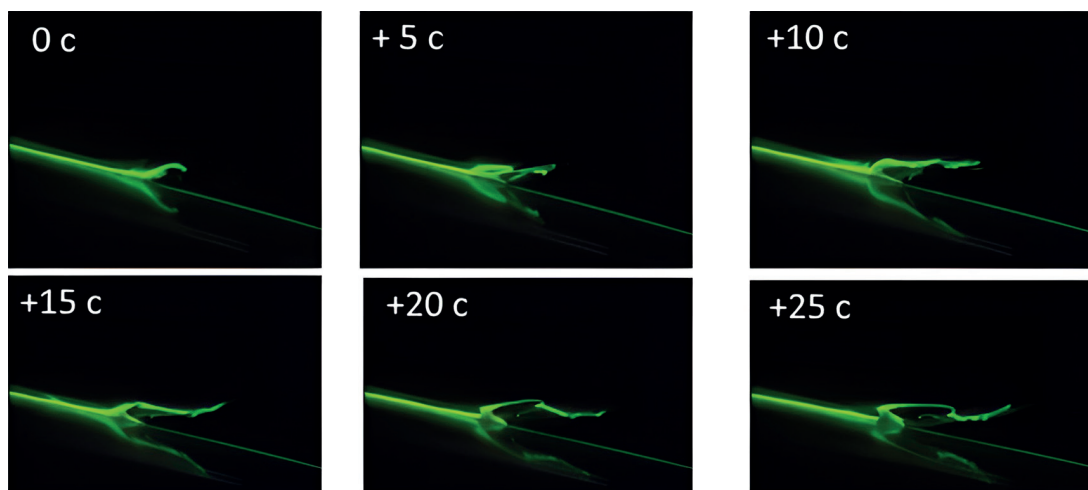


Рис. 5. Неустойчивость интрузионного течения

Fig. 5. Instability of the intrusive flow

результат взаимодействия. Однако лабораторные эксперименты выявили ряд сопутствующих процессов, раскрывающих особенности теплопереноса и формирования тонкой структуры в зоне взаимодействия плотного течения и внутренних волн.

Турбулентность возникает в каждом из рассматриваемых процессов по отдельности (гравитационное стекание + накат внутренних волн на склон). При наложении друг на друга их энергии не просто складываются, а умножаются. Накатывающаяся внутренняя волна деформирует и разрушает четкую границу между плотным придонным потоком и более легкой окружающей водой. Это резко усиливает вовлечение — процесс подмешивания окружающей воды в плотный поток. При этом само течение ввиду значительного градиента плотности оказывает стабилизирующий эффект на внутренние волны значительной амплитуды, препятствуя опрокидыванию фронта и обрушению (рис. 6).

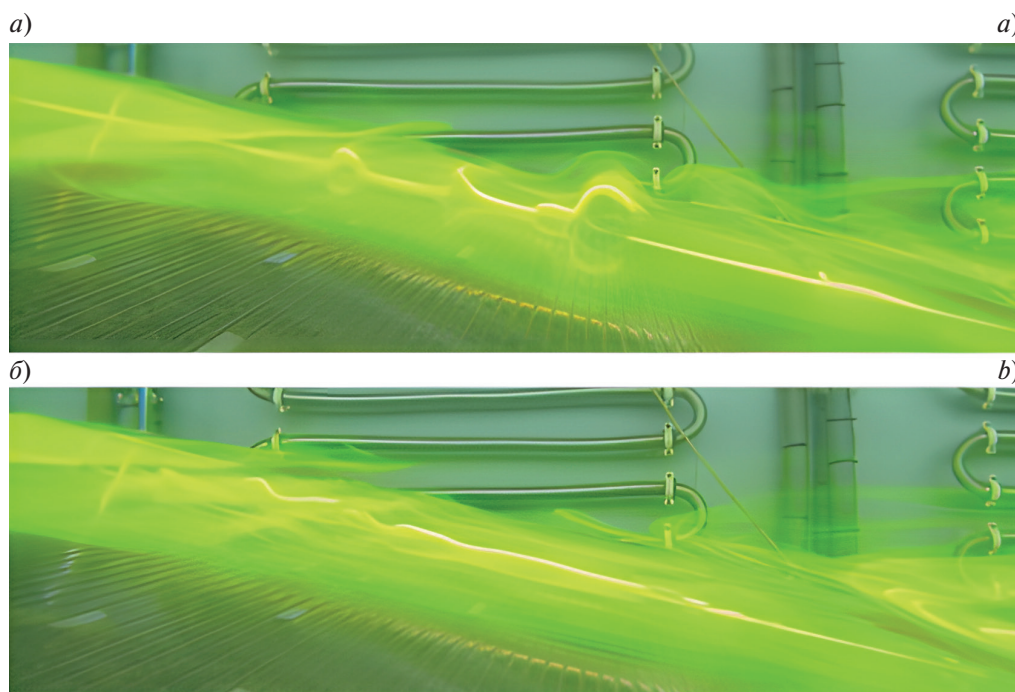


Рис. 6. Сравнение характеристик ВВ при различной интенсивности придонного плотного течения: а — течение практически отсутствует; б — присутствует развитый конвективный поток

Fig. 6. Comparison of explosive characteristics at different intensities of near-bottom density flow: а — practically absent; б — a developed convective flow

Нелинейное взаимодействие вихревых структур (как ВВ, так и конвективных) создает эффективное напряжение, которое может генерировать устойчивые остаточные течения вдоль склона. Плотный конвективный поток под действием волн может разбиваться на отдельные вихри и струи. Это разрушает его когерентность и создает тонкую структуру в зоне формирования плотностной интрузии в точке отрыва плотной струи от склона (рис. 7). Тонкая структура здесь проявляется в виде сложной трехмерной мозаики вихрей и слоистых интрузий, которые являются прямым следствием динамического стекания тяжелой воды и ее взаимодействия внутренней волной.

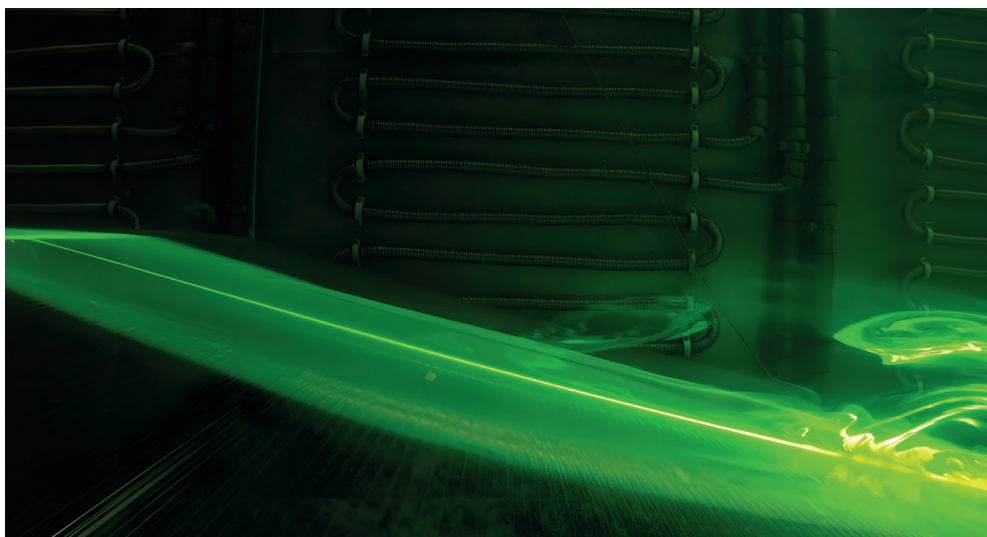


Рис. 7. Визуализация тонкой структуры сформированной взаимодействием внутренней волны и склонового течения

Fig. 7. Visualization of the fine structure formed by the interaction of an internal wave and a slope current

#### 4. Выводы

1. В рамках приближенного к реальным природным условиям лабораторного эксперимента проведены предварительные исследования сложных, нелинейных процессов взаимодействия придонного плотностного течения, стратификации и внутренних волн.

2. Проведенные эксперименты в бассейне позволяют наблюдать полный жизненный цикл конвективных структур: от зарождения на склоне, развития и распространения в стратифицированной среде до их взаимодействия друг с другом и диссипации. В большом объеме эти структуры успевают развиваться в нелинейном режиме.

3. Отработан метод визуализации тонкой структуры, сформированной взаимодействием внутренней волны и склонового течения. Классический метод лазерно-индуцированной флуоресценции (LIF) предусматривает использование светофильтра на регистрирующей КМОП камере для отделения возбуждающего лазерного излучения от флуоресценции красителя, который возбуждается лазерным светом со смещением длины волны относительно источника света. В данной работе светофильтр не используется — регистрируется смешанный сигнал возбуждения и флуоресценции, тем не менее качественная визуализация потока однозначно выделяется на фоне засветки лазерного ножа. Поскольку рабочая область была обширной, упрощение приборной части является компромиссным шагом, дающим упрощенную, но эффективную визуализацию динамики жидкости.

4. Выявлены крупномасштабные структуры, такие как конвективные кластеры, фронты и вихри, которые формируются в результате коллективного взаимодействия множества отдельных конвективных элементов. Это позволяет исследовать процессы скейлинга — влияния мелкомасштабной конвекции на крупномасштабное течение.

5. Ключевая особенность рассматриваемого взаимодействия склонового течения и внутренних волн — это взаимное усиление и трансформация. Для склоновой конвекции: взаимодействие с внутренними волнами является одним из факторов, определяющим ее конечные свойства (скорость, степень разбавления, глубина проникновения).



6. Получен подробный набор 4-мерных данных для верификации негидростатической модели, явным образом разрешающей основную часть конвективного движения. Моделирование крупных вихрей (LES) с использованием тонкой трехмерной сетки призвано улучшить наше понимание закономерностей распространения плотностного течения вдоль континентального склона.

7. Открытым остается вопрос о том, сохранится ли устойчивость наблюдаемой структуры течений в масштабах реального океана. Исследования устойчивости придонных течений под влиянием сил Кориолиса и сдвиговых течений будет проведено при масштабировании численной модели на реальные объекты океана.

### Финансирование

Работа выполнена в рамках государственного задания Минобрнауки России для ИО РАН (тема № FMWE-2024-0029).

### Funding

The research was carried out within the state assignment of Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation for IO RAS (theme № FMWE-2024-0029).

### Конфликт интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

### Conflict of interests

The authors declare no conflict of interests.

### Литература

1. Hourdin F., Mauritsen T., Gettelman A., et al. The Art and Science of Climate Model Tuning // Bulletin of the American Meteorological Society. 2017. Vol. 98, Iss. 3. P. 589–602. <https://doi.org/10.1175/BAMS-D-15-00135.1>
2. Large W.G., McWilliams J.C., Doney S.C. Oceanic vertical mixing: A review and a model with a nonlocal boundary layer parameterization // Reviews of Geophysics. 1994. Vol. 32, No. 4. P. 363–403. EDN XXLPWS. <https://doi.org/10.1029/94RG01872>
3. Price J.F., Weller R.A., Pinkel R. Diurnal cycling: Observations and models of the upper ocean response to diurnal heating, cooling, and wind mixing // Journal of Geophysical Research. 1986. Vol. 91, No. C7. P. 8411–8427. <https://doi.org/10.1029/JC091iC07p08411>
4. Cenedese C., Marshall J., Whitehead J.A. A laboratory model of thermocline depth and exchange fluxes across circumpolar fronts // Journal of Physical Oceanography. 2004. Vol. 34, No. 3. P. 656–667. <https://doi.org/10.1175/2508.1>
5. Deardorff J.W., Willis G.E., Stockton B.H. Laboratory studies of the entrainment zone of a convectively mixed layer // Journal of Fluid Mechanics. 1980. Vol. 100, No. 1. P. 41–64. <https://doi.org/10.1017/S0022112080001000>
6. Harcourt R.R. An improved second-moment closure model of Langmuir turbulence // Journal of Physical Oceanography. 2015. Vol. 45, No. 1. P. 84–103. <https://doi.org/10.1175/JPO-D-14-0046.1>
7. Li Q., Fox-Kemper B. Assessing the effects of Langmuir turbulence on the entrainment buoyancy flux in the ocean surface boundary layer // Journal of Physical Oceanography. 2017. Vol. 47, No. 12. P. 2863–2886. EDN YESYMP. <https://doi.org/10.1175/JPO-D-17-0085.1>
8. Reichl B.G., Wang D., Hara T., Ginis I., Kukulka T. Langmuir turbulence parameterization in tropical cyclone conditions // Journal of Physical Oceanography. 2016. Vol. 46, No. 3. P. 863–886. <https://doi.org/10.1175/JPO-D-15-0106.1>
9. Wang D., Large W.G., McWilliams J.C. Large-eddy simulation of the equatorial ocean boundary layer: Diurnal cycling, eddy viscosity, and horizontal rotation // Journal of Geophysical Research: Oceans. 1996. Vol. 101, No. C2. P. 3649–3662. <https://doi.org/10.1029/95JC03441>
10. Souza A.N., Wagner G.L., Ramadhan A., et al. Uncertainty quantification of ocean parameterizations: Application to the K-Profile-Parameterization for penetrative convection // Journal of Advances in Modeling Earth Systems. 2020. Vol. 12, No. 12. P. e2020MS002108. EDN SMUZJH. <https://doi.org/10.1029/2020MS002108>
11. Besard T., Foket C., De Sutter B. Effective extensible programming: Unleashing Julia on GPUs // IEEE Transactions on Parallel and Distributed Systems. 2019. Vol. 30, No. 4. P. 827–841. <https://doi.org/10.1109/TPDS.2018.2872064>

12. Sullivan P.P., Patton E.G. The effect of mesh resolution on convective boundary layer statistics and structures generated by large-eddy simulation // *Journal of the Atmospheric Sciences*. 2011. Vol. 68, No. 10. P. 2395–2415. EDN YVOUWN. <https://doi.org/10.1175/JAS-D-10-05010.1>
13. Versteppen R. How much eddy dissipation is needed to counterbalance the nonlinear production of small, unresolved scales in a large-eddy simulation of turbulence? // *Computers & Fluids*. 2018. Vol. 176. P. 276–284. <https://doi.org/10.1016/j.compfluid.2016.12.016>
14. Чубаренко И.П. Горизонтальная конвекция над подводными склонами. Калининград: Терра Балтика, 2010. 256 с. EDN UBCINF
15. Зацепин А.Г., Гриценко В.А., Кременецкий В.В., Поярков С.Г., Строганов О.Ю. Лабораторное и численное исследование процесса распространения плотностного течения по склону дна // *Океанология*. 2005. Т. 45, № 1. С. 5–15. EDN HRVYRN
16. Зацепин А.Г., Костяной А.Г., Семенов А.В. Лабораторное исследование осесимметричного плотностного течения на наклонном дне во вращающейся жидкости // *Океанология*. 1996. Т. 36, № 3. С. 339–346.
17. Гриценко В.А., Юрова А.А. О распространении придонного гравитационного течения по крутому склону дна // *Океанология*. 1997. Т. 37, № 1. С. 44–49. EDN LECAJD
18. Гриценко В.А., Юрова А.А. Об основных фазах отрыва придонного гравитационного течения от склона дна // *Океанология*. 1999. Т. 39, № 2. С. 187–191.
19. Frank W.M., Molinari J. Convective Adjustment // Emanuel, K.A., Raymond, D.J. (eds) *The Representation of Cumulus Convection in Numerical Models*. Meteorological Monographs. American Meteorological Society, Boston, MA, 1993. [https://doi.org/10.1007/978-1-935704-13-3\\_8](https://doi.org/10.1007/978-1-935704-13-3_8)
20. Владимирцев Ю.А., Косарев А.Н. Некоторые особенности конвективного перемешивания в Чёрном и Каспийском морях // *Океанология*. 1963. Т. 3, № 6. С. 979–985.
21. Владимирцев Ю.А., Шпилов В.М. Конвективное перемешивание в различных природных условиях: Черное и Азовское моря. В книге: Конвективное перемешивание в море. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1977. 236 с.
22. Титов В.Б. Зоны формирования и объемы вод холодного промежуточного слоя в Чёрном море с учетом суровости зим // *Метеорология и гидрология*. 2006. № 6. С. 62–68. EDN KUHNLN
23. Andrie C., Merlivat L. Tritium in the western Mediterranean Sea during 1981 *Phycemed* cruise // *Deep-Sea Research*. 1988. Vol. 35, No. 2. P. 247–267. [https://doi.org/10.1016/0198-0149\(88\)90039-8](https://doi.org/10.1016/0198-0149(88)90039-8)
24. Родионов А.А., Ванкевич Р.Е., Лобанов А.А., Глитко О.В., Шпилев Н.Н. Термостратифицированный бассейн Санкт-Петербургского филиала Института океанологии им. П.П. Ширшова РАН для моделирования гидрофизических процессов // *Фундаментальная и прикладная гидрофизика*. 2024. Т. 17, № 4. С. 90–99. EDN TIKUEN. [https://doi.org/10.59887/2073-6673.2024.17\(4\)-7](https://doi.org/10.59887/2073-6673.2024.17(4)-7)

## References

1. Hourdin F, Mauritsen T, Gettelman A, et al. The Art and Science of Climate Model Tuning. *Bulletin of the American Meteorological Society*. 2017;98(3):589–602. <https://doi.org/10.1175/BAMS-D-15-00135.1>
2. Large WG, McWilliams JC, Doney SC. Oceanic vertical mixing: A review and a model with a nonlocal boundary layer parameterization. *Reviews of Geophysics*. 1994;32(4):363–403. <https://doi.org/10.1029/94RG01872>
3. Price JF, Weller RA, Pinkel R. Diurnal cycling: Observations and models of the upper ocean response to diurnal heating, cooling, and wind mixing. *Journal of Geophysical Research*. 1986;91(C7):8411–8427. <https://doi.org/10.1029/JC091iC07p08411>
4. Cenedese C, Marshall J, Whitehead JA. A laboratory model of thermocline depth and exchange fluxes across circumpolar fronts. *Journal of Physical Oceanography*. 2004;34(3):656–667. <https://doi.org/10.1175/2508.1>
5. Deardorff JW, Willis GE, Stockton BH. Laboratory studies of the entrainment zone of a convectively mixed layer. *Journal of Fluid Mechanics*. 1980;100(1):41–64. <https://doi.org/10.1017/S0022112080001000>
6. Harcourt RR. An improved second-moment closure model of Langmuir turbulence. *Journal of Physical Oceanography*. 2015;45(1):84–103. <https://doi.org/10.1175/JPO-D-14-0046.1>
7. Li Q, Fox-Kemper B. Assessing the effects of Langmuir turbulence on the entrainment buoyancy flux in the ocean surface boundary layer. *Journal of Physical Oceanography*. 2017;47(12):2863–2886. <https://doi.org/10.1175/JPO-D-17-0085.1>
8. Reichl BG, Wang D, Hara T, Ginis I, Kukulka T. Langmuir turbulence parameterization in tropical cyclone conditions. *Journal of Physical Oceanography*. 2016;46(3):863–886. <https://doi.org/10.1175/JPO-D-15-0106.1>
9. Wang D, Large WG, McWilliams JC. Large-eddy simulation of the equatorial ocean boundary layer: Diurnal cycling, eddy viscosity, and horizontal rotation. *Journal of Geophysical Research: Oceans*. 1996;101(C2):3649–3662. <https://doi.org/10.1029/95JC03441>



10. Souza AN, Wagner GL, Ramadhan A., et al. Uncertainty quantification of ocean parameterizations: Application to the K-Profile-Parameterization for penetrative convection. *Journal of Advances in Modeling Earth Systems*. 2020;12(12): e2020MS002108. <https://doi.org/10.1029/2020MS002108>
11. Besard T, Foket C, De Sutter B. Effective extensible programming: Unleashing Julia on GPUs. *IEEE Transactions on Parallel and Distributed Systems*. 2019;30(4):827–841. <https://doi.org/10.1109/TPDS.2018.2872064>
12. Sullivan PP, Patton EG. The effect of mesh resolution on convective boundary layer statistics and structures generated by large-eddy simulation. *Journal of the Atmospheric Sciences*. 2011;68(10):2395–2415. <https://doi.org/10.1175/JAS-D-10-05010.1>
13. Verstappen R. How much eddy dissipation is needed to counterbalance the nonlinear production of small, unresolved scales in a large-eddy simulation of turbulence? *Computers & Fluids*. 2018;176:276–284. <https://doi.org/10.1016/j.compfluid.2016.12.016>
14. Chubarenko IP. Horizontal convection over submarine slopes. Kaliningrad: Terra Baltika, 2010. 256 p.
15. Zatsepin AG, Gritsenko VA, Kremenetskii VV, Poyarkov SG, Stroganov OYu. Laboratory and numerical study of gravity currents over a sloping bottom. *Oceanology*. 2005;45(1):1–10.
16. Zatsepin AG, Kostyanov AG, Semenov AV. Laboratory study of axisymmetric density flow on an inclined bottom in a rotating fluid. *Oceanology*. 1996;36(3): 339–346. (In Russ).
17. Gritsenko VA., Yurova AA. On the propagation of the bottom gravity current front over a steep slope. *Oceanology*. 1997;37(1):40–45.
18. Gritsenko VA, Yurova AA. On the main phases of the separation of the bottom gravity current from the bottom slope. *Oceanology*. 1999;39(2):187–191. (In Russ).
19. Frank WM, Molinari J. Convective Adjustment. In: Emanuel, K.A., Raymond, D.J. (eds) *The Representation of Cumulus Convection in Numerical Models*. Meteorological Monographs. American Meteorological Society, Boston, MA. 1993. [https://doi.org/10.1007/978-1-935704-13-3\\_8](https://doi.org/10.1007/978-1-935704-13-3_8)
20. Vladimirtsev Yu A., Kosarev AN. Some features of convective mixing in the Black and Caspian Seas. *Oceanology*. 1963;3(6):979–985. (In Russ).
21. Vladimirtsev YuA, Shipilov VM. Convective mixing in different natural conditions: The Black and Azov Seas. In the book: *Convective Mixing in the Sea*. M.: Moscow University Press, 1977. 236 p. (In Russ).
22. Titov VB. Formation zones and water volume of the cold intermediate layer in the Black Sea in relation to winter severity. *Meteorology and Hydrology*. 2006;6:62–68. (In Russ).
23. Andrie C, Merlivat L. Tritium in the western Mediterranean Sea during 1981 *Phycemed* cruise. *Deep-Sea Research*. 1988;35(2):247–267. [https://doi.org/10.1016/0198-0149\(88\)90039-8](https://doi.org/10.1016/0198-0149(88)90039-8)
24. Rodionov AA, Vankevich RYe, Lobanov AA, Glitko OV, Shpilev NN. Thermally stratified water tank of St. Petersburg Branch of Shirshov Institute of Oceanology of Russian Academy of Sciences for modeling hydrophysical processes. *Fundamental and Applied Hydrophysics*. 2024;17(4):90–99. [https://doi.org/10.59887/2073-6673.2024.17\(4\)-7](https://doi.org/10.59887/2073-6673.2024.17(4)-7) (In Russ).

## Об авторах

**РОДИОНОВ Анатолий Александрович**, член-корреспондент РАН, профессор, руководитель научного направления «Фундаментальная и прикладная гидрофизика» ИО РАН, ORCID: 0000-0002-2377-5621, Scopus AuthorID: 56223713100, WoS ResearcherID: AAT-6466-2021, SPIN-код (РИНЦ): 5277-4598, e-mail: rodionov.aa@spb.ocean.ru

**ВАНКЕВИЧ Роман Евгеньевич**, кандидат технических наук, старший научный сотрудник СПбФ ИО РАН, ORCID: 0000-0002-3891-3396, Scopus AuthorID: 25642198100, WoS ResearcherID: M-3215-2013, SPIN-код (РИНЦ): 2295-6136, e-mail: rvankevich@mail.ru

**ЛОБАНОВ Андрей Александрович**, директор СПбФ ИО РАН, доктор технических наук, ORCID: 0009-0006-9064-1849, SPIN-код (РИНЦ): 1030-8262, e-mail: lobanov.aa@spb.ocean.ru

**ШПИЛЕВ Николай Николаевич**, научный сотрудник СПбФ ИО РАН, ORCID: 0000-0003-3638-3253, SPIN-код (РИНЦ): 9945-2125, e-mail: nn.shpilev@gmail.com



DOI [https://doi.org/10.59887/2073-6673.2025.18\(4\)-2](https://doi.org/10.59887/2073-6673.2025.18(4)-2)

EDN <https://elibrary.ru/eisbnd>

УДК 532.51; 532.54

© Р. Е. Ванкевич\*, А. А. Родионов, Н. Н. Шпилев, В. В. Чеботкова, 2025

Институт океанологии им. П.П. Ширшова РАН, 117997, Москва, Нахимовский проспект, д. 36

\*rvankevich@mail.ru

## Моделирование зарождения и эволюции конвективных вихревых структур на склоне. Численный эксперимент

Статья поступила в редакцию 08.09.2025, после доработки 02.12.2025, принята в печать 06.12.2025

### Аннотация

Разрабатывается детальная негидростатическая модель гравитационного течения над наклонным дном, способная явно воспроизводить конвективные ячейки для последующего обобщения и разработки новых параметризаций. Для минимизации численных шумов использован метод наклонного расчетного домена и регулярная прямоугольная сетка. Исследованы свойства адвективных схем высокого порядка точности. Показана принципиальная возможность явного численного воспроизведения относительно крупных (порядка метра и более) турбулентных структур в океане — конвективных ячеек. Накопление поверенного на физическом эксперименте цифрового массива высокого разрешения 3-мерных полей скорости и трассеров (активного и пассивного) для диапазона чисел Рейнольдса 30–300. В дальнейшем данный массив будет использован для разработки новых параметризаций в крупномасштабную модель циркуляции океана.

**Ключевые слова:** численная модель, моделирование больших вихрей, лабораторный бассейн

© R. Ye. Vankevich\*, A. A. Rodionov, N. N. Shpilev, V. V. Chebotkova, 2025

Shirshov Institute of Oceanology, Russian Academy of Sciences, 36 Nakhimovsky Prosp., Moscow 117997, Russia

\*rvankevich@mail.ru

## Modeling the origin and evolution of convective vortex structures on a slope. Numerical experiment

Received 08.09.2025, Revised 02.12.2025, Accepted 06.12.2025

### Abstract

A detailed non-hydrostatic model of gravitational flow over an inclined bottom is being developed, which is capable of explicitly reproduce convective cells for future generalization and new parameterizations development. To minimize numerical noise, the method of an inclined computational domain and a regular rectangular grid are used. The properties of high-order accurate advection schemes are investigated. The fundamental possibility of explicitly numerical reproduction of relatively large (on the order of a meter or more) ocean turbulent structures, such as convective cells, is demonstrated. A high-resolution digital array of 3-dimensional velocity and tracer fields (active and passive) created based on a physical experiment for a range of Reynolds numbers of 30–300. This array will be used to develop new parameterizations for a large-scale ocean circulation model.

**Keywords:** numerical model, large eddy simulation, laboratory tank

**Ссылка для цитирования:** Ванкевич Р.Е., Родионов А.А., Шпилев Н.Н., Чеботкова В.В. Моделирование зарождения и эволюции конвективных вихревых структур на склоне. Численный эксперимент // *Фундаментальная и прикладная гидрофизика*. 2025. Т. 18, № 4. С. 20–27. EDN EISBND. [https://doi.org/10.59887/2073-6673.2025.18\(4\)-2](https://doi.org/10.59887/2073-6673.2025.18(4)-2)

**For citation:** Vankevich R.Ye., Rodionov A.A., Shpilev N.N., Chebotkova V.V. Modeling the origin and evolution of convective vortex structures on a slope. Numerical experiment. *Fundamental and Applied Hydrophysics*. 2025;18(4):20–27. [https://doi.org/10.59887/2073-6673.2025.18\(4\)-2](https://doi.org/10.59887/2073-6673.2025.18(4)-2)

## 1. Введение

Современные вихреразрешающие модели океана имеют концептуальное сходство с хорошо зарекомендовавшим себя методом моделирования больших вихрей (LES), используемым в вычислительной гидродинамике для количественного описания трехмерной турбулентности. В обоих случаях с помощью сетки удастся выделить только самые крупные турбулентные вихри. Цель данной статьи — использовать это сходство и разработать подробную численную модель гравитационного течения над наклонным дном, способную в некоторой мере явно воспроизводить конвективные ячейки для последующего обобщения и параметризации полученных результатов.

В рамках физического эксперимента в лабораторном бассейне [1] описана общая структура струйного 3-мерного плотностного течения над наклонным дном в стратифицированном бассейне, определены характерные масштабы и безразмерные параметры течения.

В задачи статьи входят:

- оценка возможностей в рамках современных вычислительных технологий построения модели с явным разрешением вихревых структур, возникающих при движении конвективной струи в стратифицированной среде;
- сравнение расчетов с использованием современных схем адвекции импульса и трассера с результатами физического эксперимента;
- анализ эффективности повышения разрешения расчетной сетки в сопоставлении с дополнительными затратами на вычисления.

## 2. Математическая постановка

Сформулированная в [2] полная трехмерная негидростатическая модель бассейна призвана наиболее полно, в явном виде воспроизводить конвективные, турбулентные, вихревые и волновые процессы в лабораторном бассейне ИО РАН [3]. Для построения LES модели склоновой конвекции используется та же негидростатическая система уравнений сохранения массы, импульса (1, 2) и переноса трассеров с (3): активного — температуры и пассивного — уранина:

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = \partial_x u + \partial_y v + \partial_z w = 0, \quad (1)$$

$$\partial_t \mathbf{v} = -(\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} - \nabla P + b \hat{\mathbf{g}} - \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} + F_v, \quad (2)$$

$$\partial_t c = -\mathbf{v} \cdot \nabla c - \nabla \cdot \mathbf{q}_c + F_c, \quad (3)$$

где  $\mathbf{v}(u, v, w)$  — скорость среды;  $(\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v}$  — адвекция момента;  $\nabla P$  — кинематический градиент давления;  $\nabla \cdot \boldsymbol{\tau}$  — молекулярное или турбулентное вязкое напряжение;  $F_v, F_c$  — произвольные внутренние источники импульса и трассера;  $\mathbf{v} \cdot \nabla c$  — адвекция трассера (температуры);  $\nabla \cdot \mathbf{q}_c$  — молекулярная или турбулентная диффузия;  $b = \frac{-g\rho'}{\rho_0}$  — редуцированное гравитационное ускорение (плавучесть)  $\hat{\mathbf{g}} = (0, 0, 1)$ ;  $\rho = \rho_0 + \rho$  — плотность среды.

В полной нелинейной постановке решение поставленной задачи строится численно с использованием негидростатической модели Oceananigans [4] и адвективной схемы 5-го порядка точности WENO [5]. Выбор данного классического океанологического пакета обусловлен намерением в дальнейшем использовать модель для обобщения результатов на масштабы реальных географических объектов. В отличие от использованной ранее [2] программной среды OpenFOAM, в рамках Oceananigans указанная система может быть легко трансформирована в привычные уравнения геофизической гидродинамики.

Вычисление плотности по температуре проводилось с использованием международного уравнения состояния TEOS-10.

Моделирование нестационарных турбулентных ограниченных течений осуществляется с использованием метода моделирования больших вихрей. Уравнения решаются численно для  $\mathbf{v}$ ,  $P$ , а флуктуационная компонента определяется с помощью подсеточной модели, предложенной Смагоринским [6], который представляет турбулентную вязкость в виде:

$$\nu_e = (Cs \cdot \Delta f)^2 \cdot \sqrt{2\Sigma^2} \quad (4)$$

и турбулентную диффузию как

$$\kappa_e = \nu_e / \text{Pr}. \quad (5)$$

где  $\Delta f$  — ширина фильтра,  $\Sigma^2 = \Sigma_{ij}\Sigma_{ij}$  — двойное скалярное произведение тензора деформаций,  $\text{Pr}$  — турбулентное число Прандтля,  $Cs$  — это коэффициент Смагоринского, значение по умолчанию равно 0,16, согласно анализу [7]. Значение  $\nu_e$  рассчитывается на каждом шаге по явной схеме.

### 3. Численная реализация

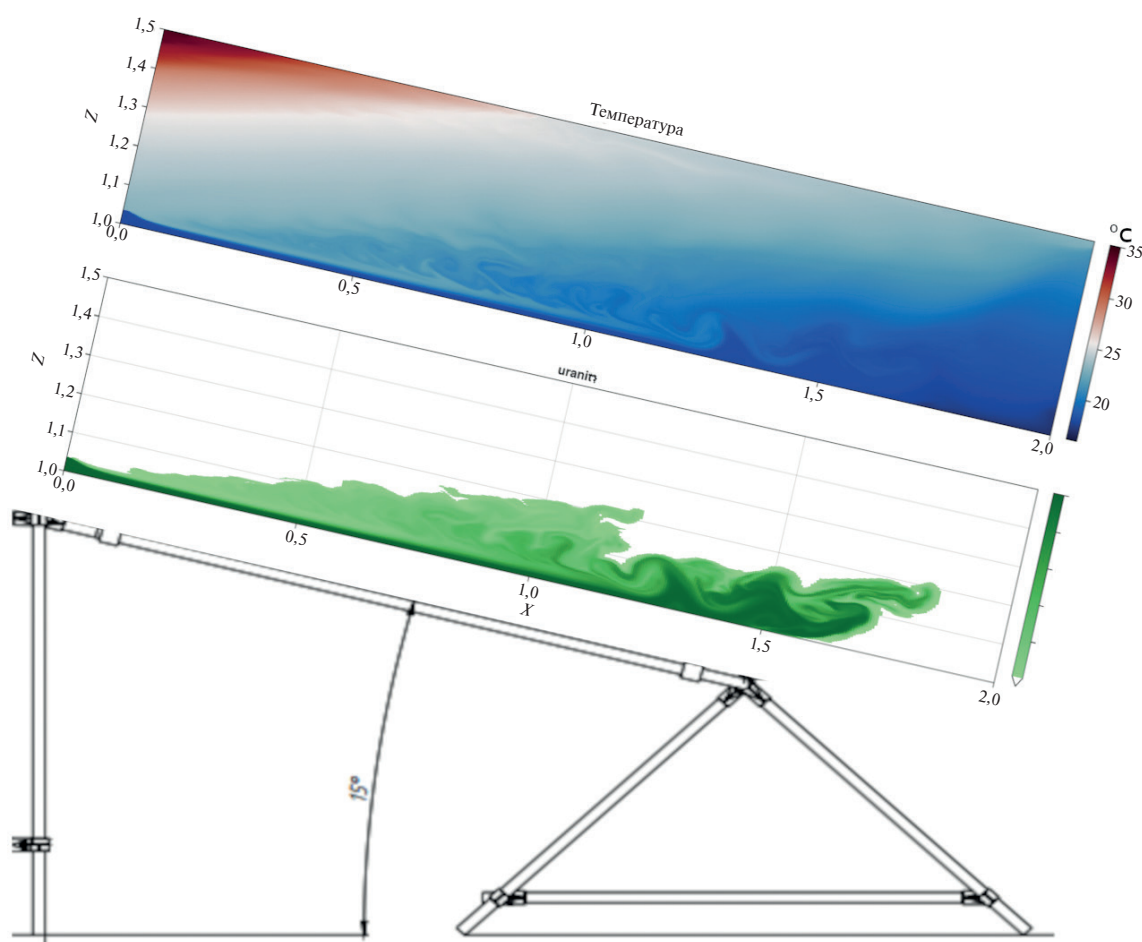
В океанологии для представления переменного по пространству рельефа дна используются несколько методов вертикальной дискретизации численного решения. Наиболее популярные из них  $z$  и Sigma координаты.

В  $Z$ -координатной модели дно аппроксимируется «ступеньками» — ряд ячеек, которые частично заполнены водой, а частично «заблокированы» как суша. Проблема ступенек — это ошибка в расчёте горизонтального давления и, как следствие, течений, которая возникает, когда дно океана или рельеф изопикнических поверхностей (поверхностей постоянной плотности) наклонены под углом по отношению к горизонтальным уровням модели.

В Sigma-координатной модели вертикальная координата «привязана» ко дну. Проблема ступенек решается, но появляются другие сложности, например, ошибки при расчете давления в областях с сильным перепадом глубин.

В итоге при использовании любого из описанных подходов следует ожидать некоторого искажения придонных течений: модель может плохо воспроизводить придонные пограничные слои и каскадирование плотных вод по склону.

Так как цель данной работы получить насколько можно более подробное и точное решение для различных режимов склоновой конвекции, для пространственной дискретизации выбран довольно редко применяемый метод наклонного расчетного домена. Суть метода состоит в том, что «горизонтальные» грани ячеек располагаются параллельно наклону дна, как показано на рис. 1.



**Рис. 1.** Схематическое представление расчетного домена и пример расчета склоновой конвекции (безразмерная концентрация трассера) в условиях вертикальной термической стратификации лабораторного бассейна

**Fig. 1.** Schematic representation of the calculation domain and an example of slope convection simulation (dimensionless tracer concentration) in presence of vertical thermal stratification in a laboratory tank

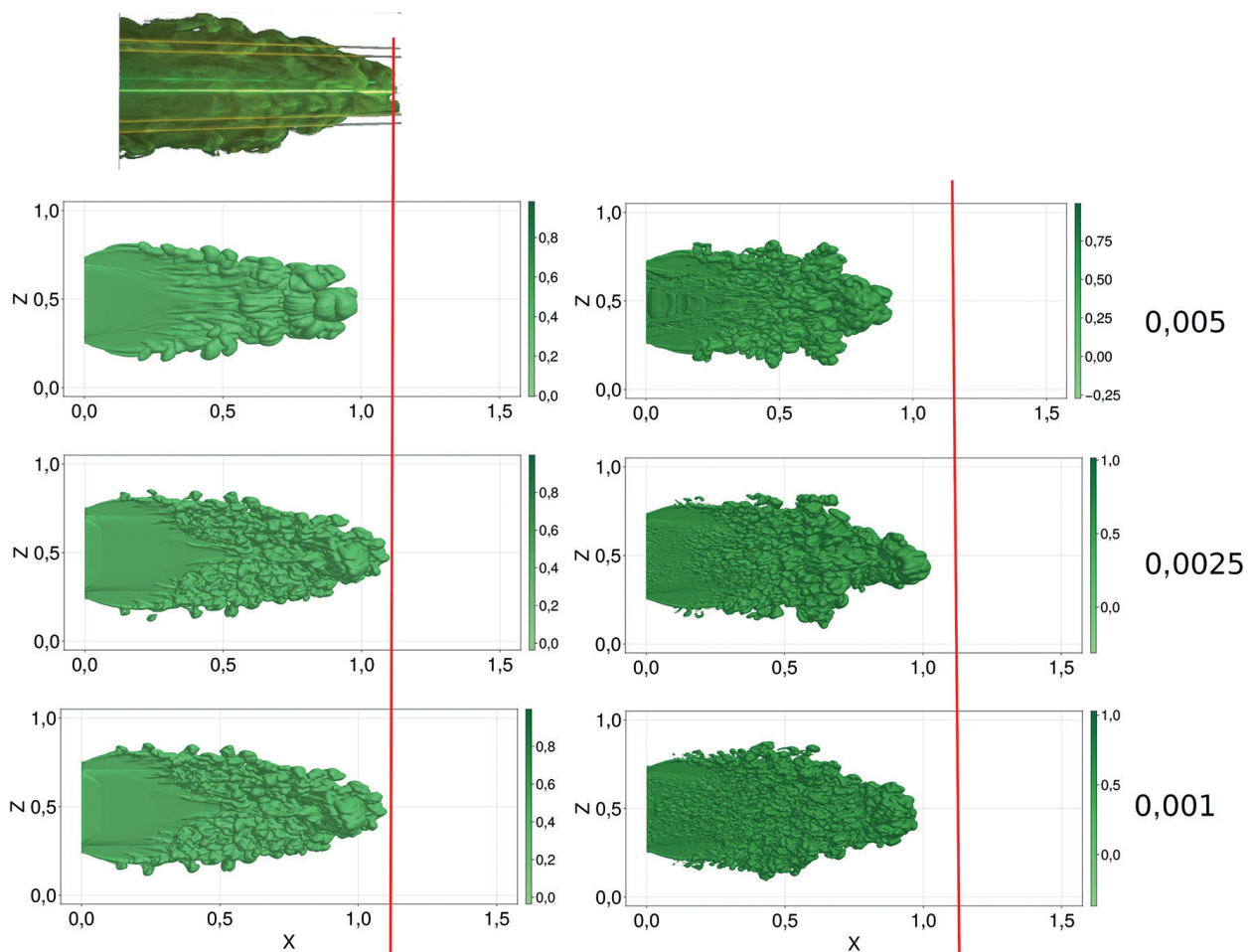
При этом необходимо повернуть направление действия силы тяжести на угол наклона домена. Важно подчеркнуть, что это не физическое искажение домена, а лишь математический поворот, который помогает снизить ошибки конечно-объемной аппроксимации уравнений модели. Учитывая ограниченную применимость данного метода для отдельных небольших участков подводных склонов, им часто пренебрегают в силу необходимости вносить существенные изменения в код модели. Для сформулированного в псевдообъектной среде Julia модели Oceananigans это не проблема: вся задача реализуется за счет изменения направления на некоторый угол  $\theta$  гравитационного ускорения в уравнении плавучести:

$$\hat{g} = (\sin\theta, 0, \cos\theta). \quad (6)$$

Такое же преобразование может быть применено и к изменению оси вращения для силы Кориолиса в более полной постановке задачи.

Дискретизация систем уравнений (1–3) осуществлялась методом конечных объемов [7] на равномерной сетке. Шаг по пространству вдоль склона выбирался из анализа среднего размера вихрей на фотографиях струи в верхней проекции (верхний фрагмент рис. 2). По условно «горизонтальным направлениям»  $x$ ,  $y$  шаг составил 5 мм. Данное разрешение позволяет уверенно моделировать вихревые движения масштаба порядка 5 см и больше.

Для определения требуемого шага по вертикали проводились предварительные численные эксперименты для вертикальных разрешений 5, 2,5, 1 мм с использованием различных схем адвекции импульса и трассера. Результаты предварительных экспериментов представлены на рис. 2. Вертикальной линией



**Рис. 2.** Сравнительный анализ решений с использованием различных адвективных схем. Вертикальной линией обозначено положение передней кромки струи по результатам измерений в бассейне. Адвективные схемы: левый столбец — WENO, правый —противопоточная 5-го порядка точности

**Fig. 2.** Comparative analysis of different advective schemes. The vertical line indicates the position of the jet's leading edge measured in the laboratory tank. Advective schemes: left column — WENO, right column — 5<sup>th</sup>-order up-wind



на рисунке обозначено положение передней кромки струи по результатам изменений в бассейне. Анализ структуры вихрей и положения кромки струи показал, что разрешение 2,5 мм — достаточно, и дальнейшие расчеты проводились с пространственным разрешением  $5 \times 5 \times 2,5 \text{ мм}^3$ . В качестве начальных условий задавались: измеренный начальный профиль температуры и нулевые значения скорости по всему бассейну.

На левой границе вток для задания 3-мерной струи задавался также по данным измерений температуры и определенных из анализа видеозаписей скорости и толщины и ширины струи на входе в расчетный домен.

На нижней границе придонное трение задавалось квадратичным законом сопротивления с постоянным коэффициентом сопротивления для гладкого дна — 0,016.

Правая граница расчетного домена вынесена значительно за пределы склона для минимизации граничного эффекта и формирования обратного циркуляционного движения. Для скаляров граничное условие формулировалось в виде нулевых градиентов в направлении склона, для скоростей — условие излучения [8].

На верхней границе использовано приближение «твердой крышки» (Rigid-Lid Approximation). Вместо того, чтобы моделировать движение свободной поверхности океана (которая колеблется из-за волн, приливов), её «заменяют» неподвижной твердой крышкой. Это фильтрует поверхностные гравитационные волны, которые имеют очень высокую скорость и сильно ограничивают шаг по времени в моделях.

#### 4. Результаты

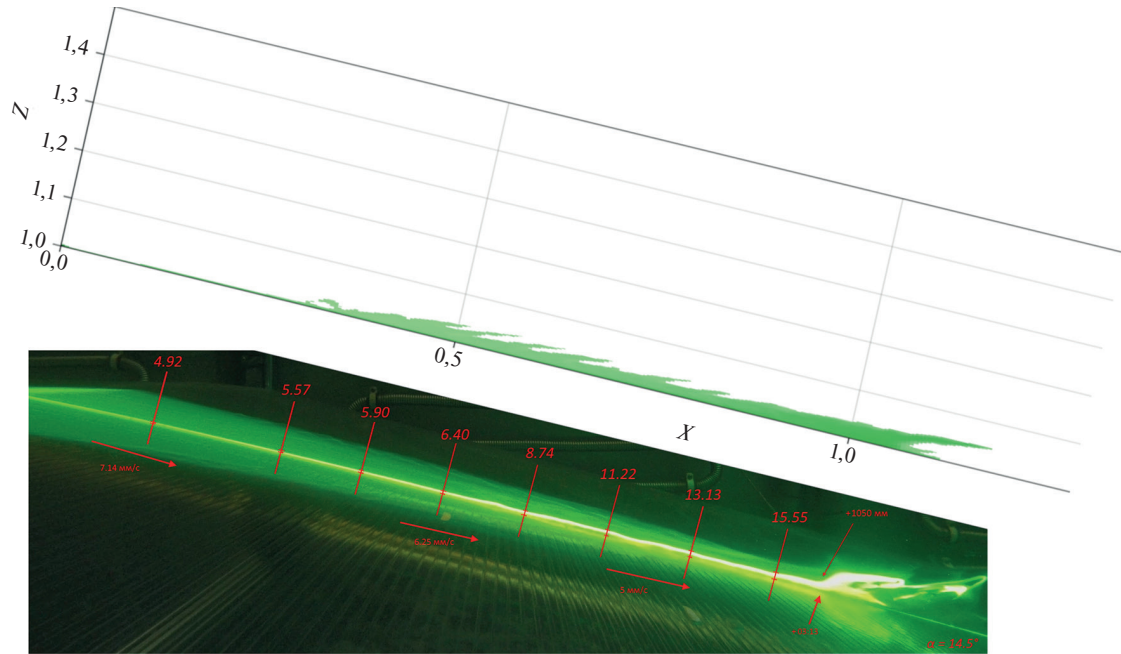
В ходе численных экспериментов по моделированию склоновой конвекции исследовалось влияние адвективных схем и вертикального разрешения на качество воспроизведения моделью общей структуры течения. В первую очередь оценивались скорость и путь, пройденный струей, а также размеры и положение вихревых структур по сечению струи. Сравнительный анализ решений с использованием различных адвективных схем и вертикального разрешения приведён рис. 2. В расчетах использовались адвективные схемы 5-го порядка точности WENO (weighed essentially non-oscillatory scheme) и традиционная противопоточная схема 5-го порядка точности. Адекватное качество воспроизведения характеристик потока достигается с адвективной схемой WENO уже на промежуточном вертикальном разрешении в 2,5 мм: вихревые образования концентрируются ближе к фронту струи, в центре струи плотность вихрей ниже, они ориентированы преимущественно в вертикальной плоскости и распространяются в направлении, перпендикулярном к направлению движению струи. Традиционная противопоточная схема (правые столбцы на рисунке) приближается к наблюдениям только на вертикальном разрешении в 1 мм, при этом структура вихрей менее выражена и их размеры существенно меньше наблюдаемых; путь пройденный струей значительно меньше наблюдаемого и воспроизводимого адвективной схемой WENO.

Полученные численные решения демонстрируют существенную трехмерность потока. Решение 2-мерной плоской задачи (наиболее часто рассматриваемой в литературе) имеет смысл только для ламинарного движения струи или физических экспериментов в лотке. Пример соответствующего расчета приведен на рис. 3. В случае развитого турбулентного движения, характерного для более высоких значений числа Рейнольдса, 2D решение существенно недооценивает потерю массы при распространении струи (отсутствие массообмена с окружающей средой в «горизонтальном» направлении перпендикулярном движению), что более чем на 30 % увеличивает глубину проникновения потока в плотные слои стратифицированной жидкости.

Результаты полного трехмерного негидростатического расчета плотностного течения в стратифицированной среде приведены на рис. 4. Условия физического эксперимента, описанные в [1] подобраны таким образом, чтобы воспроизвести процесс отрыва водных масс от склона и их дальнейшего распространения в окружающую среду в виде преимущественно горизонтального течения — интрузии. Согласно представленному результату, численная модель адекватно воспроизводит структуру плотностного течения, при этом слегка недооценивая путь, пройденный гравитационным течением до момента отрыва от склона. Данное утверждение справедливо при использовании адвективной схемы 5-го порядка точности WENO и толщиной расчетной ячейки в 2,5 мм и меньше. Для сравнения, на фрагменте рис. 4, б приведен расчет с использованием обычной противопоточной схемы 5-го порядка точности и вертикальным разрешением в 1 мм. Решение с использованием противопоточной схемы проигрывает по всем обсуждаемым выше параметрам: структура струи, размеры вихревых структур, дистанция распространения и точка отрыва от склона.

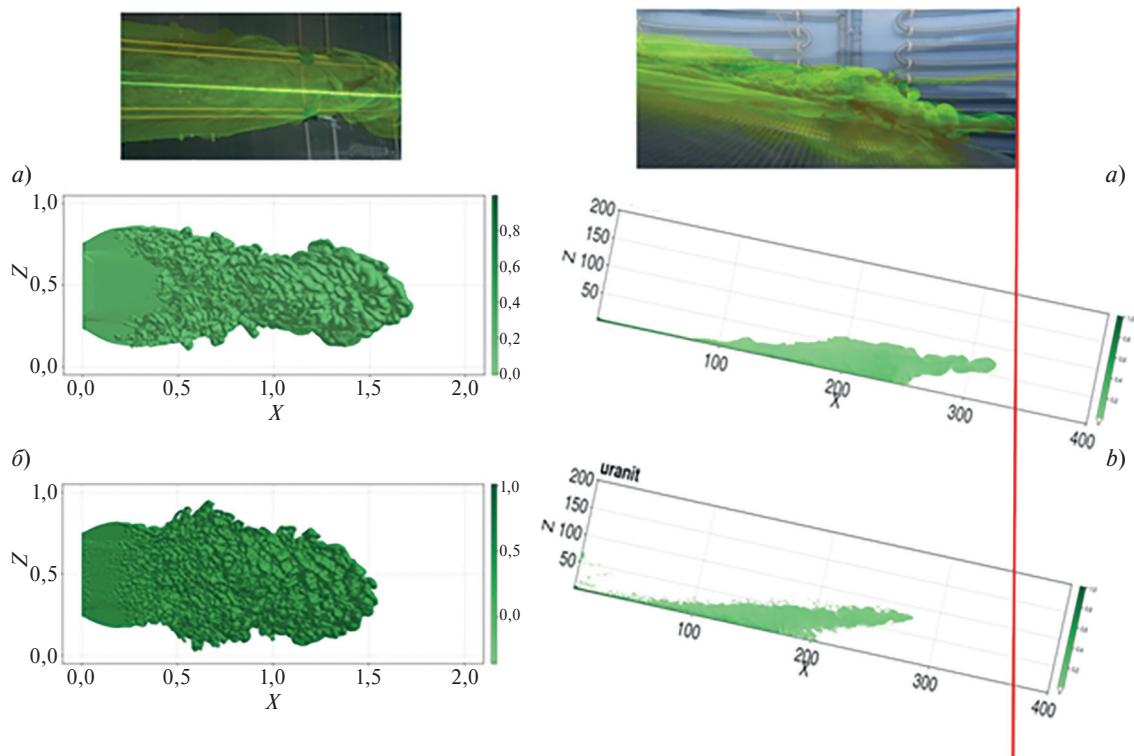
#### 5. Дискуссия и выводы

В рамках развития цифровой копии большого стратифицированного бассейна ИО РАН сформулирована и опробована численная модель, адекватно воспроизводящая структуру плотностного течения на наклонном дне.



**Рис. 3.** Сравнение решения 2-мерной плоской задачи и для ламинарной струи. На фотографии числами обозначены измеренные толщины слоев, скорость и общее время распространения струи

**Fig. 3.** Comparison of the solution of a 2-dimensional flat problem and a laminar jet. The numbers in the photo represent the measured layer thicknesses, velocity, and total propagation time of the jet



**Рис. 4.** Сравнение воспроизведения гравитационного течения различными адвективными схемами: *a* — WENO; *б* — противопоточная. Вертикальной чертой отмечена зафиксированная на камеру граница распространения интрузии в лабораторном эксперименте

**Fig. 4.** Comparison different advective schemes performance in the reproduction of the gravitational flow: *a* — WENO; *b* — Up-wind. The vertical line marks the boundary of the intrusion propagation in the laboratory experiment, which was captured by the camera

Принципиальным моментом является использование адаптивной схемы WENO для переноса импульса, температуры и трассеров на криволинейных сетках конечного объема. Эта схема автоматически адаптируется к изменению пространственного разрешения и позволяет проводить стабильное, высокоточное моделирование турбулентности в океане без диссипации при относительно невысоких требованиях к пространственному разрешению сетки. В рамках описанного численного эксперимента не удалось получить адекватного решения с использованием обычной противопоточной схемы даже при существенном сгущении сетки. Вероятно, такое решение может быть получено при дальнейшем уменьшении шага расчетной сетки, что не реализуемо в рамках имеющихся у авторов вычислительных мощностей.

Реализованная модель может быть использована для небольшого участка пологого подводного склона. Для всего океана с его сложным трёхмерным рельефом этот подход невозможен в принципе.

Данная работа показывает принципиальную возможность явного численного воспроизведения относительно крупных (достигающих в океане масштабов метра и более) турбулентных структур — конвективных ячеек. Основной задачей работы было накопление поверенного на физическом эксперименте цифрового массива 3-мерных подробных полей скорости и трассеров (активного и пассивного) для диапазона течений  $Re$  30:300. В дальнейшем данный массив может быть использован для оценки эффективности (с учетом вращения Земли и фоновых течений) локальной океанологической модели с реалистичным дном, а также для разработки соответствующих параметризаций или обучения нейросети для включения в крупномасштабную модель циркуляции океана.

### Финансирование

Работа выполнена в рамках государственного задания Минобрнауки России для ИО РАН (тема № FMWE-2024-0029).

### Funding

The research was carried out within the state assignment of Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation for IO RAS (theme № FMWE-2024-0029).

### Конфликт интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

### Conflict of interests

The authors declare no conflict of interests.

### Литература

1. Родионов А.А., Ванкевич Р.Е., Лобанов А.А., Шпилев Н.Н. Моделирование конвективных вихревых структур на склоне: от зарождения и распространения в стратифицированной среде до взаимодействия с внутренними волнами. Физический эксперимент в термостратифицированном бассейне // *Фундаментальная и прикладная гидрофизика*. 2025. Т. 18, № 4. С 8–19. EDN CYRCYK. [https://doi.org/10.59887/2073-6673.2025.18\(4\)-1](https://doi.org/10.59887/2073-6673.2025.18(4)-1)
2. Ванкевич Р.Е., Родионов А.А., Лобанов А.А., Филин К.Б., Шпилев Н.Н. Цифровая копия термостратифицированного бассейна Санкт-Петербургского филиала Института океанологии им. П.П. Шишова РАН. // *Фундаментальная и прикладная гидрофизика*. 2024. Т. 17, № 4. С. 100–108. EDN CYWRAP. [https://doi.org/10.59887/2073-6673.2024.17\(4\)-8](https://doi.org/10.59887/2073-6673.2024.17(4)-8)
3. Родионов А.А., Ванкевич Р.Е., Лобанов А.А., Глитко О.В., Шпилев Н.Н. Термостратифицированный бассейн Санкт-Петербургского филиала Института океанологии им. П.П. Шишова РАН для моделирования гидрофизических процессов // *Фундаментальная и прикладная гидрофизика*. 2024. Т. 17, № 4. С. 90–99. EDN TI-KUEH. [https://doi.org/10.59887/2073-6673.2024.17\(4\)-7](https://doi.org/10.59887/2073-6673.2024.17(4)-7)
4. Wagner G.L., Silvestri S., Constantinou N.C., et al. High-level, high-resolution ocean modeling at all scales with Oceananigans // *arXiv preprint*. 2025. arXiv:2502.14148. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2502.14148>
5. Silvestri S., Wagner G.L., Campin J.-M., et al. A new WENO-based momentum advection scheme for simulations of ocean mesoscale turbulence // *Journal of Advances in Modeling Earth System*. 2024. Vol. 16., Iss. 7. P. e2023MS004130. EDN ZJGUSH. <https://doi.org/10.1029/2023MS004130>
6. Smagorinsky J. General circulation experiments with the primitive equations: I. The basic experiment // *Monthly Weather Review*. 1963. Vol. 91. P. 99–164. [https://doi.org/10.1175/1520-0493\(1963\)091<0099:GCEWTP>2.3.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0493(1963)091<0099:GCEWTP>2.3.CO;2)



7. Lilly D.K. The representation of small-scale turbulence in numerical simulation experiments. University Corporation for Atmospheric Research. 1966. NCAR Manuscript No. 281. <https://doi.org/10.5065/D62R3PMM>
8. Schumann U., Sweet R.A. Fast Fourier transforms for direct solution of Poisson's equation with staggered boundary conditions // Journal of Computational Physics. 1988. Vol. 75. P. 123–137. [https://doi.org/10.1016/0021-9991\(88\)90102-7](https://doi.org/10.1016/0021-9991(88)90102-7)

## References

1. Rodionov A.A., Vankevich R. Ye., Lobanov A.A., Shpilev N.N. ... *Fundamental and Applied Hydrophysics*. 2024;17(4):90–99. [https://doi.org/10.59887/2073-6673.2025.18\(4\)-1](https://doi.org/10.59887/2073-6673.2025.18(4)-1) (In Russ).
2. Vankevich R. Ye., Rodionov A.A., Lobanov A.A., Filin K.B., Shpilev N.N. Digital copy of the thermally stratified water tank of St. Petersburg Branch of Shirshov Institute of Oceanology of Russian Academy of Sciences. *Fundamental and Applied Hydrophysics*. 2024;17(4):100–108. [https://doi.org/10.59887/2073-6673.2024.17\(4\)-8](https://doi.org/10.59887/2073-6673.2024.17(4)-8) (In Russ).
3. Rodionov A.A., Vankevich R. Ye., Lobanov A.A., Glitko O.V., Shpilev N.N. Thermally stratified water tank of St. Petersburg Branch of Shirshov Institute of Oceanology of Russian Academy of Sciences for modeling hydrophysical processes. *Fundamental and Applied Hydrophysics*. 2024;17(4):90–99. [https://doi.org/10.59887/2073-6673.2024.17\(4\)-7](https://doi.org/10.59887/2073-6673.2024.17(4)-7) (In Russ).
4. Wagner G.L., Silvestri S., Constantinou N.C. et al. High-level, high-resolution ocean modeling at all scales with Oceananigans. *arXiv preprint*. 2025. arXiv:2502.14148. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2502.14148>
5. Silvestri S., Wagner G.L., Campin J.-M., et al. A new WENO-based momentum advection scheme for simulations of ocean mesoscale turbulence. *Journal of Advances in Modeling Earth System*. 2024;16(7): e2023MS004130. EDN ZJGUSH. <https://doi.org/10.1029/2023MS004130>
6. Smagorinsky J. General circulation experiments with the primitive equations: I. The basic experiment. *Monthly Weather Review*. 1963;91:99–164. [https://doi.org/10.1175/1520-0493\(1963\)091<0099:GCEWTP>2.3.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0493(1963)091<0099:GCEWTP>2.3.CO;2)
7. Lilly D.K. The representation of small-scale turbulence in numerical simulation experiments. University Corporation for Atmospheric Research. 1966. NCAR Manuscript No. 281. <https://doi.org/10.5065/D62R3PMM>
8. Schumann U., Sweet R.A. Fast Fourier transforms for direct solution of Poisson's equation with staggered boundary conditions. *Journal of Computational Physics*. 1988;75:123–137. [https://doi.org/10.1016/0021-9991\(88\)90102-7](https://doi.org/10.1016/0021-9991(88)90102-7)

## Об авторах

ВАНКЕВИЧ Роман Евгеньевич, кандидат технических наук, старший научный сотрудник СПбФ ИО РАН, ORCID: 0000-0002-3891-3396, Scopus AuthorID: 25642198100, WoS ResearcherID: M-3215-2013, SPIN-код (РИНЦ): 2295-6136, e-mail: rvankevich@mail.ru

РОДИОНОВ Анатолий Александрович, член-корреспондент РАН, профессор, руководитель научного направления «Фундаментальная и прикладная гидрофизика» ИО РАН, ORCID: 0000-0002-2377-5621, Scopus AuthorID: 56223713100, WoS ResearcherID: AAT-6466-2021, SPIN-код (РИНЦ): 5277-4598, e-mail: rodionov.aa@spb.ocean.ru

ШПИЛЕВ Николай Николаевич, научный сотрудник СПбФ ИО РАН, SPIN-код (РИНЦ): 9945-2125, ORCID: 0000-0003-3638-3253, e-mail: nn.shpilev@gmail.com

ЧЕБОТКОВА Василина Владимировна, ведущий инженер СПбФ ИО РАН, ORCID: 0009-0005-2724-9222, e-mail: vvvasilinaaa@mail.ru



DOI [https://doi.org/10.59887/2073-6673.2025.18\(4\)-3](https://doi.org/10.59887/2073-6673.2025.18(4)-3)

EDN <https://elibrary.ru/duluya>

УДК 551.466.2, 551.466.3

© А. В. Слюняев<sup>1,2\*</sup>, 2025

<sup>1</sup>Институт прикладной физики им. А.В. Гапонова-Грехова РАН, 603950, Нижний Новгород, ул. Ульянова, д. 46

<sup>2</sup>Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», 603155, Нижний Новгород, ул. Большая Печерская, д. 25/12

\*slunyaev@ipfran.ru

## Использование псевдоспектрального метода высокого порядка HOSM для моделирования нелинейных волн на поверхности воды конечной глубины

Статья поступила в редакцию 19.09.2025, после доработки 10.11.2025, принята в печать 19.11.2025

### Аннотация

Исследованы режимы и ограничения метода численного решения уравнений гидродинамики, использующего аппроксимацию приповерхностного потенциала скорости разложением Тейлора высокого порядка (High Order Spectral Method, HOSM). Этот подход рассматривается в контексте моделирования больших ансамблей полей смещения морской поверхности в условиях конечной глубины. Основное внимание уделено описанию сильно нелинейных волн и волн с широким частотным спектром. Исследование выполнено в планарной геометрии.

**Ключевые слова:** потенциальные гравитационные волны на поверхности воды, поверхностные морские волны, нелинейные волны, численное моделирование

© А. В. Слюняев<sup>1,2\*</sup>, 2025

<sup>1</sup>A.V. Gaponov-Grekhov Institute of Applied Physics RAS, 46 Ulyanova Str., Nizhny Novgorod 603950, Russia

<sup>2</sup>HSE University, 25/12 Str. Bolshaya Pecherskaya, Nizhny Novgorod, 603155 Russia

\*slunyaev@ipfran.ru

## The use of pseudo-spectral high order method HOSM for simulations of nonlinear waves on the surface of finite depth water

Received 19.09.2025, Revised 10.11.2025, Accepted 19.11.2025

### Abstract

Regimes and limitations of the numerical solution method for hydrodynamic equations using the approximation of the near-surface velocity potential by the high-order Taylor expansion (High Order Spectral Method, HOSM) are investigated. This approach is considered in the context of simulation of large ensembles of sea surface displacement fields under finite-depth conditions. The main attention is paid to the description of strongly nonlinear waves and waves with a wide frequency spectrum. The study is performed in planar geometry.

**Keywords:** potential gravity waves on the water surface, sea surface waves, nonlinear waves, numerical simulation

### 1. Введение

Задачи описания и прогноза динамики ветровых морских волн нацелены, в конечном итоге, на обеспечение безопасности судоходства и использования прибрежных акваторий, а также являются составной частью проблемы моделирования климата. В частности, нормативы строительства судов и морских плавучих и стационарных сооружений основаны на представлениях о вероятностных распределениях волновых

**Ссылка для цитирования:** Слюняев А.В. Использование псевдоспектрального метода высокого порядка HOSM для моделирования нелинейных волн на поверхности воды конечной глубины // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2025. Т. 18, № 4. С. 28–49. EDN DULUYA. [https://doi.org/10.59887/2073-6673.2025.18\(4\)-3](https://doi.org/10.59887/2073-6673.2025.18(4)-3)

**For citation:** Slunyaev A.V. The use of pseudo-spectral high order method HOSM for simulations of nonlinear waves on the surface of finite depth water. *Fundamental and Applied Hydrophysics*. 2025;18(4):28–49.

[https://doi.org/10.59887/2073-6673.2025.18\(4\)-3](https://doi.org/10.59887/2073-6673.2025.18(4)-3)

нагрузок. Из-за относительно небольшого числа надежных данных прямых измерений для построения вероятностной картины ветровых волн, особенно экстремальных, полученные экспериментальные зависимости часто экстраполируются в область редких событий, либо используются теоретические модели.

Возникшая возможность моделировать нерегулярные морские волны и накапливать статистические данные посредством численного моделирования динамических уравнений гидродинамики взамен усредненных по фазам кинетических уравнений подчеркивалась в работах [1, 2]. Она стала не только результатом совершенствования компьютерной техники, но и следствием возникновения новых способов решения «почти полных» уравнений потенциальной гидродинамики. В частности, псевдоспектральный метод High Order Spectral Method (HOSM), формально способный учитывать нелинейные волновые взаимодействия сколь угодно высокого (но конечного) порядка, был сформулирован сразу в двух появившихся в один год публикациях [3, 4]. Последующее сравнение этих двух версий подхода показало преимущество второй: она соответствует разложению исходного гамильтониана системы, согласованному по асимптотическому порядку в предположении слабой нелинейности, тем самым сохраняя гамильтонову структуру уравнений [1]. В настоящей работе использован именно второй подход, предложенный в [4]. В [1, 5] было показано, что метод HOSM совпадает по формулировке с динамическими спектральными уравнениями Захарова [6] (когда оба подхода записаны с учетом не выше 4-волновых взаимодействий), но существенно превосходит их по вычислительной эффективности из-за расчета нелинейной части в физическом пространстве. Для моделирования поверхности океана принципиально описание трехмерной задачи (двумерная поверхность), потому что схемы решения планарных уравнений гидродинамики в конформных переменных для таких нужд не годятся.

Известна проблема неустойчивости коротковолновых гармоник при расчете методом HOSM. Для адекватного описания необходима сходимость рядов Тейлора, используемых для аппроксимации потенциала скорости вблизи взволнованной поверхности. Хотя формально при записи схемы решения уравнений предположений об узости спектра волн не используется, сходимость ряда Тейлора зависит от длины волны, потому что в случае сосуществования волн разных масштабов точность описания коротких волн будет заведомо ниже, особенно если они распространяются на фоне длинной волны [7, 8].

Более радикальными способами быстрого решения уравнений потенциальной гидродинамики, применимыми для описания двумерной поверхности, можно назвать схемы, предложенные в [9] и [7, 10], которые на каждом шаге по времени решают уравнение Лапласа с использованием дополнительной дискретной сетки по вертикальной координате. В фактически полном по нелинейности подходе [9] горизонтальные слои расположены в приповерхностной области под границей между водой и воздухом, и источником не точности численного решения является степень дискретизации по вертикали. В схеме пересчет потенциала скорости с поверхности на постоянный уровень и с одной на другую границу слоев происходит с машинной точностью. Утверждается, что для хорошей точности описания сильно нелинейных волн достаточно порядка 1–2 десятков слоев.

В полнонелинейной схеме [10] используется сопровождающая поверхность криволинейная система координат, в которой уравнение Лапласа записано в виде суммы линейной части (для которой используется аналитическое решение) и поправки к ней. Поправка к решению находится итерационным образом как решение уравнения Пуассона в области у поверхности жидкости. Кроме дискретизации по вертикальной координате, источником ошибок здесь является конечное число итераций (в [10] говорится о типичном числе итераций, равном 5–15).

Несмотря на существующую критику HOSM, этот подход в настоящее время очень популярен. Он реализован несколькими исследовательскими группами за рубежом для решения модельных задач, включая расчет больших ансамблей нерегулярных волн. Отметим открытый для использования код HOSM, разработанный и постоянно улучшаемый группой из г. Нант (Франция) [11]. В литературе можно найти многочисленные сравнения результатов численного моделирования методом HOSM с лабораторными измерениями, которые демонстрируют очень хорошее соответствие. Эффекты обрушения волн не могут описываться в рамках модели HOSM напрямую, но могут учитываться посредством параметризации (см., например, в [12–15]). Затухание волн и воздействие ветра могут описываться с помощью введения в уравнения неконсервативных членов (например, в [16]).

В большинстве публикаций модель HOSM использовалась для расчета в условиях большой глубины, в то время как ее обобщение на случай постоянной конечной глубины формально не вызывает трудностей и заключается лишь в модификации вертикальной структуры мод для потенциала скорости [3, 4]. В условиях малой глубины для расчетов на больших пространственных областях, включая переменную топографию,

наиболее популярны уравнения нелинейной мелкой воды и различные обобщения уравнений Буссинесковского типа, которые явно учитывают особенности гидродинамической задачи на мелководье и позволяют, в том числе решать полную по нелинейности задачу. Модель HOSM является более общей и вряд ли способна конкурировать с вышеперечисленными моделями мелкой воды. Вместе с тем, ее преимуществом является универсальность (для разных глубин), а также контролируемость учитываемой степени нелинейности уравнений через нелинейный параметр  $M$  (см. описание ниже в разделе 2). Последнее свойство позволяет использовать модель HOSM в качестве теоретического «полигона», позволяющего различить вклады эффектов нелинейных волновых взаимодействий разного порядка (как это было сделано, например, в [17, 18]).

Мотивацией настоящей работы является использование кода HOSM для моделирования нелинейной эволюции ансамблей нерегулярных волн в условиях т. н. промежуточной глубины  $kh = O(1)$ , где безразмерный параметр глубины состоит из произведения характерного волнового числа  $k$  и глубины  $h$ , с заданным начальным спектром. Результаты такого моделирования используются для определения вероятностных свойств волн (статистических моментов, функций распределения вероятности высот и т. д.) и для определения условий, благоприятных для появления т. н. «волн-убийц», связанных с «тяжелыми хвостами» вероятностных распределений высот волн [19]. Интерес к наиболее экстремальным волнам вступает в противоречие с невозможностью точного моделирования очень крутых и опрокидывающихся волн. Физический процесс обрушения волн лежит вне рамок потенциальной теории. Кроме того, основанный на разложении по малому порядку нелинейности код HOSM не способен описывать очень крутые волны (численный счет «разваливается»). Поэтому условия расчетов выбираются такими, чтобы обрушений не было вовсе или чтобы они были редкими и слабыми (в смысле нарушений физических законов сохранения). Дополнительно, стандартным подходом является введение гипервязкости или подавляющего фильтра в области мелких пространственных масштабов, стабилизирующих вычисления (см. обзор и обсуждение в [14]). В соответствии с вышесказанным, при расчетах ансамблей волн нами используется стратегия выбора наиболее интенсивного волнения, но пока процессы обрушений (в т. ч. микрообрушений) и стабилизирующие эффекты проявляются в динамике волн пренебрежимо слабо. (Под микрообрушением здесь и далее подразумевается возникновение очень больших уклонов волн небольших масштабов.)

Структура настоящей работы следующая. В разделе 2 кратко приводится описание псевдоспектрального метода высокого порядка HOSM и некоторых особенностей его численной реализации, включая способ купирования обрушений и стабилизации кода. Вопрос о достаточной степени дискретизации волн в физическом и Фурье пространствах рассматривается в разделе 3 на примере точных решений нелинейных уравнений гидродинамики для стационарных волн заданной амплитуды. Общеизвестным «узким местом» подхода HOSM является вычисление вертикальной компоненты скорости на поверхности по заданному поверхностному потенциалу. Точность этой процедуры рассматривается в разделе 4 на модельных примерах монохроматических, бихроматических гармонических волн, а также сильно нелинейных волн Стокса. Условия расчета распространения сильно нелинейных однородных волн обсуждаются в разделе 5. Основные выводы работы сформулированы в завершающем разделе 6.

## 2. Псевдоспектральный метод высокого порядка расчета уравнений гидродинамики для потенциальных потоков

Уравнения гидродинамики для потенциального движения идеальной однородной жидкости в слое воды поверх горизонтального дна под действием силы тяжести формулируются в виде, предложенном в [6]. В настоящей работе рассмотрена плоская постановка задачи с горизонтальной осью  $Ox$  в направлении движения волны и вертикальной осью  $Oz$ , направленной вверх. Система уравнений состоит из двух граничных условий (1) и (2) на свободной поверхности  $z = \eta(x, t)$ , уравнения Лапласа (3) в толще воды  $-h \leq z \leq \eta(x, t)$  и условия непротекания на дне  $z = -h$  (4):

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = -\frac{\partial \Phi}{\partial x} \frac{\partial \eta}{\partial x} + \left( 1 + \left( \frac{\partial \eta}{\partial x} \right)^2 \right) W, \quad z = \eta, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = -g\eta - \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)^2 + \frac{1}{2} W^2 \left[ 1 + \left( \frac{\partial \eta}{\partial x} \right)^2 \right] - P_a, \quad z = \eta, \quad (2)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0, \quad -h \leq z \leq \eta, \quad (3)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = 0, \quad z = -h. \quad (4)$$

Здесь  $\phi(x, z, t)$  — потенциал скорости движения жидкости. Его значения на поверхности описываются поверхностным потенциалом  $\Phi(x, t) = \phi(x, z = \eta, t)$ , а вертикальная компонента скорости на поверхности представлена членом  $W(x, t) = \partial \phi / \partial z|_{z=\eta}$ ;  $g$  — ускорение свободного падения. Нормированное на плотность жидкости давление атмосферы на поверхности выбирается равным нулю,  $P_a(x, t) = 0$ .

В методе HOSM для вычисления  $W(x, t)$  на каждом шаге по времени  $t$  используется разложение потенциала скорости в ряд Тейлора относительно невозмущенной поверхности воды  $z = 0$  (см. детали далее в разд. 4), что позволяет свести переменную область, занятую жидкостью,  $-h \leq z \leq \eta$ , к неизменной,  $-h \leq z \leq 0$ , и воспользоваться аналитическим решением для уравнения Лапласа (3) с граничным условием на дне (4) в слое с горизонтальной верхней границей  $z = 0$ , на которой задан потенциал  $\phi(x, z = 0, t)$ . Для применения преобразования Фурье по горизонтальной координате накладываются периодические граничные условия по  $Ox$ .

HOSM не является точным по нелинейности подходом; он позволяет учитывать до  $M + 1$  нелинейных волновых взаимодействий, где  $M$  — параметр нелинейности схемы, соответствующий порядку разложения Тейлора (см. разд. 4). Для расчета волн на глубокой воде чаще всего ограничиваются порядком  $M = 3$ , что позволяет учитывать доминирующие четырехволновые нелинейные процессы, включая модуляционную неустойчивость. Выбор параметров вычислений (степень пространственной дискретизации, размер шага по времени и т. п.), позволяющих моделировать эволюцию нерегулярных максимально интенсивных волн с заданным спектром JONSWAP в течение  $O(10^2)$  периодов, был ранее произведен в нашей работе [14], но ограничивался случаем бесконечно большой глубины.

В некоторых численных экспериментах для купирования обрушений волн, в т. ч. микрообрушений, на каждом временном шаге вычисления величин  $\eta$  и  $\Phi$  использовался предложенный в [12] спектральный фильтр, который для приращений Фурье-компонент может быть записан в виде

$$\hat{\eta}_k \rightarrow e^{-\beta_k} \hat{\eta}_k, \quad \hat{\Phi}_k \rightarrow e^{-\beta_k} \hat{\Phi}_k, \quad \beta_k = \left[ \frac{k}{mk_0} \right]^q, \quad (5)$$

где  $k$  — волновое число,  $k_0$  — доминирующее волновое число. Наиболее часто использовались параметры  $m = 16$  и  $q = 30$ , обеспечивающие подавление коротковолновых компонент Фурье выше примерно 16-й гармоники. Также использовалась процедура деалиазинга (de-aliasing) с увеличением размера расчетной области в пространстве Фурье вдвое, что обеспечивает отсутствие перекрытия спектров при вычислении нелинейных частей уравнений до порядка  $M = 3$  включительно. Для некоторых тестов использовалось 4- и 8-кратное увеличение пространства Фурье, обеспечивающие отсутствие перекрытия спектров до, соответственно,  $M = 7$  и  $M = 15$  включительно.

### 3. Решение уравнений гидродинамики в виде однородной нелинейной волны Стокса

В литературе описано значительное количество процедур построения решений уравнений гидродинамики в виде однородных волн (см., например, обзор в [20], а также другие примеры в [9, 21–28]). Такие решения, соответствующие моменту  $t = 0$ , будут использоваться в качестве начальных условий для задачи моделирования эволюции волн, рассматриваемой далее в разд. 5.

В настоящей работе смещение поверхности  $\eta(x, 0)$  и поверхностный потенциал  $\Phi(x, 0)$  для однородной волны в жидкости заданной глубины строятся численно как решения стационарных уравнений гидродинамики идеальной жидкости по работе [20]. Система уравнений для смещения поверхности и мод Фурье для функции тока, заданных в узлах дискретной пространственной сетки, а также среднего горизонтального течения, глубины, потока жидкости и константы Бернулли решается итерационно методом Ньютона, начиная с затравочного (линейного) решения для малой амплитуды волны. В полученных решениях допустимая невязка каждого из условий в безразмерных переменных составляла не более  $1 \cdot 10^{-14}$ . Использованный в настоящем исследовании численный код построения стационарной волны был написан на основе общедоступного кода [29].

В работе рассматриваются глубины от умеренно большой  $k_0 h = 2$  до малой  $k_0 h = 0,1$ , где  $k_0 = 2\pi/\lambda_0$  — доминирующее волновое число,  $\lambda_0$  — длина волны,  $h$  — глубина. В пределе очень большой глубины  $k_0 h \gg 1$  обсуждаемые в работе характеристики должны быть близки к случаю  $k_0 h = 2$ . Высоты волн  $H$  (т. е., расстояние по вертикали от самой нижней до самой высокой точки смещения поверхности) выбирались в долях от предельного значения обрушения  $H_{br}$ : от  $H/H_{br} = 0,5$  и более. Для оценки порога обрушения волн



на разной глубине использована зависимость, предложенная в работе [30]. Для предела бесконечно большой глубины она дает критерий обрушения  $k_0 H/2 \approx 0.44$ , а для предела мелкой воды  $H/h = 5/6$ . Линейная циклическая частота  $\omega_0$  связана с волновым числом  $k_0$  дисперсионным соотношением:

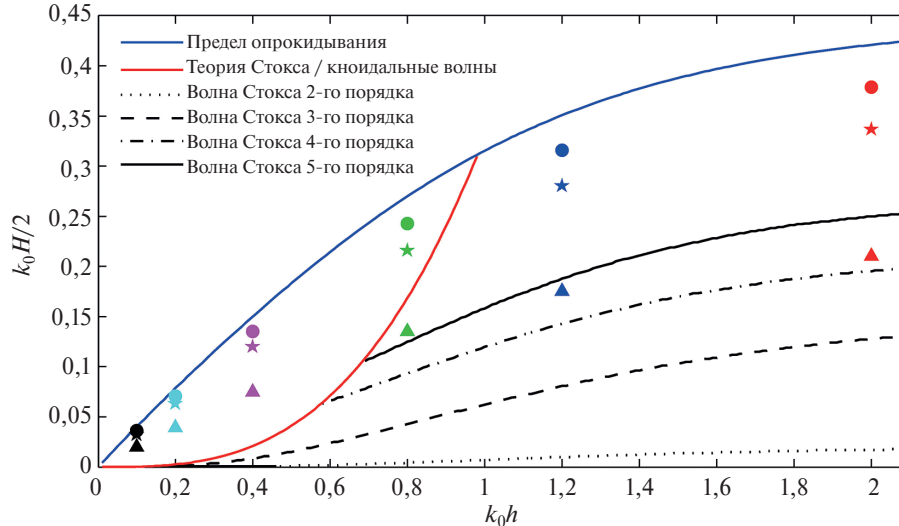
$$\omega_0^2 = g k_0 \tanh(k_0 h). \quad (6)$$

Параметры рассматриваемых в настоящей работе волн отложены в осях нормированной глубины и нормированной высоты на рис. 1 — в стиле классической картины волновых теорий [31, 32]. Кроме синей кривой, соответствующей значениям высоты обрушения  $H_{br}$ , плоскость параметров разделяет красная линия, демонстрирующая условные области применения разложений по гармоническим функциям Стокса (справа) и представления в виде кноидальных волн (слева). Эта линия соответствует критерию  $Ur = 26$ , где параметр Урсселя  $Ur$  определен по формуле  $Ur = H/\lambda_0 / (h/\lambda_0)^3$  (детали можно найти в [32]). Черными линиями обозначены условные области применения разных порядков нелинейной теории Стокса: ниже пунктирной линии поправка к высоте гребня волны от членов второго порядка составляет менее 1 %. Аналогичный критерий 1 % погрешности использован и для построения других черных линий, соответствующих разным порядкам решения. Выше сплошной черной линии более 1 % дают поправки 5-го порядка. Из рис. 1 следует, что разные примеры рассматриваемых волн относятся как к Стоксовым, так и к кноидальным сильно нелинейным волнам.

На рис. 2 приведены графики, характеризующие, соответственно, точность описания всего профиля волны  $\Delta\eta$  (левая колонка) и высоты гребня волны  $\Delta Cr$  (правая колонка) по формулам:

$$\Delta\eta(n) = \sqrt{\frac{\sum (\eta_{cut} - \eta)^2}{\sum \eta^2}}, \quad \Delta Cr(n) = \frac{\max \eta_{cut} - \max \eta}{\max \eta}, \quad (7)$$

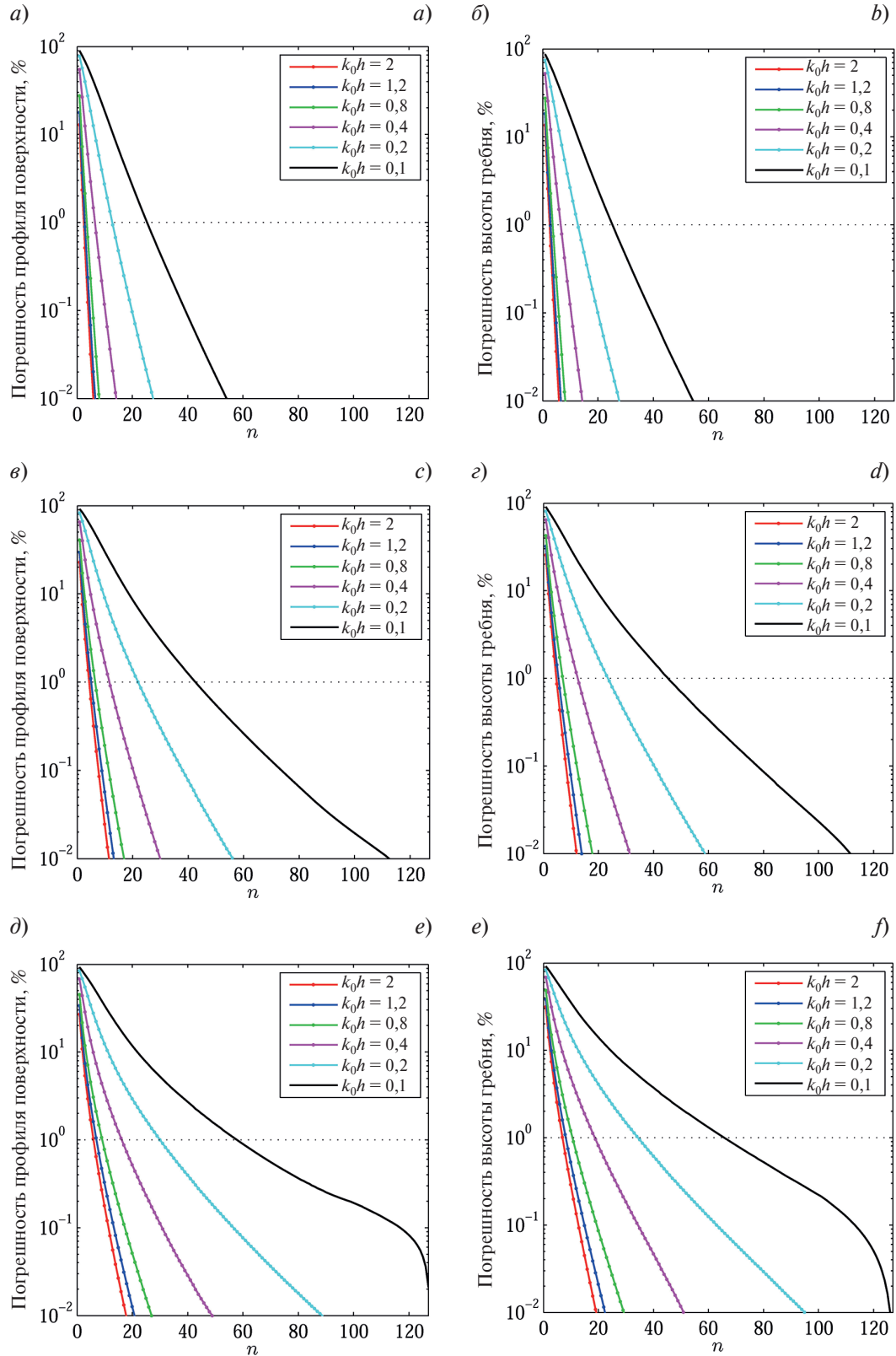
где  $\eta$  — полное численное решение для смещения поверхности, а  $\eta_{cut}(n)$  — смещение поверхности, полученное из  $\eta$  после принудительного обнуления амплитуд Фурье выше номера  $n$ . Суммирование в (7) происходит по всем пространственным точкам, на которых задано смещение поверхности.



**Рис. 1.** Параметры однородных волн с отношениями  $H/H_{br} = 0,5$  ( $\blacktriangle$ ),  $H/H_{br} = 0,8$  ( $\star$ ) и  $H/H_{br} = 0,9$  ( $\bullet$ ) на диаграмме нормированных глубин и высот. Линиями построены границы применимости различных теорий, см. описание в тексте

**Fig. 1.** Parameters of regular waves with ratios  $H/H_{br} = 0,5$  ( $\blacktriangle$ ),  $H/H_{br} = 0,8$  ( $\star$ ), and  $H/H_{br} = 0,9$  ( $\bullet$ ) on the diagram of normalized depths and heights. The lines plot the applicability limits of various theories; see description in the text

На рис. 2 показаны ошибки от 0,01 % и выше. Можно видеть, что оценки ошибок для величин  $\Delta\eta$  и  $\Delta Cr$  оказались очень близкими, в т. ч. количественно, хотя гребень волны предполагался наиболее требовательным к числу описывающих его мод Фурье. Если в качестве критерия допустимости ошибки принять 1 % (как и в случае разделения на теории Стокса разного порядка на классической диаграмме на рис. 1), то для



**Рис. 2.** Среднеквадратичная ошибка описания профиля волны  $\Delta\eta$  (левая колонка) и относительная ошибка высоты гребня волны  $\Delta Cr$  (правая колонка) в случае обнуления мод Фурье выше номера  $n$  для случаев высот волн  $H = 0,5 H_{br}$  (a, б),  $H = 0,8 H_{br}$  (в, г) и  $H = 0,9 H_{br}$  (д, е) и разных глубин

**Fig. 2.** The root-mean-square error in describing the wave profile  $\Delta\eta$  (left column) and the relative error in the wave crest height  $\Delta Cr$  (right column) in the case of zeroing of the Fourier modes above the number  $n$  for cases of wave heights  $H = 0,5 H_{br}$  (a, b),  $H = 0,8 H_{br}$  (c, d), and  $H = 0,9 H_{br}$  (e, f) and different depths

глубин  $k_0 h \geq 0,4$  достаточно от 10 мод (для  $H = 0,5H_{br}$ ) до 20 мод Фурье (для  $H = 0,9H_{br}$ ), что соответствует 20 и 40 разрешающим точкам на 1 период волны. Для более глубокой воды  $k_0 h \geq 0,8$  требование на минимальное число мод Фурье (и число разрешающих точек в пространстве) ослабляется примерно вдвое. Для столь же качественного описания профилей волн в условиях мелкой воды требуется значительно большее число мод: для  $k_0 h = 0,1$  их число должно быть от 30 мод при  $H = 0,5H_{br}$  до 60–70 мод при  $H = 0,9H_{br}$ .

#### 4. Вычисление вертикальной компоненты скорости на поверхности

Для решения граничных условий на поверхности (1)–(2) требуется знание вертикальной компоненты скорости  $W(x, t) = \partial\phi/\partial z|_{z=\eta}$  на каждом временном шаге численной схемы. Для этого необходимо решить уравнение Лапласа для потенциала  $\phi(x, z, t)$  в слое с периодическими условиями по горизонтали  $\phi(x + L, z, t) = \phi(x, z, t)$ , заданной поверхностью  $z = \eta(x, t)$  и дном  $z = -h$ . На дне задано граничное условие (4); на поверхности задано значение потенциала,  $\phi(x, z = \eta, t) = \Phi(x, t)$ .

В стандартной формулировке подхода HOSM потенциал скорости ищется в виде ряда из членов разных порядков малости  $\phi = \phi^{(1)} + \phi^{(2)} + \dots$ . Вертикальная структура функций  $\phi^{(m)}(x, z, t)$  определяется решением уравнения Лапласа в области с постоянной верхней границей  $z = 0$  и не изменяется на каждом шаге интегрирования, что делает код быстрым. Аналогично раскладывается в ряд и функция вертикальной скорости на поверхности,  $\partial\phi/\partial z|_{z=\eta} = W^{(1)} + W^{(2)} + \dots$ . Слагаемые в (1) и (2), включающие вертикальную производную от потенциала скорости на поверхности воды, определяются в соответствии со следующими формулами:

$$\frac{\partial\phi}{\partial z} \left( 1 + \left( \frac{\partial\eta}{\partial x} \right)^2 \right) = SW^{(M)} + \left( \frac{\partial\eta}{\partial x} \right)^2 SW^{(M-2)}, \quad SW^{(m)} \equiv \sum_{k=1}^m W^{(k)}, \quad (8)$$

$$\left( \frac{\partial\phi}{\partial z} \right)^2 \left( 1 + \left( \frac{\partial\eta}{\partial x} \right)^2 \right) = \sum_{m=1}^{M-1} W^{(m)} SW^{(M-m)} + \left( \frac{\partial\eta}{\partial x} \right)^2 \sum_{m=1}^{M-3} W^{(m)} SW^{(M-m-2)}. \quad (9)$$

Следующие формулы позволяют итерационным способом находить компоненты потенциала  $\phi^{(m)}$  на невозмущенном уровне  $z = 0$  по заданному потенциалу на поверхности  $\Phi$  и затем компоненты вертикальной скорости  $W^{(m)}$  на поверхности:

$$\phi^{(1)} \Big|_{z=0} = \Phi, \quad \phi^{(m)} \Big|_{z=0} = - \sum_{j=1}^{m-1} \frac{\eta^j}{j!} \frac{\partial^j \phi^{(m-j)}}{\partial z^j} \Big|_{z=0}, \quad m = 2, \dots, M, \quad (10)$$

$$W^{(1)} = 0, \quad W^{(m)} = \sum_{j=0}^{m-1} \frac{\eta^j}{j!} \frac{\partial^{j+1} \phi^{(m-j)}}{\partial z^{j+1}} \Big|_{z=0}, \quad m = 2, \dots, M. \quad (11)$$

В работе [4] эта процедура, сохраняющая свойство гамильтоновости системы, приводится со ссылкой на [33].

Отметим, что рассматриваемая задача линейна по отношению к потенциалу (но не смещению  $\eta$ ). Если имеется два решения уравнения Лапласа (3)  $\phi_1(x, z)$  и  $\phi_2(x, z)$ , каждое удовлетворяющее условию на дне (4), условию периодичности по горизонтали и условиям  $\phi_1(x, z = \eta) = \Phi_1(x)$  и  $\phi_2(x, z = \eta) = \Phi_2(x)$ , то функция  $\phi = \phi_1 + \phi_2$  также удовлетворяет уравнению Лапласа с теми же граничными условиями, для которой  $\phi_1(x, z = \eta) + \phi_2(x, z = \eta) = \Phi_1 + \Phi_2$ . (Далее в настоящем разделе переменную времени отображать не будем.) В частности, можно разложить функцию  $\Phi(x)$  в ряд Фурье и решить обсуждаемую задачу для каждой из гармоник, а затем решение исходной задачи получить сложением решений для гармоник. Отметим, что рассматриваемая задача не делает различия между нелинейными связанными компонентами и свободными волнами такой же длины, которые принципиально разные по физике.

Сходимость используемых разложений для модельных профилей волн Стокса на бесконечно глубокой воде исследовалась в самой первой работе [3], где было показано, что для волн круче  $k_0 H/2 = 0,35$  (80 % от предельной высоты обрушения) сходимость начинает нарушаться, так что конструктивным подходом является использование невысоких порядков разложения. В той же работе были проведены тесты восстановления вертикальной скорости на поверхности для случая сосуществования двух волн на примере суперпозиции линейных волн с различными волновыми числами  $k_1$  и  $k_2$  и амплитудами  $a_1$  и  $a_2$ . Для каждой из волн потенциал на невозмущенном уровне  $\phi(x, z = 0)$  записывается гармонической функцией:

$$\phi(x, z = 0) = a_1 \frac{g}{\omega_1} \sin(k_1 x) + a_2 \frac{g}{\omega_2} \sin(k_2 x), \quad (12)$$



здесь  $\omega_1$  и  $\omega_2$  — циклические частоты в соответствии с дисперсионным соотношением (6) для  $k_1$  и  $k_2$ . Соответственно, функции  $\Phi(x)$  и  $W(x)$  вычисляются с помощью аналитического решения уравнения Лапласа на поверхности

$$\eta(x) = a_1 \cos(k_1 x) + a_2 \cos(k_2 x), \quad (13)$$

и сравниваются с численным решением  $W(x)$  по заданному  $\Phi(x)$ , находимым согласно процедуре (10)–(11). В [3] сообщается, что для выбора волновых чисел  $k_2/k_1 = 10$  в случае  $k_1 a_1 = k_2 a_2 = 0,1$  вертикальная скорость  $W(x)$  определяется не хуже чем с точностью до 6 значащих цифр при  $M = 8$  и  $N_x = 2^7$ . При двукратном увеличении крутизны,  $k_1 a_1 = k_2 a_2 = 0,2$ , точность снижается до 3 значащих цифр. Подобные тесты были проведены и в работе [4], также только для предела глубокой воды.

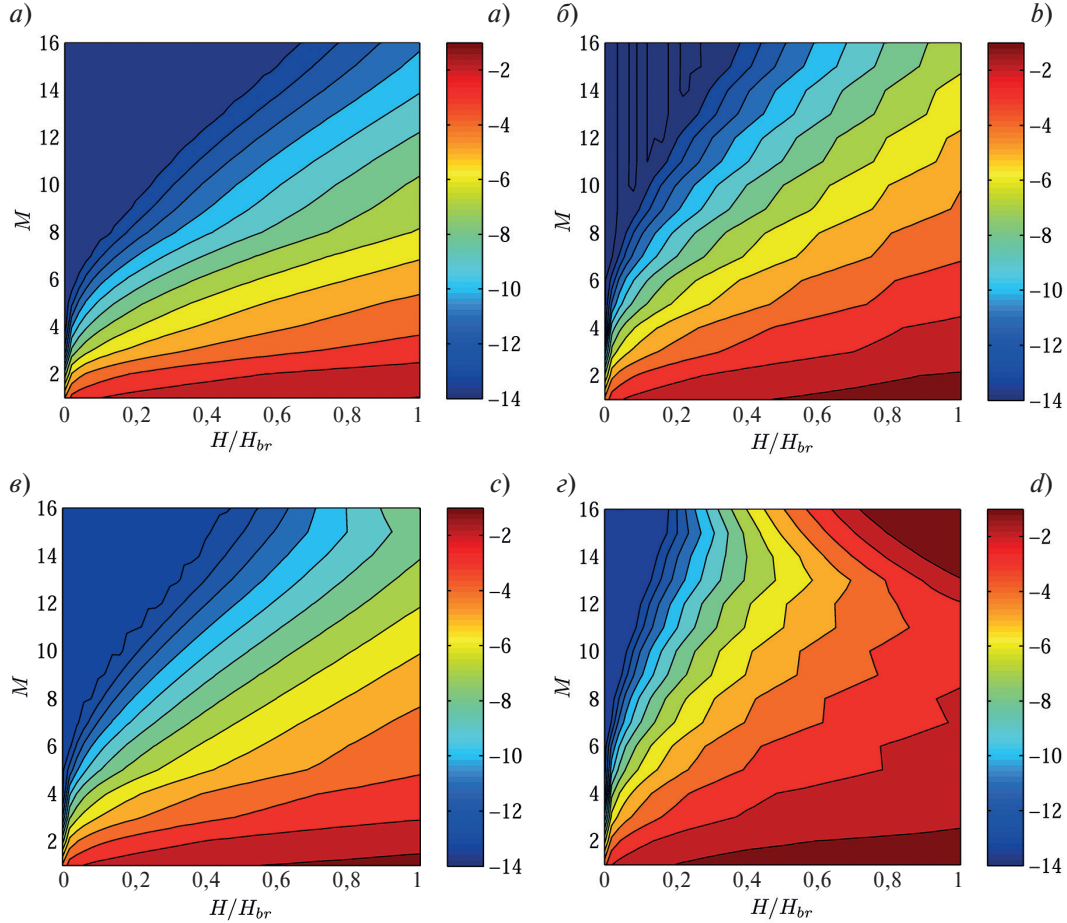
В настоящей работе проанализирована точность определения вертикальной скорости на поверхности для широкого диапазона глубин. Рассмотрены случаи одной волны ( $a_2 = 0$ ) и сосуществования двух гармонических волн (12) и (13). Распределения максимальной относительной ошибки вычисления функции  $W(x)$  были построены на диаграммах типа приведенной на рис. 1в в осях глубины и амплитуды волн. Отметим, что для решаемой усеченной задачи (только уравнение Лапласа) высоты обрушения волн  $H_{br}$  ничем не выделены. Из анализа распределений можно сделать вывод, что для области  $k_1 h > 1$  погрешность главным образом зависит от параметра крутизны. Максимальное значение ошибки, соответствующее формальному порогу обрушения волн на глубокой воде  $k_1 a_1 = 0,44$ , составляет порядка 1 % при выборе  $M = 3$  и  $N_x = 2^6$ . В области более мелкой воды  $k_1 h < 1$  точность восстановления вертикальной скорости  $W(x)$  несколько повышается. При сосуществовании гармоник с очень отличающимися длинами функция  $W(x)$  определяется со значительно большей погрешностью.

Точность реконструкции вертикальной скорости на поверхности можно повысить, используя больший порядок схемы  $M$ , как показано на рис. 3. На нем показаны два случая глубины,  $k_0 h = 0,4$  и  $k_0 h = 2$ , и диапазон амплитуд вплоть до обрушения  $H = H_{br}$ . На панелях рис. 3, а, б проиллюстрирован случай одной гармоники. Видно, что на мелкой воде решение ведет себя лучше: даже при выборе  $M = 1$  (линейное представление) результат описывается с точностью не хуже нескольких процентов вплоть до максимальной высоты. При использовании  $M = 16$  на глубине  $k_0 h = 0,4$  для волны, близкой к обрушению, вертикальная скорость восстанавливается практически с машинной точностью. На глубине  $k_0 h = 2$  при  $M = 16$  точность не хуже порядка  $O(10^{-7})$ . Рассматривать использование еще больших значений параметра  $M > 16$ , видимо, не имеет практического смысла, т. к. в этом случае более выигрышным представляется использование схем с дополнительной сеткой по вертикальной координате, которые упоминались во введении. Пространственного разрешения  $N_x = 2^6$  оказывается достаточно для случаев одной гармоники на глубине  $k_0 h = 2$ ; его увеличение не ведет к заметному улучшению результата реконструкции  $W(x)$ . Для меньшей глубины  $k_0 h = 0,4$  картина на рис. 3, а практически не изменяется и при худшем пространственном разрешении  $N_x = 2^4 \dots 2^5$ .

В ситуации очень широкого спектра  $k_2/k_1 = 10$  для аккуратного описания мелких волн, очевидно, требуется значительно лучшее пространственное разрешение (из соотношения  $k_2/k_1 = 10$  можно ожидать, что в 10 раз лучше). На рис. 3, в, г построены диаграммы при использовании разрешения  $N_x = 2^8$ . При меньшем пространственном разрешении увеличение  $M$  более некоторого не приводит к повышению точности, а то и ведет к ее понижению. Подобный эффект проявляется и на рис. 3в, г: видно, что использование  $M > 15$  приводит к большей погрешности. При уменьшении  $N_x$  (а также и при еще большем увеличении разрешения) этот порог по параметру  $M$  понижается, а также уменьшается и максимальная амплитуда волны, для которой процедура определения  $W(x)$  остается аккуратной. Таким образом, имеется некоторый оптимум пространственного разрешения.

В случае еще меньшей глубины  $k_0 h = 0,1$  для одной гармоники восстановление вертикальной скорости с почти машинной точностью происходит во всем диапазоне амплитуд при  $M > 12$ , для этого достаточно разрешения  $N_x = 2^4$ . При суперпозиции волн максимальной крутизны  $k_1 a_1 = k_2 a_2 = H_{br}/2$  с отношением  $k_2/k_1 = 10$  при  $M=16$  и  $N_x = 2^7$  погрешность составляет  $O(10^{-9})$ . Так что в смысле решения этой модельной задачи условия мелкой воды менее требовательны к разрешению схемы и степени параметра нелинейности  $M$ .

На рис. 4 проиллюстрирован результат расчета «сложного» случая  $k_2/k_1 = 10$ , сильной нелинейности  $2a_1 \approx 0,95H_{br}$  ( $k_1 a_1 = k_2 a_2 = 0,4$ ), сравнительно большой глубины  $k_1 h = 2$  и относительно большого параметра нелинейности схемы  $M = 6$ . На рис. 4, б построен спектр Фурье функции  $W(x)$  (красные кресты) в сравнении с точным решением уравнения Лапласа (зеленая линия с кружками). Видно отличие численного решения от эталонного в области высоких мод  $k > 40$ , приводящее к ошибке 2,6 %. При этом профили вертикальной скорости, приведенные на рис. 4, а, неотличимы на глаз. При увеличении параметра  $M > 10$  хвост преобразования Фурье начинает спадать медленнее, что приводит к росту ошибок. Аналогичный



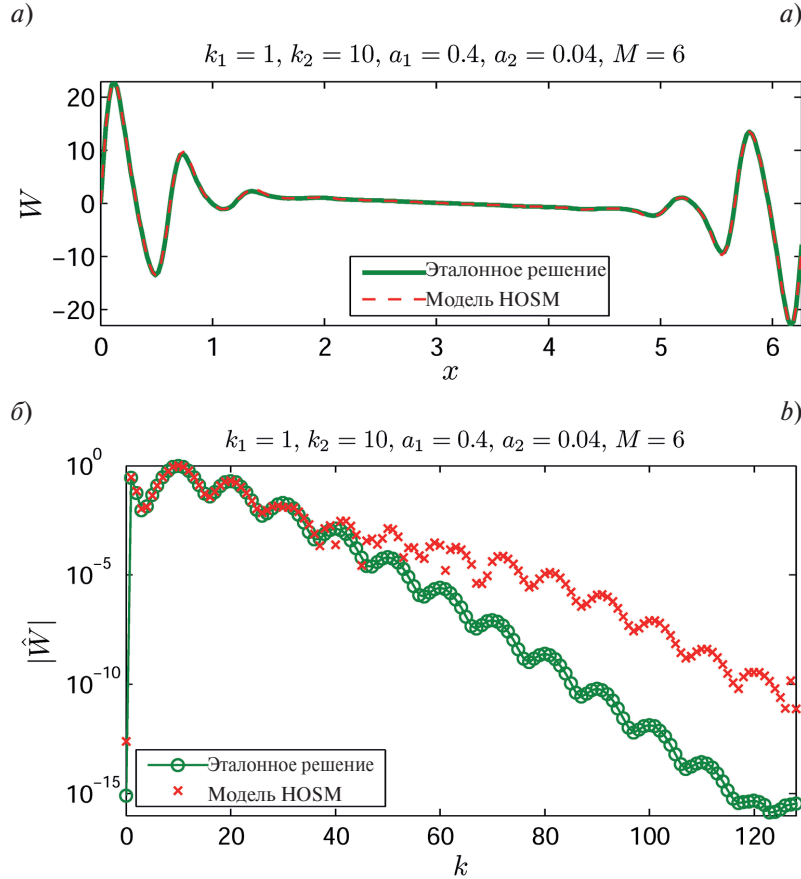
**Рис. 3.** Максимальная относительная ошибка реконструкции вертикальной скорости на поверхности  $W(x)$  (цветом показан ее десятичный логарифм) для условий одной волны при  $k_0 h = 0,4$  (а) и  $k_0 h = 2$  (б), а также двух гармоник с соотношениями  $k_2/k_1 = 10$ ,  $k_1 a_1 = k_2 a_2$  при  $k_1 h = 0,4$  (в) и  $k_1 h = 2$  (г). Для случаев (а) и (б)  $N_x = 2^6$ , для (в) и (г)  $N_x = 2^8$

**Fig. 3.** Maximum relative error in reconstructing the vertical velocity on the surface  $W(x)$  (its decimal logarithm is shown in color) for the conditions of one wave with  $k_0 h = 0.4$  (a) and  $k_0 h = 2$  (b), as well as two harmonics with ratios  $k_2/k_1 = 10$ ,  $k_1 a_1 = k_2 a_2$  with  $k_1 h = 0.4$  (c) and  $k_1 h = 2$  (d). For cases (a) and (b)  $N_x = 2^6$ , for (c) and (d)  $N_x = 2^8$

расчет для  $k_1 a_1 = k_2 a_2 = 0,4$  при  $M = 8$  имеет погрешность  $2,1 \cdot 10^{-4}$  (лучше чем у [3] за счет большего  $N_x$ ) и дает минимальную ошибку  $8,7 \cdot 10^{-7}$  при выборе  $M = 13$ . Таким образом, при выборе достаточного пространственного разрешения и высокого порядка нелинейности  $M$  даже в модельном случае широкого спектра восстановление вертикальной скорости может происходить довольно аккуратно.

На рис. 5 приведены результаты определения точности восстановления вертикальной скорости на поверхности для нелинейных волн Стокса, построенных численно с высокой точностью, как это описано в разд. 3. Как и ранее, функции  $W(x)$  восстанавливались по заданным потенциалам на поверхности  $\Phi(x)$  и профилям поверхности  $\eta(x)$ . Примеры приведены для двух условий глубины:  $k_0 h = 0,4$  (левая колонка) и  $k_0 h = 2$  (правая колонка) и разной интенсивности: 50 % от высоты обрушения (верхний ряд), 80 % (средний ряд) и 90 % (нижний ряд). Максимальные относительные погрешности определены для разной степени пространственного разрешения  $N_x$  (точек на одну длину волны) и разной степени нелинейности  $M$ .

Из приведенных примеров можно заключить, что картина эффективности процедуры определения  $W(x)$  качественно подобна для обоих случаев глубины. Наблюдается оптимум выбора пространственного разрешения для больших значений  $M$ : слишком высокое разрешение (более  $2^7 \dots 2^8$  точек на длину волны) приводит к большей погрешности. Для фиксированных небольших значений  $M$  повышение пространственного разрешения выше некоторого не повышает точность. Так, для  $M = 3, 4$  и  $H = 0,5 H_{br}$  на глубокой воде



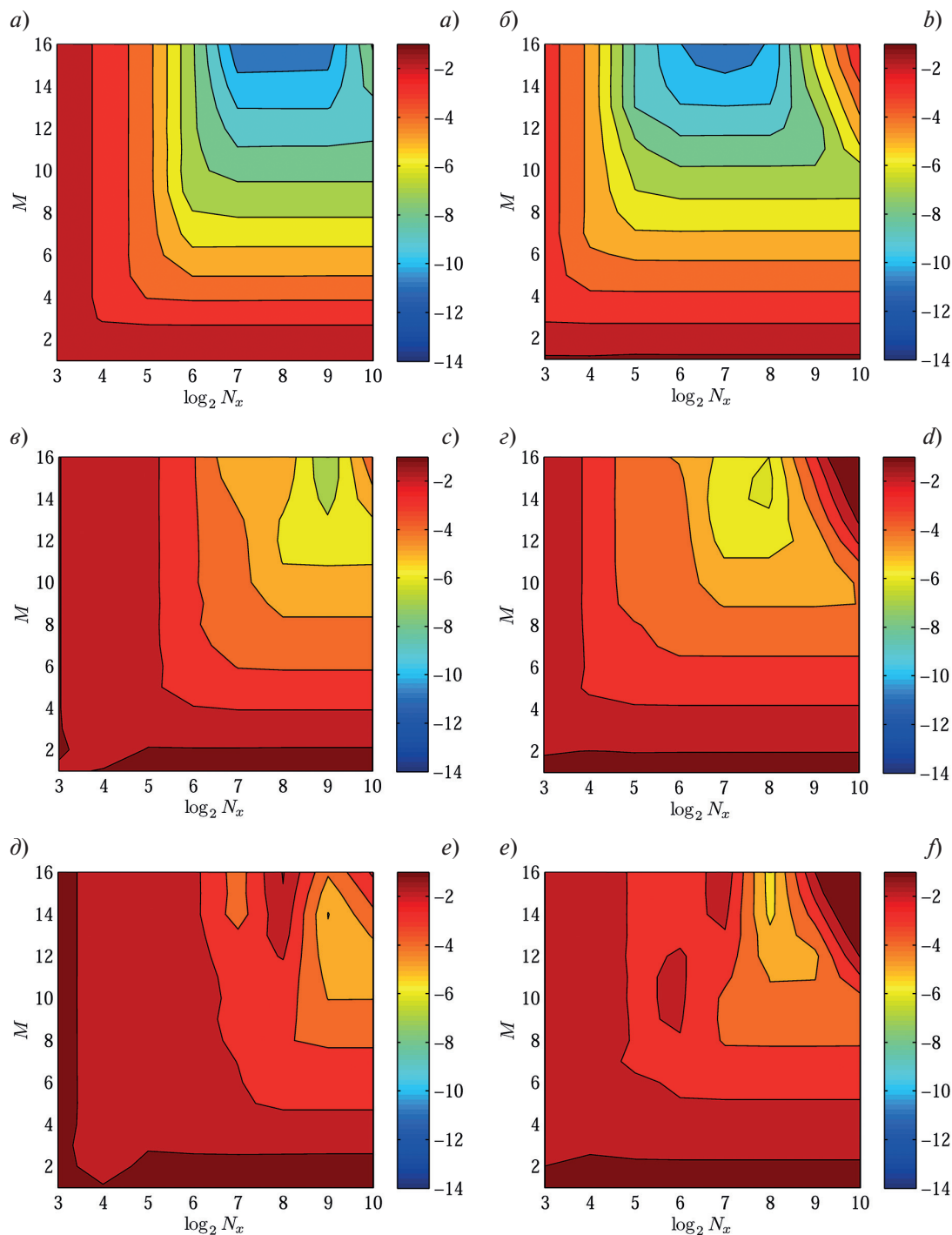
**Рис. 4.** Реконструированная вертикальная скорость на поверхности  $W(x)$  (a) и ее нормированные амплитуды Фурье (б) для случая  $k_2/k_1 = 10, k_1 a_1 = k_2 a_2 = 0.4, k_1 h = 2, N_x = 2^8$ . «Reference» — аналитическое решение, «HOSM» — численное решение

**Fig. 4.** Reconstructed vertical velocity on the surface  $W(x)$  (a) and its normalized Fourier amplitudes (b) for the case  $k_2/k_1 = 10, k_1 a_1 = k_2 a_2 = 0.4, k_1 h = 2, N_x = 2^8$ . The legend “Reference” corresponds to the analytical solution, “HOSM” is the numerical solution

разрешение  $N_x > 2^3$  не приводит к повышению точности лучше  $O(10^{-3})$  (рис. 5, б); на мелкой воде для такой же точности и значений  $M$  желательно более высокое разрешение  $N_x = 2^4$  точек на одну волну (рис. 5, а). Для случаев еще меньшей глубины  $k_0 h$  диаграммы выглядят подобным же образом, но сдвинуты вправо, так что требуется еще большее число разрешающих точек.

Для случаев  $H \geq 0.8 H_{br}$  (рис. 5, в-е) очевиден рост величины ошибки и нарушение сходимости процедуры определения  $W(x)$  при увеличении разрешения и степени нелинейности. В то же время остается справедливым вывод, что для небольших значений  $M = 3, 4$  увеличение пространственного разрешения выше  $N_x > 2^4$  не приводит к лучшему результату.

Таким образом, если в модельной задаче одной или двух заданных гармоник для восстановления компоненты скорости  $W(x)$  условия мелкой воды были менее требовательными, то для примера стационарной нелинейной волны ситуация обратная: на мелкой воде для аккуратного восстановления  $W(x)$  требуется лучшее пространственное разрешение. Этот результат, вероятно, связан с более широким спектром волн на мелкой воде, как обсуждалось в разд. 3. Оценки требуемого пространственного разрешения для определения  $W(x)$  с точностью не хуже 1 % также согласуются с требованиями на необходимое разрешение, приведенными в разд. 3. Вместе с тем, для волн Стокса большой крутизны точность восстановления вертикальной скорости ограничена. Для  $H \geq 0.9 H_{br}$  и глубин  $k_0 h \geq 0.4$  она не выше  $O(10^{-5})$  при любом выборе  $M$  и  $N_x$  (рис. 5, д, е).



**Рис. 5.** Максимальная относительная ошибка реконструкции вертикальной скорости  $W(x)$  (цветом показан ее десятичный логарифм) для регулярной волны Стокса на глубине  $k_0h = 0,4$  (левая колонка) и  $k_0h = 2$  (правая колонка) с высотами 50 % (а, б), 80 % (в, г) и 90 % (д, е) от предельной

**Fig. 5.** Maximum relative error in reconstructing the vertical velocity  $W(x)$  (its decimal logarithm is shown in color) for a regular Stokes wave at a depth of  $k_0h = 0.4$  (left column) and  $k_0h = 2$  (right column) with heights of 50 % (a, b), 80 % (c, d) and 90 % (e, f) of the breaking limit

Пересчет потенциала скорости в представлении мод Фурье с возмущенной поверхности на уровень  $z = 0$  возможен и без использования приближений, решая систему алгебраических уравнений [34], но этот путь требует больших вычислительных затрат и также может приводить к собственной неустойчивости решения. В работе [35] в контексте задачи построения гидродинамических полей под крутыми волнами было предложено разбивать процедуру пересчета потенциала скорости на уровень невозмущенной жидкости



с использованием разложений Тейлора (10)–(11) на несколько последовательных шагов (порядка  $O(10)$ , метод  $H_2$ -оператора). Отмечалось, что такой подход позволил значительно улучшить описание в сравнении со стандартным решением задачи за один шаг (метод  $H$ -оператора). Этот путь используется при расчете гидродинамических полей в жидкости, в т. ч. вблизи поверхности под крутыми волнами, и другими авторами [36]. Без его использования погрешности вычисления потенциала на уровне  $z = 0$  могут приводить к расходимости решений вблизи поверхности, вычисленных с использованием аналитического решения уравнения Лапласа в прямоугольной области.

В рамках настоящего исследования был проанализирован результат реконструкции  $W(x)$  по заданным  $\Phi(x)$  и  $\eta(x)$  посредством пересчета потенциала на уровень  $z = 0$  за 10 последовательных шагов (метод  $H_2$ -оператора). Действительно, в ряде случаев использование этой схемы позволяло более аккуратно определить величину  $\phi(x, z=0)$  (при этом стандартный подход в случае волн большой крутизны мог давать сильно неверное или даже сингулярное решение для  $\phi(x, z = 0)$ ), но всегда давало худшую оценку функции  $W(x)$ . Таким образом, в случае плохой сходимости разложений Тейлора (10)–(11) они приводят к большой (в т. ч. фатальной) погрешности восстановления потенциала на невозмущенном уровне поверхности, но при этом обеспечивают удовлетворительное восстановление вертикальной компоненты скорости на поверхности.

## 5. Моделирование распространения волн

В настоящем разделе представлены тесты по расчету распространения регулярных волн в рамках псевдоспектральной модели HOSM. В качестве модельных случаев используются однородные волны Стокса заданной высоты на постоянной глубине, построенные численно, как описано в разд. 3. Поскольку начальные условия задаются с высокой точностью, то степень сохранения формы волны в процессе ее распространения может рассматриваться как показатель аккуратности моделирования уравнений гидродинамики. В качестве объективных индикаторов точности расчета эволюции волн использовались: 1) длительность расчета до наступления численной неустойчивости, 2) ошибка сохранения полной механической энергии  $\Delta E/E(0)$ , 3) отличие наблюдаемой скорости движения волны (и связанной с ней частоты) от теоретической, 4,5) погрешности описания профиля смещения и максимальной высоты гребня. Результаты тестирования для избранных условий приведены в табл. 1. В ней  $N_x$  обозначает число разрешающих точек на длину волны,  $T_0/\Delta t$  — число шагов по времени  $\Delta t$  на один линейный период волны  $T_0$ ,  $T_{tot}$  — общее время расчета.

Для полного исключения ошибки перекрытия спектров Фурье в результате нелинейных операций требуется уширение спектральных областей в  $(M + 1)/2$  раз (процедура деалиазинга, de-aliasing), где  $M$  — нелинейный параметр схемы HOSM. В обсуждаемых экспериментах использовалась процедура деалиазинга с 2-кратным уширением спектральных областей, достаточным для порядка  $M = 3$ . Для расчетов с большим порядком нелинейности  $M$  заметного эффекта от дальнейшего уширения спектральных областей замечено не было.

Наблюдаемая в эксперименте частота  $\omega_s$ , используемая для определения скорости волны  $C_s = \omega_s/k_0$ , определялась на основании временной зависимости фазы  $\theta_0(t)$  пространственной Фурье гармоник несущей волны через усреднение за все расчетное время. Также определялся набор моментальных значений частоты по измеренному времени между последовательными прохождением фазой значений, кратных  $2\pi$ . Величина  $\text{Dev } \omega$  в табл. 1 соответствует максимальному относительному отклонению фактической частоты от теоретической. Профиль распространяющейся волны отслеживался в системе отсчета, движущейся со скоростью  $C_s$ . Его неизменность оценивается величиной  $\text{Dev } \eta$ , равной максимальному относительному среднеквадратичному отклонению от начального. Максимальное относительное отклонение высоты гребня волны от начального значения, определенное для профиля в сопровождающей системе отсчета, представлено в табл. 1 величиной  $\text{Dev } Cr$ . Численные эксперименты кодируются по следующей форме: первая буква (A–D) отражает крутизну волны, последующая цифра — номер эксперимента в серии, нижний индекс — безразмерную глубину.

Численный эксперимент A1<sub>0,8</sub> для глубины  $k_0 h = 0,8$  и умеренной высоты волны в половину высоты обрушения соответствует высокому разрешению в пространстве (64 точек на длину волны), учету  $M = 16$  членов разложения Тейлора и маленькому шагу итераций по времени (более 600 шагов на период). В эксперименте происходит неустойчивый рост амплитуд высоких мод Фурье, приводящий к аварийной остановке расчета через примерно 100 периодов. Из-за этого на финальной стадии расчета профиль волны претерпевает значительные искажения при довольно высокой точности воспроизведения частоты волны. Результаты эксперимента проиллюстрированы на рис. 6. Коротковолновые биения профиля хорошо видны на рис. 6, а. Рассматриваемый случай уже соответствует существенной нелинейности волн, что следует из сильной асимметрии профиля по отношению к невозмущенному уровню. На рис. 6, б показана общая

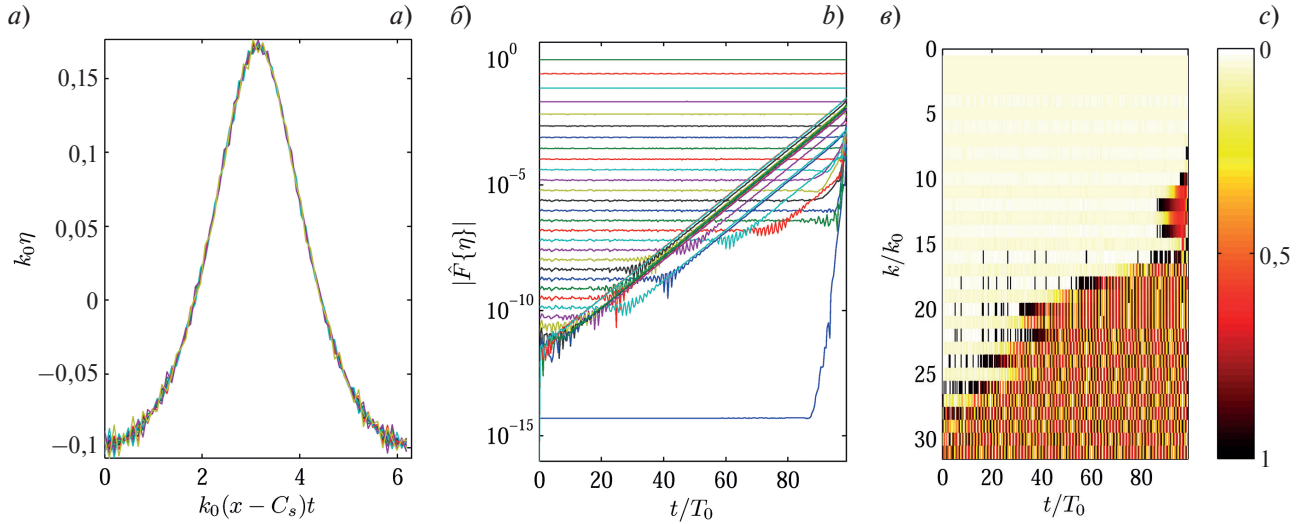
Таблица 1  
Table 1

Параметры и результаты моделирования регулярных волн Стокса  
Parameters and results of the simulation of regular Stokes waves

	$k_0 h$	$H/H_{br}$	$N_x$	$T_0/\Delta t$	$M$	$m$	$T_{tot}/T_0$	$\Delta E/E(0),\%$	Dev $\omega, \%$	Dev $\eta, \%$	Dev $Cr, \%$
A1 <sub>0,8</sub>	0,8	0,5	2 <sup>6</sup>	630	16	—	100	$8 \cdot 10^{-2}$	$5 \cdot 10^{-2}$	6,0	2,6
A2 <sub>0,8</sub>	0,8	0,5	2 <sup>6</sup>	630	16	16	> 400	$6 \cdot 10^{-5}$	$6 \cdot 10^{-3}$	$1 \cdot 10^{-1}$	$9 \cdot 10^{-2}$
A3 <sub>0,8</sub>	0,8	0,5	2 <sup>5</sup>	630	6	—	> 400	$1 \cdot 10^{-2}$	$6 \cdot 10^{-3}$	$1 \cdot 10^{-1}$	$9 \cdot 10^{-2}$
A4 <sub>0,8</sub>	0,8	0,5	2 <sup>6</sup>	630	16	32	> 400	$6 \cdot 10^{-5}$	$6 \cdot 10^{-3}$	$1 \cdot 10^{-1}$	$9 \cdot 10^{-2}$
A5 <sub>0,8</sub>	0,8	0,5	2 <sup>5</sup>	158	6	—	> 400	$1 \cdot 10^{-2}$	$2 \cdot 10^{-2}$	$4 \cdot 10^{-1}$	$4 \cdot 10^{-1}$
A6 <sub>0,8</sub>	0,8	0,5	2 <sup>4</sup>	79	3	—	> 400	$3 \cdot 10^{-3}$	$8 \cdot 10^{-2}$	$9 \cdot 10^{-1}$	$8 \cdot 10^{-1}$
B1 <sub>0,8</sub>	0,8	0,8	2 <sup>4</sup>	79	3	—	> 400	$3 \cdot 10^{-2}$	$3 \cdot 10^{-1}$	3,1	3,8
B2 <sub>0,8</sub>	0,8	0,8	2 <sup>5</sup>	315	16	—	35	$8 \cdot 10^{-2}$	2,2	34	14
C1 <sub>0,8</sub>	0,8	0,9	2 <sup>4</sup>	79	3	—	> 400	$3 \cdot 10^{-1}$	1,1	21	23
D1 <sub>0,8</sub>	0,8	0,95	2 <sup>4</sup>	79	3	—	> 400	$6 \cdot 10^{-1}$	2,2	33	34
A1 <sub>0,4</sub>	0,4	0,5	2 <sup>4</sup>	79	3	—	> 300	$2 \cdot 10^{-2}$	$2 \cdot 10^{-1}$	2,6	2,5
A2 <sub>0,4</sub>	0,4	0,5	2 <sup>5</sup>	79	3	—	> 300	$3 \cdot 10^{-3}$	$1 \cdot 10^{-1}$	1,4	1,1
A3 <sub>0,4</sub>	0,4	0,5	2 <sup>6</sup>	79	6	—	> 300	$3 \cdot 10^{-3}$	$4 \cdot 10^{-2}$	1,2	$7 \cdot 10^{-1}$
B1 <sub>0,4</sub>	0,4	0,8	2 <sup>6</sup>	79	6	—	> 300	$6 \cdot 10^{-1}$	$1 \cdot 10^{-1}$	2,3	1,7
B2 <sub>0,4</sub>	0,4	0,8	2 <sup>6</sup>	79	3	—	250	$6 \cdot 10^{-1}$	1,0	26	14
C1 <sub>0,4</sub>	0,4	0,9	2 <sup>4</sup>	79	3	—	> 300	1,7	3,5	50	40
C2 <sub>0,4</sub>	0,4	0,9	2 <sup>6</sup>	79	6	—	30	3,7	1,1	23	8,9

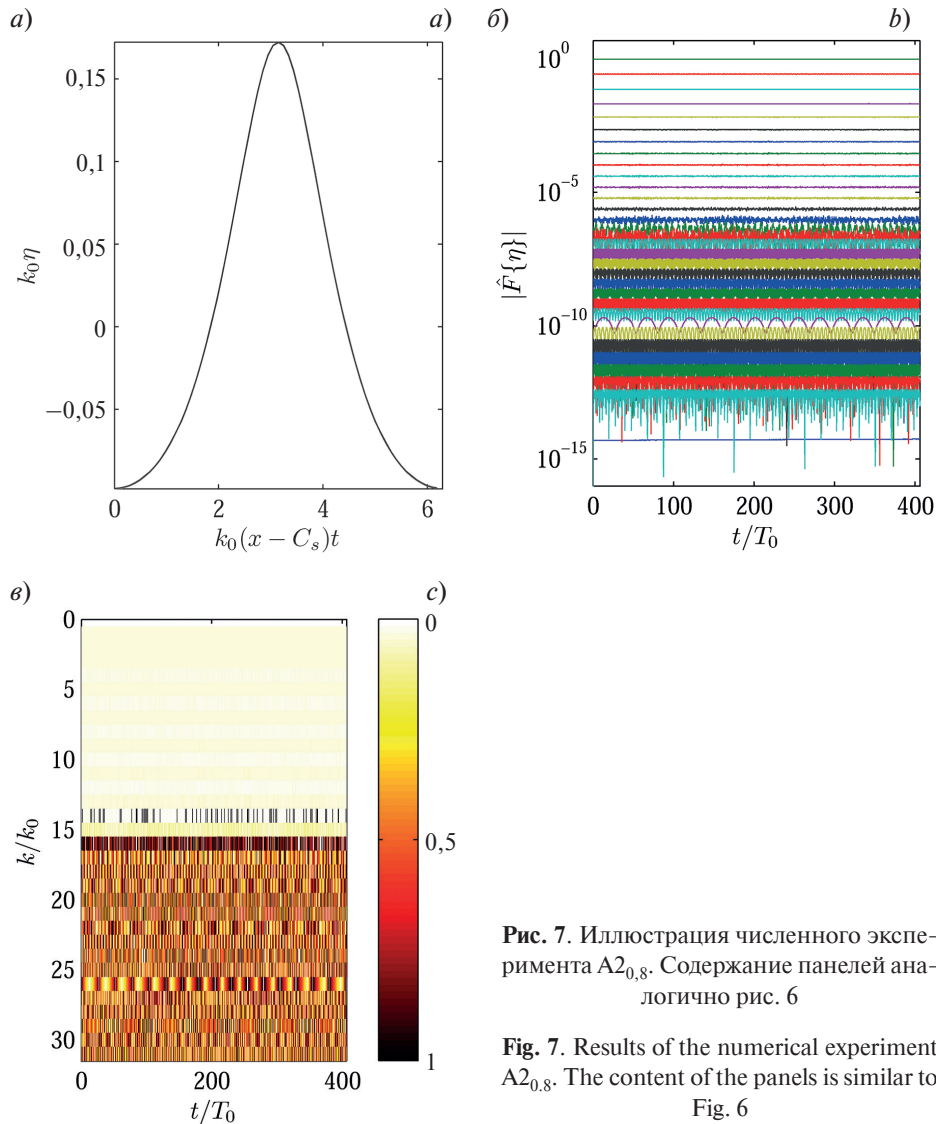
картина нарастающей неустойчивости коротких масштабов для всех 32 мод Фурье. Можно констатировать сохранение энергии модами Фурье до некоторого времени, но процесс экспоненциального роста амплитуд высоких мод Фурье со временем затрагивает гармоники со все меньшими номерами. Самая нижняя линия на рис. 6, б соответствует нулевой моде (среднее смещение поверхности, которое должно оставаться неизменным), которая «взрывается» в течение последних 10 периодов волн. На рис. 6, в построена картина соответствия фаз мод Фурье. Цветом для разных мод и моментов времени показано отличие фазы от фазы несущей волны  $k_0$ : белые области соответствуют их совпадению, черный цвет — противофазе. Точное решение в виде распространяющейся волны постоянного профиля должно демонстрировать софазность всех мод Фурье, что соответствовало бы полностью светлой картине на рисунке. На самом деле, в начале расчета софазными являются лишь первые два десятка мод (что примерно соответствует ожидаемому количеству при выборе  $M = 16$ ). Со временем число высоких мод в фазе сокращается; в последние 10 периодов эволюции их остается не более десяти.

Расчет A1<sub>0,8</sub> был проведен без использования фильтра (5) для приращений Фурье компонент. Эксперимент A2<sub>0,8</sub> выполнен при полностью аналогичных параметрах, но с использованием фильтра (5) с выбором параметра  $m = 16$ . Эта симуляция оказалась устойчивой в течение 400 периодов (далее расчет не проводился), не демонстрирует признаков неустойчивости (см. рис. 7) и обеспечивает высокую точность сохранения энергии (относительная погрешность  $6 \cdot 10^{-7}$ ) и воспроизведения профиля волны и ее скорости (не хуже долей процента, см. табл. 1). Тысяча профилей волн, построенных на рис. 7, а, неотличимы друг от друга. В то же время, согласно рис. 7, б сохраняют свою амплитуду неизменной в процессе эволюции только около 13 низших мод Фурье. Фазовая диаграмма на рис. 7, в подтверждает, что гармоники, начиная с 16-й, не связаны с основной волной, т. е. фактически шумовые.



**Рис. 6.** Иллюстрация численного эксперимента  $A1_{0,8}$ :  $a$  — профили смещения поверхности в сопровождающей системе координат,  $b$  — эволюция амплитуд Фурье,  $c$  — эволюция фаз пространственных гармоник Фурье относительно фазы несущей гармоники

**Fig. 6.** Results of the numerical experiment  $A1_{0,8}$ :  $a$  — surface displacement profiles in the commoving coordinate system,  $b$  — evolution of Fourier amplitudes,  $c$  — evolution of phases of spatial Fourier harmonics relative to the phase of the carrier harmonic

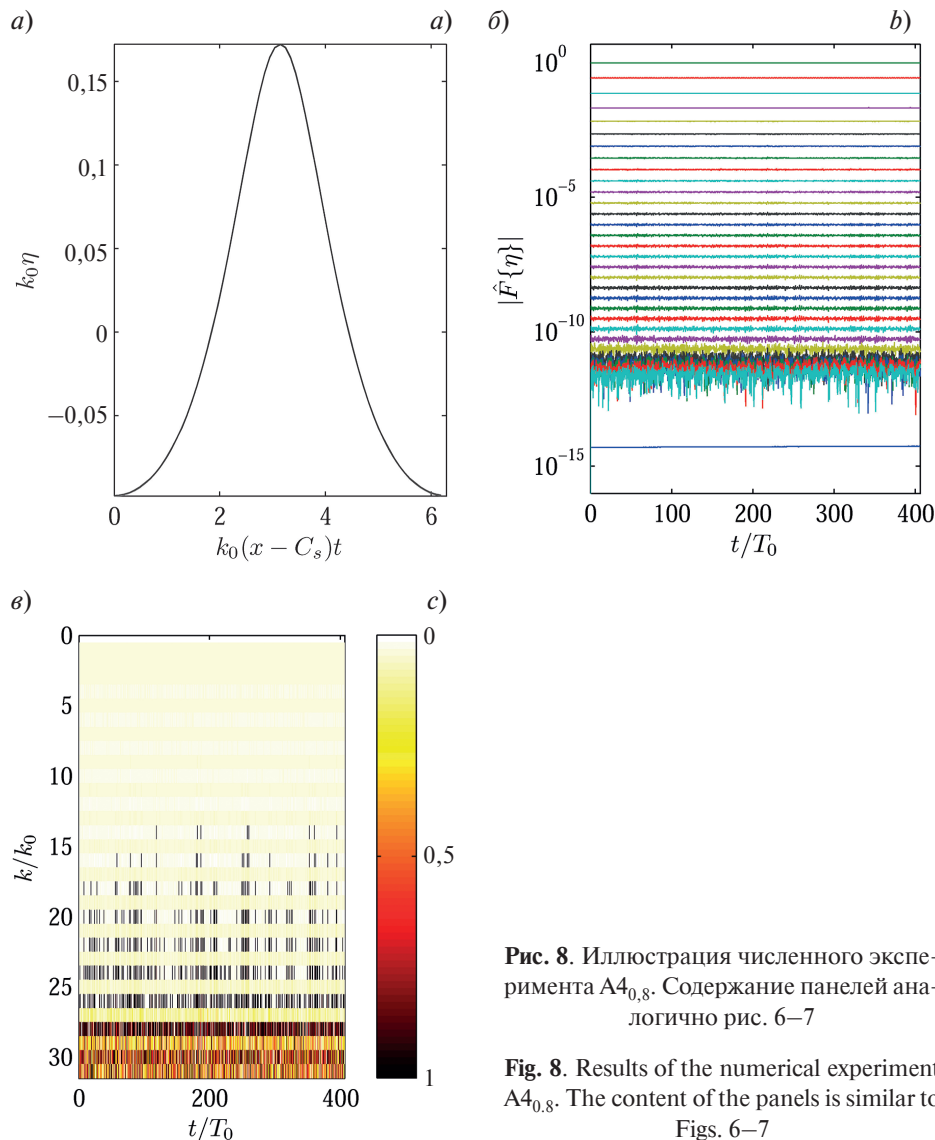


**Рис. 7.** Иллюстрация численного эксперимента  $A2_{0,8}$ . Содержание панелей аналогично рис. 6

**Fig. 7.** Results of the numerical experiment  $A2_{0,8}$ . The content of the panels is similar to Fig. 6

Отметим, что фильтр (5) при выборе  $m = 16$  обеспечивает сильное подавление эволюции Фурье гармоник именно в области выше 16-й. Новый эксперимент  $A3_{0,8}$  выполнен для пространственного разрешения  $N_x = 32$  вдвое хуже, чем в предыдущих случаях, и без использования фильтра (5). Также уменьшен порядок численной схемы до  $M = 6$ , см. табл. 1. Этот расчет оказывается устойчивым не менее 400 периодов волн и демонстрирует точность воспроизведения волны Стокса не хуже предыдущего случая  $A2_{0,8}$  (хотя и с заметной потерей точности сохранения энергии). Сохранение энергии и полную софазность в течение всего эксперимента демонстрируют 13 мод Фурье, хотя нелинейный порядок схемы всего лишь  $M = 6$ . Амплитуда самой высокой из них порядка  $10^{-6}$  амплитуды первой (доминирующей) гармоники. Хотя при разрешении 32 точек на длину волны можно заметить негладкость ее формы вблизи пика, все 1000 профилей на рисунке неразличимы подобно рис. 7, а. Таким образом, вместо использования фильтра (5) для стабилизации вычисления можно просто уменьшить пространственное разрешение.

Использование фильтра (5) фактически исключает нормальную эволюцию Фурье гармоник с волновыми числами более  $mk_0$ . На рис. 8 приведен результат расчета  $A4_{0,8}$  с измененным по сравнению с  $A2_{0,8}$  параметром фильтра  $m = 32$  для подавления более высоких гармоник. Сравнивая результаты на рис. 6, рис. 7 и рис. 8, можно заключить, что перемещение фильтра в область более мелких масштабов позволило стабилизировать численную схему и при этом обеспечить относительно физическое поведение высоких гармоник Фурье до амплитуд порядка  $10^{-10}$  от величины доминирующей гармоники (25 мод). Вместе с тем, видно, что амплитуды высоких мод не вполне постоянны и фазы мод выше 15-й во время эволюции могут претерпевать заметные отклонения.

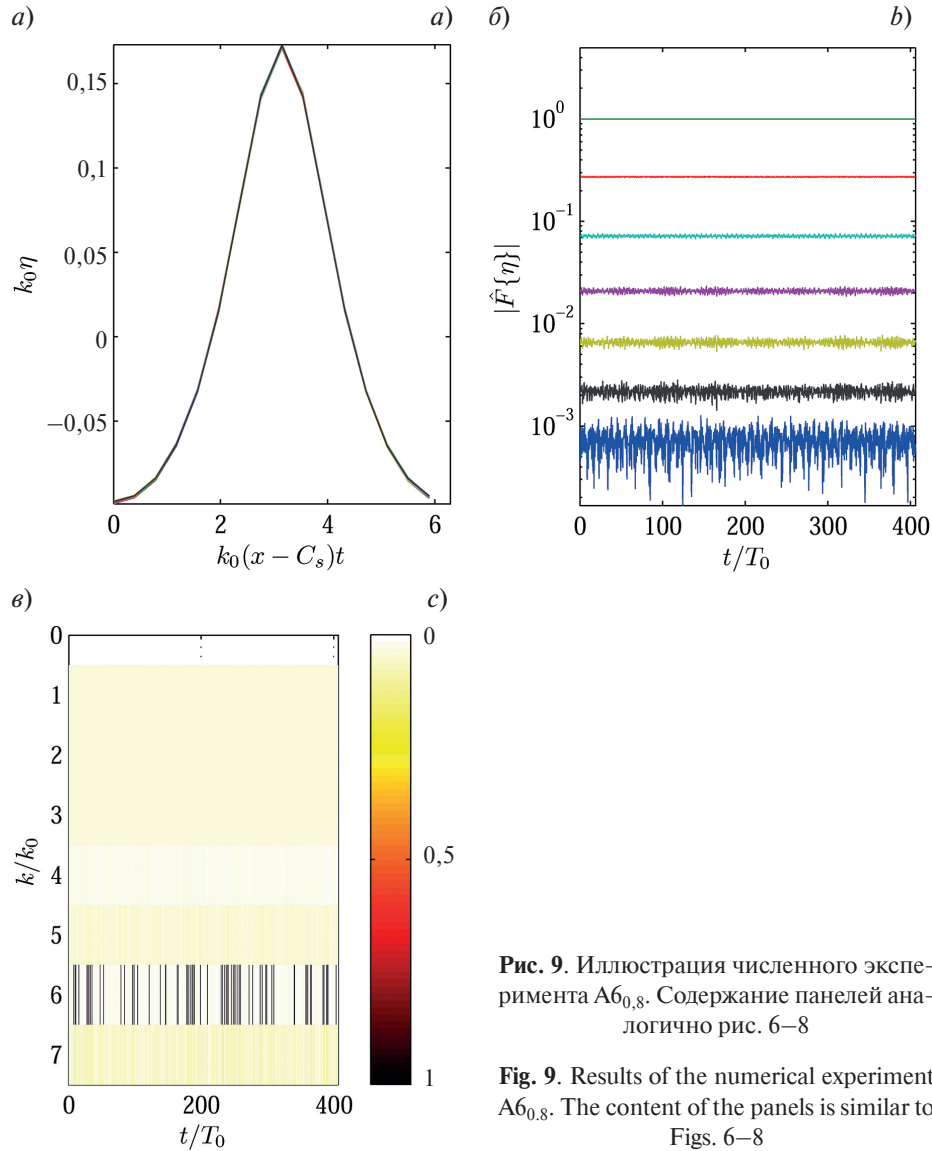


**Рис. 8.** Иллюстрация численного эксперимента  $A4_{0,8}$ . Содержание панелей аналогично рис. 6–7

**Fig. 8.** Results of the numerical experiment  $A4_{0,8}$ . The content of the panels is similar to Figs. 6–7



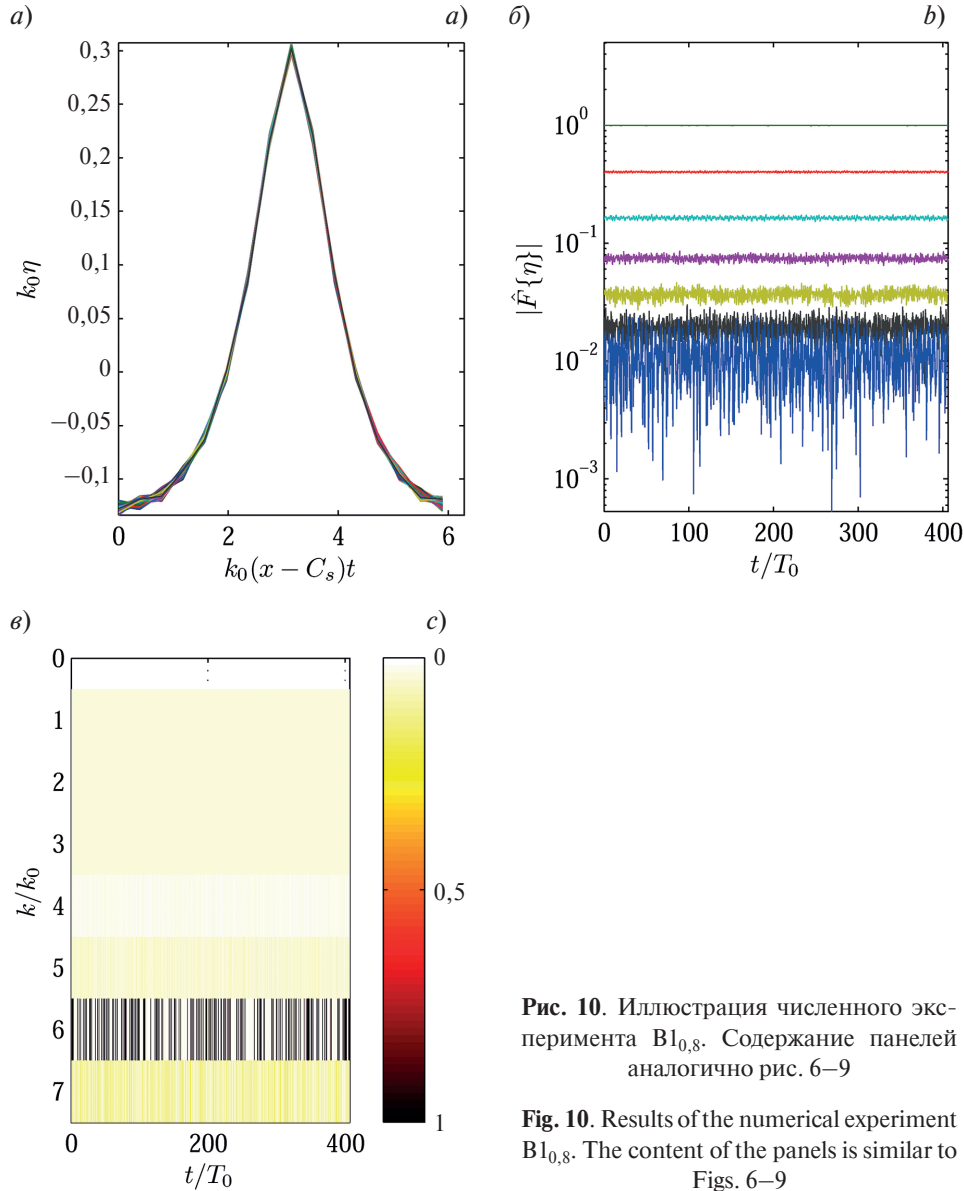
В табл. 1 приводятся данные еще двух симуляций, которые в сравнении с  $A3_{0,8}$  характеризуются худшим разрешением по времени ( $A5_{0,8}$ ), а также по пространству и с меньшим значением нелинейного параметра схемы  $M = 3$  ( $A6_{0,8}$ ). Расчет  $A6_{0,8}$  проиллюстрирован на рис. 9; условия этого эксперимента представляются как наиболее грубые, но все еще приемлемые. Расчет оставался устойчивым в течение не менее 400 периодов. За это время погрешность воспроизведения частоты волны и отклонение её профиля от начальной формы не превысили долей процента. Амплитуду и фазу волны сохраняют 4–5 гармоник Фурье; амплитуда самой высокой из них порядка  $10^{-3}$  от амплитуды доминирующей гармоники. Несколько ломаный профиль волны на рис. 9, а при необходимости может быть сглажен с помощью Фурье- или сплайн-интерполяции при постобработке.



**Рис. 9.** Иллюстрация численного эксперимента  $A6_{0,8}$ . Содержание панелей аналогично рис. 6–8

**Fig. 9.** Results of the numerical experiment  $A6_{0,8}$ . The content of the panels is similar to Figs. 6–8

Эксперимент с большей крутизной волны 80 % от порога обрушения  $B1_{0,8}$  проведен для того же набора минимальных значений параметров, что и случай  $A6_{0,8}$ . Результаты выглядят качественно похоже на случай  $A6_{0,8}$  (см. на рис. 10), хотя количественные показатели стали хуже. Это объясняется более медленным спаданием амплитуд Фурье гармоник, так что самая высокая нешумовая мода характеризуется уровнем порядка  $10^{-2}$  от амплитуды доминирующей гармоники. Профиль волны (рис. 10, а) не очень хорошо разрешен при такой дискретизации, но довольно стабильно сохраняется в разные моменты времени. Симуляция с лучшим разрешением  $B2_{0,8}$  на начальной стадии демонстрирует более аккуратное описание, но оказывается неустойчивой в области коротких волн, что приводит к остановке расчета через 35 периодов (схоже с примером  $A1_{0,8}$ , приведенным на рис. 6).



**Рис. 10.** Иллюстрация численного эксперимента  $B1_{0,8}$ . Содержание панелей аналогично рис. 6–9

**Fig. 10.** Results of the numerical experiment  $B1_{0,8}$ . The content of the panels is similar to Figs. 6–9

Для еще большей крутизны волн при разрешении 16 точек на длину волны и 80 шагов на период волны расчет также остается устойчивым в течение не менее 400 периодов, но расхождение с точным решением становится неприемлемо большим (см. эксперименты  $C1_{0,8}$  и  $D1_{0,8}$  в табл. 1).

Как обсуждалось в разд. 3,4, для меньших глубин требование на пространственное разрешение становится жестче. В табл. 1 приведено несколько примеров расчета волн с высотой 50 % от предела обрушения для случая  $k_0 h = 0,4$  (эксперименты  $A1_{0,4}$  —  $A3_{0,4}$ ). Можно отметить, что расчеты остаются устойчивыми для большего пространственного разрешения  $N_x = 32$ ,  $N_x = 64$  и в т. ч. для более высокого параметра нелинейности схемы  $M = 6$  чем в случае  $k_0 h = 0,8$ .

Для волн с высотой 80 % от предела обрушения на глубине  $k_0 h = 0,4$  при лучшем пространственном разрешении требуется и большее значение нелинейного параметра схемы  $M$ . Этот вывод, совпадающий с заключением разд. 4, следует и из экспериментов по моделированию эволюции волн. При выборе  $M = 3$  наблюдается неустойчивость высоких гармоник Фурье (эксперимент  $B1_{0,4}$ ), а при  $M = 6$  счет устойчив не менее 300 периодов (эксперимент  $B2_{0,4}$ , расчеты проводились только до времен  $300T_0$ ). Последний эксперимент представлен на рис. 11.

Для еще более высоких волн на этой глубине (эксперименты  $C1_{0,4}$ ,  $C2_{0,4}$ ) устойчивым оказывается расчет  $C1_{0,4}$  с низким разрешением  $N_x = 16$ , но в нем волна Стокса воспроизводится с очень большой погрешностью. При использовании высокого разрешения быстро развивается коротковолновая неустойчивость, и расчет разваливается ( $C2_{0,4}$ ). Использование фильтра (5) с параметрами  $m = 64$  или  $m = 32$ , уменьшение шага по времени не помогает стабилизировать расчет.

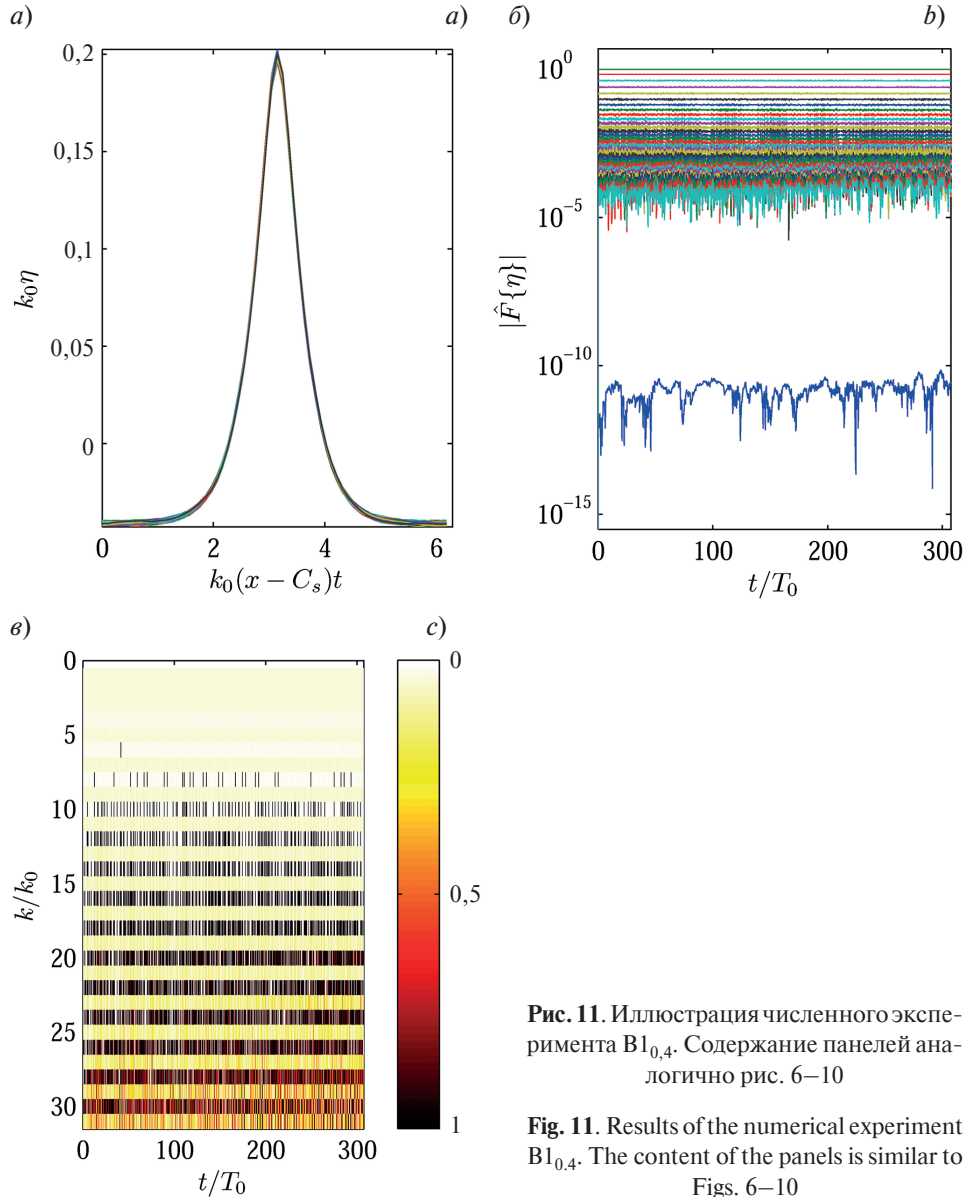


Рис. 11. Иллюстрация численного эксперимента  $B1_{0,4}$ . Содержание панелей аналогично рис. 6–10

Fig. 11. Results of the numerical experiment  $B1_{0,4}$ . The content of the panels is similar to Figs. 6–10

В качестве выводов настоящего раздела можно заключить, что требования по достаточному пространственному разрешению согласуются с результатами разд. 3 и 4. Для удовлетворительного описания нелинейной частоты и профиля смещения поверхности (в пределах одного-нескольких процентов) для волн высотой 50 % от предела обрушения на промежуточной глубине  $k_0h \geq 0,4$  достаточно 16–32 точек на длину волны. Для меньшей глубины и большей высоты волны требуется лучшее пространственное разрешение. Фильтр для высоких гармоник Фурье в форме (5) фактически подавляет динамику гармоник выше  $mk_0$ , поэтому использование слишком высокого пространственного разрешения  $N_x > 2m$  не имеет смысла. Для всех расчетов достаточным оказывается временной шаг порядка 80 шагов на период. Использование параметра нелинейности численной схемы  $M > 3$  повышает точность вычислений и может улучшить устойчивость схемы, что проявилось для условий относительно мелкой воды  $k_0h = 0,4$ .

## 6. Заключение

Настоящее исследование посвящено анализу возможностей псевдоспектрального метода высокого порядка (HOSM) по описанию интенсивных гравитационных волн (в том числе с широким спектром) в условиях промежуточной глубины. Метод HOSM является, по сути, приближенным, и параметр нелинейности  $M$  определяет степень точности описания нелинейных взаимодействий волн. Этот параметр участвует в определении как точности вычислений с точки зрения воспроизводимой физики, так и картины возникновения численных неустойчивостей. Для обеспечения наиболее интересных приложений кода HOSM

для быстрых вычислений ансамблей нелинейных волн должны использоваться небольшие величины  $M$  и по возможности грубые пространственная и временная дискретные сетки; на них и сделан акцент исследования. Абсолютное большинство опубликованных работ посвящено применению HOSM для условий бесконечно большой глубины. В данной статье наиболее подробно рассмотрен диапазон безразмерных глубин  $0,4 \leq kh \leq 2$ . Случай  $kh = 2$  должен хорошо соответствовать пределу большой глубины. Для более мелких условий  $0,1 \leq kh \leq 0,4$  сформулированы выводы на качественном уровне.

Определенные по результатам тестов минимальные приемлемые условия моделирования, обеспечивающие устойчивую эволюцию в течение сотен периодов волн, выделены в табл. 1 цветом. Они соответствуют волнам высотой не более 80 % от предела обрушения. Для волн большей амплитуды вычисления с удовлетворительной точностью также возможны, но на небольших временах и с использованием более высокого разрешения. Поскольку интерес для нас представляют именно условия, когда схема HOSM может обеспечивать быстрые вычисления, дальнейший поиск параметров для расчета более крутых волн не проводился. В целом, для расчета волн на меньшей глубине требуется лучшее разрешение по пространству и более высокий порядок нелинейности  $M$ .

Использование фильтра мелких масштабов, предложенного в [12], оказывает стабилизирующий эффект, но фактически делает поведение попадающих под его действие мод физически неверным. Поэтому лучшей стратегией для подавления мелкомасштабной неустойчивости может быть использование более грубой дискретизации по пространству.

Представляется интересным вывод исследования, что степень неявного ограничения метода на ширину спектра, являющегося предметом критики метода HOSM, кажется не столь сильной. В частности, посредством увеличения пространственного разрешения и повышения степени нелинейности схемы можно обеспечить относительную точность вычисления вертикальной компоненты скорости на поверхности для волны с высотой 90 % от предела обрушения до порядка  $10^{-5}$ .

Пересчет потенциала скорости с поверхности  $\Phi(x) = \varphi(x, z = \eta)$  на невозмущенный уровень  $z = 0$  за несколько последовательных шагов (метод  $H_2$ -оператора) не продемонстрировал существенного преимущества в широкой области параметров. Отметим что вместо  $H_2$ -оператора конструктивным подходом к построению гидродинамических полей вблизи взволнованной поверхности при высокой погрешности функции  $\varphi(x, z = 0)$  может быть использование разложения Тейлора вблизи  $z = 0$  (того же порядка  $M$ , что и процедура вычисления  $\varphi(x, z = 0)$ ). Такой метод был нами ранее успешно использован для построения полей давления под поверхностью крутых волн.

По всей видимости, для расчета очень крутых волн упомянутые во введении полные по нелинейности подходы [7, 9] могут оказаться более выигрышными, чем HOSM с большим значением параметра нелинейности схемы  $M$ , и заведомо более быстрыми по сравнению с расчетом в рамках объемных конечноразностных моделей (типа Finite Volume Method) или методами граничных элементов (Boundary Integral Element Methods). В то же время, для моделирования нерегулярных волн это означает большую частоту обрушений волн, которые не могут быть рассчитаны в рамках потенциальной модели. Поскольку расчет уравнений непотенциальной гидродинамики требует слишком больших вычислительных затрат, то для учета обрушений необходимо использование параметризаций. Последние по определению являются неточными, что в значительной степени снизит пользу от применения модели высокой точности. Таким образом, как минимум для расчета волн на двумерной поверхности с умеренной степенью нелинейности модель HOSM представляется эффективной и очень удобной.

Подчеркнем, что приведенные в работе выводы касаются частного модельного случая одного периода однородной волны. Общий случай волн, неоднородных по двум горизонтальным координатам и нестационарных, характеризующихся узким сплошным спектром, может представлять собой более требовательную к условиям моделирования задачу.

#### **Финансирование**

Исследование поддержано проектом Российского научного фонда № 22-17-00153.

#### **Funding**

The research is supported by the Russian Science Foundation under the grant № 22-17-00153.

#### **Конфликт интересов**

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

#### **Conflict of interests**

The author declares no conflict of interests.



## Литература

1. Tanaka M. A method of studying nonlinear random field of surface gravity waves by direct numerical simulation // Fluid Dynamics Research. 2001a. Vol. 28. P. 41–60. EDN LNNKKR. [https://doi.org/10.1016/S0169-5983\(00\)00011-3](https://doi.org/10.1016/S0169-5983(00)00011-3)
2. Tanaka M. Verification of Hasselmann's energy transfer among surface gravity waves by direct numerical simulations of primitive equations // Journal of Fluid Mechanics. 2001. Vol. 444. P. 199–221. EDN MBJCXR. <https://doi.org/10.1017/S0022112001005389>
3. Dommermuth D., Yue D.K.P. A high-order spectral method for the study of nonlinear gravity waves // Journal of Fluid Mechanics. 1987. Vol. 184. P. 267–288. <https://doi.org/10.1017/S002211208700288X>
4. West B.J., Brueckner K.A., Janda R.S., Milder D.M., Milton R.L. A new numerical method for surface hydrodynamics // Journal of Geophysical Research. 1987. Vol. 92. P. 11803–11824. <https://doi.org/10.1029/JC092iC11p11803>
5. Onorato M., Osborne A.R., Serio M. On the relation between two numerical methods for the computation of random surface gravity waves // European Journal of Mechanics — B/Fluids. 2007. Vol. 26. P. 43–48. EDN MJGBQZ. <https://doi.org/10.1016/j.euromechflu.2006.05.001>
6. Захаров В.Е. Устойчивость периодических волн на поверхности глубокой жидкости // Журнал прикладной механики и технической физики. 1968. Т. 9. С. 86–94.
7. Chalikov D. Numerical modeling of sea waves. Springer. 2016. 330 p. URL: <https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-319-32916-1> (дата обращения: 18.03.2025)
8. Chalikov D.V. Different approaches to numerical modeling of sea waves // Fundamental and Applied Hydrophysics. 2022. Vol. 15, N 1. P. 19–32. EDN QLLODA. <https://doi.org/10.59887/fpg/uldf-m1x7-1bxx>
9. Klahn M., Madsen P.A., Fuhrman D.R. Simulation of three-dimensional nonlinear water waves using a pseudospectral volumetric method with an artificial boundary condition // International Journal for Numerical Methods in Fluids. 2021. Vol. 93. P. 1843–1870. EDN NKGOF. <https://doi.org/10.1002/fld.4956>
10. Чаликов Д.В. Численное моделирование трехмерных потенциальных волн // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2014. Т. 7, № 1. С. 7–31. URL: <https://hydrophysics.spbr.ru/jour/article/view/996> (дата обращения: 18.03.2025). EDN SCDDL.
11. Ducroz G., Bonnefoy F., Touzé D. Le, Ferrant P. HOS-ocean: Open-source solver for nonlinear waves in open ocean based on High-Order Spectral method // Computer Physics Communications. 2016. Vol. 203. P. 245–254. EDN CFQDZO. <https://doi.org/10.1016/j.cpc.2016.02.017>
12. Xiao W., Liu Y., Wu G., Yue D.K.P. Rogue wave occurrence and dynamics by direct simulations of nonlinear wave-field evolution // Journal of Fluid Mechanics. 2013. Vol. 720. P. 357–392. EDN RGYKQB. <https://doi.org/10.1017/jfm.2013.37>
13. Seiffert B.R., Ducroz G., Bonnefoy F. Simulation of breaking waves using the High-Order Spectral method with laboratory experiments: Wave-breaking onset // Ocean Modelling. 2017. Vol. 119. P. 94–104. EDN VDWLDC. <https://doi.org/10.1016/j.ocemod.2017.09.006>
14. Slunyaev A., Kokorina A. Account of occasional wave breaking in numerical simulations of irregular water waves in the focus of the rogue wave problem // Water Waves. 2019. Vol. 2. P. 243–262. <https://doi.org/10.1007/s42286-019-00014-9>
15. Canard M., Ducroz G., Bouscasse B. Experimental reproduction of an extreme sea state in two wave tanks at various generation scales / OCEANS2022. Chennai, Chennai, India. 2022. P. 1–6. EDN WAXJLE. <https://doi.org/10.1109/OCEANSChennai45887.2022.9775216>
16. Touboul J., Kharif C. Nonlinear evolution of the modulational instability under weak forcing and damping // Natural Hazards and Earth System Sciences. 2010. Vol. 10. P. 2589–2597. EDN OLRKFR. <https://doi.org/10.5194/nhess-10-2589-2010>
17. Fujimoto W., Waseda T., Webb A. Impact of the four-wave quasi-resonance on freak wave shapes in the ocean // Ocean Dynamics. 2019. Vol. 69. P. 101–121. EDN WZHDXW. <https://doi.org/10.1007/s10236-018-1234-9>
18. Слюняев А.В. Вклады компонент волн на поверхности глубокой воды в распределения вероятностей аномально высоких волн по результатам прямого численного моделирования уравнений Эйлера // Известия Российской академии наук. Физика атмосферы и океана. 2023. Т. 59. С. 793–814. EDN ORXADF. <https://doi.org/10.31857/S000235152306010X>
19. Слюняев А.В., Пелиновский Д.Е., Пелиновский Е.Н. Морские волны-убийцы: наблюдения, физика и математика // Успехи физических наук. 2023. Т. 193. С. 155–181. EDN AUNDMZ. <https://doi.org/10.3367/UFNr.2021.08.039038>
20. Fenton J.D. Numerical Methods for Nonlinear Waves // Advances in Coastal and Ocean Engineering/ Edited by: Philip L-F Liu. Vol. 5. Cornell University, USA, 1999. P. 241–324. <https://doi.org/10.1142/4086>
21. Чаликов Д.В., Булгаков К.Ю. Волны Стокса на конечной глубине // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2014. Т. 7, № 4. С. 3–15. URL: <https://hydrophysics.spbr.ru/jour/article/view/964> (дата обращения: 18.03.2025). EDN TAQWMZ.
22. Clamond D. Cnoidal-type surface waves in deep water // Journal of Fluid Mechanics. 2003. Vol. 489. P. 101–120. EDN XOOJAT. <https://doi.org/10.1017/S0022112003005111>
23. Lukomsky V.P., Gandzha I.S. Fractional Fourier approximations for potential gravity waves on deep water // Nonlinear Processes in Geophysics. 2003. Vol. 10. P. 599–614. EDN XJRVHH. <https://doi.org/10.5194/npg-10-599-2003>

24. Chang H.K., Liou J.-C. Fixed-frequency Stokes wave expansion // *Ocean Engineering*. 2006. Vol. 33. P. 417–424. <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2005.04.020>
25. Rainey R.C.T., Longuet-Higgins M.S. A close one-term approximation to the highest Stokes wave on deep water // *Ocean Engineering*. 2006. Vol. 33. P. 2012–2024. <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2005.09.014>
26. Dyachenko S.A., Lushnikov P.M., Korotkevich A.O. The complex singularity of a Stokes wave // *JETP Letters*. 2013. Vol. 98. P. 767–771. EDN RVWHMF.
27. Dyachenko S.A., Lushnikov P.M., Korotkevich A.O. Branch cuts of Stokes wave on deep water. Part I: Numerical solution and Padé approximation // *Studies in Applied Mathematics*. 2016. Vol. 137. P. 419–472. EDN UWYDAA. <https://doi.org/10.1111/sapm.12128>
28. Shin J.R. A Fourier series approximation for deep-water waves // *Journal of Ocean Engineering and Technology*. 2022. Vol. 36. P. 101–107. EDN VBBIXL. <https://doi.org/10.26748/ksoe.2021.092>
29. Roenby J. FentonWave — A stream function wave boundary condition for OpenFOAM. 2012. <https://github.com/roenby/fentonWave/tree/master>
30. Fenton J.D. Nonlinear wave theories // *The Sea*. 1990. Vol. 9. P. 3–25.
31. Le Méhauté B. An Introduction to Hydrodynamics and Water Waves. Springer Science & Business Media. 1976.
32. Zhao K., Wang Y., Liu P.L.-F. A guide for selecting periodic water wave theories — Le Méhauté (1976)’s graph revisited // *Coastal Engineering*. 2024. Vol. 188. P. 104432. EDN IUFOJI. <https://doi.org/10.1016/j.coastaleng.2023.104432>
33. Watson K.M., West B.J. A transport-equation description of nonlinear ocean surface wave interactions // *Journal of Fluid Mechanics*. 1975. Vol. 70. P. 815–826. <https://doi.org/10.1017/S0022112075002364>
34. Fenton J.D., Rienecker M.M. A Fourier method for solving nonlinear water-wave problems: application to solitary-wave interactions // *Journal of Fluid Mechanics*. 1982. Vol. 118. P. 411–443. <https://doi.org/10.1017/S0022112082001141>
35. Bateman W.J.D., Swan C., Taylor P.H. On the calculation of the water particle kinematics arising in a directionally spread wavefield // *Journal of Computational Physics*. 2003. Vol. 186. P. 70–92. EDN MTSQRH. [https://doi.org/10.1016/S0021-9991\(03\)00012-3](https://doi.org/10.1016/S0021-9991(03)00012-3)
36. Ducrozet G. Modélisation des processus non-linéaires de génération et de propagation d’états de mer par une approche spectral. Thèse de Doctorat. 2007. (In French).

## References

1. Tanaka M. A method of studying nonlinear random field of surface gravity waves by direct numerical simulation. *Fluid Dynamics Research*. 2001;28:41–60. [https://doi.org/10.1016/S0169-5983\(00\)00011-3](https://doi.org/10.1016/S0169-5983(00)00011-3)
2. Tanaka M. Verification of Hasselmann’s energy transfer among surface gravity waves by direct numerical simulations of primitive equations. *Journal of Fluid Mechanics*. 2001;444:199–221. <https://doi.org/10.1017/S0022112001005389>
3. Dommermuth D, Yue DKP. A high-order spectral method for the study of nonlinear gravity waves. *Journal of Fluid Mechanics*. 1987;184:267–288. <https://doi.org/10.1017/S002211208700288X>
4. West BJ, Brueckner KA, Janda RS, Milder DM, Milton RL. A new numerical method for surface hydrodynamics. *Journal of Geophysical Research*. 1987;92:11803–11824. <https://doi.org/10.1029/JC092iC11p11803>
5. Onorato M, Osborne AR, Serio M. On the relation between two numerical methods for the computation of random surface gravity waves. *European Journal of Mechanics — B/Fluids*. 2007;26:43–48. <https://doi.org/10.1016/j.euromechflu.2006.05.001>
6. Zakharov V. Stability of periodic waves of finite amplitude on a surface of deep fluid. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*. 1968;2:190–194. <https://doi.org/10.1007/bf00913182>
7. Chalikov D. *Numerical modeling of sea waves*. Springer; 2016. 330 p. URL: <https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-319-32916-1> (date of access: 18.03.2025).
8. Chalikov DV. Different approaches to numerical modeling of sea waves. *Fundamental and Applied Hydrophysics*. 2022;15(1):19–32. <https://doi.org/10.59887/fpg/uldf-m1x7-1bxg>
9. Klahn M, Madsen PA, Fuhrman DR. Simulation of three-dimensional nonlinear water waves using a pseudospectral volumetric method with an artificial boundary condition. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*. 2021;93:1843–1870. <https://doi.org/10.1002/flid.4956>
10. Chalikov DV. Numerical modeling of three-dimensional potential waves. *Fundamental and Applied Hydrophysics*. 2014;7(1):7–31. (In Russ). URL: <https://hydrophysics.spbr.ru/jour/article/view/996> (date of access: 18.03.2025).
11. Ducrozet G, Bonnefoy F, Le Touzé D, Ferrant P. HOS-ocean: Open-source solver for nonlinear waves in open ocean based on High-Order Spectral method. *Computer Physics Communications*. 2016;203:245–254. <https://doi.org/10.1016/j.cpc.2016.02.017>
12. Xiao W, Liu Y, Wu G, Yue DKP. Rogue wave occurrence and dynamics by direct simulations of nonlinear wave-field evolution. *Journal of Fluid Mechanics*. 2013;720:357–392. <https://doi.org/10.1017/jfm.2013.37>

13. Seiffert BR, Ducrozet G, Bonnefoy F. Simulation of breaking waves using the High-Order Spectral method with laboratory experiments: Wave-breaking onset. *Ocean Modelling*. 2017;119:94–104. <https://doi.org/10.1016/j.ocemod.2017.09.006>
14. Slunyaev A, Kokorina A. Account of occasional wave breaking in numerical simulations of irregular water waves in the focus of the rogue wave problem. *Water Waves*. 2019;2:243–262. <https://doi.org/10.1007/s42286-019-00014-9>
15. Canard M, Ducrozet G, Bouscasse B. Experimental reproduction of an extreme sea state in two wave tanks at various generation scales. In: *OCEANS2022*. Chennai, India; 2022. p. 1–6. <https://doi.org/10.1109/OCEANSChennai45887.2022.9775216>
16. Touboul J, Kharif C. Nonlinear evolution of the modulational instability under weak forcing and damping. *Natural Hazards and Earth System Sciences*. 2010;10:2589–2597. <https://doi.org/10.5194/nhess-10-2589-2010>
17. Fujimoto W, Waseda T, Webb A. Impact of the four-wave quasi-resonance on freak wave shapes in the ocean. *Ocean Dynamics*. 2019;69:101–121. <https://doi.org/10.1007/s10236-018-1234-9>
18. Slunyaev AV. Contributions of nonlinear spectral components to the probability distribution of rogue waves based on the results of numerical simulation of the Euler equations. *Izvestiya, Atmospheric and Oceanic Physics*. 2023;59:701–721. <https://doi.org/10.1134/S0001433823060105>
19. Slunyaev AV, Pelinovsky DE, Pelinovsky EN. Rogue waves in the sea: observations, physics, and mathematics. *Physics-Uspeski*. 2023;66:148–172. <https://doi.org/10.3367/UFNe.2021.08.039038>
20. Fenton JD. Numerical Methods for Nonlinear Waves. In: *Advances in Coastal and Ocean Engineering*. Cornell University, USA. 1999;5:241–324. <https://doi.org/10.1142/4086>
21. Chalikov DV, Bulgakov KY. Stokes Waves at Finite Depth. *Fundamental and Applied Hydrophysics*. 2014;7(4):3–15 (In Russ). URL: <https://hydrophysics.spbrc.ru/jour/article/view/964> (date of access: 18.03.2025)
22. Clamond D. Cnoidal-type surface waves in deep water. *Journal of Fluid Mechanics*. 2003;489:101–120. <https://doi.org/10.1017/S0022112003005111>
23. Lukomsky VP, Gandzha IS. Fractional Fourier approximations for potential gravity waves on deep water. *Nonlinear Processes in Geophysics*. 2003;10:599–614. <https://doi.org/10.5194/npg-10-599-2003>
24. Chang HK, Liou J-C. Fixed-frequency Stokes wave expansion. *Ocean Engineering*. 2006;33:417–424. <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2005.04.020>
25. Rainey RCT, Longuet-Higgins MS. A close one-term approximation to the highest Stokes wave on deep water. *Ocean Engineering*. 2006;33:2012–2024. <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2005.09.014>
26. Dyachenko SA, Lushnikov PM, Korotkevich AO. The complex singularity of a Stokes wave. *JETP Letters*. 2013;98:767–771.
27. Dyachenko SA, Lushnikov PM, Korotkevich AO. Branch cuts of Stokes wave on deep water. Part I: Numerical solution and Padé approximation. *Studies in Applied Mathematics*. 2016;137:419–472. <https://doi.org/10.1111/sapm.12128>
28. Shin JR. A Fourier series approximation for deep-water waves. *Journal of Ocean Engineering and Technology*. 2022;36:101–107. <https://doi.org/10.26748/ksoe.2021.092>
29. Roenby J. FentonWave — A stream function wave boundary condition for OpenFOAM [Computer software]. 2012. URL: <https://github.com/roenby/fentonWave/tree/master> (date of access: 01.07.2025)
30. Fenton JD. Nonlinear wave theories. In: *The Sea*. 1990;9:3–25.
31. Le Méhauté B. *An Introduction to Hydrodynamics and Water Waves*. Springer Science & Business Media; 1976.
32. Zhao K, Wang Y, Liu PL-F. A guide for selecting periodic water wave theories — Le Méhauté (1976)'s graph revisited. *Coastal Engineering*. 2024;188:104432. <https://doi.org/10.1016/j.coastaleng.2023.104432>
33. Watson KM, West BJ. A transport-equation description of nonlinear ocean surface wave interactions. *Journal of Fluid Mechanics*. 1975;70:815–826. <https://doi.org/10.1017/S0022112075002364>
34. Fenton JD, Rienecker MM. A Fourier method for solving nonlinear water-wave problems: application to solitary-wave interactions. *Journal of Fluid Mechanics*. 1982;118:411–443. <https://doi.org/10.1017/S0022112082001141>
35. Bateman WJD, Swan C, Taylor PH. On the calculation of the water particle kinematics arising in a directionally spread wavefield. *Journal of Computational Physics*. 2003;186:70–92. [https://doi.org/10.1016/S0021-9991\(03\)00012-3](https://doi.org/10.1016/S0021-9991(03)00012-3)
36. Ducrozet G. Modélisation des processus non-linéaires de génération et de propagation d'états de mer par une approche spectral. (In French). 2007.

## Об авторе

СЛЮНЯЕВ Алексей Викторович, доктор физико-математических наук, член-корреспондент РАН, заведующий сектором, Федеральное государственное бюджетное научное учреждение «Федеральный исследовательский центр Институт прикладной физики им. А.В. Гапонова-Грехова Российской академии наук», ORCID: ID0000-0001-7782-2991, WoS ResearcherID: A-3272-2014, Scopus Author ID: 55957049100, SPIN-код (РИНЦ): 2982-4096, e-mail: slunyaev@ipfran.ru



DOI [https://doi.org/10.59887/2073-6673.2025.18\(4\)-4](https://doi.org/10.59887/2073-6673.2025.18(4)-4)

EDN <https://elibrary.ru/ilieep>

УДК 551.465.45

© А. А. Соколов\*, 2025

Арктический и антарктический научно-исследовательский институт, 199397, Санкт-Петербург, ул. Беринга, 38, Россия,

\*a.sokolov@aari.ru

## Тепломассоперенос через западную границу Баренцева моря по данным реанализа ORAS5

Статья поступила в редакцию 12.08.2025, после доработки 10.11.2025, принята в печать 17.11.2025

### Аннотация

В настоящее время к основным причинам изменчивости ледяного покрова Баренцева моря относят приток атлантических вод. В работе исследован адвективный тепломассоперенос через западную границу Баренцева моря за период 1993–2023 гг. на основании данных реанализа ORAS5. Установлено, что поток тепла через южную часть разреза (о. Медвежий–м. Нордкап) составляет 60 ТВт при переносе объема вод в 2,1 Св. В южной части разреза выделяются три ветви течений с увеличенным потоком тепла. Значимое увеличение тепломассопереноса со временем происходит в южной и центральной ветви, что определяется трендами как в скоростях течения, так и в температуре воды.

Общий поток тепла в бассейн Баренцева моря составляет 61 ТВт и имеет значимый положительный тренд с величиной 0,03 ТВт/мес. Оценка тренда показала, что за 31 год поток тепла в южной части разреза увеличился на 11 ТВт, а в северной части — на 3 ТВт. Таким образом, акцент в переносе тепла в Баренцево море значительно смещен к южной части исследуемого разреза. На основе вейвлет-анализа установлены квази-7-летние синхронные колебания температуры воды и скоростей течений до 2008 г., способствующие росту теплового потока. В 2008–2010 гг. произошёл «слом» тенденции, после чего в 2010–2023 гг. наблюдается их рассинхронизация и стабилизация потока тепла на более низком уровне. Во внутригодовом аспекте южная ветвь потока тепла демонстрирует высокую изменчивость, преимущественно обусловленную течениями, с максимумом зимой и минимумом летом, что связано с сезонной ветровой циркуляцией.

**Ключевые слова:** Баренцево море, атлантические воды, адвективный тепломассоперенос, океанский реанализ

© А. А. Sokolov\*, 2025

Arctic and Antarctic Research Institute, 38 Berings Str., St. Petersburg, 199397, Russia

\*a.sokolov@aari.ru

## Heat and mass transfer across the western boundary of the Barents Sea based on ORAS5 reanalysis data

Received 12.08.2025, Revised 10.11.2025, Accepted 17.11.2025

### Abstract

Currently, the primary drivers of ice cover variability in the Barents Sea are the influxes of Atlantic water. This study examines advective heat and mass transfer across the western boundary of the Barents Sea over the period 1993–2023, using reanalysis data from ORAS5. The heat flux through the southern segment of the section (from Bear Island to Nordkapp Cape) is estimated at 60 TW, with a volumetric water flux of 2.1 Sv. Three current branches with elevated heat flux are identified in the southern part of the section.

A significant increase in heat and mass transfer over time is observed predominantly in the southern and central branches, correlating with trends in both current velocity and water temperature. The total heat flux into the Barents Sea basin is approximately 61 TW, showing a notable positive trend of 0.03 TW per month. Trend analysis indicates that over the 31-year period, heat

**Ссылка для цитирования:** Соколов А.А. Тепломассоперенос через западную границу Баренцева моря по данным реанализа ORAS5 // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2025. Т. 18, № 4. С. 50–65. EDN ILIEEP.

[https://doi.org/10.59887/2073-6673.2025.18\(4\)-4](https://doi.org/10.59887/2073-6673.2025.18(4)-4)

**For citation:** Sokolov A.A. Heat and mass transfer across the western boundary of the Barents Sea based on ORAS5 reanalysis data. *Fundamental and Applied Hydrophysics*. 2025;18(4):50–65. [https://doi.org/10.59887/2073-6673.2025.18\(4\)-4](https://doi.org/10.59887/2073-6673.2025.18(4)-4)



transport in the southern part of the section increased by about 11 TW, while the northern part saw an increase of roughly 3 TW. Consequently, there has been a substantial shift in the spatial distribution of heat transfer toward the southern coastal region of the Barents Sea.

Wavelet analysis revealed quasi-7-year synchronous oscillations in water temperature and current velocity prior to 2008, contributing to an increase in heat flux. A shift in this pattern occurred during 2008–2010, followed by a desynchronization of these parameters from 2010 to 2023, which resulted in the stabilization of heat flux at a lower level. On an intra-annual scale, the southern branch of the heat flux exhibits high variability, driven primarily by current velocity, with a winter maximum and summer minimum associated with seasonal wind circulation patterns.

**Keywords:** Barents Sea, Atlantic waters, advective heat and salt transport, oceanic reanalysis

## 1. Введение

Баренцево море является связующим звеном между Северной Атлантикой и Арктикой, что делает его одним из ключевых регионов для мониторинга климатических процессов. Приток океанических вод тесно связан с изменением морских льдов в Баренцевом море и в Арктике в целом [1]. Ледовитость моря, влияет на экономическую деятельность региона: промысел, навигацию, добычу полезных ископаемых. Адвекция океанического и атмосферного тепла является важнейшей составляющей термического баланса Арктического бассейна. Так, усиленное поступление атлантических вод в Баренцево море оставляет свободной ото льда акваторию в зимний период, что приводит к изменению циркуляции атмосферы и к аномально холодным периодам на европейской территории России и в Западной Европе [2–4]. Поступление тепла через западную границу моря является ключевым внешним фактором, определяющим ледовый режим Баренцева моря [5, 6]. Для обоснованного прогноза ожидаемых изменений в морском ледяном покрове и безопасного ведения хозяйственной деятельности в Баренцевом море необходимо четкое понимание закономерностей внутригодовой и межгодовой изменчивости тепломассопереноса через эту границу.

Основное поступление водных масс, проходящих через западную границу Баренцева моря, широкий пролив между Скандинавским полуостровом и архипелагом Шпицберген, происходит в Норвежском Атлантическом течении, которое в районе северной части Норвегии разделяется на Нордкапское, Мурманское и Норвежское Прибрежное течения (рис. 1) [7]. Эти течения проявляются в виде нескольких струй, о существовании которых упоминается разными исследователями [4, 8–10].

Преобладающим горизонтальным потоком здесь является Нордкапское течение. Это наиболее мощный и устойчивый поток, обуславливающий гидрологический режим моря. Он входит в море с запада и по мере продвижения на восток разделяется на несколько ветвей. Таким образом динамические процессы на западной границе Баренцева моря [11] полностью определяют адвективный перенос тепла на восток, делая его наиболее значимым для исследуемого региона.

Оценки горизонтальных потоков тепла в регионе Баренцева моря рассматриваются в многочисленных научных исследованиях [1, 4, 8–10, 12, 13]. В работах различных исследователей средний суммарный расход воды через западную границу Баренцева моря варьируется от 2 до 4 Св [1, 9, 12, 14], также во многих работах исследуется разрез (71,6–73°с.ш.), где расход воды составляет в среднем 2 Св [8, 10, 11]. В зависимости от конфигурации разрезов и временного промежутка поток тепла изменяется от 50 до 120 ТВт [1, 8, 9, 11, 12, 14]. Поток соли в среднем составляет  $114 \times 10^3$  кг/с [9] в зависимости от конфигурации разреза и начальной точки отсчета.

Проблема потепления Арктики и влияние атлантических вод на Баренцево море обсуждается с начала прошлого века (например, [15]) и до сих пор окончательно не решена. Актуальность данного исследования обусловлена ключевой ролью Баренцева моря в процессе ускоренного потепления Арктики по сравнению с другими регионами Северного полушария, что подтверждено в ряде предыдущих работ [10, 11, 14], а также уточнением на период 1993–2023 г. межгодовой и сезонной изменчивости адвекции на стандартном вековом разрезе в западной части Баренцева моря (м. Нордкап–о. Медвежий–м. Серкап [16]), который является основным для оценки переноса тепла в Баренцева моря, преимущественно в южной его части.

Данная статья является развитием работы, представленной в [12]. Помимо скорректированного положения разреза, здесь был применен улучшенный метод расчета адвективных тепломассопереносов, использован обновленный ряд данных ORAS5 за период с 1993 по 2023 гг. и значительно расширена дискуссионная часть.

## 2. Методика исследования

Для целей исследования использован массив данных ORAS5 (Ocean Reanalysis System 5), который представляет собой глобальный океанский реанализ, разработанный Европейским центром среднесрочных

прогнозов погоды (European Centre for Medium-Range Weather Forecasts, ECMWF [17]. Он представляет собой согласованный набор данных о состоянии океана за период с 1979 г. по настоящее время. В основе ORAS5 лежит океанская модель NEMO с системой ассимиляции наблюдений 3D-Var FGAT, что обеспечивает высокую точность восстановления параметров океана. Реанализ включает данные о температуре, солёности, течениях, уровне моря и морском льде, объединяя спутниковые, буйковые и другие наблюдения. ORAS5 широко используется для изучения изменчивости океана, климатических тенденций и взаимодействий океан–атмосфера. Данный массив был выбран на основе выводов статьи [18], в которой был проведен сравнительный анализ результатов расчета теплосодержания вод и тепломассопереносов в Северной Атлантике по пяти океанским реанализам, и сделано заключение, что ORAS5 наиболее точно описывает долговременную изменчивость исследуемых величин.

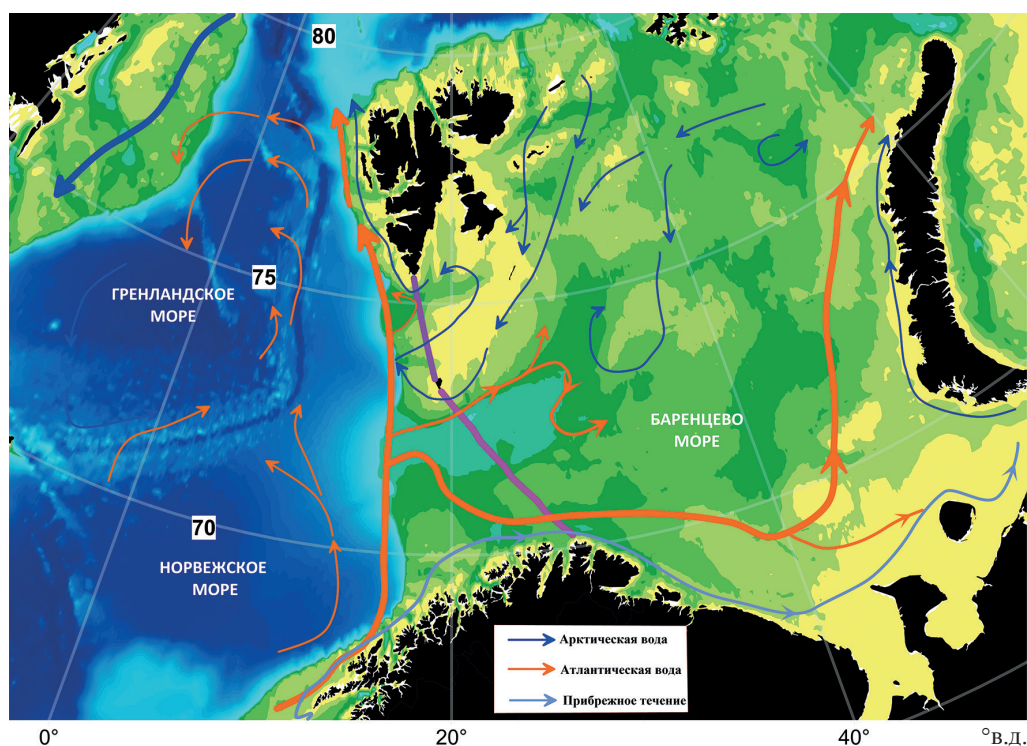
Данные ORAS5 находятся в открытом доступе и включены в массив Global Ocean Ensemble Physics Reanalysis разработанным Copernicus Marine Environment Service (CMEMS) [19].

Из массива CMEMS были извлечены данные ORAS5 за период с 1993 по 2023 гг. для близкого к меридиональному разреза, проходящего по западной границе Баренцева моря:

- южная часть разреза, о. Медвежий — м. Нордкап ( $71,25^{\circ}\text{с.ш.}$ ,  $27,5^{\circ}\text{в.д.}$  и  $74,25^{\circ}\text{с.ш.}$ ,  $19,25^{\circ}\text{в.д.}$ );
- северная часть разреза, о. Медвежий — м. Сёркап ( $74,25^{\circ}\text{с.ш.}$ ,  $18,75^{\circ}\text{в.д.}$  и  $76,5^{\circ}\text{с.ш.}$ ,  $16,75^{\circ}\text{в.д.}$ ).

Конфигурация разреза, через который вычислялись значения тепломассопереносов, представлена на рис. 1 розовой и фиолетовой линиями.

В набор необходимых для данного исследования параметров вошли среднемесячные значения потенциальной температуры, практической солёности и компонент скорости течений для всей толщи вод.



**Рис. 1.** Пространственное расположение меридионального разреза ( $71,25^{\circ}\text{с.ш.}$ ,  $27,5^{\circ}\text{в.д.}$  и  $76,5^{\circ}\text{с.ш.}$ ,  $16,5^{\circ}\text{в.д.}$ ), разделенного на 2 отрезка. Темно-красная линия — южная часть ( $71,25^{\circ}\text{с.ш.}$ ,  $27,5^{\circ}\text{в.д.}$  и  $74,25^{\circ}\text{с.ш.}$ ,  $19,25^{\circ}\text{в.д.}$ ), фиолетовая линия — северная часть ( $74,25^{\circ}\text{с.ш.}$ ,  $18,75^{\circ}\text{в.д.}$  и  $76,5^{\circ}\text{с.ш.}$ ,  $16,75^{\circ}\text{в.д.}$ ). Стрелками показана схема распространения атлантических (оранжевыми) и арктических (синими) вод, голубой линией показано прибрежное течение, по [20]. Топографическая подложка — GEBCO 2024 [21]

**Fig. 1.** Spatial layout of the meridional transect ( $71,25^{\circ}\text{N}$ ,  $27,5^{\circ}\text{E}$  and  $76,5^{\circ}\text{N}$ ,  $16,5^{\circ}\text{E}$ ), divided into two segments. The pink line indicates the southern part ( $71,25^{\circ}\text{N}$ ,  $27,5^{\circ}\text{E}$  and  $74,25^{\circ}\text{N}$ ,  $19,25^{\circ}\text{E}$ ), while the dark red line represents the northern part ( $74,25^{\circ}\text{N}$ ,  $18,75^{\circ}\text{E}$  and  $76,5^{\circ}\text{N}$ ,  $16,75^{\circ}\text{E}$ ). Arrows depict the pathways of Atlantic (orange) and Arctic (blue) waters, the light blue line shows the coastal current, as referenced in [20]. The bathymetric background is based on GEBCO 2024 [21]

Для расчета потоков объема, тепла и соли был применен алгоритм, описанный в [22] подобный расчету тепломассопереносов через пролив Фрама. В качестве отсчетных значений, необходимых при вычислении потоков тепла и соли, были взяты значения температуры и солёности, традиционно применяемые для подобных оценок в СЛО:  $-1,8\text{ }^{\circ}\text{C}$  и  $34,8\text{ ЕПС}$  [23, 24].

Для анализа взаимодействия океана и атмосферы в регионе исследования были использованы среднемесячные значения компонентов скорости ветра из атмосферного реанализа NCEP/DOE Reanalysis II за 1980–2020 гг. [25].

### 3. Результаты исследования

В настоящей работе для каждой вертикальной ячейки сетки меридионального разреза были рассчитаны среднемноголетние значения температуры воды, скоростей течений, солёности, а также потоков тепла и соли (рис. 2).

Как видно из рис. 2, температура приповерхностных вод, втекающих в Баренцево море, составляет  $4\text{--}7\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Среднемноголетнее распределение температуры воды уменьшается с юга на север с максимальными значениями в южной и центральной частях меридионального разреза, а минимальными — в северной. Наибольшая положительная температура наблюдается в верхних слоях с максимумом до  $7\text{ }^{\circ}\text{C}$ . На Медвежинско–Надеждинской возвышенности (МНВ) отмечаются минимальные значения температуры воды верхних слоев, с минимальной температурой до  $1\text{ }^{\circ}\text{C}$  (рис. 2, а).

В южной части разреза среднемноголетняя скорость течения определяется Мурманским и Нордкапским течениями, а в северной — Медвежинским и Зюйдкапским течениями. Так, скорости течений восточного направления отмечаются в южной части разреза, слабое противотечение западного направления прослеживаются в широтной зоне  $74,25\text{--}75,75^{\circ}\text{ш.}$ , также происходит смена знака течений в Зюйдкапском желобе, после чего преобладают скорости восточного направления с максимумом  $0,04\text{ м/с}$  в верхних слоях (рис. 2, б).

Среднемноголетняя солёность воды на разрезе составляет около  $34,92\text{ ЕПС}$ . Более распресненные слои отмечаются у южной оконечности архипелага Шпицберген. Наибольшие значения солёности отмечаются на краю центральной части котловины с максимумом  $35,08\text{ ЕПС}$  на горизонте  $250\text{ м}$  (рис. 2, в).

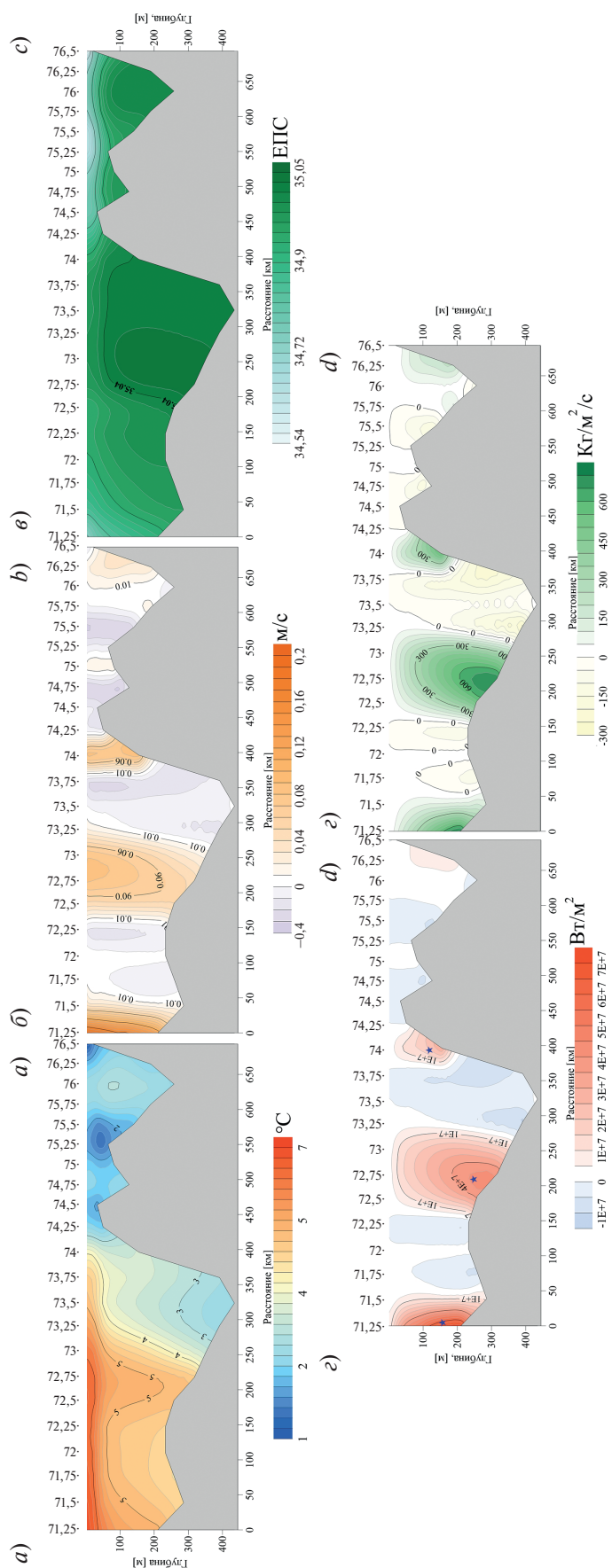
В части разреза Скандинавский п-ов — о. Медвежий в структуре потока тепла выделяются 3 ветви: южная  $71,25\text{--}71,5^{\circ}\text{ш.}$ , центральная  $72,5\text{--}73,25^{\circ}\text{ш.}$  и северная  $73,75\text{--}74,25^{\circ}\text{ш.}$  (рис. 2, г).

Южная ветвь потока соответствует Мурманскому течению, находится у побережья Норвегии, в Нордкинской возвышенности и Финмаркенской равнине ( $71,25\text{--}71,5^{\circ}\text{ш.}$ ), и распространяется до дна. Максимальное значение потока достигает  $7,37 \times 10^7\text{ Вт/м}^2$  в слое  $120\text{--}200\text{ м}$ . Второй, центральный поток (Нордкапское течение,  $72,5\text{--}73,25^{\circ}\text{ш.}$ ), распространяется вдоль южного склона Западного желоба и достигает глубины  $320\text{ м}$  с максимальной интенсивностью  $-4,2 \times 10^7\text{ Вт/м}^2$  на горизонте  $290\text{ м}$ . Третья ветвь потока тепла (холодное Медвежинское или Возвратное течение) расположена в северной части желоба  $73,75\text{--}74,25^{\circ}\text{ш.}$ , с глубиной распространения до  $250\text{ м}$  с максимумом  $3,81 \times 10^7\text{ Вт/м}^2$  на глубине  $210\text{ м}$ .

Поступление соли в Баренцево море происходит схоже с поступлением тепла (рис. 2, д). Поток соли с Мурманским течением распространяется до  $290\text{ м}$ . Максимальное значение потока достигает  $157\text{ кг/м}^2/\text{с}$  на горизонте  $260\text{ м}$ . Второй, центральный поток, распространяется вдоль южного склона Западного желоба и достигает глубины  $320\text{ м}$  с максимальной интенсивностью  $699\text{ кг/м}^2/\text{с}$  на горизонте  $290\text{ м}$ . Поток соли с Медвежинским течением расположен в северной части желоба, с максимальной интенсивностью  $610\text{ кг/м}^2/\text{с}$  на глубине  $210\text{ м}$ .

Таким образом, в южной части разреза выделяются три основные ветви переноса тепла и солёности, ориентированные преимущественно в восточном направлении. Тепло- и массоперенос в пределах Мурманского и Нордкапского течений определяется как вертикальным распределением температуры воды, так и характером горизонтальной циркуляции. В то же время в районе Медвежинского течения ключевым фактором, обуславливающим транспорт тепла и солей, выступает пространственное распределение скоростей течения (рис. 2, а и б).

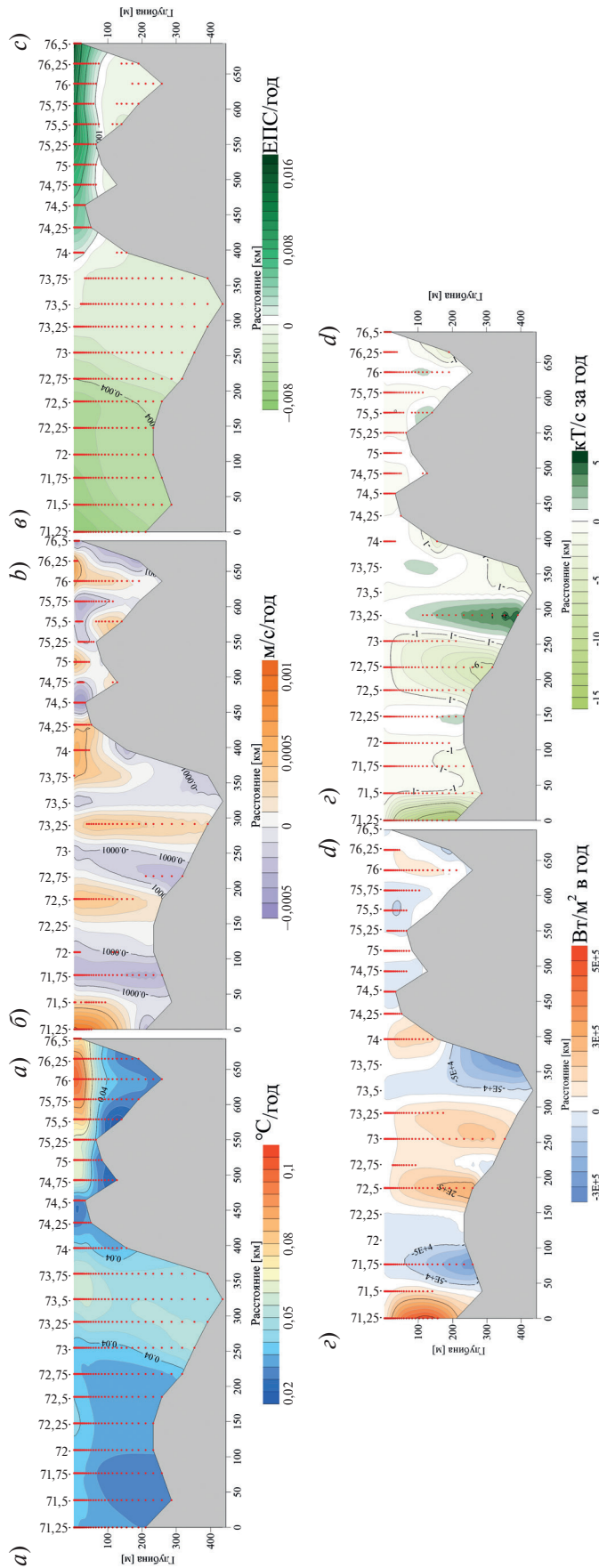
Чтобы проследить временную изменчивость каждой характеристики для каждой вертикальной ячейки разреза, были сделаны оценки тренда по среднемесячным данным за период с 1993 по 2023 г. (рис. 3). На южной части меридионального разреза значимые тренды присутствуют для всех рассмотренных ветвей потока, положение которых было выявлено по среднемноголетним данным. Значительное усиление потока со временем происходит для всех ветвей.



**Рис. 2.** Распределение среднеемноголетних характеристик на меридиональном разрезе за период с 1993 по 2023 гг.: *a* — температура воды (°C); *b* — солёность (EPC); *c* — тепловой поток (Вт/м²); *d* — поток соли (кг/м²/с). Звёздочками выделены ядра отдельных ветвей потока тепла (Вт) (*e*): южного (27,5° в.д., 71,25° с.ш.) на глубине 115 м., центрального (20,0° в.д., 74,0° с.ш.) на глубине 155 м, к югу от о-ва Медвежий

**Fig. 2.** Distribution of mean annual characteristics along the meridional transect for the period from 1993 to 2023: *a* — water temperature (°C); *b* — current velocity (m/s); *c* — heat flux (W/m²); *d* — salt flux (kg/m²/s). Asterisks highlight the cores of individual heat flux branches (W): the southern branch at 27,5°E, 71,25°N, at a depth of 115 m; the central branch at 20,0°E, 74,0°N, at a depth of 155 m; and the northern branch at 23,5°E, 72,75°N, at a depth of 286 m, located south of Medvezhiy Island





**Рис. 3.** Распределение среднесезонных характеристик на меридиональном разрезе за период с 1993 по 2023 год: *a* — величина тренда температуры воды  $^{\circ}\text{C}/\text{год}$ ; *b* — величина тренда скорости течений  $\text{м}/\text{с}$  в год; *в* — солёность,  $\text{ЕПС}/\text{год}$ ; *г* — величина тренда теплового потока  $\text{Вт}/\text{м}^2$  в год; *д* — солёность, величина тренда  $\text{кг}/\text{м}^2/\text{с}$  в год. Красными точками указаны значимые коэффициенты тренда

**Fig. 3.** Distribution of mean annual trend characteristics along the meridional transect for the period from 1993 to 2023: *a* — water temperature trend ( $^{\circ}\text{C}/\text{year}$ ); *b* — current velocity trend ( $\text{m}/\text{s}$  per year); *c* — salinity trend ( $\text{PSU}/\text{year}$ ); *d* — heat flux trend ( $\text{W}/\text{m}^2$  per year); *e* — salt flux trend ( $\text{kg}/\text{m}^2/\text{s}$  per year). Significant trend coefficients are indicated by red dots



Максимальное значение тренда наблюдается на глубине 100 м в области Мурманского течения и составляет  $9,3 \times 10^6$  Вт/м<sup>2</sup>. Формирование тенденций изменения теплового потока в зонах Мурманского и Нордкапского течений определяется, главным образом, изменениями в скоростной структуре течений и температуре воды. В районе Мурманского течения в приповерхностном слое фиксируется положительный тренд скорости течения, указывающий на его интенсификацию, тогда как в глубинном слое (ниже 180 м) наблюдается его ослабление. Эти изменения согласуются с вертикальным распределением трендов теплового потока (рис. 3, б и г).

Для Нордкапского и Медвежинского течений в южной части меридионального разреза также зафиксированы статистически значимые положительные тренды в скорости течений (рис. 3, б). Что касается потока соли, значимые тренды выявлены для всех трёх ветвей. В зоне Мурманского течения наблюдается отрицательный тренд солёности, указывающий на процессы опреснения (рис. 3, в и д).

Все характеристики, определяющие тепломассопереносы, были проинтегрированы от поверхности до дна. В табл. 1 представлены статистические параметры интегральных для каждой струи характеристик потоков и средневзвешенные оценки температуры и солёности воды.

Как видно из табл. 1, ветви восточного направления расположены в южной части разреза. Преобладающим потоком воды, проходящим через меридиональный разрез в Баренцево море, является Норвежское течение, перенос воды в котором достигает 3,04 Св, в северной части разреза (о. Медвежий — м. Сёркап) поток воды намного меньше (0,3 Св). Общий сток воды из Баренцева моря составляет 1,2 Св. В целом средний многолетний расход воды через меридиональный разрез в бассейн Баренцева моря за 31 год составляет 2,1 Св. По инструментальным оценкам [26] (август 1997–август 1998 г.) получены похожие результаты: оценки переноса составили 3,1 Св притока и около 1,2 Св рециркуляции.

Значимый положительный тренд в среднемесечной изменчивости расходов воды (при уровне значимости 5 %) не выявлен, что говорит о незначительном изменении со временем. По оценкам тренда оказалось, что за 31 год поток воды, проходящий через южную часть разреза, увеличился на 0,10 Св, а через северную на 0,02 Св. В целом поток воды через меридиональный разрез увеличился на 0,12 Св.

Из табл. 1 видно, что средняя по вертикали температура воды закономерно уменьшается от юга к северу от 4,4 до 2,2 °С и имеет значимый тренд по всему разрезу 0,003 °С/мес. За период с 1993 по 2023 г. в южной части разреза отмечается мощный среднемноголетний поток тепла (60 ТВт), сравнимый с общим потоком. Соответствующий поток тепла в северной части значительно меньше (2 ТВт). Тренд в потоке тепла определяется соответствующими трендами во временной изменчивости скоростей течений и температуры воды, а также опосредованно, трендом в солёности воды, отрицательная величина которого увеличивает температуру замерзания и уменьшает плотность морской воды [8].

Среднемноголетний поток соли через меридиональный разрез в бассейн Баренцева моря составляет 0,9 кТ/с, за 31 год он уменьшился на 0,15 кТ/с и имеет значимый отрицательный тренд –0,0004 кТ/мес. Солёность в северной части разреза ниже, чем в южной: 34,87 и 34,99 ЕПС соответственно. Отрицательный тренд солёности в южной части разреза показывает опреснение на –0,0002 ЕПС/мес, а в северной части, напротив — осолонение на 0,0004 ЕПС/мес.

Таблица 1

Table 1

Статистические характеристики интегральных потоков массы, тепла и соли, а также средневзвешенных значений температуры и солёности воды в южной, центральной и северной широтных зонах меридионального разреза по 16,5° в.д. (69–76° с.ш.), среднемесячных за период 1993–2023 гг. (Расход — Св, Поток тепла — ТВт и Поток соли — кТ/с)

Statistical characteristics of the integrated mass, heat, and salt fluxes, as well as the area-averaged values of water temperature and salinity in the southern, central, and northern latitudinal zones of the meridional transect at 16.5° E (from 69° to 76° N), for the monthly period from 1993 to 2023 (Flow rate — Sv, heat flux — TW, salt flux — kt/s)

Разрез	Стат. характеристики	Расход, Св			Поток тепла, ТВт			Поток соли, кТ/с			Температура воды, °С	Солёность, ЕПС
		сумм.	+	–	сумм.	+	–	сумм.	+	–		
1	$\bar{x}$	2,12	3,37	–1,25	61,49	87,08	–25,59	0,90	1,37	–0,47	3,56	34,95
	$\sigma$	0,72	0,72	0,38	18,81	20,18	8,84	0,33	0,34	0,17	0,91	0,06
	R2	0,002	0,003	2,1E–05	0,03	0,07	0,06	0,02	0,03	0,006	0,16	0,001
	а, месяц-1	3E–04	3,5E–04	–2E–05	<b>0,03</b>	<b>0,05</b>	<b>–0,02</b>	<b>–4E–04</b>	<b>–5,3E–04</b>	1,2E–04	<b>0,003</b>	–2E–05
2	$\bar{x}$	0,08	0,32	–0,24	2,44	6,22	–3,78	0,06	0,12	–0,07	2,19	34,87

Окончание табл. 1

Fin table 1

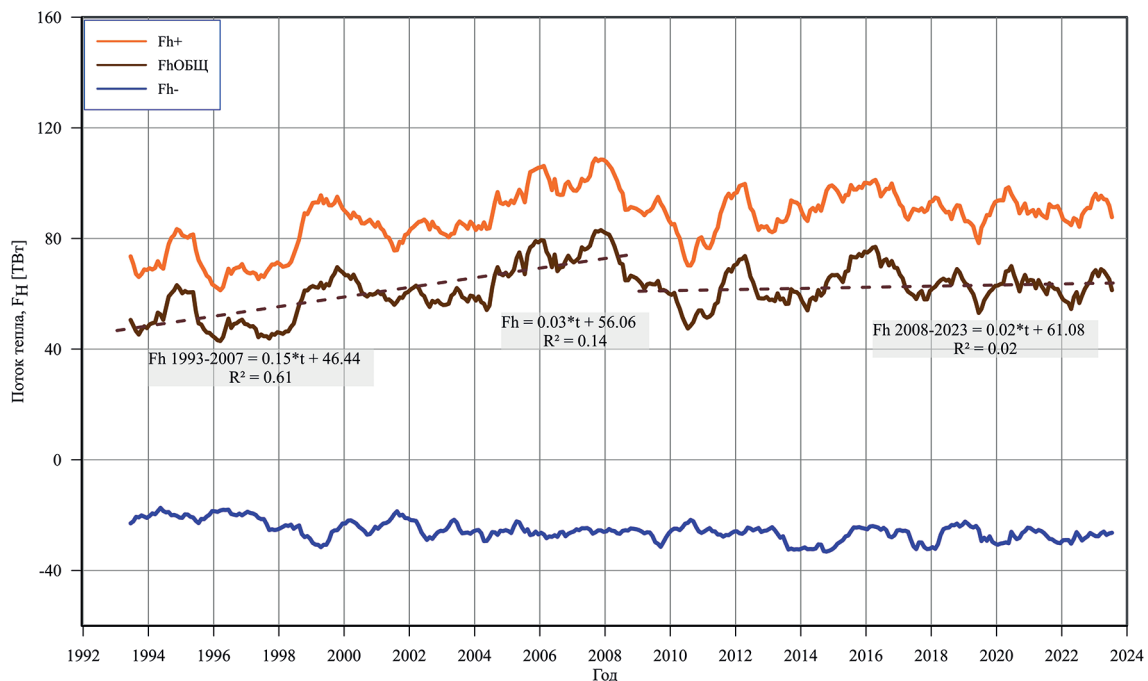
Разрез	Стат. хар-ки	Расход, Св			Поток тепла, ТВт			Поток соли, кТ/с			Температура воды, °С	Соленость, ЕПС
		сумм.	+	—	сумм.	+	—	сумм.	+	—		
2	$\sigma$	0,17	0,16	0,10	3,19	3,42	1,92	0,06	0,07	0,03	1,37	0,11
	R2	0,002	0,0004	0,003	0,004	0,03	0,03	0,002	0,004	0,003	0,10	0,12
	a, месяц-1	7,3E-05	2,7E-05	4,6E-05	0,002	<b>0,005</b>	<b>-0,003</b>	2,2E-05	4,01E-05	-2E-05	<b>0,004</b>	<b>3,7E-04</b>
3	$\bar{x}$	2,11	3,04	-0,93	60,24	80,79	-20,55	0,86	1,24	-0,38	4,36	34,99
	$\sigma$	0,70	0,65	0,38	18,19	18,48	8,33	0,32	0,31	0,17	0,69	0,05
	R2	0,002	0,003	0,0002	0,03	0,07	0,04	0,02	0,04	0,01	0,23	0,22
	a, месяц-1	2,8E-04	3,2E-04	-4,7E-05	<b>0,03</b>	<b>0,04</b>	<b>-0,02</b>	<b>-4,1E-04</b>	<b>-5,7E-04</b>	1,5E-04	<b>0,003</b>	<b>-2,4E-04</b>

Примечания. Разрез 1 — весь разрез, разрез 2 — часть разреза 1 к северу от о-ва Медвежий, разрез 3 — часть разреза 1 к югу от о-ва Медвежий (рис. 1).

\*Положительные и отрицательные значения рассчитанных характеристик определяют направления потока массы и тепла через меридиональный разрез. R<sup>2</sup> — коэффициент детерминации линейного тренда; a — коэффициент тренда. Жирным шрифтом выделены значимые (при 5 %) коэффициенты тренда.

Для полного понимания изменений теплового потока во времени был рассмотрен его тренд для всего меридионального разреза. По оценкам тренда оказалось, что за 31 год общий поток тепла, проходящий через разрез, увеличился на 11 ТВт. В южной части поток увеличился на 10 ТВт. Среднегодовое значение потока тепла через весь исследуемый разрез составляет 61 ТВт. Тренд по среднемесячным значениям положительный и значимый (0,03 ТВт/мес). Поток тепла через меридиональный разрез, практически полностью определяется скоростью течений (коэффициент корреляции составил  $r = 0,80$ , для температуры  $r = 0,24$ ).

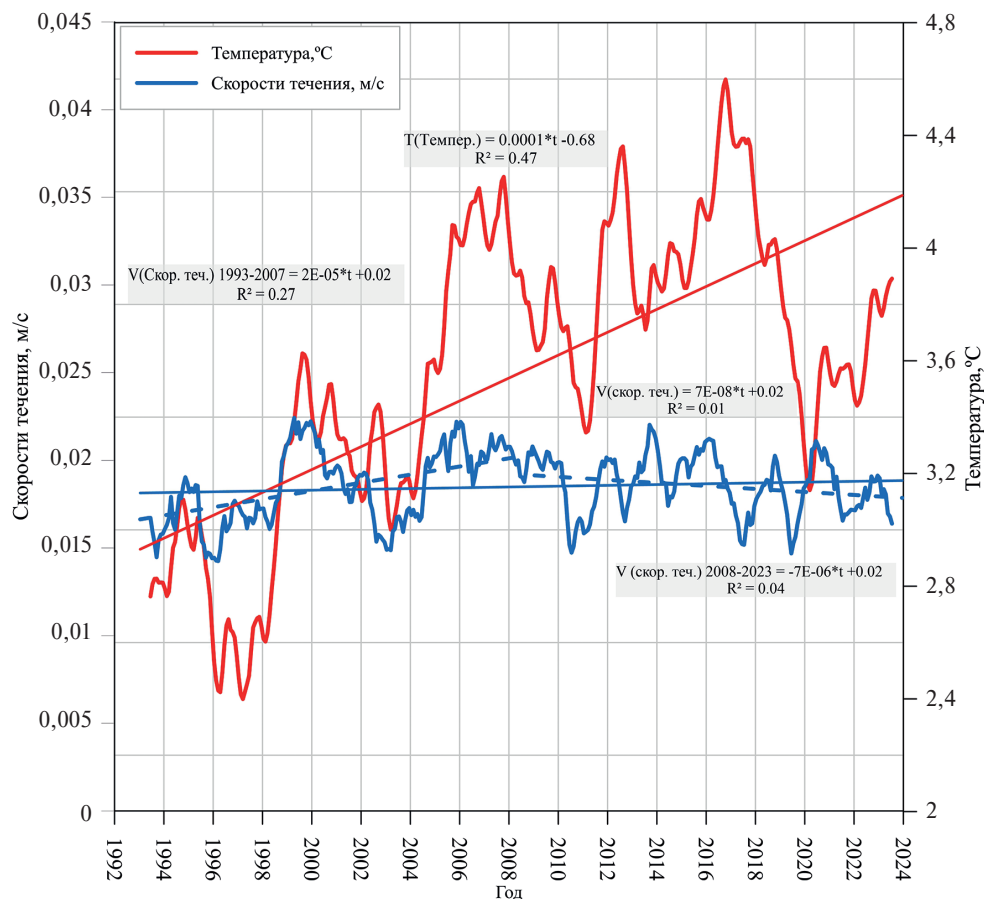
На рис. 4 представлен среднемесячный поток тепла через меридиональный разрез с фильтром скользящего среднего (окно 11 мес.). Очевидное увеличение потока тепла происходит с 1993 по 2008 г., после чего наблюдается значимое локальное ослабление потока до 2010 г., далее происходит его стабилизация (рис. 4).



**Рис. 4.** Среднемесячный поток тепла (Fh, ТВт) через меридиональный разрез за период с 1993 по 2023 год с фильтром скользящего среднего (окно 11 мес). Fh+ — поступление потока тепла, Fh— — сток потока тепла, FhОБЩ — суммарный поток тепла; прямые линии — линейный тренд за весь период, пунктирные линии — локальные тренды

**Fig. 4.** Monthly heat flux through the meridional transect for the period from 1993 to 2023 (TW), smoothed using a moving average filter with an 11-month window. Fh+ — heat inflow, Fh— — heat outflow, FhTOTAL — total heat flux; solid lines indicate the linear trend over the entire period, while dashed lines represent local trends

Для выявления причин такой изменчивости рассмотрены отдельно компоненты теплового потока с фильтром скользящего среднего с окном 11 мес. (рис. 5). По графикам видно, что до 2008 г. оба компонента практически синхронны ( $r = 0,78$ ), имеют одинаковый положительный тренд, и их произведение определяет возрастающий тепловой поток в этот период времени. После 2008 г. изменчивость компонентов рассинхронизируется ( $r = 0,12$ ) и скорости течения ослабевают, что при возрастающей температуре воды вызывает стабилизацию потока тепла после.



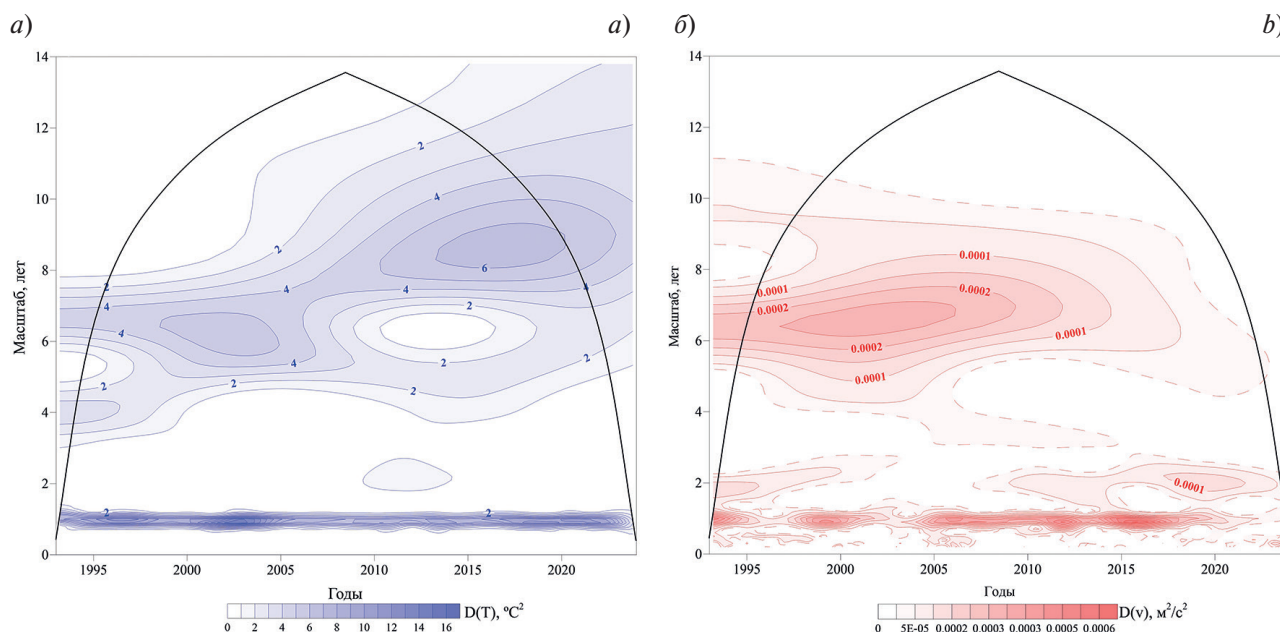
**Рис. 5.** Временная изменчивости скоростей течения (м/с) и температуры воды (°C) с фильтром скользящего среднего (окно 11 мес.). Прямые линии — линейный тренд за весь период, пунктирные линии — локальные тренды

**Fig. 5.** Temporal variability of current velocities (m/s) and water temperature (°C), smoothed using a moving average filter with an 11-month window. Solid lines indicate the linear trend over the entire period, while dashed lines represent local trends

Для более подробного анализа изменчивости компонентов теплового потока для среднемесячных рядов усредненных по разрезу значений температуры воды и скоростей течений был проведен вейвлет-анализ с вейвлетом Морле 6 [27]. Распределение квадратов вейвлет-коэффициентов, характеризующих дисперсию временной изменчивости на различных периодах в разное время представлено на рис. 6.

В высокочастотной области хорошо выделяется годовой цикл. Как видно из рис. 6, практически до 2004 г. в изменчивости обеих характеристик преобладал квази-7-летний период. Позже скорость течения сохранила свою структуру на весь исследуемый период, немного ослабев после 2014 г. и увеличив частоту до квази-4-летнего периода. Энергия же колебаний температуры воды после 2004 г. перешла в более низкочастотную область с квази-9-летним периодом, и усилившись к 2016 г., и более слабое колебание с квази-4-летним периодом.

Таким образом, 2008 г. можно считать моментом, когда наиболее ярко проявились различия в колебаниях компонентов теплового потока, которые видны и на рис. 5: если до 2008 г. они изменялись практически синхронно, усиливая друг друга и тепловой поток, то после этого времени, они стали изменяться принципиально по-разному и тепловой поток стабилизировался на некотором среднем уровне.



**Рис. 6.** Распределение дисперсии колебаний на периодах 3–10 лет по коэффициентам вейвлет–разложения среднемесячных рядов: *a* — температуры воды ( $^{\circ}\text{C}^2$ ) (синие линии), *b* — скорости течения ( $\text{m}^2/\text{c}^2$ ) (красные линии) усредненных в целом по меридиональному разрезу в западной части Баренцева моря

**Fig. 6.** Distribution of variance of fluctuations over periods of 3–10 years based on wavelet decomposition coefficients of the monthly mean series: *a* — water temperature variance ( $^{\circ}\text{C}^2$ ) (blue lines), *b* — current velocity variance ( $\text{m}^2/\text{s}^2$ ) (red lines). The data are averaged across the entire meridional transect in the western part of the Barents Sea

Такие изменения в климатической системе Баренцева моря после 2007 г. можно, вслед за авторами [28], связать с окончанием второй эпохи потепления, основанной на 60-летнем климатическом цикле, а также с переменой типа основной атмосферной циркуляции с широтной на меридиональную [29]. Кроме того необходимо отметить, что и на рисунке 4 ярко виден «слом» тенденции в 2008–2010 гг., что предшествует экстремальным погодным явлениям летом 2010 г., особенно в России [30, 31].

Для полного представления о временной изменчивости потока тепла в южной части меридионального разреза по максимумам значений были выбраны 3 основных ядра ветвей потока тепла на различных горизонтах и рассчитаны их временные серии (рис. 7). Нужно отметить, что ветви потока тепла совпадают со струями, которые были выделены по наблюдениям в работе [24]. Характеристики внутригодовой изменчивости составляющих трех ядер характеристик представлены в табл. 2. Самый мощный поток

Таблица 2

Table 2

**Внутригодовая изменчивость среднемесячных характеристик в ядрах потоков тепла в южной части меридионального разреза, за период 1993–2023 гг.**

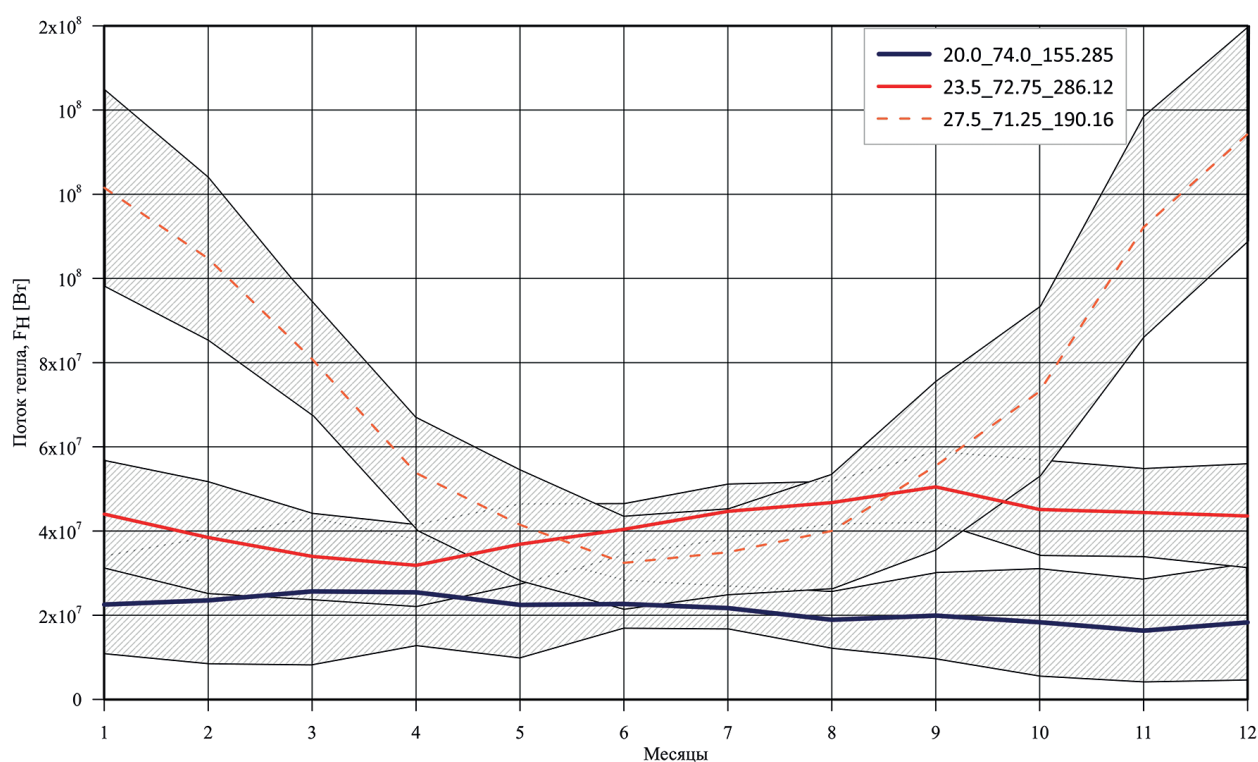
**Intra-annual variability of the monthly mean characteristics within the heat flux cores in the southern part of the meridional transect for the period from 1993 to 2023**

Расположение ядер потоков тепла	Характеристики			
	Размах	Среднее значение	Стандартное отклонение	Коэффициент вариации (СКО/среднее)
Скорость течений, м/с				
(27,5°в.д., 71,25°с.ш.) 190 м	0,15	0,13	0,06	0,46
(23,5°в.д., 72,75°с.ш.) 286 м	0,02	0,05	0,006	0,01
(20,0°в.д., 74,0°с.ш.) 155 м	0,05	0,09	0,02	0,22
Температура воды, $^{\circ}\text{C}$				
(27,5°в.д., 71,25°с.ш.) 190 м	2,35	5,08	0,8	0,16
(23,5°в.д., 72,75°с.ш.) 286 м	0,68	4,82	0,07	0,01
(20,0°в.д., 74,0мс.ш.) 155 м	1,01	3,46	0,39	0,11



тепла отмечается в южном ядре, об этом свидетельствуют значения скоростей течений и температуры воды, по сравнению с остальными ядрами потока. Дисперсия годового хода температуры воды через южную часть разреза велика: перепад значений от максимума в сентябре до минимума в апреле составляет  $2,4\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Степень внутригодовой изменчивости скоростей течений определяется коэффициентом вариации, которая в 3 раза выше, чем у температуры воды. В ядре южной ветви потока тепла размах колебаний в 3–7 раз выше, чем в ядрах центральной и северной струй потока тепла.

Внутригодовое распределение поступления потока тепла из Норвежского моря неравномерно. Как видно из рис. 7, на меридиональном разрезе для ядра южной ветви потока тепла прослеживается годовая гармоника, также можно отметить, что в центральной и южной ветвях потока тепла внутригодовая изменчивость находится в противофазе: наибольшая интенсивность в ядре южной ветви потока приходится на зимние месяцы декабрь/январь, минимум на летние месяцы. Максимум потока приходится на январь и в среднем составляет  $1,3 \times 10^8 \pm 2,3 \times 10^7$  Вт, а минимум — на июнь —  $3,2 \times 10^8 \pm 24$  Вт; средняя за год величина —  $7,4 \times 10^7 \pm 1,7 \times 10^7$  Вт. Центральный поток менее интенсивен. Максимум потока в сентябре —  $5,05 \times 10^7 \pm 8,5 \times 10^6$  Вт, а минимум в апреле —  $3,2 \times 10^7 \pm 9,7 \times 10^6$  Вт; средняя за год величина —  $4,2 \times 10^7 \pm 9,6 \times 10^6$  Вт.



**Рис. 7.** Внутригодовой ход временных серий потока тепла в ядрах отдельных ветвей (Вт): 1 — южного ( $27,5^{\circ}$  в. д.,  $71,25^{\circ}$  с. ш.) на глубине 115 м., 2 — центрального ( $23,5^{\circ}$  в. д.,  $72,75^{\circ}$  с. ш.) на глубине 286 м., 3 — северного ( $20,0^{\circ}$  в. д.,  $72,75^{\circ}$  с. ш.) на глубине 155 м. В южной части меридионального разреза ( $71,25^{\circ}$  с. ш.,  $27,5^{\circ}$  в. д. и  $74,25^{\circ}$  с. ш.,  $19,25^{\circ}$  в. д.) за период 1993–2023 гг. (штриховкой выделен диапазон стандартного отклонения)

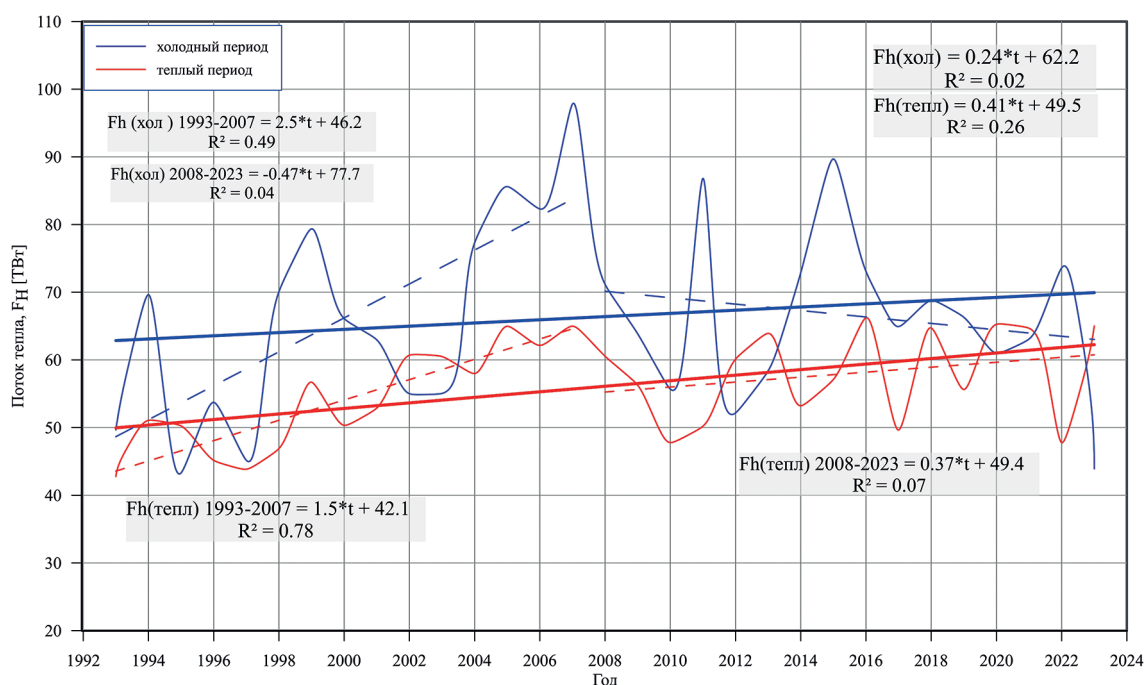
**Fig. 7.** Intra-annual variation of the heat flux time series within the cores of individual branches (W): 1 — the southern branch at  $27,5^{\circ}$  E,  $71,25^{\circ}$  N, at a depth of 115 m; the central branch at  $23,5^{\circ}$  E,  $72,75^{\circ}$  N, at a depth of 286 m; and the northern branch at  $20,0^{\circ}$  E,  $72,75^{\circ}$  N, at a depth of 155 m. In the southern part of the meridional transect ( $71,25^{\circ}$  N,  $27,5^{\circ}$  E and  $74,25^{\circ}$  N,  $19,25^{\circ}$  E), for the period from 1993 to 2023, the shaded area indicates the range of one standard deviation

Так как поток тепла значительно различается от зимы к лету, целесообразно рассмотреть его межгодовой ход отдельно для теплого (май–сентябрь) и холодного (октябрь–апрель) сезонов года.

Во временной изменчивости потока тепла за теплый и холодный сезоны в период с 1993 по 2023 годы (рис. 8) видно, что поток тепла в холодный период в среднем превышает таковой в теплый период на 17 %, что свидетельствует о его большей интенсивности. Средние значения составляют для холодного сезона  $66,4$  ТВт и  $56,1$  ТВт для теплого. Особого внимания заслуживает выраженный максимум потока тепла в 2007 г., который позволяет разделить общую изменчивость на два периода. Для периода 1993–2007 гг. на-



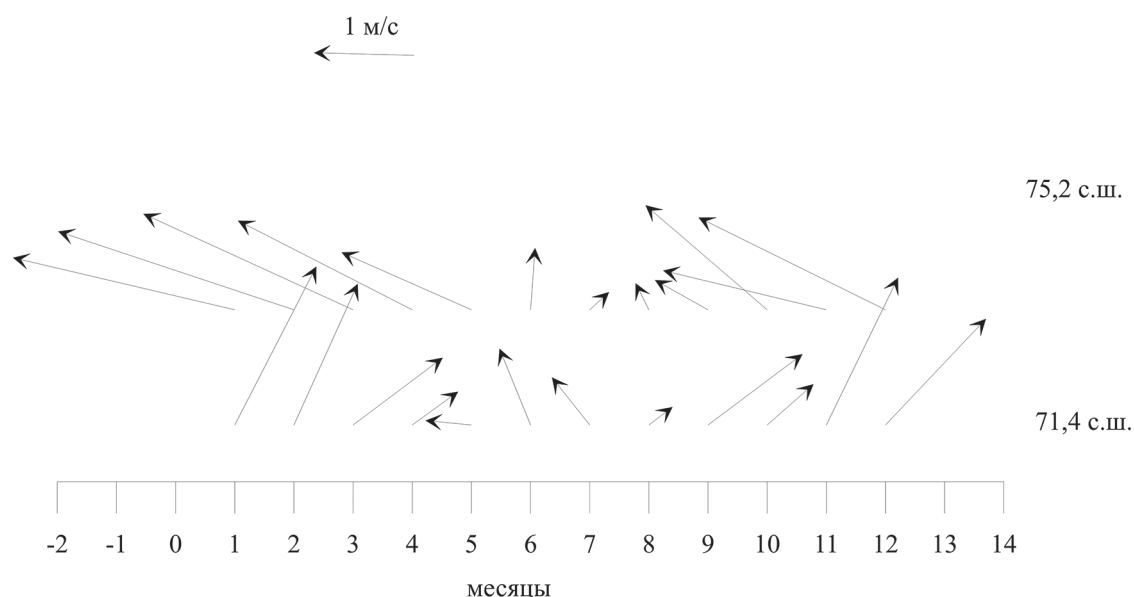
блюдается выраженный рост теплового потока как зимой (2,5 ТВт/год,  $R^2=0,49$ ), так и летом (1,5 ТВт/год,  $R^2=0,78$ ), за которым следует резкое снижение к 2010 г. Начиная с 2010 года в обоих сезонах отмечается стабилизация потока тепла (локальные тренды не значимы) на более низком уровне.



**Рис. 8.** Поток тепла в теплый и холодный периоды года с линейными основными и локальными трендами. Прямые линии — линейный тренд за весь период, пунктирные линии — локальные тренды

**Fig. 8.** Heat flux during the warm and cold seasons with linear global and local trends. Heat flux during the warm and cold seasons. Solid lines indicate the linear trend over the entire period, while dashed lines represent local trends

Предполагается, что поток тепла в Баренцевом море управляется атмосферной циркуляцией [14, 28, 29]. Для оценки связи ветровой циркуляции с потоком тепла на разрезе были рассчитаны среднеклиматические векторы ветра за период 1980–2020 гг. (рис. 9).



**Рис. 9.** Среднеклиматические векторы ветра на высоте 10 м на 18,75° в. д. за период 1980–2020 гг.

**Fig. 9.** Mean climatic wind vectors at 10 m height at 18,75°E longitude for the period 1980–2020

В целом, векторы ветра на разрезе согласованы: в осенне-зимний период севернее о-ва Медвежий отмечаются ветры юго-восточного направления, а южнее — юго-западного. В южной зоне меридиональная компонента преобладает, особенно в осенне-зимний период. В мае-июле ветер значительно ослабевает по всему разрезу, на юге разворачивается на запад, что препятствует основным течениям. В южной части разреза в годовом ходе скоростей ветра максимум отмечается в зимние месяцы декабрь/февраль, а минимум в летние месяцы. Дрейфовый интегральный поток тепла имеет зональное направление и определяется ветрами юго-западного направления. Из рис. 7 и 9 видно, что среднеклиматические скорости ветра хорошо согласуются с годовым ходом потока тепла. Слабый ветер соответствует слабому потоку тепла, а сильный соответствует сильному потоку.

Корреляция между осреднёнными за тёплый и холодный периоды компонентами скорости ветра показала, что в межгодовой изменчивости тепловой поток в тёплый период связан только с зональной компонентой ветра ( $R = 0,47$ ), а в холодный период отмечается связь как с зональной ( $R = 0,38$ ), так и с меридиональной компонентой ветра ( $R = 0,47$ ). Так как поток тепла в холодный период имеет корреляцию и с обоими составляющими вектора ветра, целесообразно оценить их множественную корреляцию, которая значительно выше и равна 0,64. Таким образом можно сделать вывод, что действительно поток тепла в южной части разреза в значительной степени управляется атмосферной циркуляцией.

Похожий результат показывают расчеты, выполненные с помощью ветровых моделей [32, 33]: южные ветры, которые доминируют зимой, увеличивают атлантический приток, в то время как более слабые, более флуктуирующие восточные ветры, которые обычны летом, уменьшают ветровой приток.

#### 4. Заключение

По оценкам адвективного тепломассопереноса, поступающего через стандартный вековой разрез (м. Нордкап—о. Медвежий—м. Серкап) в бассейн Баренцева моря, определено, что основное поступление тепла происходит через южную часть разреза, с расходом в среднем 2,1 Св, и распространяется тремя основными ветвями (южной, центральной и северной). Поток тепла (60 ТВт) в южной части разреза сравним с общим среднесуточным потоком тепла (61 ТВт) и имеет значимый положительный тренд 0,03 ТВт/мес. По оценкам тренда оказалось, что за 31 год (1993—2023 гг.) поток тепла в южной части разреза увеличился на 11 ТВт, а в северной части — на 3 ТВт. Таким образом, акцент в переносе тепла в Баренцево море значительно смещен к югу.

Средний многолетний поток соли через меридиональный разрез в бассейн Баренцева моря составляет 0,9 кТ/с и имеет значимый отрицательный тренд  $-0,0004$  кТ/мес. Отрицательный тренд солёности в южной части разреза показывает опреснение на  $-0,0002$  ЕПС/мес, а в северной части, напротив — осолонение на 0,0004 ЕПС/мес.

В межгодовой изменчивости потока тепла и его компонентов в южной части разреза на основе вейвлет-анализа выявлено, что синхронные квази-7-летние колебания с сопутствующим положительным трендом температуры воды и скоростей течений, что определяет рост потока тепла, отмечаются до 2008 г. В период 2008—2010 гг. отмечен «слом» тенденции, выявлены значительные изменения структуры колебаний и направления трендов, как в температуре воды, так и в скоростях течений. В период 2010—2023 гг. отмечается их значительная рассинхронизация, приводящая к стабилизации потока тепла на более низком уровне.

Во внутригодовом ходе самая южная ветвь потока тепла в южной части разреза испытывает значительную изменчивость, практически полностью определяемой скоростями течений: зимой наблюдается максимум, летом — минимум. В ядре южной ветви потока тепла размах колебаний в 3—7 раз выше, чем в ядрах центральной и северной струй потока тепла. Такая структура внутригодовой изменчивости определяется внутригодовым ходом ветровой циркуляции в регионе исследования: скорость ветра зимой максимальная и направление ветра определяет направление течения.

#### Финансирование

Данное исследование выполнено при поддержке Российского научного фонда (РНФ), грант № 24-27-00221.

#### Funding

This research was carried out with the support of the Russian Science Foundation (RSF), grant №. 24-27-00221.

## Конфликт интересов

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

## Conflict of interests

The author declares no conflict of interests.

## Литература

1. Акперов М.Г., Семенов В.А., Мохов И.И. Влияние океанического притока тепла в Баренцево море на региональные изменения ледовитости и статической устойчивости атмосферы // Лёд и Снег. 2019. Т. 59, № 4. С. 529–538. EDN JKOCQU. <https://doi.org/10.15356/2076-6734-2019-4-417>
2. Farneti R., Vallis G.K. Meridional energy transport in the coupled atmosphere-ocean system: Compensation and partitioning // Journal of climate. 2013. Vol. 26, No. 18. P. 7151–7166. <https://doi.org/10.1175/JCLI-D-12-00133.1>
3. Смирнов А.В. Эволюция верхнего слоя океана в Северо-Европейском бассейне: автореф. Дис. ... канд. геогр. наук. СПб.: СПбГУ, 2011. EDN QFEZDB
4. Иванов В.В., Алексеев В.А., Алексеева Т.А. Арктический ледяной покров становится сезонным? // Исследования Земли из космоса. 2013. Вып. 4. С. 50–65. EDN QIWDAP. <https://doi.org/10.7868/S0205961413040076>
5. Onarheim I.H., Eldevik T., Årthun M. Skillful prediction of Barents Sea ice cover // Geophysical Research Letters. 2015. Vol. 42, No. 13. P. 5364–5371. EDN UQEFJZ. <https://doi.org/10.1002/2015GL064359>
6. Сумкина А.А., Иванов В.В., Кивва К.К. Тепловой баланс поверхности Баренцева моря в холодный период // Вестник Московского университета. Серия 5: География. 2024. Vol. 79, No. 3. P. 123–134. EDN VLIHLY. <https://doi.org/10.55959/MSU0579-9414.5.79.3.10>
7. Aure J., Ljøen R. Wind effects on the lateral extension of the Norwegian Coastal Water // Continental Shelf Research. 1988. Vol. 8, No. 3. P. 239–253. [https://doi.org/10.1016/0278-4343\(88\)90031-3](https://doi.org/10.1016/0278-4343(88)90031-3)
8. Dickson R., Rudels B., Dye S. Current estimates of freshwater flux through Arctic and subarctic seas // Progress in Oceanography. 2007. Vol. 73, No. 3–4. P. 210–230. EDN MJTZSL. <https://doi.org/10.1016/j.pocean.2006.12.003>
9. Maslowski W., Marble D., Walczowski W. On climatological mass, heat, and salt transports through the Barents Sea and Fram Strait from a pan-Arctic coupled ice-ocean model simulation // Journal of Geophysical Research: Oceans. 2004. Vol. 109, No. C3. P. 2001JC001039. EDN JZZZOS. <https://doi.org/10.1029/2001JC001039>
10. Skagseth Ø., Furevik T., Ingvaldsen R., et al. Volume and heat transports to the Arctic Ocean via the Norwegian and Barents Seas // Arctic-Subarctic Ocean Fluxes. Springer, 2008. P. 45–64. EDN SLLDVZ. [https://doi.org/10.1007/978-1-4020-6774-7\\_3](https://doi.org/10.1007/978-1-4020-6774-7_3)
11. Smedsrud L.H., Ingvaldsen R., Nilsen J.E. Heat in the Barents Sea: Transport, storage, and surface fluxes // Ocean Science. 2010. Vol. 6, No. 1. P. 219–234. EDN MYENYR. <https://doi.org/10.5194/os-6-219-2010>
12. Соколов А.А., Гордеева С.М. Изменение адвекции тепла в Баренцево море // Российская Арктика. 2019. № 4. С. 34–44. EDN VWXDQF
13. Калавичи К.А., Башмачников И.Л. Особенности взаимодействия в системе океан-атмосфера в Баренцевом море по данным реанализов // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. 2021. Т. 57, № 2. С. 175–187. EDN XDMRVQ. <https://doi.org/10.31857/S0002351521020061>
14. Башмачников И.Л., Юрова А.Ю., Бобылев Л.П., Весман А.В. Сезонная и межгодовая изменчивость потоков тепла в районе Баренцева моря // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. 2018. Т. 54, № 2. С. 239–250. EDN TIZXZO. <https://doi.org/10.7868/S0003351518020149>
15. Визе В.Ю. Причины потепления Арктики // Советская Арктика. 1937. № 1. С. 1–7.
16. РД 52.10.918–2022. Положение о вековых океанографических разрезах на морях, омывающих берега Российской Федерации. Ижевск: Принт, 2022. 78 с.
17. Zuo H., Balmaseda M.A., Tietsche S. The ECMWF operational ensemble reanalysis-analysis system for ocean and sea ice: a description of the system and assessment // Ocean Science. 2019. Т. 15. The ECMWF operational ensemble reanalysis-analysis system for ocean and sea ice. No. 3. P. 779–808. EDN EIMTQU. <https://doi.org/10.5194/os-15-779-2019>
18. Liu C., Jin L., Cao N. et al. Assessment of the global ocean heat content and North Atlantic heat transport over 1993–2020 // npj Climate and Atmospheric Science. 2024. Vol. 7, No. 1. P. 1–15. EDN QHSFFX. <https://doi.org/10.1038/s41612-024-00860-6>
19. European Union-Copernicus Marine Service. Global Ocean Ensemble Physics Reanalysis. Mercator Ocean International, 2019. <https://doi.org/10.48670/moi-00024>
20. Bouffard T.J. Managing the Barents Sea: Comparing Norwegian & Russian Offshore Oil-Spill Prevention Policies. 2017. URL: <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:204845285> (дата обращения: 08.09.2025)

21. GEBCO Bathymetric Compilation Group 2024. The GEBCO\_2024 Grid — a continuous terrain model of the global oceans and land. NERC EDS British Oceanographic Data Centre NOC, 2024.
22. Смирнов А.В., Иванов В.В., Соколов А.А. Сравнительный анализ процессов теплопереноса, рассчитанных по инструментальным измерениям и по продуктам океанского реанализа, в проливе Фрама // Морской гидрофизический журнал. 2024. Т. 40, № 3. С. 402–425. EDN GCHFLC
23. Beszczynska-Möller A., Fahrbach E., Schauer U. Variability in Atlantic water temperature and transport at the entrance to the Arctic Ocean, 1997–2010 // ICES Journal of Marine Science. 2012. Vol. 69, No. 5. P. 852–863. EDN RITEWT. <https://doi.org/10.1093/icesjms/fss056>
24. Haine T.W.N., Curry B., Gerdes R. Arctic freshwater export: Status, mechanisms, and prospects // Global and Planetary Change. 2015. Vol. 125. P. 13–35. <https://doi.org/10.1016/j.gloplacha.2014.11.013>
25. Kanamitsu M., Ebisuzaki W., Woollen J. NCEP-DOE AMIP-II reanalysis (R-2) // Bulletin of the American Meteorological Society. 2002. Vol. 83, No. 11. P. 1631–1643. EDN UOOUNN. <https://doi.org/10.1175/bams-83-11-1631>
26. Ingvaldsen R., Loeng H., Asplin L. Variability in the Atlantic inflow to the Barents Sea based on a one-year time series from moored current meters // Continental Shelf Research. 2002. Vol. 22, No. 3. P. 505–519. EDN LRWMBV. [https://doi.org/10.1016/S0278-4343\(01\)00070-X](https://doi.org/10.1016/S0278-4343(01)00070-X)
27. Torrence C., Compo G.P. A Practical Guide to Wavelet Analysis // Bulletin of the American Meteorological Society. 1998. Vol. 79, No. 1. P. 61–78. EDN LPIQSL. [https://doi.org/10.1175/1520-0477\(1998\)079<0061:APGTWA>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0477(1998)079<0061:APGTWA>2.0.CO;2)
28. Бузин И.В., Гудкович З.М. Сезонные особенности климатических изменений в Баренцевом море // Проблемы Арктики и Антарктики. 2011. № 3 (89). С. 20–32. EDN OKBRRF
29. Кононова Н.К. Типы глобальной циркуляции атмосферы: результаты мониторинга и ретроспективной оценки за 1899–2017 гг. // Фундаментальная и прикладная климатология. 2018. Т. 3. С. 108–123. EDN YNFLTQ. <https://doi.org/10.21513/2410-8758-2018-3-108-123>
30. Мохов И.И., Семенов В.А. Погодно-климатические аномалии в российских регионах и их связь с глобальными изменениями климата // Метеорология и гидрология. 2016. № 2. С. 16–28. EDN VKQPRF
31. Blunden J., Arndt D.S., Baringer M.O. State of the Climate in 2010 // Bulletin of the American Meteorological Society. 2011. Vol. 92, No. 6. P. S1–S236. EDN RHKNGL. <https://doi.org/10.1175/1520-0477-92.6.s1>
32. Adlandsvik B. Wind-driven variations in the Atlantic Inflow to the Barents Sea // International Council for the Exploration of the Sea. 1989. Т. 18. С. 1–13. URL: [https://www.ices.dk/sites/pub/CM%20Documents/1989/C/1989\\_C18.pdf](https://www.ices.dk/sites/pub/CM%20Documents/1989/C/1989_C18.pdf) (дата обращения: 08.09.2025)
33. Harms J.H. A numerical study of the barotropic circulation in the Barents and Kara Seas // Continental Shelf Research. 1992. Vol. 12, No. 9. P. 1043–1058. [https://doi.org/10.1016/0278-4343\(92\)90015-C](https://doi.org/10.1016/0278-4343(92)90015-C)

## References

1. Akperov MG, Semenov VA, Mokhov II. The influence of oceanic heat transport in the Barents Sea on the regional sea ice and the atmospheric static stability. *Led i Sneg*. 2019;59(4):529–538. (In Russ).
2. Farneti R, Vallis GK. Meridional energy transport in the coupled atmosphere–ocean system: compensation and partitioning. *Journal of Climate*. 2013;26(18):7151–7166. <https://doi.org/10.1175/JCLI-D-12-00133.1>
3. Smirnov AV. Evolution of the upper ocean layer in the North European Basin: thesis abstract. St. Petersburg, St. Petersburg State University; 2011. (In Russ).
4. Ivanov VV, Alekseev VA, Alekseeva TA. Is Arctic ice cover becoming seasonal? *Issledovaniya Zemli Iz Kosmosa*. 2013;2013(4):50–65. <https://doi.org/10.7868/S0205961413040076> (In Russ).
5. Onarheim IH, Eldevik T, Årthun M. Skillful prediction of Barents Sea ice cover. *Geophysical Research Letters*. 2015;42(13):5364–5371. <https://doi.org/10.1002/2015GL064359>
6. Sumkina AA, Ivanov VV, Kivva KK. Heat budget of the Barents Sea surface in winter. *Lomonosov Geography Journal*. 2024;79(3):123–134. <https://doi.org/10.55959/MSU0579-9414.5.79.3.10>
7. Aure J, Ljøen R. Wind effects on the lateral extension of the Norwegian Coastal Water. *Continental Shelf Research*. 1988;8(3):239–253. [https://doi.org/10.1016/0278-4343\(88\)90031-3](https://doi.org/10.1016/0278-4343(88)90031-3)
8. Dickson R, Rudels B, Dye S. Current estimates of freshwater flux through Arctic and subarctic seas. *Progress in Oceanography*. 2007;73(3–4):210–230. <https://doi.org/10.1016/j.pocean.2006.12.003>
9. Maslowski W, Marble D, Walczowski W. On climatological mass, heat, and salt transports through the Barents Sea and Fram Strait from a pan-Arctic coupled ice–ocean model simulation. *Journal of Geophysical Research: Oceans*. 2004;109(C3): C03012. <https://doi.org/10.1029/2001JC001039>
10. Skagseth Ø, Furevik T, Ingvaldsen R, et al. Volume and heat transports to the Arctic Ocean via the Norwegian and Barents Seas. In: *Arctic–Subarctic Ocean Fluxes*. Springer; 2008. p. 45–64. [https://doi.org/10.1007/978-1-4020-6774-7\\_3](https://doi.org/10.1007/978-1-4020-6774-7_3)



11. Smedsrud LH, Ingvaldsen R, Nilsen JE. Heat in the Barents Sea: transport, storage, and surface fluxes. *Ocean Science*. 2010;6(1):219–234. <https://doi.org/10.5194/os-6-219-2010>
12. Sokolov AA, Gordeeva SM. Changes in heat advection in the Barents Sea. *Russian Arctic*. 2019;(4):34–44. (In Russ).
13. Kalavichchi KA, Bashmachnikov IL. Ocean–atmosphere interactions in the Barents Sea from reanalyses data. *Izvestiya, Atmospheric and Oceanic Physics*. 2021;57(2):159–169. <https://doi.org/10.1134/S0001433821020067>
14. Bashmachnikov IL, Yurova AY, Bobylev LP, Vesman AV. Seasonal and interannual variations of heat fluxes in the Barents Sea region. *Izvestiya, Atmospheric and Oceanic Physics*. 2018;54(2):213–222. <https://doi.org/10.1134/S0001433818020032>
15. Vize UV. Reasons of the Arctic warming. *Soviet Arctic*. 1937;(1):1–7. (In Russ).
16. RD52.10.918–2022. Regulations on secular oceanographic sections in the seas washing the shores of the Russian Federation. Izhevsk Print; 2022. 78 p. (In Russ).
17. Zuo H, Balmaseda MA, Tietsche S. The ECMWF operational ensemble reanalysis–analysis system for ocean and sea ice: a description of the system and assessment. *Ocean Science*. 2019;15(3):779–808. <https://doi.org/10.5194/os-15-779-2019>
18. Liu C., Jin L., Cao N. et al. Assessment of the global ocean heat content and North Atlantic heat transport over 1993–2020. *npj Climate and Atmospheric Science*. 2024;7(1):1–15. <https://doi.org/10.1038/s41612-024-00860-6>
19. European Union-Copernicus Marine Service. Global Ocean Ensemble Physics Reanalysis. Mercator Ocean International; 2019. <https://doi.org/10.48670/moi-00024>
20. Bouffard TJ. Managing the Barents Sea: comparing Norwegian & Russian offshore oil-spill prevention policies. 2017. URL: <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:204845285> (date of access: 08.09.2025)
21. GEBCO Bathymetric Compilation Group 2024. The GEBCO\_2024 Grid — a continuous terrain model of the global oceans and land. NERC EDS British Oceanographic Data Centre NOC; 2024.
22. Smirnov AV, Ivanov VV, Sokolov AA. Comparative analysis of heat and mass transport through Fram Strait calculated using the mooring and ocean reanalysis data. *Physical Oceanography*. 2024;31(3):364–386.
23. Beszczynska-Möller A, Fahrbach E, Schauer U. Variability in Atlantic water temperature and transport at the entrance to the Arctic Ocean, 1997–2010. *ICES Journal of Marine Science*. 2012;69(5):852–863. <https://doi.org/10.1093/icesjms/fss056>
24. Haine TWN, Curry B, Gerdes R. Arctic freshwater export: status, mechanisms, and prospects. *Global and Planetary Change*. 2015;125:13–35. <https://doi.org/10.1016/j.gloplacha.2014.11.013>
25. Kanamitsu M, Ebisuzaki W, Woollen J. NCEP-DOE AMIP-II reanalysis (R-2). *Bulletin of the American Meteorological Society*. 2002;83(11):1631–1643. <https://doi.org/10.1175/bams-83-11-1631>
26. Ingvaldsen R, Loeng H, Asplin L. Variability in the Atlantic inflow to the Barents Sea based on a one-year time series from moored current meters. *Continental Shelf Research*. 2002;22(3):505–519. [https://doi.org/10.1016/S0278-4343\(01\)00070-X](https://doi.org/10.1016/S0278-4343(01)00070-X)
27. Torrence C, Compo GP. A practical guide to wavelet analysis. *Bulletin of the American Meteorological Society*. 1998;79(1):61–78. [https://doi.org/10.1175/1520-0477\(1998\)079<0061:APGTWA>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0477(1998)079<0061:APGTWA>2.0.CO;2)
28. Buzin IV, Gudkovich ZM. Seasonal features of climate change in the Barents Sea. *Arctic and Antarctic Research*. 2011;(3):20–32. (In Russ).
29. Kononova NK. Types of the global atmospheric circulation: monitoring and retrospective assessment results of 1899–2017. *Fundamental and Applied Climatology*. 2018;3:108–123. <https://doi.org/10.21513/2410-8758-2018-3-108-123> (In Russ).
30. Mokhov II, Semenov VA. Weather and climate anomalies in Russian regions related to global climate change. *Russian Meteorology and Hydrology*. 2016;41(2):84–92. <https://doi.org/10.3103/S1068373916020023>
31. Blunden J, Arndt DS, Baringer MO. State of the climate in 2010. *Bulletin of the American Meteorological Society*. 2011;92(6): S1–S236. <https://doi.org/10.1175/1520-0477-92.6.s1>
32. Adlandsvik B. Wind-driven variations in the Atlantic inflow to the Barents Sea. *Council Meeting International Council for the Exploration of the Sea*. 1989;18:1–13. URL: [https://www.ices.dk/sites/pub/CM%20Documents/1989/C/1989\\_C18.pdf](https://www.ices.dk/sites/pub/CM%20Documents/1989/C/1989_C18.pdf) (date of access: 08/09/2025)
33. Harms IH. A numerical study of the barotropic circulation in the Barents and Kara Seas. *Continental Shelf Research*. 1992;12(9):1043–1058. [https://doi.org/10.1016/0278-4343\(92\)90015-C](https://doi.org/10.1016/0278-4343(92)90015-C)

## Об авторе

СОКОЛОВ Андрей Андреевич, Арктический и антарктический научно-исследовательский институт (ААНИИ), ведущий инженер центра ледовой и гидрометеорологической информации «Север» (ЦЛГМИ), SPIN-код (РИНЦ): 6030–5725, e-mail: a.sokolov@aari.ru





DOI [https://doi.org/10.59887/2073-6673.2025.18\(4\)-5](https://doi.org/10.59887/2073-6673.2025.18(4)-5)

EDN <https://elibrary.ru/jhtcvw>

УДК 556.555, 556.555.4

© С. Р. Богданов\*, Н. И. Пальшин, Т. В. Ефремова, Г. Э. Здорovenнова, Р. Э. Здорovenнов, 2025

Институт водных проблем Севера Карельского научного центра РАН, 185030, Петрозаводск,  
пр. Александра Невского, д. 50

\*Sergey.R.Bogdanov@mail.ru

## Эффекты тепловой инерции и термически активный слой малого озера

Статья поступила в редакцию 26.02.2025, после доработки 30.10.2025, принята в печать 05.11.2025

### Аннотация

Структура эпилимниона и его динамика во многом определяют особенности теплового баланса, эмиссии газов, турбулентного массопереноса, химических и биологических процессов, протекающих в озере в период открытой воды. Эта структура формируется под воздействием различных внешних факторов, имеющих, как правило, периодический характер. Отклик водной толщи на подобные воздействия происходит с некоторым запаздыванием, а в ряде случаев тепловая инерция водной толщи приводит к возникновению гистерезисных эффектов. Наряду с сезонными и синоптическими факторами важную роль играют внешние воздействия, характеризующиеся суточным периодом, в частности, колебания температуры воздуха и ночное поверхностное выхолаживание.

С использованием данных термокосы с высокочувствительными датчиками произведен анализ отклика температуры воды на разных глубинах на подобные воздействия. Этот отклик можно в первом приближении характеризовать как температурную волну, расчет параметров которой позволяет произвести оценку толщины термически активного слоя, а также коэффициента турбулентной диффузии. Одно из преимуществ такого метода заключается в том, что указанные оценки могут быть проведены с использованием даже ограниченного количества температурных датчиков.

**Ключевые слова:** эпилимнион, турбулентная диффузия, тепловая инерция, температурная волна, термически активный слой, малое озеро, термическая структура

© S. R. Bogdanov\*, N. I. Palshin, T. V. Efremova, G. E. Zdorovennova, R. E. Zdorovennov, 2025

Northern Water Problems Institute of the Karelian Research Centre of the Russian Academy of Sciences, 50 A,  
Nevsky Prosp., Petrozavodsk, 185030, Russia

\*Sergey.R.Bogdanov@mail.ru

## Effects of thermal inertia and the thermally active layer of a small lake

Received 26.02.2025, Revised 30.10.2025, Accepted 05.11.2025

### Abstract

The dynamics and structure of the epilimnion largely determine the features of heat balance, gas emissions, turbulent mass transfer, chemical and biological processes occurring in the lake during the period of open water. This structure is formed under the influence of various external factors, which, as a rule, are periodic in nature. The response of the water column to such impacts occurs with some delay, and in some cases the thermal inertia of the water column leads to the occurrence of hysteresis effects. Along with seasonal and synoptic factors, external influences characterized by a daily period play an important role, in particular, night-time surface cooling and daily fluctuations in air temperature.

**Ссылка для цитирования:** Богданов С.Р., Пальшин Н.И., Ефремова Т.В., Здорovenнова Г.Э., Здорovenнов Р.Э. Эффекты тепловой инерции и термически активный слой малого озера // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2025. Т. 18, № 4. С. 66–79. EDN JHTCVW. [https://doi.org/10.59887/2073-6673.2025.18\(4\)-5](https://doi.org/10.59887/2073-6673.2025.18(4)-5)

**For citation:** Bogdanov S.R., Palshin N.I., Efremova T.V., Zdorovennova G.E., Zdorovennov R.E. Effects of thermal inertia and the thermally active layer of a small lake. *Fundamental and Applied Hydrophysics*. 2025;18(4):66–79.  
[https://doi.org/10.59887/2073-6673.2025.18\(4\)-5](https://doi.org/10.59887/2073-6673.2025.18(4)-5)

Using a thermocouple with highly sensitive sensors, an analysis of the temperature response at different depths to such influences was carried out. This response can, to a first approximation, be characterized as a temperature wave, the calculation of the parameters of which allows us to estimate the thickness of the thermally active layer, as well as the coefficient of turbulent diffusion. One of the advantages of this method is that these assessments can be carried out using a minimum number of temperature sensors.

**Keywords:** epilimnion, turbulent diffusion, thermal inertia, temperature wave, thermally active layer, small lake, thermal structure

## 1. Введение. Постановка задачи

Одной из ключевых проблем при изучении термического режима озер в период открытой воды остается идентификация механизмов перемешивания и оценка их эффективности. Фундаментальный аспект этой проблемы заключается в изучении особенностей турбулентного переноса в стратифицированной среде, возникающего в результате различных внешних воздействий. Прикладные аспекты проблемы весьма многочисленны и связаны, в том числе, например, с оценками интенсивности химических и биологических процессов, а также эмиссии газов.

Отклик водного столба на внешние воздействия во многом определяется параметрами поверхностного перемешанного слоя (ППС) — наименее инертного элемента водного столба, обычно ассоциируемого с эпилимнионом или с «относительно хорошо перемешанным квазиоднородным слоем». Подобные определения ППС весьма аморфны, а возникающая терминологическая неопределенность приводит к большим сложностям при сравнении и обобщении результатов исследований.

В действительности эти сложности отражают существенную физическую неопределенность, связанную с понятиями ППС и эпилимниона. В самом определении этих понятий заложено некоторое противоречие, обусловленное попыткой сочетать в таких определениях и малую инертность слоя по отношению к внешним воздействиям, и такие его специфические свойства, как, например, квазиоднородность и относительная стабильность. Это противоречие, как указано в [1, 2], свидетельствует о необходимости различать перемешанный слой (mixed layer) и собственно перемешиваемый слой (mixing layer). Перемешанный слой во многом отражает предшествующую историю перемешивания. Его параметры, в частности, толщина, определяются в основном по «морфологическим» критериям, в качестве которых обычно используют скачки температуры и плотности, градиенты этих величин, а также глубину термоклина. Для оценки толщины этого слоя используются также энергетические критерии, связанные с анализом «аномалий потенциальной энергии» [3]. При этом количественные результаты, полученные при использовании различных методов, существенно отличаются и весьма чувствительны к варьированию пороговых значений определяющих параметров [1, 4].

Что касается перемешиваемого слоя, то он идентифицируется как термически активный слой (thermally reactive layer [5]), или область, в которой в данный момент происходят активные процессы турбулентного обмена. Для адекватного определения его толщины используются расчеты скорости диссипации энергии или масштаба Торпа. Соответствующие оценки также характеризуются большими погрешностями [2].

Задача определения параметров (и, в первую очередь — толщины) термически активного слоя и их динамики остается весьма актуальной; она тесно связана с изучением тепловой инерции водного столба, запаздыванием его отклика на периодические внешние возмущения. При этом, как показано в [5–7], запаздывание отклика на сезонные изменения внешних условий приводит к эффектам гистерезиса, обнаруженным, например, при изучении взаимосвязи температур ППС и воздуха, а также температуры ППС и его толщины.

В данной работе проанализирован отклик системы на внешнее воздействие, характеризуемое суточной периодичностью. Показано, что анализ инерционности этого отклика, в частности — расчет запаздывания температурных изменений на разных глубинах, позволяет произвести оценку параметров термически активного слоя и их динамики, а также рассчитать эффективное значение коэффициента турбулентной диффузии  $K$ . Количественные расчеты осуществлялись в рамках простейшей модели температурной волны. Разработанная на основе этой модели методика широко используется в теплотехнике для определения теплофизических свойств материалов [8]. Однако, насколько нам известно, соответствующий метод (регулярного режима третьего рода) пока что не получил должного распространения при изучении термического режима озера.

## 2. Объекты и методы

### 2.1. Выбор объектов

Экспериментальной основой исследования послужили измерения вертикальных профилей температуры, полученные с помощью закрепленной термокосы (подход, обычно ассоциируемый с техникой

moorings). При таком подходе, строго говоря, возможен анализ данных лишь в рамках 1-мерных моделей, во всяком случае, неявно предполагается, что основные параметры однородны по горизонтали, крупномасштабное движение отсутствует и горизонтальной адвекцией можно пренебречь.

В этой связи были выбраны водные объекты, для которых указанный упрощенный метод анализа представляется достаточно оправданным. Первый из этих объектов — небольшое ( $\sim 400 \times 100$  м) лесное озеро Голубая ламба (ГЛ) со средней и максимальной глубинами 4,3 м и 8 м соответственно, его более подробное описание представлено в работе [9]. В качестве второго объекта был выбран небольшой (площадь зеркала  $\sim 3600$  м<sup>2</sup>, глубина  $\sim 70$  см) городской пруд в г. Делфт (Нидерланды), обозначаемый в дальнейшем как DP. Учитывая специфику объектов (малость размеров, характер котловины ГЛ), во многом можно исключить присутствие крупномасштабных циркуляций в водной толще и, соответственно, значимое влияние адвекции, так что использование «рафинированной» техники moorings представляется вполне оправданным.

В контексте поставленных задач еще одна важная особенность выбранных объектов заключается в возможности идентификации превалирующих внешних воздействий, их периодичности и роли в процессе перемешивания водной толщи. А именно, в обоих случаях ветровое воздействие существенно подавлено из-за малой длины разгона ветра, а также его ослабления в урбанистическом окружении в случае DP и за счет берегового склона и залесенности берегов в случае ГЛ. Таким образом, для обоих объектов превалирующий вклад в процессы турбулентного теплопереноса и перемешивания вносит радиационное воздействие, ночное выхолаживание. Такое воздействие носит выраженный суточный характер, что существенно упрощает анализ отклика системы.

## 2.2. Основные параметры приборов. Результаты первичной обработки данных

Эксперименты на ГЛ проводились в период открытой воды, с 19 июня по 25 октября 2021 г. Термокося с 10-ю высокочувствительными температурными логгерами RBR (Канада) крепились к якорю и плавающему бую. Измерения температуры с точностью 0,002 °C проводились с дискретностью 1 мин, датчики располагались на глубинах 0,69; 1,02; 1,35; 1,68; 2,67; 3,00; 4,00; 5,00; 6,00 и 6,50 м.

Что касается оптических характеристик водной толщи, в 2021 г. их изучение не проводилось. Однако в последующие два сезона были проведены измерения фотосинтетически активной радиации с использованием мини-логгеров MDS-MkV/L, «Alec Electronics» (Япония) с разрешением 1 мкмоль/(м<sup>2</sup> · с); в 2022 использовалось 6 датчиков, распределенных до глубины 4,1 м, а в 2023—5 датчиков, распределенных в поверхностном 2-метровом слое. Расчет коэффициента экстинкции  $\gamma$  осуществлялся в однопараметрическом приближении, в рамках допущения об экспоненциальном затухании потока солнечной радиации с глубиной. Результаты вычислений свидетельствуют о высокой степени прозрачности вод ГЛ, при этом вариации величины  $\gamma$  оказались относительно небольшими, например, для среднесуточных значений получены оценки  $(0,36 \pm 0,02)$  м<sup>-1</sup> в июле 2022 г. и  $(0,42 \pm 0,09)$  м<sup>-1</sup> в сентябре 2023 г. В дальнейшем для величины  $\gamma$  использовалось среднее по измерениям 2022 г. значение 0,37 м<sup>-1</sup>.

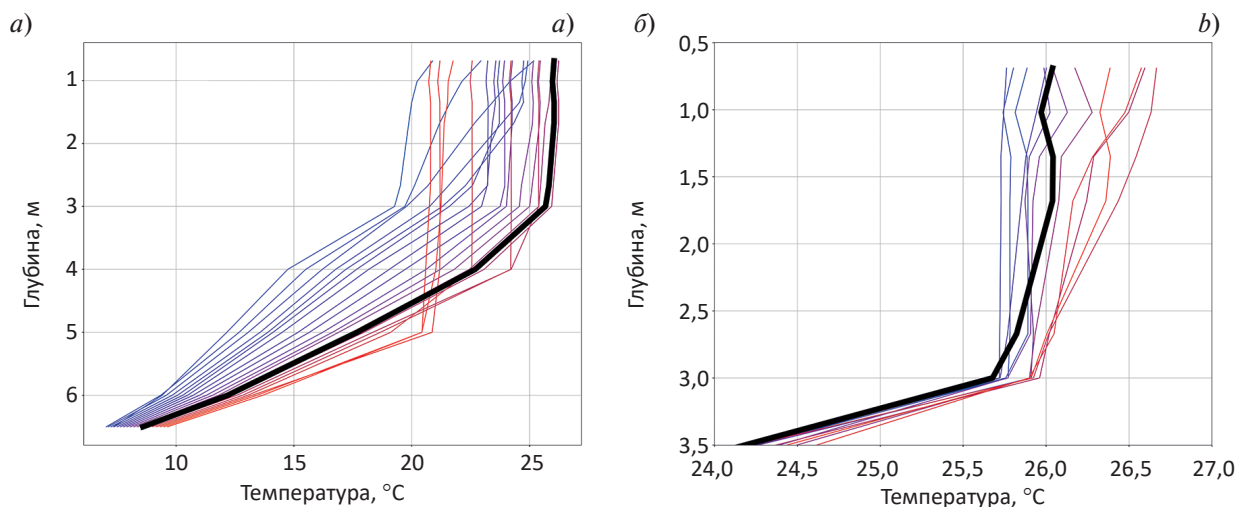
Экспериментальные данные по пруду в г. Делфт представлены в открытом доступе [10]; они включают массив метеоданных, а также результаты измерений температуры в период с 12 июля по 7 августа 2014 г. Профиль температуры получен с использованием методики Distributed Temperature Sensing, с помощью оптоволоконного кабеля, обеспечившего очень высокую ( $\sim 2$  мм) вертикальную дискретность.

Анализ температурных профилей показал, что в период летнего нагрева ГЛ полностью не перемешивалась; наблюдался лишь монотонный рост глубины термоклина, при этом толщина ППС к концу июня составляла около 3 м, а к концу июля увеличилась до (4,5—5,0) м (рис. 1, а). В дневное время под действием солнечной радиации в ППС происходит частичная рестратификация, а при ее отсутствии в ночное время под действием поверхностного выхолаживания интенсифицируется перемешивание, наблюдается сглаживание градиентов. Соответствующий типичный суточный цикл представлен на рис. 1, б, для 15 июля.

Что касается DP, на этом объекте в ходе ночных эпизодов выхолаживания полное перемешивание водного столба достигалось практически каждый день. В качестве иллюстрации на рис. 2 представлена динамика температуры на нескольких глубинах для 10-дневного интервала с 9 по 19 июля (панель а), а также суточная трансформация температурного профиля для одного из эпизодов полного перемешивания (панель б).

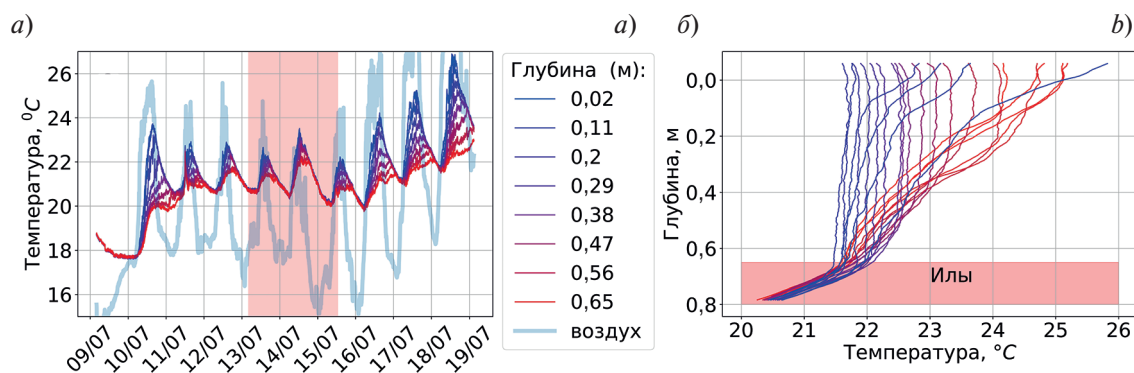
Для обоих объектов характерна суточная периодичность колебаний температуры на разных глубинах, обусловленная цикличностью воздействия основного внешнего фактора, связанного с тепловыми потоками. В дальнейшем колебаниям именно с таким периодом будет уделено основное внимание. При этом, однако, следует принимать во внимание влияние и второго по значимости внешнего фактора, который связан с ветровой нагрузкой. В частности, как отмечено в [9], под действием именно этой нагрузки в стра-

тифицированном слое ГЛ происходит генерация внутренних волн (ВВ) в широком диапазоне от частоты Брента-Вайсяля (период — 1–2 мин) в высокочастотной области до частоты главной продольной моды бароклинной сейши (с периодом 80–95 мин) в низкочастотной области. Для исключения влияния ВВ при изучении колебаний в суточном масштабе для ГЛ использовалось скользящее 3-часовое усреднение.



**Рис. 1.** Эволюция полуночных профилей температуры на ГЛ в течение 5-недельного интервала с 20 июня 2021 г; шаг по времени — 2 дня (а). Вариации температурного профиля в ППС, в суточном цикле с полуночи 15 июля; шаг по времени — 2 ч (б). Полуночный профиль 15 июля представлен на обеих панелях выделенной линией черного цвета. Для наглядности использована скользящая со временем от синего к красному цветовая гамма

**Fig. 1.** Evolution of midnight temperature profiles on GL during a 5-week interval from June 20, 2021; time step — 2 days (a). Variations in the temperature profile in the SL, in the daily cycle from midnight on July 15; time step — 2 hours (b). The midnight profile on July 15 is represented in both panels by the highlighted black line. For clarity, a color scheme sliding over time from blue to red was used



**Рис. 2.** Десятидневная динамика температуры воздуха, а также воды в DP на разных глубинах (а). Суточная эволюция профиля усредненной (по 1-часовому промежутку) температуры, с полудня 17 июля 2014 г; шаг по времени — 1 ч (б)

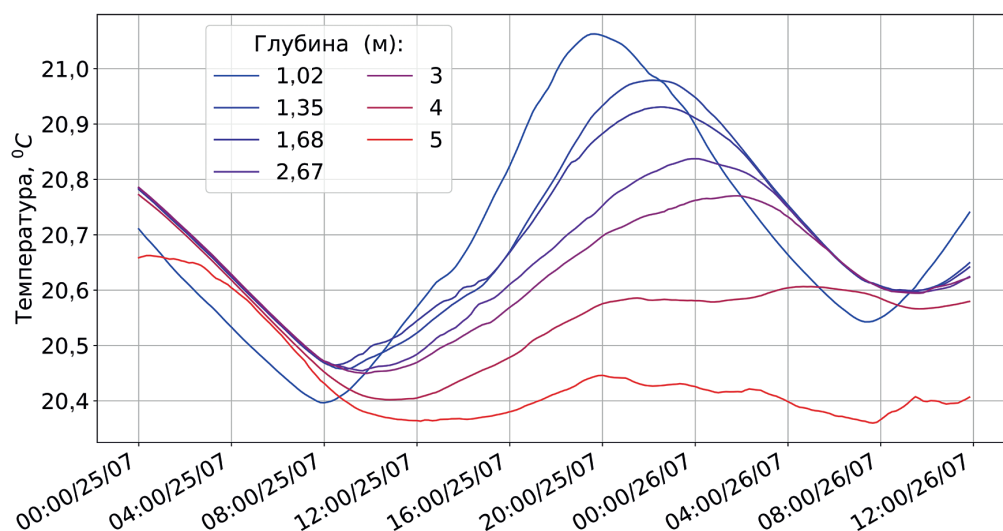
**Fig. 2.** Ten days temperature dynamics in the DP at different depths (a). Daily evolution of the profile of averaged (over a 1-hour period) temperature, from noon on July 17, 2014; time step — 1 hour (b)

### 2.3. Тепловая инерция, температурные волны

В целом термическая структура водной толщи обоих объектов изменяется с суточной периодичностью, однако ее отклик на периодические внешние воздействия оказывается неоднородным по глубине. Такой эффект связан с тепловой инерцией системы и, соответственно, с запаздыванием ее реакции на внешнее воздействие. Влияние таких эффектов на термический цикл в сезонном масштабе было исследовано

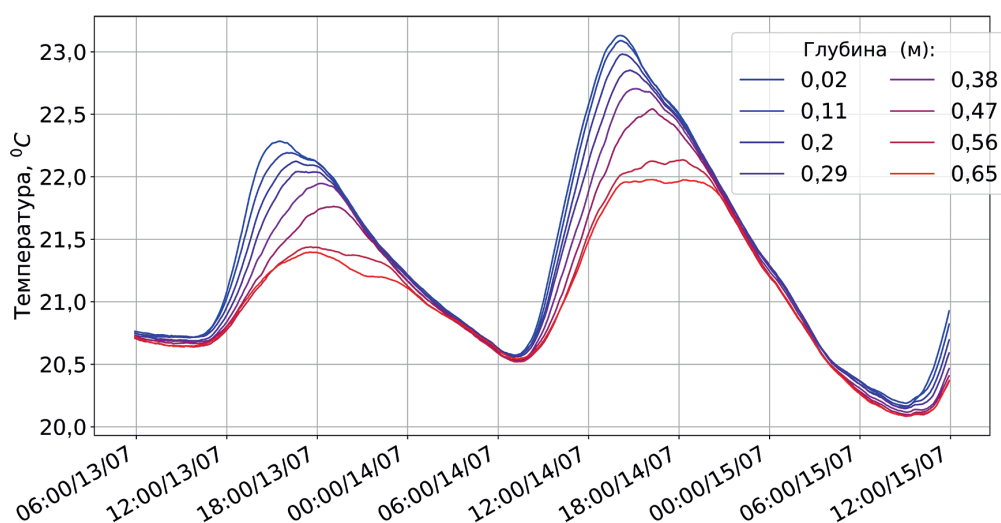
в [5, 6, 11]. В данной работе, однако, рассматриваются эффекты тепловой инерции в суточном масштабе. На качественном уровне присутствие такого эффекта обнаруживается при сравнении температурной динамики на разных глубинах и проявляется, например, в задержке периодического сигнала с возрастанием глубины, а также в разнонаправленных изменениях температуры некоторых слоев в течение достаточно длительных интервалов времени в рамках суточного цикла.

Для примера на рис. 3 и 4 приведены семейства соответствующих кривых для обоих водных объектов, для большей наглядности представлены полутора- и двухдневные интервалы; для исключения влияния внутренних волн использовались 3-часовые (для ГЛ) и 1-часовые (для ДР) средние. Оба примера иллюстрируют существенное запаздывание отклика различных слоев толщи на внешнее воздействие, при этом временная задержка при достижении как максимальных, так и минимальных значений температуры составляет несколько часов.



**Рис. 3.** Динамика температуры на разных глубинах ГЛ на 1,5-суточном интервале времени с полуночи 25 июля 2021 г.

**Fig. 3.** Temperature dynamics at different depths of the GL on a 1.5-day time interval from midnight July 25, 2021



**Рис. 4.** Динамика температуры на разных глубинах ДР, июль 2014 г. Интервал времени соответствует выделенному участку на рис. 2, а

**Fig. 4.** Temperature dynamics at different depths of DP, July 2014. The time interval corresponds to the highlighted area in Fig. 2a.



Основная задача при количественном рассмотрении подобных эффектов заключается в оценке возможностей расчета толщины термически активного слоя, а также коэффициента переноса  $K$  по значениям параметров, характеризующих тепловую инерцию.

В качестве базовой модели для такой оценки выбрана классическая «задача без начальных условий» [12], в рамках которой рассматривается распространение тепла в некотором однородном слое под воздействием периодического изменения температуры на его верхней границе. В простейшем случае синусоидального внешнего воздействия решением этой задачи служит так называемая температурная волна:

$$t(z, \tau) = A \exp\left(-\sqrt{\frac{\omega}{2K}} z\right) \cos\left(-\sqrt{\frac{\omega}{2K}} z + \omega \tau\right). \quad (1)$$

Здесь  $t(z, \tau)$  — отклонение температуры от начального (условно принимаемого за 0) значения,  $A$  и  $\omega$  — амплитуда и циклическая частота внешнего воздействия;  $K$  — эффективный коэффициент турбулентной диффузии, ось  $z$  направлена вниз,  $z = 0$  соответствует водной поверхности; водная толща для простоты считается весьма протяженной вдоль  $z$  в том смысле, что ее толщина намного превосходит характерную длину  $\delta = \sqrt{2K / \omega}$ . Согласно простейшей модели (1), отклик системы на периодическое внешнее воздействие определяется величинами  $K$  и  $\omega$ . Этот отклик, характеризуемый температурной волной с экспоненциально затухающей амплитудой, затрагивает главным образом слой толщиной  $\delta$ . В этой связи величину  $\delta$  в рамках принятой модели можно рассматривать как оценку толщины перемешиваемого (термически активного) слоя.

В контексте количественного анализа отклик системы в рамках модели (1) имеет три основных особенности:

- амплитуда температурных возмущений затухает с глубиной по экспоненциальному закону с характерным масштабом  $\delta = \sqrt{2K / \omega}$ ,
- распространение волны вдоль  $z$  происходит со скоростью  $v = \omega \delta$ ,
- с увеличением глубины происходит запаздывание колебаний; фаза колебаний на глубине  $z$  сдвинута по отношению к исходной (на поверхности) на величину  $z/\delta$ .

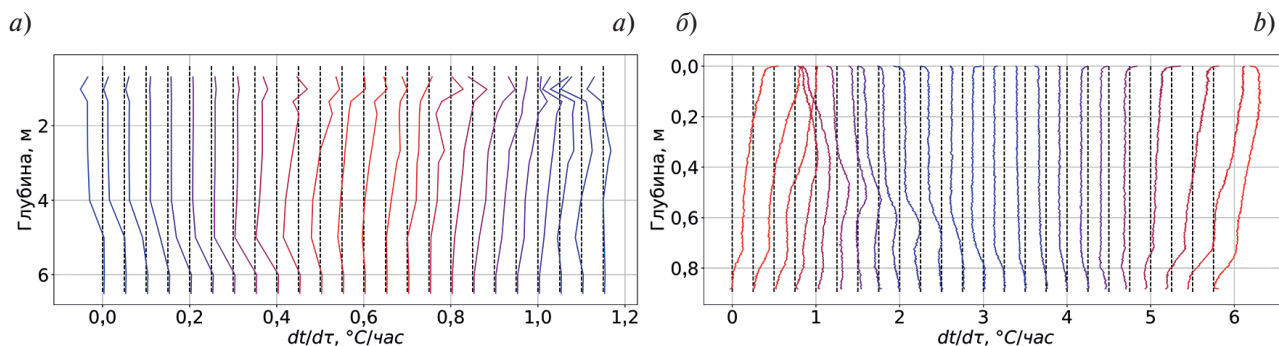
Рассматриваемая модель весьма идеализирована: в реальности воздействие не является гармоническим, водная толща имеет конечную глубину, величина  $K$  не является постоянной по глубине (а также может изменяться в суточном цикле), в начальном невозмущенном состоянии температура изменяется с глубиной, толща стратифицирована. Однако все три указанных особенности модели могут быть ключом к определению коэффициента  $K$ , при этом в первом приближении формулу (1) можно рассматривать как выражение для отклонения температуры от равновесного профиля.

Следует также иметь в виду, что отклик системы, описываемый соотношением (1), реализуется лишь при достаточной длительности и стабильности периодического внешнего воздействия. На практике, однако, подобные условия реализуются лишь в масштабах синоптической изменчивости, на интервалах порядка 5–7 дней. В этой связи при расчете отклика системы использовалось понятие «синоптического дня» (*a composite day*, [2]). А именно, для увеличения точности оценок для каждого момента времени производилось усреднение соответствующих величин, измеренных именно в это время в разные дни выбранного синоптического интервала (5–7 дней).

### 3. Расчеты и результаты

Непосредственное обнаружение температурной волны и расчет ее параметров затруднены по нескольким причинам. В частности, суточные вариации  $\Delta T_1$  средней по ППС температуры и, соответственно, амплитуды температурной волны, весьма малы по сравнению с характерной разницей температур  $\Delta T_2$  между поверхностными и придонными слоями. Так, например, при характерной средней плотности поверхностного теплового потока  $W_0 \sim 200$  Вт/м<sup>2</sup> за дневной 12-часовой интервал ( $\Delta \tau \sim 4 \cdot 10^4$  с) прирост  $\Delta T_1 \sim (W_0 / c \rho H) \Delta \tau$  средней температуры водного столба для объектов с глубиной  $H$  от 10 до 1 м варьируется в диапазоне  $\sim (0,2-2)$  °С;  $c$  и  $\rho$ , соответственно — удельная теплоемкость и плотность воды. При этом разница температур  $\Delta T_2$  в невозмущенном стратифицированном состоянии, составляет, например, более 15 °С для ГЛ (см. рис. 1, а).

Чтобы преодолеть указанную сложность, для идентификации волны были построены профили не самой температуры, а скорости ее изменения. Пример суточной эволюции такого профиля для ГЛ представлен на рис. 5, а. На рис. 5, б приведены также результаты аналогичных расчетов для ДР. Здесь колебания температуры и присутствие волны отчетливо прослеживаются вплоть до придонных слоев.



**Рис. 5.** Суточная эволюция профиля скорости изменения температуры в ГЛ с полуночи 24 июля 2021 г. (а) и в ДР с полудня 13 июля 2014 г. (б). Шаг по времени — 1 ч, для наглядности графики сдвинуты по горизонтали на 0,05 °С/ч для ГЛ и на 0,25 °С/ч для ДР. Использована цветовая гамма, в которой красному цвету соответствует полдень, а синему — полночь

**Fig. 5.** Daily evolution of the temperature change rate profile in GL (a) from midnight July 24, 2021 (a) and in DP from midday July 13, 2014 (b). The time step is 1 hour; for clarity, the graphs are shifted horizontally by 0.05 °C/hour for GL and by 0.25 °C/hour for DP. A color scheme was used in which red corresponds to noon and blue to midnight

Термическая структура водной толщи и ее динамика, как иллюстрируют рис. 5, а и б, более сложны по сравнению с представлениями простейшей модели (1). Однако присутствие температурных волн как ключевой характеристики структуры, обнаруживается для обоих объектов, что выражается, в частности, в сдвиге фаз температурных колебаний, вплоть до противофазных изменений температуры на разных глубинах.

Непосредственный объемный прогрев водной толщи в дневные часы не может быть причиной такого сдвига: сам по себе такой вклад в прирост температуры может приводить лишь к синхронному изменению температуры в различных слоях. Эффекты запаздывания возникают в результате турбулентного теплообмена между слоями. В то же время при учете такого прогрева существенно усложняется количественный расчет сдвига фаз и, соответственно, параметров волны. В частности, в дневные часы искажения температурного профиля за счет непосредственного прогрева весьма существенны; соответствующий вклад  $\frac{W_0(\tau)}{c\rho} \gamma \exp(-\gamma z)$  в скорость изменения температуры для каждой глубины  $z$  сопоставим с изменениями, обусловленными турбулентным переносом тепла. Соответственно, величина задержки по времени для разных слоев в дневное время определяется не только параметрами температурной волны.

С другой стороны, с момента времени, когда объемный прогрев прекращается и, соответственно, температура поверхностных слоев принимает максимальное значение, дальнейшая эволюция температуры в нижележащих слоях определяется лишь турбулентным обменом. При этом, как иллюстрируют рис. 3–5, максимумы температуры на разных глубинах (и, соответственно, гребни волн) достигаются с задержкой по времени, величина которой определяется лишь параметрами температурной волны. Предварительный анализ подобных задержек позволяет по вертикальному смещению гребня волны произвести оценку скорости  $v$  ее распространения. Для эпизодов, представленных на рис. 5, для скорости распространения волны получены оценки 0,25 м/ч (ГЛ) и 0,17 м/ч (ДР). По величине скорости  $v$ , в свою очередь, можно также произвести оценку характерного масштаба  $\delta$  затухания волны:  $\delta = v/\omega$  (0,96 м для ГЛ и 0,64 м для ДР), а также коэффициента диффузии  $K = v^2/(2\omega)$ . Полученные для параметра  $K$  значения ( $3,32 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$  для ГЛ и  $1,54 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$  для ДР) в десятки раз превышают молекулярный предел.

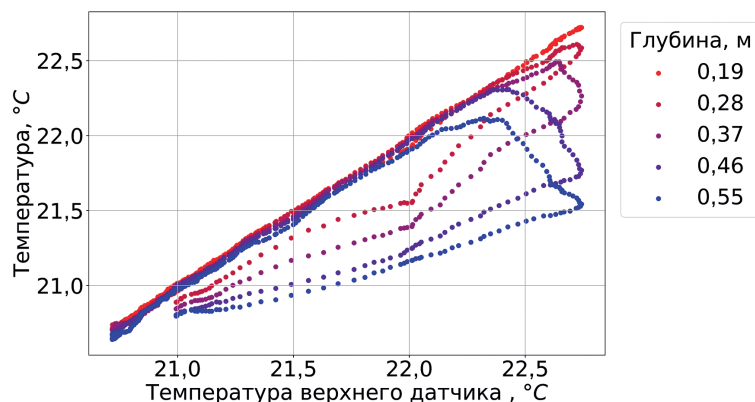
В общем случае количественный расчет параметров  $\delta$  и  $K$  удобно проводить на основе анализа корреляции температурных изменений на разных глубинах. При этом основные параметры температурной волны определяются по временной задержке  $\Delta t$  и соответствующему сдвигу фаз  $\Delta\phi = \Delta t \cdot \omega$  колебаний на двух разных глубинах  $z_2$  и  $z_1$ , величина которого, согласно базовой формуле (1), составляет  $(z_1 - z_2)/\delta$ . Такой анализ, помимо количественных оценок, позволяет наглядно представить эффекты запаздывания.

В качестве примера на рис. 6 приведены диаграммы (parity diagram), характеризующие корреляцию температур на разных глубинах объекта ДР для 12-часового интервала, с полудня 12 июля 2014 г. Диаграмма наглядно иллюстрирует запаздывание отклика системы на внешнее воздействие, например, нарушение синхронности изменения температур в дневном цикле (наиболее выраженное на этапе охлаждения), а также сдвиг момента достижения максимума температуры по мере увеличения глубины. При этом кривые на плоскости температур, как правило, представлены последовательностью замкнутых контуров, пред-

ставляющих петли гистерезиса. В случае идеализированной волны (1) такие петли представляют собой семейство эллипсов, угол наклона которых изменяется с глубиной. На практике подобная простая корреляционная картина существенно искажается за счет негармоничного внешнего воздействия, зависимости величины  $K$  от глубины, а также неоднородного по глубине периодического объемного прогрева толщи за счет коротковолнового излучения. В случае объекта DP картина усложняется также тем фактом, что при его малой ( $\sim 0,7$  м) глубине под действием вечернего и ночного выхолаживания практически каждые сутки происходит перемешивание всего водного столба.

Моменты максимума температуры на разных глубинах, однако, удается определить с большой точностью, что позволяет по запаздыванию  $\Delta t$  колебаний на разных глубинах произвести оценку параметров  $\delta$  и  $K$ :

$$\delta = (z_1 - z_2) / (\omega \Delta t); K = (z_1 - z_2)^2 / (2\omega (\Delta t)^2). \quad (2)$$



**Рис. 6.** Динамика температуры на разных глубинах DP в течение 12-часового интервала времени, с полудня 12 июля 2014 г. Ось  $X$  представляет температуру верхнего датчика, на глубине 0,19 м, температуры на больших глубинах откладываются по оси  $Y$ . Движение изображающих точек в каждом из контуров происходит против часовой стрелки

**Fig. 6.** Temperature dynamics at different depths of DP during a 12-hour time interval, from July 12 noon, 2014. The  $X$ -axis represents the temperature of the upper sensor, at a depth of 0.19 m, temperatures at greater depths are plotted on the  $Y$ -axis. The movement of the imaging points in each of the contours occurs counterclockwise

На рис. 6 приведены лишь выборочные петли гистерезиса для нескольких глубин. В целом же вертикальная дискретность измерений, проводившихся на основе анализа отраженного лазерного сигнала в оптоволоконном кабеле, была очень высока: 1,8 мм. При этом для большинства суток наблюдался практически линейный рост временной задержки  $\Delta t$  и сдвига фаз  $\Delta \varphi$  с ростом глубины; (соответствующие значения для интервала времени, представленного на рис. 6, приведены в табл. 1). Этот факт косвенно свидетельствует об однородности турбулентного перемешивания по всей толще пруда. При этом расчет толщины  $\delta$  по формуле (2) дает для разных дней-эпизодов значения, весьма близкие к оценочной (за вычетом придонного слоя ила) глубине пруда  $H \sim 0,7$  м. В частности, для эпизода, представленного на рис. 6, для усред-

Таблица 1  
Table 1

Рассчитанные значения  $\Delta t$ ,  $\delta$  и  $\Delta \varphi$ . 12.07.2014, DP  
Calculated values of  $\Delta t$ ,  $\delta$  and  $\Delta \varphi$ . 12.07.2014, DP

Глубина, м	0,20	0,24	0,27	0,31	0,34	0,38	0,42	0,45	0,49	0,52	0,56	0,60
$\Delta t$ , ч	0,00	0,17	0,25	0,83	1,00	1,50	2,17	2,42	2,58	2,83	2,92	3,42
$\delta$ , м		0,81	1,10	0,50	0,55	0,46	0,38	0,40	0,43	0,44	0,47	0,44
$\Delta \varphi$ , рад		0,04	0,07	0,22	0,26	0,39	0,57	0,63	0,68	0,74	0,76	0,89

ненного при расчетах для разных датчиков параметра  $\delta$  (третья строка табл. 1) получаем среднее значение 0,54 м. Близость значений параметров  $H$  и  $\delta$  свидетельствует о термической активности практически всей водной толщи объекта ДР в течение всего суточного цикла.

Линейная зависимость  $\Delta\varphi$  от  $z$  имеет и важный практический аспект: количественные расчеты можно проводить с использованием показаний лишь двух датчиков, расположенных на любых глубинах, для которых еще можно с приемлемой точностью детектировать периодические температурные возмущения.

Вертикальная дискретность измерений на ГЛ была существенно ниже, чем в случае ДР: как уже отмечалось, коса включала лишь 10 датчиков, к тому же неравномерно распределенных по глубине. При этом, как показали расчеты, бо́льшая точность количественных оценок достигалась при рассмотрении слоев с относительно небольшим ( $\sim 1$  рад) сдвигом фаз. Конкретный выбор пары датчиков, по показаниям которых производились расчеты, осуществлялся на основе минимизации погрешности определения временной задержки  $\Delta t$  для соответствующих глубин. А именно, для этой погрешности использовалось представление  $d\Delta t \sim dt/(\partial t/\partial t)$  [13], где  $dt$  — погрешность измерения температуры. С использованием (1) эту погрешность можно представить в виде:

$$d\Delta t = \frac{dt}{A\omega} \exp\left(\sqrt{\frac{\omega}{2K_z}} z\right) / \sin\left(-\sqrt{\frac{\omega}{2K_z}} z + \omega\tau\right). \quad (3)$$

В результате, с учетом представлений  $\Delta\varphi = \Delta t\omega = z/\delta$ , для относительной погрешности определения задержки  $\Delta t$  получаем:

$$\frac{d\Delta t}{\Delta t} \geq C \frac{\exp(\Delta\varphi)}{\Delta\varphi}, \quad (4)$$

где  $C$  — константа, определяемая, в том числе, погрешностью измерения температуры. Правая часть приведенного неравенства принимает минимальное значение при  $\Delta\varphi = 1$ , то есть, когда сдвиг фаз составляет 1 радиан. Таким образом, наименьшая погрешность достигается в случае, когда расчеты производятся для слоя, у которого отношение времени запаздывания к периоду возмущений составляет  $1/2\pi$ , что в случае суточной периодичности внешнего воздействия соответствует примерно 4-часовому запаздыванию. Следует также иметь в виду, что при бо́льших значениях  $\Delta\varphi$  погрешность резко возрастает из-за экспоненциального уменьшения амплитуды суточных колебаний с глубиной (например, при  $\Delta\varphi = \pi$  амплитуды соотносятся как  $\exp(\pi)$ : 1, то есть отличаются примерно в 23 раза).

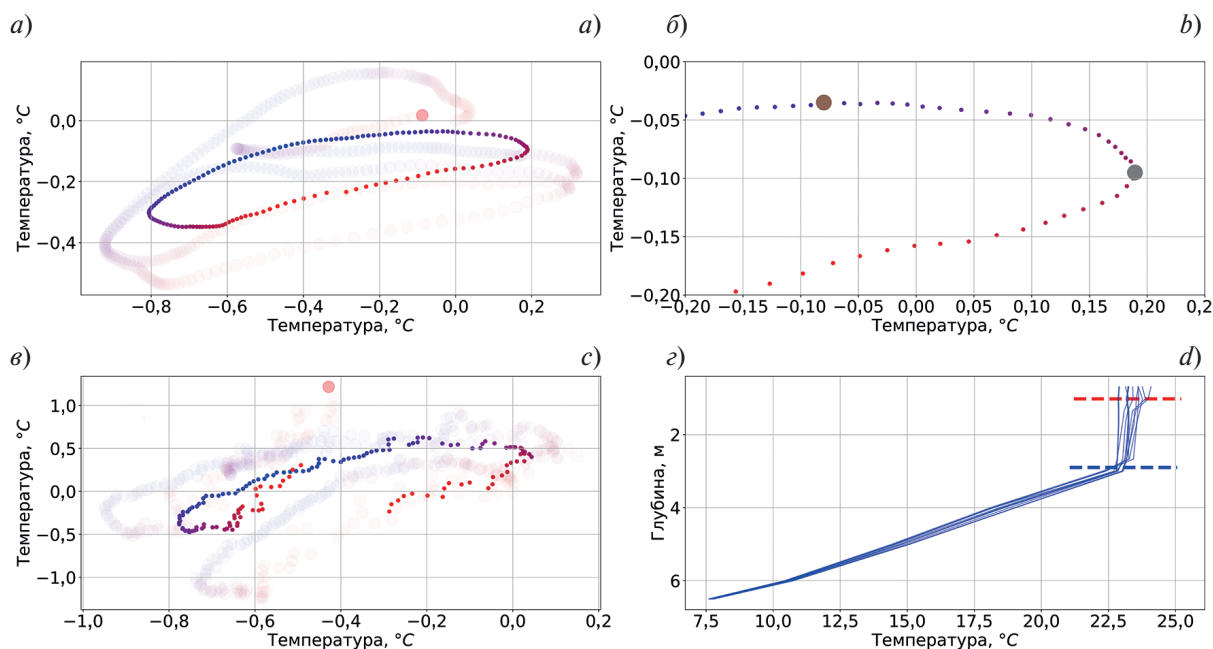
Для увеличения точности оценок величины  $\Delta t$  использовался также описанный выше прием усреднения по «синоптическому дню». В качестве примера подобной обработки опытных данных на рис. 7 представлены графики, описывающие совместную эволюцию приращения температур в двух слоях ГЛ (панель а), соответствующих датчикам на глубинах 1,02 м и 3,00 м соответственно. Оба датчика находились в пределах ППС (рис. 7, з). Для определенности рассматривался 4-дневный синоптический интервал (1–4 июля 2021 г.). Расчет параметров  $\delta$  и  $K$  осуществлялся по временной задержке  $\Delta t$  максимумов для синоптического дня (рис. 7, б). Величина  $\Delta t$  в рассматриваемом примере составляла 210 мин, что соответствует близкому к оптимальному (в плане минимизации погрешности) значению сдвига фаз  $\Delta\varphi = 0,92$  радиан. Такому сдвигу соответствует глубина затухания  $\delta = 2,18$  м, сопоставимая с толщиной ППС.

Как отмечалось выше, при более строгом количественном расчете необходимо учитывать тот факт, что на величину сдвига фаз  $\Delta\varphi$  оказывает влияние и объемный прогрев водной толщи. Корректировка при этом заключается в исключении того вклада в прирост температуры каждого слоя, который обусловлен объемным прогревом. А именно, для  $i$ -го слоя толщиной  $h_i$  прирост  $\Delta T_i$  температуры на временном интервале  $\Delta t$  за счет солнечной радиации можно представить в виде:

$$c\rho h_i \Delta T_i = W_0 (\exp(-\gamma z_i) - \exp(-\gamma(z_i + h_i))) \Delta t. \quad (5)$$

Здесь  $z_i$  — глубина верхней границы  $i$ -го слоя;  $W_0$  — поток солнечной радиации на поверхности ( $\text{Вт/м}^2$ ), который, в отсутствие прямых измерений потока в 2021 г., был рассчитан по интегральному тепловому балансу водного столба.

Откорректированный указанным образом цикл приращений температуры представлен на рис. 7, в. При этом задержка по времени практически не изменилась. Однако, в связи с большой погрешностью расчетов неоднородных по глубине потоков тепла, петля гистерезиса несколько искажилась, и достичь уточнения результатов расчетов не удалось, что, однако, не снижает актуальности задачи, связанной с расчетом вклада объемного нагрева в прирост температуры.



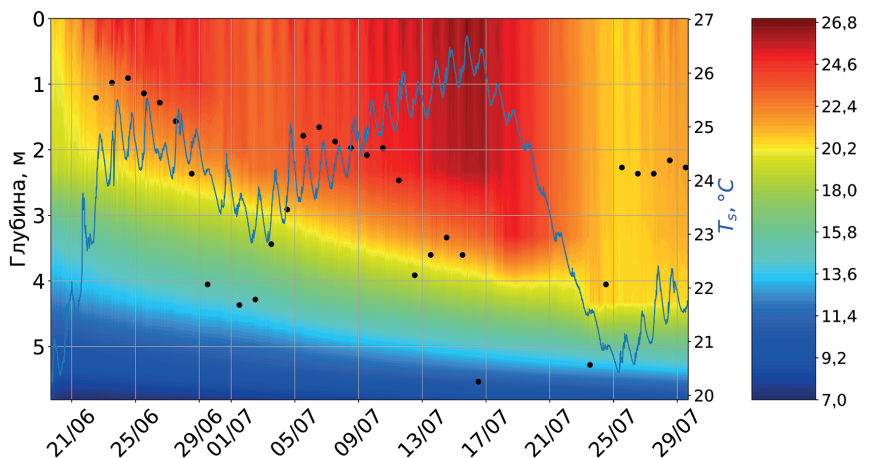
**Рис. 7.** Суточный (с полудня 1 июля) цикл прироста температуры в ГЛ на глубинах 1 м (ось  $X$ ) и 3 м (ось  $Y$ ) для 4-дневного синоптического интервала 1–4 июля. Полупрозрачные маркеры представляют динамику прироста температур каждого из дней, шаг по времени — 10 мин (а). Фрагмент суточной эволюции температур, включающий точки максимума для обеих глубин (б). Динамика прироста температуры, за вычетом вклада, обусловленного радиационным нагревом (в). Семейство вертикальных профилей температуры для рассматриваемого интервала времени, шаг по времени — 6 ч (г)

**Fig. 7.** Daily (from noon on July 1) cycle of temperature increase in the GL at depths of 1 m ( $X$ -axis) and 3 m ( $Y$ -axis) for a 4-day synoptic interval on July 1–4. The semi-transparent markers represent the dynamics of the temperature increase for each day, the time step is 10 minutes (a). Fragment of daily temperature evolution, including maximum points for both depths (b). Dynamics of temperature increase, excluding the contribution due to radiation heating (c). Family of vertical temperature profiles for the considered time interval, time step — 6 h (d)

В этой связи при анализе динамики параметра  $\delta$  расчет осуществлялся по упрощенной методике, на основе непосредственной оценки задержки по времени для температур на двух глубинах, с использованием формулы (2). Результаты расчетов динамики величины  $\delta$  для 5-недельного интервала (21.06–29.07) представлены на рис. 8, на котором одновременно приведена зависимость температуры верхнего датчика от времени, а также температурное поле водной толщи в целом.

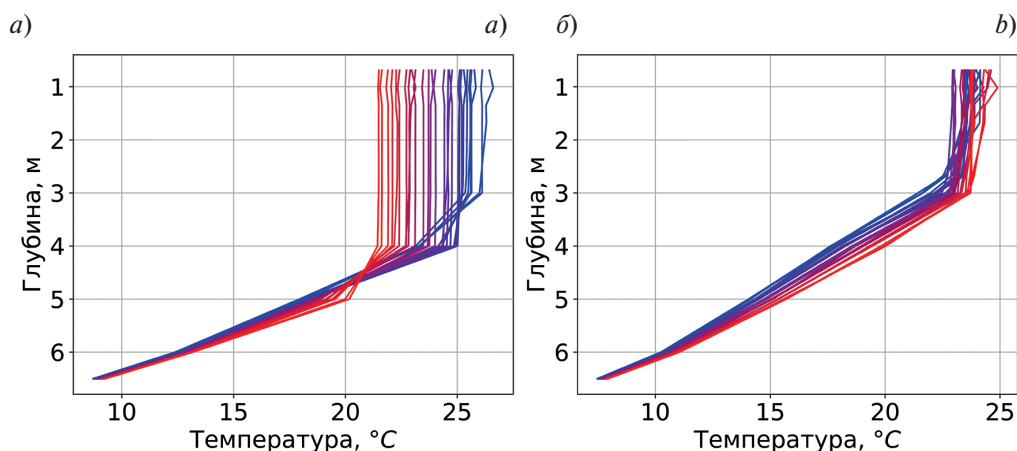
Для указанного интервала времени по традиционной методике (с использованием критической разности температур  $0,5^\circ\text{C}$ ) была также рассчитана нижняя граница ПС, положение которой примерно соответствует визуальной цветовой границе на рис. 8. Важно отметить, что эта граница изменяется достаточно монотонно, в отличие от глубины  $\delta$ , подверженной достаточно резким изменениям. Этот факт свидетельствует о существенном физическом различии параметров  $\delta$  и  $l$ . А именно, можно предположить, что глубина  $\delta$  затухания тепловой волны, в отличие от параметра  $l$ , задающего условную толщину эпилимниона как перемешанного слоя, определяет толщину термически активного, перемешиваемого слоя. В пользу такой трактовки свидетельствуют, например, эпизоды резкого увеличения  $\delta$  при общем охлаждении на синоптических масштабах с 27 июня по 4 июля и с 17 по 24 июля (во втором из этих эпизодов величина  $\delta$  даже превышала толщину водного столба). Можно предположить, что увеличение  $\delta$  во время этих эпизодов отражает увеличение тепловой активности всей толщи, сопряженное с активным заглублением ППС. Это подтверждается анализом динамики температурных профилей. Так, семейство профилей (левая панель рис. 9) для интервала охлаждения с 17 по 24 июля демонстрирует интенсификацию перемешивания, присутствие хорошо выраженного и заглубляющегося ППС и практическое отсутствие рестратификации в дневные часы. В то же время в течение «пассивной» синоптической недели с 3 по 10 июля (правая панель рис. 9), когда рассчитанные значения величины  $\delta$  малы, наблюдается существенный прогрев практически всей водной толщи, а толщина ППС практически не изменяется.





**Рис. 8.** Температурное поле водной толщи ГЛ для 40-дневного интервала, с 21 июня 2021 г. Маркерами обозначены рассчитанные значения глубины  $\delta$  затухания волн. Сплошная линия представляет температуру  $T_s$  поверхностного слоя (датчик на глубине 0,25 м)

**Fig. 8.** Temperature field of the GL water column for a 40-day interval, from June 21, 2021. The markers indicate the calculated values of the depth  $\delta$  of wave attenuation. The solid line represents the temperature  $T_s$  of the surface layer (sensor at a depth of 0.25 m)



**Рис. 9.** Семейства температурных профилей для двух различных синоптических периодов; период похолодания с 17 по 24 июля (а) и период потепления с 3 по 10 июля (б). Шаг по времени — 6 ч. Смена цвета со временем — от синего к красному

**Fig. 9.** Families of temperature profiles for two different synoptic periods; a cooling period from July 17 to 24 (left panel) and a warming period from July 3 to 10 (right panel). Time step — 6 hours. Color changes over time — from blue to red

#### 4. Дискуссия и заключение

Полученные результаты свидетельствуют о том, что изучение тепловой инерции, гистерезисных явлений, оценки параметров температурной волны могут быть действенным инструментом для идентификации перемешиваемого слоя малого озера, а также для расчета его параметров и динамики. Проведенные расчеты подтверждают необходимость разделения понятий перемешанного и перемешиваемого слоев. При этом, в рамках рассмотрения дилеммы mixed — mixing, перемешиваемый, или термически активный, слой, трактуемый как область распространения температурной волны, получает наглядную физическую интерпретацию.

В ходе расчетов было установлено, что сдвиг фаз температурных колебаний, представляющих отклик водной толщи на периодическое внешнее воздействие, линейно растет с увеличением глубины. Данное свойство температурной волны определяет весьма важную с практической точки зрения особенность предложенного метода оценки параметров термически активного слоя. А именно, для расчета этих параметров можно использовать минимальное количество температурных датчиков (в пределе — лишь два).

Совершенствование метода и его дальнейшие перспективы во многом связаны с возможностью уменьшения погрешностей расчета временного запаздывания и сдвига фаз. В частности, как отмечалось выше, наименьшая погрешность расчетов достигается в случае, когда производится количественное сравнение температур на двух глубинах, для которых сдвиг фаз близок к 1 рад. Однако заранее определить такие глубины весьма трудно. В этой связи для уменьшения погрешности при использовании даже небольшого числа датчиков можно проводить расчеты с использованием всех пар глубин, на которых расположены датчики, с последующим усреднением результатов.

Существенный момент, связанный с дальнейшим использованием метода, заключается в необходимости совершенствования его расчетной методики применительно к объектам (таким, например, как рассмотренный выше DP), толщину перемешиваемого слоя которых в общем случае нельзя считать малой по сравнению с глубиной  $H$ . Строго говоря, простейшая формула (1) здесь может быть использована лишь для качественного описания тепловой волны; для проведения же количественных оценок необходимо использовать ее модифицированный вариант, учитывающий конечность параметра  $\delta/H$ .

Следует также иметь в виду, что внешнее воздействие не является синусоидальным, и для увеличения точности оценок можно производить расчет сдвига фаз для разных гармоник, как в случае теплофизических измерений, когда для изучения калориметрических параметров используются даже импульсные сигналы [14].

Кроме того, весьма важным направлением совершенствования расчетов является их корректировка за счет исключения вкладов в прирост температуры, обусловленных объемным прогревом. Здесь необходим и эффективный алгоритм расчета поправок, и использование более точных данных по потокам солнечной радиации.

### Финансирование

Работа выполнена в рамках государственного задания (FMEN 2021-0019) Института водных проблем Севера (Карельский научный центр РАН).

### Funding

This study was carried out within the framework of the State task (FMEN 2021-0019) of the Northern water problems Institute, Karelian Research Center of the Russian Academy of Sciences.

### Конфликт интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов

### Conflict of interests

The authors declare no conflict of interests

### Литература

1. Brainerd K.E., Gregg M.C. Surface mixed and mixing layer depths // Deep Sea Research Part I: Oceanographic Research Papers. 1995. Vol. 42. P. 1521–1543. EDN APZBIF. [https://www.doi.org/10.1016/0967-0637\(95\)00068-H](https://www.doi.org/10.1016/0967-0637(95)00068-H)
2. Sutherland G., Reverdin G., Marié L., Ward B. Mixed and mixing layer depths in the ocean surface boundary layer under conditions of diurnal stratification // Geophysical Research Letters. 2014. Vol. 41(23). P. 8469–8476. EDN UPIAKB. <https://www.doi.org/10.1002/2014GL061939>
3. Reichl B.G., Adcroft A., Griffies S.M., Hallberg R. A potential energy analysis of ocean surface mixed layers // Journal of Geophysical Research. Oceans. 2022. Vol. 127. P. e2021JC018140. EDN FJUVZP. <https://www.doi.org/10.1029/2021JC018140>
4. Gray E., Mackay E.B., Elliott J.A., Folkard A.M., Jones I.D. Wide-spread inconsistency in estimation of lake mixed depth impacts interpretation of limnological processes // Water Research. 2020. 168:115136. EDN RMJOML. <https://www.doi.org/10.1016/j.watres.2019.115136>

5. Toffolon M., Yousefi A., Piccolroaz S. Estimation of the thermally reactive layer in lakes based on surface water temperature // *Water Resources Research*. 2022. Vol. 58, Iss. 6. P. e2021WR031755. EDN YMRTSF. <https://www.doi.org/10.1029/2021WR031755>
6. Piccolroaz S., Toffolon M., Majone B. A simple lumped model to convert air temperature into surface water temperature in lakes // *Hydrology and Earth System Sciences*. 2013. Vol. 17(8). P. 3323–3338. <https://doi.org/10.5194/hess-17-3323-2013>
7. Науменко М.А., Гузиватый В.В. Связаны ли параметры устойчивой плотностной стратификации с температурой поверхности Ладожского озера? // *Гидрометеорология и экология*. 2024. № 75. С. 328–344. EDN GYZNG.
8. Пономарев С.В., Мищенко С.В., Дивин А.Г. Теоретические и практические аспекты теплофизических измерений: Тамбов: Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2006. Кн. 1. 204 с. URL: [https://www.tstu.ru/book/elib/pdf/2006/ponomarev\\_a1.pdf](https://www.tstu.ru/book/elib/pdf/2006/ponomarev_a1.pdf) (дата обращения: 25.02.25).
9. Богданов С.Р., Пальшин Н.И., Здорovenнов Р.Э. и др. Оценка эффективности перемешивания небольшого димиктического озера при поверхностном выхолаживании // *Фундаментальная и прикладная гидрофизика*. 2023. Т. 16, № 2. С. 73–88. EDN MYCYZD. [https://doi.org/10.59887/2073-6673.2023.16\(2\)-6](https://doi.org/10.59887/2073-6673.2023.16(2)-6)
10. Solcerova A., van de Ven F., van de Giesen N. Nighttime Cooling of an Urban Pond // *Frontiers in Earth Science*. 2019. Vol. 7. P. 156. <https://www.doi.org/10.3389/feart.2019.00156>
11. Ptak M., Sojka M., Nowak B. Characteristics of daily water temperature fluctuations in Lake Kierskie (West Poland) // *Quaestiones Geographicae*. 2019. Vol. 38(3). P. 41–49. <https://doi.org/10.2478/quageo-2019-0027>
12. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1977. 736 с. EDN ISZWIH
13. Дивина Д.А., Пономарев С.В., Дивин А.Г. Повышение точности определения теплофизических характеристик методом регулярного режима третьего рода // Сб. трудов II междунар. науч.-техн. конференции «Современные методы и средства исследований теплофизических свойств веществ». СПб.: НИУ ИТМО, 2012. С. 59–68.
14. Галактионов А.В., Петров В.А., Степанов С.В., Улыбин С. Ал. Сравнительный анализ двух модификаций метода температурных волн для измерения температуропроводности теплоизоляционных материалов // *Теплофизика высоких температур*. 1993. Т. 31, вып. 5. С. 817–820. EDN KSUMEZ

## References

1. Brainerd KE, Gregg MC. Surface mixed and mixing layer depths. *Deep Sea Research Part I: Oceanographic Research Papers*. 1995;42:1521–1543. [https://www.doi.org/10.1016/0967-0637\(95\)00068-H](https://www.doi.org/10.1016/0967-0637(95)00068-H)
2. Sutherland G, Reverdin G, Marié L, Ward B. Mixed and mixing layer depths in the ocean surface boundary layer under conditions of diurnal stratification. *Geophysical Research Letters*. 2014;41(23):8469–8476. <https://doi.org/10.1002/2014GL061939>
3. Reichl BG, Adcroft A, Griffies SM, Hallberg R. A potential energy analysis of ocean surface mixed layers. *Journal of Geophysical Research: Oceans*. 2022;127: e2021JC018140. <https://doi.org/10.1029/2021JC018140>
4. Gray E, Mackay EB, Elliott JA, Folkard AM, Jones ID. Wide-spread inconsistency in estimation of lake mixed depth impacts interpretation of limnological processes. *Water Research*. 2020;168:115136. <https://doi.org/10.1016/j.watres.2019.115136>
5. Toffolon M, Yousefi A, Piccolroaz S. Estimation of the thermally reactive layer in lakes based on surface water temperature. *Water Resources Research*. 2022;58(6): e2021WR031755. <https://doi.org/10.1029/2021WR031755>
6. Piccolroaz S, Toffolon M, Majone B. A simple lumped model to convert air temperature into surface water temperature in lakes. *Hydrology and Earth System Sciences*. 2013;17(8):3323–3338. <https://doi.org/10.5194/hess-17-3323-2013>
7. Naumenko MA, Guzivaty VV. Are the parameters of stable density stratification related to the surface temperature of Lake Ladoga? *Hydrometeorology and Ecology*. 2024;75:328–344. (In Russ).
8. Ponomarev SV, Mishchenko SV, Divin AG. Theoretical and practical aspects of thermophysical measurements. Tambov: Tambov State Technical University Publishing House; 2006. Book 1, 204 p. (In Russ). Available from: [https://www.tstu.ru/book/elib/pdf/2006/ponomarev\\_a1.pdf](https://www.tstu.ru/book/elib/pdf/2006/ponomarev_a1.pdf) (date of access: 25.02.25).
9. Bogdanov SR, Palshin NI, Zdorovennov RE, et al. Estimation of mixing efficiency of a small dimictic lake due to surface cooling. *Fundamental and Applied Hydrophysics*. 2023;16(2):73–88. (In Russ). [https://doi.org/10.59887/2073-6673.2023.16\(2\)-6](https://doi.org/10.59887/2073-6673.2023.16(2)-6)
10. Solcerova A, van de Ven F, van de Giesen N. Nighttime cooling of an urban pond. *Frontiers in Earth Science*. 2019;7:156. <https://doi.org/10.3389/feart.2019.00156>
11. Ptak M, Sojka M, Nowak B. Characteristics of daily water temperature fluctuations in Lake Kierskie (West Poland). *Quaestiones Geographicae*. 2019;38(3):41–49. <https://doi.org/10.2478/quageo-2019-0027>
12. Tikhonov AN, Samarsky AA. Equations of mathematical physics. Moscow: Nauka; 1977. 736 p. (In Russ).

13. Divina DA, Ponomarev SV, Divin AG. Increasing the accuracy of determining thermophysical characteristics by the method of regular mode of the third type. In: Proceedings of the II International Scientific-Technical Conference “Modern Methods and Tools for Studying the Thermophysical Properties of Substances”; 2012; St. Petersburg. p. 59–68. (In Russ).
14. Galaktionov AV, Petrov VA, Stepanov SV, Ulybin SA. Comparative analysis of two modifications of the temperature wave method for measuring the thermal diffusivity of thermal insulation materials. *High Temperature*. 1993;31(5):817–820. (In Russ).

#### Об авторах

- БОГДАНОВ Сергей Рэмович, доктор физико-математических наук, доцент, ведущий научный сотрудник, Институт водных проблем Севера Карельского научного центра РАН, ORCID: 0000-0003-4150-2712, WoS ResearcherID: Y-5047-2019, Scopus AuthorID: 22950031500, SPIN-код (РИНЦ): 6021-9551, e-mail: sergey.r.bogdanov@mail.ru
- ПАЛЫШИН Николай Иннокентьевич, кандидат географических наук, старший научный сотрудник, Институт водных проблем Севера Карельского научного центра РАН, ORCID: 0000-0003-1540-3788, WoS ResearcherID: L-8634-2013, Scopus AuthorID: 67001733667, SPIN-код (РИНЦ): 9306-5587, e-mail: npalshin@mail.ru
- ЕФРЕМОВА Татьяна Владимировна, кандидат географических наук, старший научный сотрудник, Институт водных проблем Севера Карельского научного центра РАН, ORCID: 0000-0003-0313-6731, WoS ResearcherID: M-1943-2013, Scopus AuthorID: 7006375780, SPIN-код (РИНЦ): 1360-1420, e-mail: efremova@nwpi.krc.karelia.ru
- ЗДОРОВЕННОВ Роман Эдуардович, кандидат географических наук, старший научный сотрудник, Институт водных проблем Севера Карельского научного центра РАН, ORCID: 0000-0003-1695-4872, WoS ResearcherID: L-8294-2013, Scopus AuthorID: 8847365600, SPIN-код (РИНЦ): 5712–4156, e-mail: romga74@gmail.com
- ЗДОРОВЕННОВА Галина Эдуардовна, кандидат географических наук, ведущий научный сотрудник, Институт водных проблем Севера Карельского научного центра РАН, ORCID: 0000-0003-2726-0104, WoS ResearcherID: L-8214-2013, Scopus AuthorID: 8847365700, SPIN-код (РИНЦ): 3761-2449, e-mail: zdorovennova@gmail.com





DOI [https://doi.org/10.59887/2073-6673.2025.18\(4\)-6](https://doi.org/10.59887/2073-6673.2025.18(4)-6)

EDN <https://elibrary.ru/jpzjvv>

УДК 556.555.4

© М. А. Науменко\*, В. В. Гузиватый, 2025

Санкт-Петербургский Федеральный исследовательский центр Российской академии наук (СПб ФИЦ РАН), Институт озероведения РАН, ул. Севастьянова, 9, г. Санкт-Петербург, 196105 Россия

\*m.a.naumenko@mail.ru

## Характерные черты климатического годового хода придонной температуры различных районов Ладожского озера

Статья поступила в редакцию 29.04.2025, после доработки 06.11.2025, принята в печать 17.11.2025

### Аннотация

В настоящее время не существуют количественные оценки среднеклиматического годового хода параметров придонных температур в Ладожском озере, позволяющие судить о их межгодовых вариациях. Предложена феноменологическая модель среднеклиматической годовой изменчивости придонной температуры Ладожского озера в зависимости от глубины лимнического района. На основе анализа большого массива измерений температуры за столетний период определены характерные температуры и даты сезонного возникновения и диссипации вертикальной стратификации в течение года в связи с вариациями придонной температуры. Проведена оценка дисперсии и скорости изменения придонных температур в различные сезоны.

Начиная с глубины 100 м, в течение летнего периода существуют очень малые колебания придонной температуры в Ладожском озере. В зимний сезон эти колебания составляют примерно 1,5 °С и во многом зависят от даты возникновения и продолжительности периода открытой воды акватории и интенсивности вертикальной и горизонтальной конвекции. Эти показатели могут служить базовыми для оценки отклика реально измеренных или смоделированных термических параметров Ладожского озера на вариации климата, а также для сравнения с другими димиктическими озерами мира. Созданные эмпирические зависимости изменения придонной температуры от глубины дна для среднеклиматического года с ледовым покрытием и теплого (с не полным ледоставом) имеют прогностическое значение.

**Ключевые слова:** годовой ход придонной температуры, весенняя и осенняя изотермия, лимнические районы, димиктическое Ладожское озеро

© М. А. Naumenko\*, V. V. Guzivaty, 2025

St. Petersburg Federal Research Center of the Russian Academy of Sciences (SPC RAS), Institute of Limnology of the Russian Academy of Sciences, 9, Sevastyanova st., St. Petersburg, 196105, Russia

m.a.naumenko@mail.ru

## Characteristic features of climatic annual variations of bottom temperature in different regions of Lake Ladoga

Received 29.04.2025, Revised 06.11.2025, Accepted 17.11.2025

### Abstract

At present, there are no quantitative estimates of the mean climatic annual course of bottom temperature parameters in Lake Ladoga that allow us to judge their interannual variations. A phenomenological model of the mean climatic annual variability of the Lake Ladoga bottom temperature depending on the depth of the limnic region is proposed. Based on analysis of a large array

**Ссылка для цитирования:** Науменко М.А., Гузиватый В.В. Характерные черты климатического годового хода придонной температуры различных районов Ладожского озера // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2025. Т. 18, № 4. С. 80–93. EDN JPBZJV. [https://doi.org/10.59887/2073-6673.2025.18\(4\)-6](https://doi.org/10.59887/2073-6673.2025.18(4)-6)

**For citation:** Naumenko M.A., Guzivaty V.V. Characteristic features of climatic annual variations of bottom temperature in different regions of Lake Ladoga. *Fundamental and Applied Hydrophysics*. 2025;18(4):80–93.

[https://doi.org/10.59887/2073-6673.2025.18\(4\)-6](https://doi.org/10.59887/2073-6673.2025.18(4)-6)

of temperature measurements for a century period, characteristic temperatures and dates of seasonal occurrence and dissipation of vertical stratification during the year in connection with variations in bottom temperature are determined. The dispersion and rate of change of near-bottom temperatures in different seasons were estimated.

Starting from a depth of 100 m, there are very small variations of the bottom temperature in Lake Ladoga during the summer period. In the winter season, these fluctuations are about 1.5 °C and largely depend on the date of occurrence and duration of the open water period of the water area and the intensity of vertical and horizontal convection. These indices can serve as a baseline for evaluating the response of real measured or modeled thermal parameters of Lake Ladoga to climate variations, as well as for comparison with other dimictic lakes of the world. The created empirical dependences of the near bottom temperature change on the floor depth for an average climatic year with ice cover and a warm year (with incomplete ice cover) has prognostic value.

**Keywords:** annual variation of bottom temperature, spring and fall isothermia, limnic regions, dimictic Lake Ladoga

## 1. Введение

Общее потепление озер наблюдается по всему миру [1–3], что в крупных димиктических озерах приводит к изменениям в режимах весеннего и осеннего полного перемешивания, интенсификации и удлинению периода летней стратификации [4, 5] и сокращению площади ледяного покрова [6–8].

Температура водной массы крупного озера, как правило, слабее реагирует на кратковременные колебания метеорологических параметров, чем на более долгосрочные климатические форсинги [9]. В синоптических масштабах температура поверхностного слоя демонстрирует быстрый квазисинхронный отклик на атмосферное воздействие, который обычно ослабевает с глубиной. Значительный годовой отклик термического состояния озера на интенсивное в течение года атмосферное воздействие проявляется в температуре воды эпилимниона и металимниона [10, 11]. Ниже термоклина, однако, толща воды может не реагировать на форсинг на поверхности озера, что приводит к значительному затуханию годового отклика в гипolimнионе. Наличие стратификации препятствует вертикальному перемешиванию и переносу кислорода и биогенов между слоями. В умеренных широтах в глубоких димиктических озерах два раза в год возникающее весеннее и осеннее полное вертикальное перемешивание, связанное с температурой максимальной плотности пресной воды 3,98 °C, является одним из важных процессов передачи тепла от поверхности до дна и «вентиляции» придонных горизонтов [12].

Анализ публикаций о долговременных круглогодичных измерениях придонной температуры в димиктических озерах [13–15] свидетельствует о резком отличии сезонного хода придонной температуры от сезонного хода температуры поверхности воды. Годовой диапазон изменений придонных температур (ПТ) в глубоких димиктических озерах очень небольшой по сравнению с изменениями температуры поверхности озера (ТПО), но процессы, определяющие пространственное распределение температуры у дна, различаются для водоемов с различными глубинами и зависят от зимнего ледового режима озера и вертикального обмена теплом. Однако все еще не существуют количественные оценки среднеклиматического хода параметров придонных температур в Ладожском озере, позволяющие судить о климатических вариациях относительно этого хода. Вопрос о климатических воздействиях на придонный слой воды в глубоком озере остается открытым. Климатические изменения могут привести к непосредственному изменению придонной температуры, и придонная температура может характеризовать межгодовую «память» озера. Именно по этой причине время наступления полного перемешивания значительно зависит от межгодовой изменчивости атмосферного воздействия на глубоководную температуру и практически является индикатором климатических вариаций [16]. Более того, придонная температура важна не только как гидрофизический параметр, но ее вариации влияют на структуру экосистемы, в частности на распределение популяции рыб и донных организмов.

В настоящее время нет публикаций о пространственно-временной изменчивости придонной температуры воды в крупнейшем европейском озере — Ладожском. Целью настоящей статьи является характеристика среднеклиматической (фоновой) изменчивости придонной температуры лимнических районов Ладожского озера, определение характерных температур и дат сезонного возникновения и диссипации вертикальной стратификации в течение года. Эти показатели могут служить базовыми для оценки отклика реально измеренных или смоделированных термических параметров Ладожского озера на вариации климата.

## 2. Исходные данные и определение характерных параметров придонной температуры

Значимые результаты по анализу годового хода придонной температуры для глубоких димиктических озер Верхнего (Канада — США) [13], Мичиган [15] и озера Паяярви (Финляндия) [14] были получены на основе многолетних измерений с временной дискретностью несколько минут — несколько часов на придонных горизонтах 170 м (оз. Верхнее), 110 м (оз. Мичиган), а также озера Паяярви на 75 м. Измерения в каждом озере выполнялись на глубине не более 10–15 м от дна.

Для крупнейшего в Европе Ладожского озера (максимальная глубина 230 м) в настоящее время знания о режиме придонной температуры все еще скудны из-за отсутствия долгосрочных круглогодичных измерений температуры воды в каком-либо лимническом районе от поверхности до дна с высоким пространственно-временным разрешением [17–19]. Однако, основываясь на архивных данных 1901 и 1903 г., А.И. Тихомиров указывает, что на максимальных глубинах озера придонная температура в зимне-весенний период была около 2,5–2,8 °С, т. е. значительно ниже температуры максимальной плотности ( $T_{\text{мп}}$ ) на этих глубинах. Подтверждением этих наблюдений были измерения температуры воды от поверхности до дна в глубоководной части Ладожского озера с августа 1959 г. по октябрь 1960 г. с дискретностью около месяца, которые зафиксировали придонные температуры в марте–апреле 1960 г. около 2,6–2,8 °С [20].

Пространственно-временное распределение придонной температуры воды в любом крупном димиктическом озере в конечном счете зависит от распределения глубин [5, 21]. Чтобы охарактеризовать средний климатический сезонный ход температуры придонного горизонта (ПТ) были подготовлены массивы данных с декадным осреднением для периода открытой воды с мая по ноябрь, не зависимо от года наблюдений для каждой из лимнических зон озера, выделенных ранее. Акватория Ладожского озера была разбита на шесть районов: 1) мелководный с глубинами дна до 18 м; 2) переходный с глубинами от 18 до 50 м; 3) район озёрного уступа с глубинами от 50 до 70 м; 4) склоновый с глубинами от 70 до 100 м; 5) глубоководный с глубинами от 100 до 140 м; 6) впадины с глубинами более 140 м [22]. В базе данных Ладожского озера содержится более 400000 измерений температуры на различных горизонтах с 1897 г., характеризующих распределение температуры на стандартных разрезах и станциях ИНОЗ РАН и Гидрометеослужбы [19, 23]. В табл. 1 представлено распределение исходных данных для расчета статистических характеристик и построения графиков на рис. 1.

Таблица 1

Table 1

Количество использованных данных по районам и месяцам  
 Number of data used by regions and month

	1 Район			2 Район			3 Район			4 Район			5 Район			6 Район		
	a*	b*	c*	a	b	c	a	b	c	a	b	c	a	b	c	a	b	c
	0 м	10 м	15 м	0 м	20 м	40 м	0 м	30 м	50 м	0 м	50 м	100 м	0 м	80 м	130 м	0 м	100 м	210 м
Май	1434	189	59	1278	344	58	385	119	116	146	66	27	148	28	45	74	57	51
Июнь	2558	241	99	2761	595	119	928	236	200	462	167	52	436	83	63	212	113	88
Июль	2969	358	136	2180	753	156	864	229	237	595	279	91	567	105	99	365	161	84
Август	2304	347	99	1867	628	143	763	258	240	479	250	109	525	170	166	252	108	179
Сентябрь	1728	194	80	1164	361	67	494	135	125	287	153	49	367	90	79	220	93	69
Октябрь	1375	148	53	852	237	39	336	74	69	188	101	31	262	58	53	144	74	51
Ноябрь	575	65	33	199	61	12	47	5	4	45	20	—	64	16	12	32	16	10

Примечание: a\* — поверхность,  
 b\* — глубина промежуточного горизонта,  
 c\* — глубина придонного горизонта  $h_{\text{пр}}$

Для сравнения и характеристики различий между ПТ и температурой поверхности воды ТПО на рис. 1 приведен временной ход температуры поверхности, промежуточного горизонта и придонного горизонта для периода открытой воды для шести указанных районов а также дисперсии температуры воды для десятидневного периода со сдвигом в 5 сут.

Эти графики представляют фоновый (среднеклиматический) ход исследуемых характеристик. В основном, для каждой декады с 5 мая по 26 ноября, не зависимо от года наблюдения, количество используемых данных было более 300–400 значений, но для некоторых периодов это количество могло не превышать несколько десятков значений.

С использованием рис. 1 для каждого района были выделены следующие параметры, связанные с определением характеристик придонной температуры и создана схема (рис. 2):

(А1) — начальная температура и дата возникновения весенней изотермии, т. е. годовой минимум придонной температуры ( $T_{\text{мин}}$ ) на вертикали от поверхности до дна;

(Б) — дата начала прямой стратификации в весенний период при температуре максимальной плотности  $T_{\text{мп}}$ ;

(В) — дата и значение годового максимума температуры поверхности воды ( $T_{\text{макс}}$ );

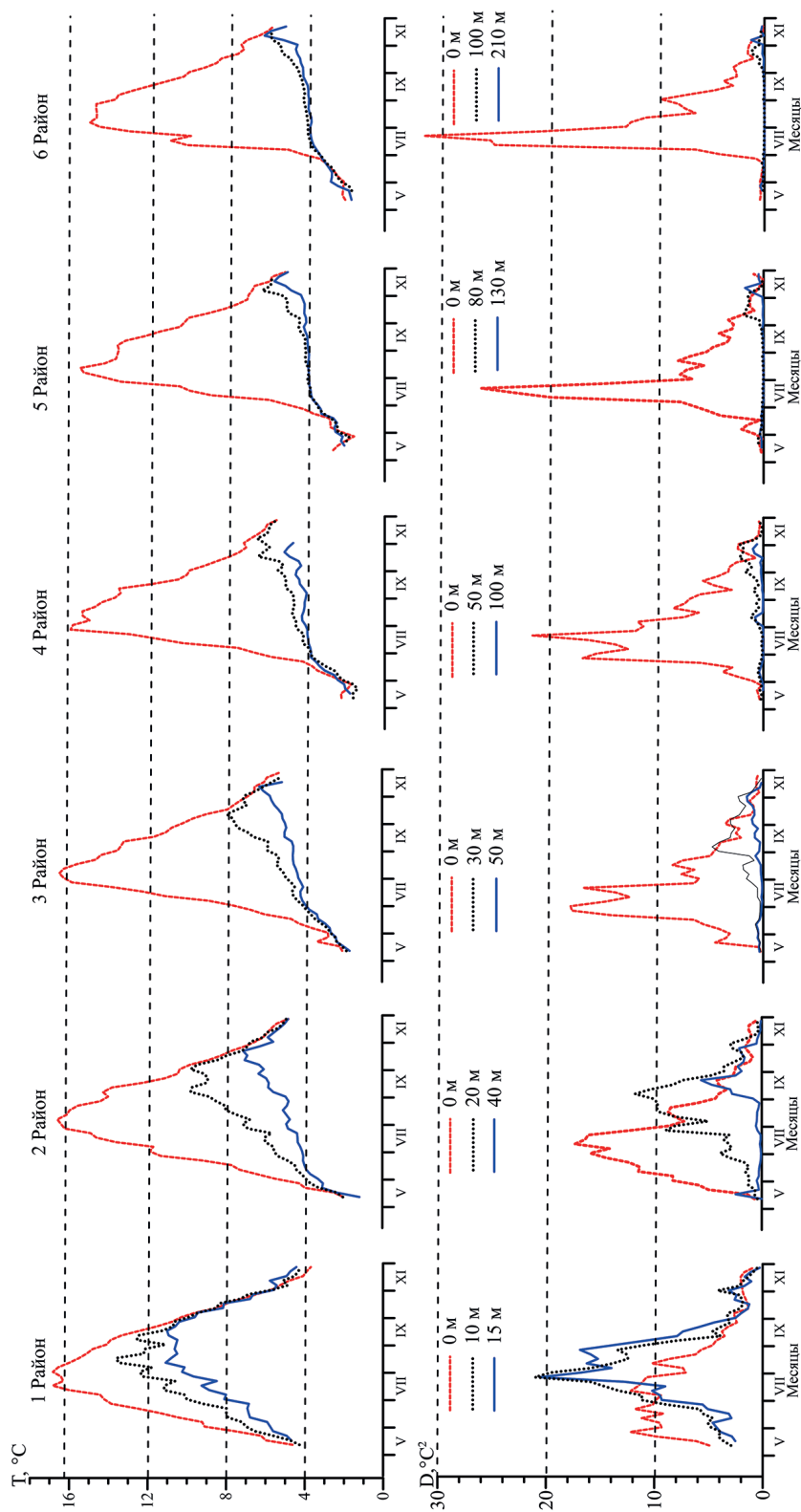
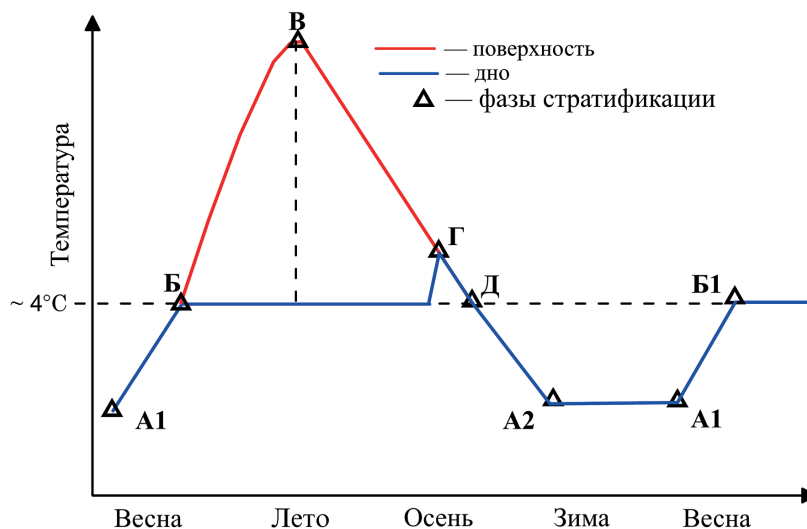


Рис. 1. Сезонный ход температуры воды  $T$  и ее дисперсии  $D$  на поверхности (красная линия), промежуточном горизонте (пунктирная) и у дна (синяя линия) для шести лимнических районов в период открытой воды

Fig. 1. Seasonal course of water temperature  $T$  and its dispersion  $D$  at the surface (red line), intermediate horizon (dashed line) and near the bottom (blue line) for six limnic regions during the open water period



(Г) — начальная температура и дата возникновения осенней изотермии, т. е. годовой максимум придонной температуры ( $T_{\text{он}}$ ) на вертикали от поверхности до дна;  
 (Д) — дата начала обратной стратификации в осенний период при температуре максимальной плотности  $T_{\text{мп}}$ ;  
 (А2, А1) — дата возникновения годового минимума придонной температуры  $T_{\text{мин}}$ .



**Рис. 2.** Схематическое изображение сезонного хода придонной температуры (синяя линия) по сравнению с температурой поверхности воды (красная линия) в димиктическом озере

**Fig. 2.** Schematic representation of the seasonal course of near bottom temperature (blue line) versus water surface temperature (red line) in a dimictic lake

Некоторые из этих параметров, предложены в [15] и дополнены авторами статьи декадными дисперсиями температуры поверхности и придонного горизонта.

За дату начала весенней изотермии принимается дата полного вертикального перемешивания (А), когда температуры поверхности и придонного горизонта равны друг другу и меньше температуры наибольшей плотности пресной воды. Придонная температура является минимальной за год и может возникать еще при ледовом покрытии. Далее в результате радиационного прогрева вертикальное конвективное перемешивание продолжается до тех пор, пока температура придонной воды сравняется с температурой наибольшей плотности 3,98 °С. Эта дата определяет окончание полной весенней изотермии (Б), и дальнейшее непрерывное нагревание поверхностного слоя приводит к возникновению прямой устойчивой стратификации.

Осеннее полное вертикальное конвективное перемешивания начинается, когда на выбранной вертикали возникает изотермия и придонная температура достигает своего годового максимума в точке Г и заканчивается при изотермии по вертикали при температуре наибольшей плотности. После этого формируется обратная устойчивая вертикальная стратификация.

Таким образом, предложена физически обоснованная схема изменения придонной температуры, показанная на рис. 2. Это феноменологическая модель позволяет дать представления об изменениях придонной температуры в Ладожском озере, начиная с глубины дна 100 м (четвертый район) при средних ледовых условиях.

Придонная температура в весенний период в Ладожском озере растет от минимальной величины до температуры наибольшей плотности. С июня по октябрь в период прямой стратификации температура остается практически постоянной, что подтверждается ее минимальными дисперсиями и указывает на практически неизменяющуюся от года к году температуру у дна. Небольшой период в ноябре придонная температура может превышать  $T_{\text{мп}}$ , когда в результате свободной конвекции возникает вертикальная изотермия и придонная температура достигает своего годового максимума в точке Г. Единственный период в годовом цикле, когда придонная температура понижается, это период между точками Г и А2.

Одним из важных в годовом цикле является период зимнего постоянства придонной температуры А2—А1, в этот период при наличии сплошного ледового покрова придонная температура достигает своего го-

дового минимума, на который указывают публикации по озеру Мичиган [15] и Паэярви (Финляндия) [14], а также результаты моделирования [24, 25]. Длительное постоянство придонной температуры свидетельствует о препятствии проникновения тепла вглубь при наличии ледового покрова и зимнего термоклина в период обратной стратификации. Однако, в этот период могут генерироваться внутренние волны от высокочастотных колебаний до сейшевых и способствовать горизонтальным движениям [26].

Для более мелководных первых трех районах с глубинами дна до 80–90 м в период открытой воды придонная температура растет от температуры максимальной плотности до своего максимума примерно с постоянной скоростью от точки Б до точки Г с мая по ноябрь (рис. 1).

Параметры, приведенные выше, являются климатическими параметрами для каждого димиктического озера. Следует заметить, что годовые максимумы и минимумы придонных температур в разных частях озера различны и наступают в разные сроки, что связано с различием глубины дна, прозрачностью, ледовыми условиями и ветровой вынужденной конвекцией.

### 3. Результаты и обсуждение

#### 3.1. Период открытой воды

Представление пространственно-временной изменчивости температуры воды для лимнических районов схемой рис. 2 позволило определить характерные даты возникновения и диссипации вертикальной стратификации для периода открытой воды в Ладожском озере, которые могут служить реперами (нормами) для обнаружения отклонений от среднеклиматического хода. Результаты обобщены в табл. 2 с использованием данных годового цикла температуры воды Ладожского озера из атласа [19]. Для каждого района были определены девять указанных выше параметров поверхностной и придонной температуры воды.

Важными, ранее не определяемыми для Ладожского озера, являются длительности периодов весенней (рис. 2, А1–Б) и осенней изотермии (рис. 2, Д–Г). Подчеркнем, что весенняя изотермия в результате свободной конвекции имеет место при нагревании от минимальной придонной температуры до температуры максимальной плотности  $T_{\text{мп}}$ , а осенняя изотермия также в режиме свободной конвекции происходит при охлаждении от максимальной придонной температуры до  $T_{\text{мп}}$ .

Для мелководного района весенняя изотермия начинается от минимальной температуры около 0,4 °С в середине апреля, а в глубоководном районе этот процесс начинается на месяц позже с температуры 2,6 °С (табл. 2). На оз. Мичиган аналогичный процесс в глубоководной части с глубинами около 180 м начинается в первой декаде мая [27] и заканчивается в конце июня, когда придонная температура достигает температуры максимальной плотности на этой глубине ~3,6 °С.

Начало осенней изотермии в мелководном районе Ладожского озера начинается в середине сентября с температуры 11,4 °С, максимальной на придонном горизонте. Наибольшая разница между максимальными придонными температурами на мелководье и в глубоководной части составляет около 6 °С, а временной интервал между ними т. е. в датах возникновения осенней изотермии, составляет около двух месяцев.

Несомненно, что продолжительность весенней изотермии увеличивается с увеличением глубины дна, и, начиная с глубины 50 м, равняется 35–40 сут (табл. 2), что подтверждается измерениями аналогичного процесса в Петрозаводской губе Онежского озера, однако, чем раньше сойдет лед, тем продолжительность весенней изотермии будет больше [28]. Продолжительность осенней изотермии уменьшается с увеличением глубины с двух месяцев на мелководье до трети месяца в глубоководной зоне.

Самое раннее возникновение минимальной температуры у дна происходит в мелководном районе в середине декабря, примерно через полмесяца — в глубоководном районе. Продолжительность периода (А1–А2) постоянной минимальной придонной температуры в Ладожском озере в зимний период изменяется от трех месяцев в первом мелководном районе до четырёх с половиной месяцев в районе с глубинами более 200 м.

Таблица 3 с очевидностью свидетельствует, что продолжительность периода прямой стратификации (с температурами выше 4 °С) значительно изменяется от мелководного района до глубоководного: для первого района составляет 195 сут, а самого глубоководного — не более 168 сут.

Отметим, что период нагревания и охлаждения поверхности воды ни для одного из районов не являются равными друг другу, т. е. сезонный год не является симметричным относительно прямой, проведенной через максимум температуры (рис. 2). Период нагревания поверхности изменяется от 27 % в глубоководном районе до 38 % в мелководном районе относительно продолжительности летней стратификации (табл. 3). Продолжительность нагревания придонного слоя изменяется от минимума 130 сут (70 % от продолжительности периода стратификации) в мелководном районе до 148 сут (90 %) в глубоководном районе.

Таблица 2  
Table 2

Среднеклиматические даты и температуры различных этапов вертикальной стратификации Ладожского озера  
Mean climatic dates and temperatures of different stages of vertical stratification of Lake Ladoga

Параметры	1 Район *h <sub>гпр.</sub> = 15 м		2 Район h <sub>гпр.</sub> = 40 м		3 Район h <sub>гпр.</sub> = 50 м		4 Район h <sub>гпр.</sub> = 100 м		5 Район h <sub>гпр.</sub> = 130 м		6 Район h <sub>гпр.</sub> = 219 м	
	Дата	Т, °С	Дата	Т, °С	Дата	Т, °С	Дата	Т, °С	Дата	Т, °С	Дата	Т, °С
(А1) начало весенней изотермии	15 апр	0,4	29 апр	1,3	4 май	1,7	11 май	2,2	15 май	2,2	18 май	2,6
(Б) начало прямой стратификации	9 май	4,0	28 май	4,0	7 июня	4,0	16 июня	4,0	21 июня	4,0	27 июня	4,0
(В) максимальная температура на поверхности	20 июля	17,5	31 июля	16,7	2 авг	16,5	7 авг	16,3	9 авг	15,6	11 авг	15,1
(Г) начало осенней изотермии	16 сен	11,4	18 окт	7,4	5 ноя	5,5	11 ноя	5,4	17 ноя	5,3	22 ноя	5,3
(Д) начало обратной стратификации	14 ноя	4,0	21 ноя	4,0	30 ноя	4,0	5 дек	4,0	7 дек	4,0	12 дек	4,0
(Б-А1) весенняя изотермия	24		29		35		35		38		40	
(Д-Г) осенней изотермия	59		34		25		24		20		20	
(А2) возникновение головного минимума придонной температуры	13 дек	0,4	18 дек	1,3		1,7	5 янв	2,2	4 янв		2 янв	2,6

Примечание: \*h<sub>гпр.</sub> — глубина придонного горизонта в данном районе

Таблица 3  
Table 3

Среднеклиматические продолжительности различных этапов стратификации Ладожского озера  
Mean climatic durations of different stages of Lake Ladoga stratification

Район	1 Район h <sub>гпр.</sub> = 15 м		2 Район h <sub>гпр.</sub> = 40 м		3 Район h <sub>гпр.</sub> = 50 м		4 Район h <sub>гпр.</sub> = 100 м		5 Район h <sub>гпр.</sub> = 130 м		6 Район h <sub>гпр.</sub> = 219 м	
	нагр.	охл.	нагр.	охл.	нагр.	охл.	нагр.	охл.	нагр.	охл.	нагр.	охл.
Продолжительность, сутки	72	117	64	113	55	120	52	120	48	120	45	123
Поверхность	130	59	143	34	150	25	148	24	149	20	148	20
Придонный слой												
(Д-Б) — прямая стратификация	189		177		175		172		169		168	
(Б-Д) — обратная стратификация	176		188		190		193		196		197	
(А1-А2) продолжительность * T <sub>мин.</sub>	93		125		130		134		138		137	

Примечание: \*T<sub>мин.</sub> — минимальная придонная температура.

## Характерные черты климатического годового хода придонной температуры различных районов Ладожского озера Characteristic features of climatic annual variations of bottom temperature in different regions of Lake Ladoga

Соотношение между длительностью периода прямой (Д–Б) и обратной (Б1–Д) стратификации изменяется от мелководья к глубоководным районам (табл. 3). Только в первом районе продолжительность прямой стратификации в годовом цикле превышает продолжительность обратной стратификации на 13 сут; тогда как в шестом глубоководном районе обратная стратификация продолжается на месяц дольше прямой стратификации.

Годовая амплитуда придонной температуры уменьшается с увеличением глубины дна от 11 °С в мелководном районе до 2,7 °С на глубинах более 200 м (табл. 4). Временной сдвиг между годовым максимумом температуры поверхности и дна на мелководье составляет 58 сут, в глубоководном районе более трех месяцев, а разность температур — 6,1 °С и 9,8 °С соответственно.

Таблица 4

Table 4

### Среднеклиматические амплитуды и скорости изменений поверхностной и придонной температуры Ладожского озера

#### Mean climatic amplitudes and rates of change of surface and near-bottom temperature of Lake Ladoga

Параметры	1 район	2 район	3 район	4 район	5 район	6 район
Годовая амплитуда придонной $T$ , °С	11,0	6,1	3,8	3,2	3,1	2,7
Разность $**T_{\text{макс}}$ на поверхности и у дна, °С	6,1	9,3	11,0	10,9	10,3	9,8
Разность дат $T_{\text{макс}}$ на поверхности и у дна, сутки	58	79	95	96	101	103
Скорость увеличения $T$ весной от $*T_{\text{мин}}$ до 4 °С (А1–Б), °С/сут	0,15	0,09	0,07	0,05	0,05	0,03
Скорость уменьшения осенью от $T_{\text{макс}}$ до 4 °С, °С/сут	0,13	0,10	0,06	0,06	0,06	0,07
Скорость заглубления $T_{\text{макс}}$ , м/сутки	0,3	0,5	0,5	1,0	1,3	2,1
Отношение амплитуд $T$ у дна к $T$ поверхности, %	62,9	36,5	23,0	19,6	19,8	17,8

Примечание:  $*T_{\text{мин}}$  — минимальная придонная температура.  $**T_{\text{макс}}$  — максимальная температура.

Скорости изменения придонной температуры в период нагревания от минимума до температуры максимальной плотности (А1 — Б) и соответствующий период охлаждения (Г — А2) наибольшие в мелководной части Ладожского озера (0,13–0,15 град/сут) и примерно постоянны в более глубоких районах (начиная с глубины 70 м) — 0,03–0,07 град/сут, что согласуется с непосредственными измерениями в оз. Мичиган [27].

Скорость заглубления максимума температуры, характеризующая скорость свободного конвективного перемешивания в период охлаждения поверхности воды, увеличивается от мелководного района к глубоководному, достигая максимума около 2 м/сут над глубинами 200 м в ноябре, что подтверждает полученные ранее результаты [10, 11].

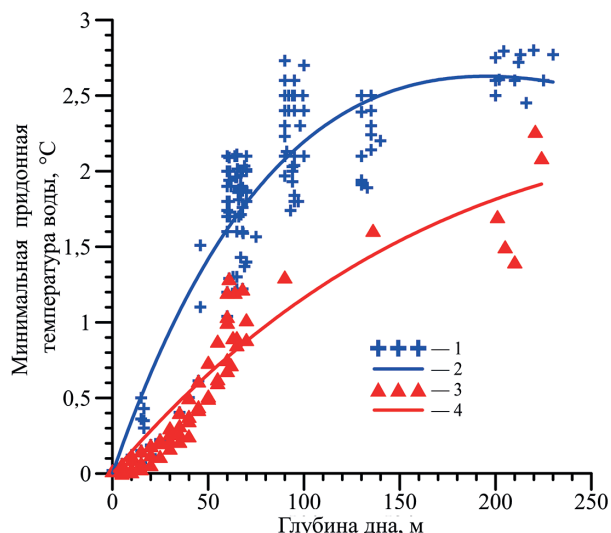
Отношение годовой амплитуды поверхностной и придонной температуры указывает на значительную изменчивость (мобильность) температуры в мелководном районе по сравнению с глубоководным, и, следовательно, на большую стабильность температуры в глубоководных районах (табл. 4). Динамика гипolimниона на глубине более 200 м слабо связана с поверхностным воздействием. Годовая амплитуда придонной температуры составляет лишь около 18 % годовой амплитуды поверхностной температуры воды.

Показатели изменчивости (дисперсии) температуры поверхности и придонного горизонта кардинально отличаются друг от друга (рис. 1, нижняя панель). Для всех шести зон Ладожского озера дисперсии температуры поверхности достигают своих максимальных величин в период нагревания до того, как температура поверхности достигнет своего максимума. Наибольшие экстремумы дисперсий имеют место в самом глубоководном районе, но временной диапазон их существования короче по сравнению с мелководными районами.

Придонные температуры имеют малые величины дисперсий, что указывает на их незначительную изменчивость в период открытой воды. Постоянство температуры свидетельствует об отсутствии как вертикального, так и горизонтального обмена теплом. Единственные экстремумы проявляются в периоды осеннего полного перемешивания, (Г) (рис. 2) что еще раз свидетельствует о важности этого периода в термике димиктического озера и вероятности возможных климатических вариаций в ноябре — декабре в Ладожском озере.

### 3.2. Зимний период

А.И. Тихомиров [29] обнаружил, что придонная температура зависит от состояния ледового покрова и его продолжительности. В холодные зимы с длительным сплошным ледовым покровом придонные температуры выше, чем в теплые зимы, когда Ладожское озеро полностью не покрывается льдом, что связано



с большим выхолаживаем водной толщи. Эта особенность была подтверждена на озере Верхнем [13]. Мы выбрали из базы данных немногочисленные придонные температуры с начала года до периода, когда температура была не выше температуры наибольшей плотности. Изменения придонной температуры в зависимости от глубины дна представлены двумя эмпирическими зависимостями (рис. 3).

**Рис. 3.** Зависимость минимальной придонной температуры в Ладожском озере от глубины дна для средней и теплой зимы: 1, 3 — измерения, 2, 4 — аппроксимационные кривые

**Fig. 3.** Dependence of the minimum bottom temperature in Lake Ladoga on the floor depth for average and warm winter: 1, 3 — measurements, 2, 4 — approximation curves

Аппроксимация для среднеклиматической зимы (синяя кривая) соответствует формуле

$$T_{\min} = a \cdot X \cdot \text{EXP}(c \cdot X), \quad (1)$$

где  $X$  — глубина дна (м);  $a = 0,03667$ ;  $c = -0,00513$ ;  $n = 152$ ; коэффициент детерминации = 0,854.

Для теплой зимы, когда озеро не полностью покрыто льдом (красная кривая) вид формулы остается прежним, меняются коэффициенты  $a = 0,01488$ ;  $c = -0,00247$ ;  $n = 63$ ; коэффициент детерминации = 0,866.

Эти зависимости соответствуют физическому смыслу распределения придонных температур в Ладожском озере, а именно, придонные температуры увеличиваются с глубиной дна, как и в Великих американских озерах [13, 14]. Табл. 2 указывает, что минимальные придонные температуры изменяются от 0,4 в мелководной прибрежной зоне до 2,5–2,8 °C на глубинах более 200 м.

В холодные зимы (рис. 3, синяя кривая), когда нет непосредственного взаимодействия поверхности озера с атмосферой, при ярко выраженной обратной стратификации, минимальная температура у дна меньше температуры максимальной плотности, но ее величина в самой глубоководной части озера не опускается ниже 2,6–2,8 °C во второй половине июня до возникновения прямой устойчивой стратификации. Начиная с глубины дна 150 м. температура примерно постоянна, что указывает на наличие горизонтального турбулентного перемешивания, конвекцию, которая сопровождается течением по наклонному дну [30].

При отсутствии ледяного покрова происходят значительные потери тепла озером за счет испарения и эффективного излучения [18]. Малая вертикальная устойчивость обратной стратификации ( $N^2 = 5 \cdot 10^{-5} \text{ с}^{-1}$ ) преодолевается вертикальным турбулентным обменом и действием ветра, что способствует понижению температуры у дна до 1,9–2,3 °C (рис. 3, красная кривая). Придонная температуры становится ниже, чем в год с полным ледовым покрытием.

Таким образом, основываясь на прогнозируемом климатическом потеплении, сравнение кривых для теплого и холодного года (рис. 3) позволяет оценить степень изменения придонных температур и дат возникновения прямой стратификации в Ладожском озере по сравнению со среднеклиматическими (табл. 2). По оценкам Тихомирова [29] минимальный теплозапас Ладожского озера при частичном ледоставе вдвое меньше, чем при полном ледоставе, что было обнаружено и для озера Верхнего [13]. Было показано, что в год с полным ледоставом минимальная придонная температура и теплозапас была выше, чем при неполном ледоставе и, следовательно, зимний ледовый режим во многом определяет возникновение весенней термической зоны в Ладожском озере и изменчивость сроков начала летней стратификации [31].

Тихомиров [29] показал, что в течение зимнего периода существуют различные фазы термического режима, в современных публикациях также выделяют различные типы термического состояния в течение зимы [32, 33]. В крупном димиктическом озере подледная циркуляция представляет собой несколько фаз в течение зимы, в каждую из которых на разных стадиях состояния ледового покрова доминируют различные механизмы обмена теплом и разная термическая структура. Зимнее охлаждение может быть вызвано вертикальной конвекцией и плотностными течениями, возникающие в результате дифференциального охлаждения, а также сейшевыми колебаниями [26]. Выделяют по крайней мере два режима вертикального распределения температуры подо льдом: первый — водная толща преимущественно стратифицирована без существенного проникновения теплового потока под лед и второй, который начинается с таяния снега



на льду и увеличения радиационного потока тепла через лед, водная толща активно перемешивается [34, 33, 32]. Вертикальное конвективное охлаждение часто считается доминирующим процессом для придонного горизонта. Однако долговременные измерения на Женевском озере показывают, что горизонтальная конвекция (боковая адвекция) может быть важным процессом охлаждения придонных горизонтов и этот процесс должен рассматриваться как трехмерный [35]. Вместе с этим, во время более холодных зим, боковая адвекция вносит значительный вклад в охлаждение и насыщение кислородом глубоких слоев [36].

#### 4. Выводы

На основе долговременных измерений придонной температуры в димиктических озерах, представленных в публикациях [32, 12–15] и с учетом данных по Ладожскому озеру, предложена феноменологическая модель изменения придонной температур в зависимости от глубины лимнического района в предположении незначительного влияния придонного потока тепла [17]. В течение летнего периода существуют очень малые колебания придонной температуры, начиная с глубины 100 м, тогда, как в зимний период эти колебания составляют примерно 1,5 °C и во многом зависят от даты возникновения и продолжительности открытой воды акватории и интенсивности вертикальной и горизонтальной конвекции, тем самым указывая на возможные климатические воздействия на гипolimнион Ладожского озера.

Проведена количественная оценка значимых параметров летней и зимней стратификации в связи с вариациями придонной температуры. Эти параметры являются климатически значимыми физическими характеристиками, важными как для сравнения с другими димиктическими озерами мира, так и для анализа климатических изменений и верификации термогидродинамических моделей.

Созданная эмпирическая зависимость придонной температуры от глубины дна для среднеклиматического и теплого года имеет прогностическое значение. Зимний подледный режим придонных температур Ладожского озера требует особого рассмотрения.

#### Финансирование

Проведенные исследования выполнены по госзаданию FFZF-2024-0001 «Экосистемы Ладожского озера, водоемов его бассейна и прилегающих территорий в условиях воздействия природных и антропогенных факторов на фоне климатических изменений».

#### Funding

Financial support of the research was mainly provided by the federal budget funds for the state task FFZF-2024-0001 “Ecosystems of Lake Ladoga, water bodies of its basin and adjacent territories under the influence of natural and anthropogenic factors against the background of climatic changes”.

#### Конфликт интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

#### Conflict of interests

The authors declare no conflict of interests.

#### Литература

1. *Schneider P., Hook S.J., Radocinski R.G.*, et al. Satellite observations indicate rapid warming trend for lakes in California and Nevada // *Geophysical Research Letters*. 2009. No. 36. P. 22402. <https://doi.org/10.1029/2009GL040846>
2. *Schneider P., Hook S.J.* Space Observations of Inland Water Bodies Show Rapid Surface Warming since 1985 // *Geophysical Research Letters*. 2010. Vol. 37. P. L22405. <https://doi.org/10.1029/2010GL045059>
3. *O'Reilly C.M., Sharma S., Gray D.K.*, et al. Rapid and highly variable warming of lake surface waters around the globe // *Geophysical Research Letters*. 2015. Vol. 42, No. 24. P. 10773–10781. EDN WOYONH. <https://doi.org/10.1002/2015GL066235>
4. *Woolway R.I., Sharma S., Weyhenmeyer G.A.*, et al. Phenological shifts in lake stratification under climate change // *Nature Communications*. 2021. Vol. 12. 2318. EDN XGZONB. <https://doi.org/10.1038/s41467-021-22657-4>
5. *Kraemer B.M., Anneville O., Chandra S.* et al. Morphometry and average temperature affect lake stratification responses to climate change // *Geophysical Research Letters*. 2015. No. 42. P. 4981–4988. EDN VFRRDV. <https://doi.org/10.1002/2015GL064097>

6. Fang X., Stefan H.G. Simulations of climate effects on water temperature, dissolved oxygen, and ice and snow covers in lakes of the contiguous United States under past and future climate scenarios // *Limnology and Oceanography*. 2009. No. 54. P. 2359–2370. [https://doi.org/10.4319/lo.2009.54.6\\_part\\_2.2359](https://doi.org/10.4319/lo.2009.54.6_part_2.2359)
7. Butcher J.B., Nover D., Johnson T.E., et al. Sensitivity of lake thermal and mixing dynamics to climate change // *Climatic Change*. 2015. No. 129. P. 295–305. EDN UQGUHF. <https://doi.org/10.1007/s10584-015-1326-1>
8. Austin J.A. What controls the onset of winter stratification in a deep, dimictic lake? // *Limnology and Oceanography*. 2024. Vol. 69. P. 2791–2800. EDN UAAXOB. <https://doi.org/10.1002/lno.12704>
9. Livingstone D.M. Temporal structure in the deep-water temperature of four Swiss lakes: A short-term climatic change indicator? // *Verhandlungen des Internationalen Verein Limnologie*. 1993. Vol. 25. P. 75–81.
10. Науменко М.А., Гузиватый В.В. Методические подходы и результаты анализа климатического сезонного хода параметров устойчивой стратификации димиктического озера (на примере центральной части Ладожского озера) // *Известия Российской академии наук. Физика атмосферы и океана*. 2022. Т. 58, № 1. С. 52–62. EDN JBDDAL. <https://doi.org/10.31857/S0002351522010102>
11. Naumenko M., Guzivaty V. Seasonal Evolution of Stable Thermal Stratification in Central Area of Lake Ladoga // *Limnological Review*. 2023. Vol. 23, No. 3. P. 177–189. EDN UDPBII. <https://doi.org/10.3390/limnolrev23030011>
12. Jansen J., MacIntyre S., Barrett D.C., et al. Winter limnology: How do hydrodynamics and biogeochemistry shape ecosystems under ice? // *Journal of Geophysical Research: Biogeosciences*. 2021. 126. e2020JG006237. EDN LMRTBN. <https://doi.org/10.1029/2020JG006237>
13. Titze D., Austin J. Winter thermal structure of Lake Superior // *Limnology and Oceanography*. 2014. Vol. 59, No. 4. P. 1336–1348. EDN UTQMRF. <https://doi.org/10.4319/lo.2014.59.4.1336>
14. Salonen K., Pulkkanen M., Salmi P., Griffiths R.W. Interannual variability of circulation under spring ice in a boreal lake // *Limnology and Oceanography*. 2014. Vol. 59, No. 6. P. 2121–2132. EDN URYVHF. <https://doi.org/10.4319/lo.2014.59.6.2121>
15. Anderson E.J., Stow C.A., Gronewold A.D., et al. Seasonal overturn and stratification changes drive deep-water warming in one of Earth's largest lakes // *Nature Communications*. 2021. No. 12. 1688 p. EDN GNMQDB. <https://doi.org/10.1038/s41467-021-21971-1>
16. Ambrosetti W., Barbanti L. Deep water warming in lakes: an indicator of climatic change // *Journal of Limnology*. 1999. 58 (1). P. 1–9. <https://doi.org/10.4081/jlimnol.1999.1>
17. Дучков А.Д., Казанцев С.А. Результаты изучения теплового потока через дно озер // *Теоретические и экспериментальные исследования по геотермике морей и океанов*. М.: Наука, 1984. С. 104–113.
18. Тихомиров А.И. Температурный режим и запасы тепла Ладожского озера // *Тепловой режим Ладожского озера*. Л.: Издательство Ленинградского университета. 1966. С. 144–217.
19. Ладожское озеро и достопримечательности его побережья. Атлас / Под ред. Румянцев В.А. СПб.: Нестор-История, 2015. 200 с.
20. Науменко М.А., Каретников С.Г., Гузиватый В.В. Пространственно-временная термическая дифференциация вод Ладожского озера // *Доклады РАН*. 2000. Т. 373, № 2. С. 247–250. EDN MUCREV
21. Деньгина Р.С. Сезонная динамика зоопланктона в глубоководной части Ладожского озера. В сб.: *Элементы режима Ладожского озера*. М.–Л.: Наука, 1964. С. 80–107.
22. Науменко М.А. Анализ морфометрических характеристик подводного рельефа Ладожского озера на основе цифровой модели // *Известия РАН. Серия географическая*. 2013. № 1. С. 62–72. EDN PUWVHJ
23. Гузиватый В.В., Каретников С.Г., Науменко М.А. Опыт создания и использования банка термических данных Ладожского озера // *География и природные ресурсы*. 1998. № 3. С. 89–96. EDN IBWWHX
24. Jones I., Sahlberg J., Persson I. Modelling the Impact of Climate Change on the Thermal Characteristics of Lakes / In: George G. (eds) *The Impact of Climate Change on European Lakes*. Aquatic Ecology Series. Dordrecht. Springer, 2010. Vol. 4. [https://doi.org/10.1007/978-90-481-2945-4\\_7](https://doi.org/10.1007/978-90-481-2945-4_7)
25. Ye X., Anderson E.J., Chu P.Y., Huang C., Xue P. Impact of Water Mixing and Ice Formation on the Warming of Lake Superior: A Model-guided Mechanism Study // *Limnology and Oceanography*. 2019. Vol. 64. P. 558–574. EDN QZUYDO. <https://doi.org/10.1002/lno.11059>
26. Kirillin G., Aslamov I., Leppäranta M., Lindgren E. Turbulent mixing and heat fluxes under lake ice: The role of seiche oscillations // *Hydrology and Earth System Sciences*. 2018. Vol. 22. P. 6493–504. EDN CAKJZM. <https://doi.org/10.5194/hess-22-6493-2018>
27. Austin J.A. Observations of radiatively driven convection in a deep lake // *Limnology and Oceanography*. 2019. Vol. 64. P. 2152–2160. EDN DJUVEE. <https://doi.org/10.1002/lno.11175>

28. Здорovenнова Г.Э., Здорovenнов Р.Э., Пальшин Н.И., Ефремова Т.В. Сезонная и межгодовая изменчивость температуры воды в Петрозаводской губе Онежского озера // Известия Русского географического общества. 2023. Т. 155, № 3–4. С. 47–61. EDN RRKKBK. <https://doi.org/10.31857/S0869607123030126>
29. Тихомиров А.И. Термика крупных озер. Л.: Наука, 1982. 232 с.
30. Чубаренко И.П. Горизонтальная конвекция над подводными склонами / Калининград: Терра Балтика, 2010. 256 с. EDN UBCINF
31. Науменко М.А. Особенности климатических соотношений температуры поверхности воды и приводного слоя воздуха в период весеннего прогрева Ладожского озера // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2021. Т. 14, № 2. С. 78–88. URL: <https://hydrophysics.spbrc.ru/jour/article/view/80> (дата обращения: 20.03.2025). EDN SIZOND. <https://doi.org/10.7868/S2073667321020076>
32. Hughes K.S., Forrest A.L., Cortés A., Bombardelli F.A. Transitional circulation patterns from full ice cover to ice-off in a seasonally ice-covered lake // Aquatic Sciences. 2024. 86. 40. EDN GRMDEW. <https://doi.org/10.1007/s00027-024-01044-3>
33. Kirillin G., Leppäranta M., Terzhevik A., et al. Physics of seasonally ice-covered lakes: a review // Aquatic Sciences. 2012. Vol. 74. P. 659–682. EDN RGOEET. <https://doi.org/10.1007/s00027-012-0279-y>
34. Mironov D., Terzhevik A., Kirillin G., et al. Radiatively driven convection in ice-covered lakes: Observations, scaling, and a mixed layer model // Journal of Geophysical Research: Oceans. 2002. Vol. 107, No. 4. EDN GWPPZP. <https://doi.org/10.1029/2001JC000892>
35. Lemmin U. Insights into the dynamics of the deep hypolimnion of Lake Geneva as revealed by long-term temperature, oxygen, and current measurements // Limnology and Oceanography. 2020. Vol. 65. P. 2092–2107. EDN CQSMAX. <https://doi.org/10.1002/lno.11441>
36. Yang B., Young J., Brown L., Wells M. High-frequency observations of temperature and dissolved oxygen reveal under-ice convection in a large lake // Geophysical Research Letters. 2017. Vol. 44, P. 12218–12226. EDN YENAVF. <https://doi.org/10.1002/2017GL075373>

## References

1. Schneider P, Hook SJ, Radocinski RG, et al. Satellite observations indicate rapid warming trend for lakes in California and Nevada. *Geophysical Research Letters*. 2009;36: L22402. <https://doi.org/10.1029/2009GL040846>
2. Schneider P, Hook SJ. Space observations of inland water bodies show rapid surface warming since 1985. *Geophysical Research Letters*. 2010;37(22): L22405. <https://doi.org/10.1029/2010GL045059>
3. O'Reilly CM, Sharma S, Gray DK, et al. Rapid and highly variable warming of lake surface waters around the globe. *Geophysical Research Letters*. 2015;42(24):10773–10781. <https://doi.org/10.1002/2015GL066235>
4. Woolway RI, Sharma S, Weyhenmeyer GA, et al. Phenological shifts in lake stratification under climate change. *Nature Communications*. 2021;12(1):2318. <https://doi.org/10.1038/s41467-021-22657-4>
5. Kraemer BM, Anneville O, Chandra S, et al. Morphometry and average temperature affect lake stratification responses to climate change. *Geophysical Research Letters*. 2015;42(12):4981–4988. <https://doi.org/10.1002/2015GL064097>
6. Fang X, Stefan HG. Simulations of climate effects on water temperature, dissolved oxygen, and ice and snow covers in lakes of the contiguous United States under past and future climate scenarios. *Limnology and Oceanography*. 2009;54(6, part 2):2359–2370. [https://doi.org/10.4319/lno.2009.54.6\\_part\\_2.2359](https://doi.org/10.4319/lno.2009.54.6_part_2.2359)
7. Butcher JB, Nover D, Johnson TE, et al. Sensitivity of lake thermal and mixing dynamics to climate change. *Climatic Change*. 2015;129(1–2):295–305. <https://doi.org/10.1007/s10584-015-1326-1>
8. Austin JA. What controls the onset of winter stratification in a deep, dimictic lake? *Limnology and Oceanography*. 2024;69(12):2791–2800. <https://doi.org/10.1002/lno.12704>
9. Livingstone DM. Temporal structure in the deep-water temperature of four Swiss lakes: A short-term climatic change indicator? *Verhandlungen des Internationalen Vereins für Limnologie*. 1993;25:75–81.
10. Naumenko MA, Guzivaty VV. Methodological approaches and results of an analysis of the climatic seasonal course of stable stratification parameters of a dimictic lake (case study of the central part of Lake Ladoga). *Izvestiya, Atmospheric and Oceanic Physics*. 2022;58(1):44–53. <https://doi.org/10.1134/S0001433822010108>
11. Naumenko M, Guzivaty V. Seasonal evolution of stable thermal stratification in central area of Lake Ladoga. *Limnological Review*. 2023;23(3):177–189. <https://doi.org/10.3390/limnolrev23030011>
12. Jansen J, MacIntyre S, Barrett DC, et al. Winter limnology: How do hydrodynamics and biogeochemistry shape ecosystems under ice? *Journal of Geophysical Research: Biogeosciences*. 2021;126(4): e2020JG006237. <https://doi.org/10.1029/2020JG006237>

13. Titze D, Austin J. Winter thermal structure of Lake Superior. *Limnology and Oceanography*. 2014;59(4):1336–1348. <https://doi.org/10.4319/lo.2014.59.4.1336>
14. Salonen K, Pulkkanen M, Salmi P, Griffiths RW. Interannual variability of circulation under spring ice in a boreal lake. *Limnology and Oceanography*. 2014;59(6):2121–2132. <https://doi.org/10.4319/lo.2014.59.6.2121>
15. Anderson EJ, Stow CA, Gronewold AD, et al. Seasonal overturn and stratification changes drive deep-water warming in one of Earth's largest lakes. *Nature Communications*. 2021;12(1):1688. <https://doi.org/10.1038/s41467-021-21971-1>
16. Ambrosetti W, Barbanti L. Deep water warming in lakes: an indicator of climatic change. *Journal of Limnology*. 1999;58(1):1–9. <https://doi.org/10.4081/jlimnol.1999.1>
17. Duchkov AD, Kazancev SA. Results of the study of heat flow through the bottom of lakes. In: *Theoretical and experimental studies on geothermics of seas and oceans*. Moscow: Nauka; 1984:104–113. (In Russ).
18. Tikhomirov AI. Temperature regime and heat contents of Lake Ladoga. In: *Thermal regime of Lake Ladoga*. Leningrad: Izdatel'stvo Leningradskogo universiteta; 1966:144–217. (In Russ).
19. *Lake Ladoga and sights of its coast. Atlas*. Rumyantsev VA, editor. St Petersburg: Nestor-History; 2015. 200 p. (In Russ).
20. Naumenko MA, Karetnikov SG, Guzivaty VV. Spatiotemporal thermal differentiation of the Lake Ladoga water. *Doklady Earth Sciences*. 2000;373A(9):923–926.
21. Dengina RS. Seasonal dynamic of zooplankton in deep part of the Lake Ladoga. In: *Regime elements of the Lake Ladoga*. Moscow-Leningrad: Nauka; 1964:80–107. (In Russ).
22. Naumenko MA. Analysis of morphometric characteristics of bottom relief of Lake Ladoga on the basis of the digital model. *Izvestiya Rossiiskoi Akademii Nauk. Seriya Geograficheskaya*. 2013;(1):62–72. (In Russ).
23. Guzivaty VV, Karetnikov SG, Naumenko MA. Experience of creation and use of the thermal data bank of Lake Ladoga. *Geografia i Prirodnye Resursy*. 1998;(3):89–96. (In Russ).
24. Jones I, Sahlberg J, Persson I. Modelling the impact of climate change on the thermal characteristics of lakes. In: George G, editor. *The Impact of Climate Change on European Lakes*. Aquatic Ecology Series, vol 4. Dordrecht: Springer; 2010. [https://doi.org/10.1007/978-90-481-2945-4\\_7](https://doi.org/10.1007/978-90-481-2945-4_7)
25. Ye X, Anderson EJ, Chu PY, Huang C, Xue P. Impact of water mixing and ice formation on the warming of Lake Superior: A model-guided mechanism study. *Limnology and Oceanography*. 2019;64(2):558–574. <https://doi.org/10.1002/lno.11059>
26. Kirillin G, Aslamov I, Leppäranta M, Lindgren E. Turbulent mixing and heat fluxes under lake ice: The role of seiche oscillations. *Hydrology and Earth System Sciences*. 2018;22(12):6493–6504. <https://doi.org/10.5194/hess-22-6493-2018>
27. Austin JA. Observations of radiatively driven convection in a deep lake. *Limnology and Oceanography*. 2019;64(5):2152–2160. <https://doi.org/10.1002/lno.11175>
28. Zdorovenova GE, Zdorovenov RE, Palshin NI, Efremova TV. Seasonal and inter-annual variability of water temperature in Petrozavodsk Bay of Lake Onega. *Bulletin of the Russian Geographical Society*. 2023;155(3–4):47–61. <https://doi.org/10.31857/S0869607123030126> (In Russ).
29. Tikhomirov AI. *Thermic state of large lakes*. Leningrad: Nauka; 1982. 232 p. (In Russ).
30. Chubarenko IP. *Horizontal convection over underwater slopes*. Kaliningrad: Terra Baltica; 2010. 256 p. (In Russ).
31. Naumenko MA. Features of climatic relationships between surface water-air temperature during vernal heating period in Lake Ladoga. *Fundamental and Applied Hydrophysics*. 2021;14(2):78–88. URL: <https://hydrophysics.spbr.ru/jour/article/view/80> (date of access: 20.03.2025). <https://doi.org/10.7868/S2073667321020076> (In Russ).
32. Hughes KS, Forrest AL, Cortés A, Bombardelli FA. Transitional circulation patterns from full ice cover to ice-off in a seasonally ice-covered lake. *Aquatic Sciences*. 2024;86(2):40. <https://doi.org/10.1007/s00027-024-01044-3>
33. Kirillin G, Leppäranta M, Terzhevik A, et al. Physics of seasonally ice-covered lakes: a review. *Aquatic Sciences*. 2012;74(4):659–682. <https://doi.org/10.1007/s00027-012-0279-y>
34. Mironov D, Terzhevik A, Kirillin G, et al. Radiatively driven convection in ice-covered lakes: Observations, scaling, and a mixed layer model. *Journal of Geophysical Research: Oceans*. 2002;107(C4):3032. <https://doi.org/10.1029/2001JC000892>
35. Lemmin U. Insights into the dynamics of the deep hypolimnion of Lake Geneva as revealed by long-term temperature, oxygen, and current measurements. *Limnology and Oceanography*. 2020;65(9):2092–2107. <https://doi.org/10.1002/lno.11441>
36. Yang B, Young J, Brown L, Wells M. High-frequency observations of temperature and dissolved oxygen reveal under-ice convection in a large lake. *Geophysical Research Letters*. 2017;44(24):12218–12226. <https://doi.org/10.1002/2017GL075373>

**Об авторах**

НАУМЕНКО Михаил Арсеньевич, доктор географических наук, профессор, руководитель Лаборатории географии и гидрологии, Санкт-Петербургский Федеральный исследовательский центр Российской академии наук (СПб ФИЦ РАН), Институт озероведения РАН, ORCID: 0000-0002-3055-2629, WoS ResearcherID: K-9415-2013, Scopus AuthorID: 6604078329, SPIN-код (РИНЦ): 5494-8867, e-mail: m. a.naumenko@mail.ru

ГУЗИВАТЫЙ Вадим Викторович, кандидат географических наук, старший научный сотрудник Лаборатории географии и гидрологии, Санкт-Петербургский Федеральный исследовательский центр Российской академии наук (СПб ФИЦ РАН), Институт озероведения РАН, ORCID: 0000-0001-6359-9290, WoS ResearcherID: AFN-5197-2022, Scopus AuthorID: 15725052900, SPIN-код (РИНЦ): 4281-6621, e-mail: guzivaty@gmail.com





DOI [https://doi.org/10.59887/2073-6673.2025.18\(4\)-7](https://doi.org/10.59887/2073-6673.2025.18(4)-7)

EDN <https://elibrary.ru/mfyufy>

УДК 551.465

© А. В. Исаев\*, В. А. Рябченко, 2025

Институт океанологии им. П.П. Ширшова РАН, 117997, Москва, Нахимовский проспект, д. 36

\*isaev1975@gmail.com

### Модельные оценки вкладов изменений климата и биогенной нагрузки в изменения экосистемы Ладожского озера в 1980–2020 гг.<sup>1</sup>

Статья поступила в редакцию 06.09.2025, после доработки 12.11.2025, принята в печать 17.11.2025

#### Аннотация

Получены количественные оценки реакции экосистемы Ладожского озера на изменения климатических атмосферных воздействий и внешней биогенной нагрузки в период 1980–2020 гг. Для их получения использована трехмерная модель гидротермодинамики MITgcm, объединенная с биогеохимическим модулем SPBEM, адаптированным для фосфоро-лимитированных условий озера.

Численные эксперименты проведены по трем следующим сценариям: 1) опорному с заданием реалистичных изменений внешней биогенной нагрузки и атмосферных воздействий в 1980–2020 гг.; 2) с заданием реалистичных изменений внешней биогенной нагрузки и «среднего» внутригодового хода атмосферных воздействий для этого периода; 3) с заданием реалистичных изменений атмосферных воздействий и постоянной внешней биогенной нагрузки, равной среднему за рассматриваемый период значению.

Результаты работы демонстрируют выраженное доминирование внешней биогенной нагрузки как основного фактора, определяющего динамику характеристик экосистемы озера в 1980–2020 гг. Вклад изменений климата в высоко детерминированные линейные тренды изменения зимней концентрации фосфатов, летней биомассы фитопланктона и годовой продукции фитопланктона в фотическом слое составил всего лишь соответственно 24 %, 10 % и 21 %. Согласно результатам расчётов, происходит заметное уменьшение указанных характеристик экосистемы озера во второй половине рассматриваемого периода 1980–2020 гг. При этом для продукции фитопланктона отмечается заметное (более 20 %) компенсирующее влияние климатических изменений, нивелирующее часть эффекта от снижения биогенной нагрузки.

Показано, что недиаомовые водоросли, вносящие основной вклад (63 %) в суммарную продукцию фитопланктона, сильно реагируют на климатические изменения температуры воды в рассматриваемый период. Диаомовые водоросли демонстрируют меньшую зависимость от климатических изменений, сохраняя тесную связь с зимними запасами фосфатов.

**Ключевые слова:** озерная экосистема, климат, внешняя биогенная нагрузка, математическое моделирование, Ладожское озеро

© А. В. Исаев\*, В. А. Рябченко, 2025

Shirshov Institute of Oceanology RAS, 36 Nakhimovsky Prosp., Moscow, 117997, Russia

\*isaev1975@gmail.com

### Model estimates of the contributions of interannual changes of climate and nutrient load to changes in the Lake Ladoga ecosystem in 1980–2020<sup>1</sup>

Received 06.09.2025, Revised 12.11.2025, Accepted 17.11.2025

#### Abstract

Quantitative estimates of the Lake Ladoga ecosystem response to changes in climatic atmospheric forcing and external nutrient loads were obtained for the period 1980–2020. The estimates were obtained using the MITgcm three-dimensional hydrothermodynamic model combined with the SPBEM biogeochemical module adapted to the phosphorus-limited conditions of the lake.

<sup>1</sup> Перевод статьи на английский язык представлен в электронном формате этого выпуска на сайте журнала  
The English translation of the article is available in the electronic format of this issue on the journal's website

**Ссылка для цитирования:** Исаев А.В., Рябченко В.А. Модельные оценки вкладов изменений климата и биогенной нагрузки в изменения экосистемы Ладожского озера в 1980–2020 гг. // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2025. Т. 18, № 4. С. 94–104. EDN MFYUFY. [https://doi.org/10.59887/2073-6673.2025.18\(4\)-7](https://doi.org/10.59887/2073-6673.2025.18(4)-7)

**For citation:** Isaev A.V., Ryabchenko V.A. Model estimates of the contributions of interannual changes of climate and nutrient load to changes in the Lake Ladoga ecosystem in 1980–2020. *Fundamental and Applied Hydrophysics*. 2025;18(4):94–104. [https://doi.org/10.59887/2073-6673.2025.18\(4\)-7](https://doi.org/10.59887/2073-6673.2025.18(4)-7)

Numerical experiments were conducted using the following three scenarios: 1) a reference scenario with realistic changes in the external nutrient load and atmospheric forcing for 1980–2020, 2) with realistic changes in the external nutrient load and the “average” intra-annual course of atmospheric forcing for this period, and 3) with realistic changes in atmospheric forcing and a constant external nutrient load equal to the average value for the period under consideration.

The results of the study demonstrate a pronounced dominance of the external nutrient load as the main factor determining the dynamics of the lake ecosystem characteristics in 1980–2020. The contribution of climate change to the highly deterministic linear trends of the change in winter phosphate concentrations, summer phytoplankton biomass, and annual phytoplankton production in the photic layer amounted to only 24 %, 10 %, and 21 %, respectively. According to the calculation results, there is a noticeable decrease in these characteristics of the lake ecosystem in the second half of the considered period 1980–2020. At the same time, a noticeable (more than 20 %) compensating effect of climate change is noted for phytoplankton production, leveling out part of the effect of the decrease in nutrient load.

It is shown that non-diatoms, which make the main contribution (63 %) to the total phytoplankton production, strongly respond to climatic changes in water temperature in the considered period. Diatoms show less dependence on climate change, maintaining a close relationship with winter phosphate reserves.

**Keywords:** lake ecosystem, climate, external nutrient load, mathematical modeling, Lake Ladoga

## 1. Введение

Ладожское озеро, являясь крупнейшим озером Европы, занимает особое место среди великих озер мира не только благодаря своим размерам, но и в силу своего уникального северного положения, располагаясь между 59°54' и 61°47' с. ш. Этот огромный природный водоем и его обширный водосборный бассейн играют критически важную хозяйственную и экологическую роль в жизнеобеспечении Северо-Западного региона России [1–3]. Значение Ладоги многогранно: оно служит ключевым источником питьевого и промышленного водоснабжения многомиллионного Санкт-Петербурга, Ленинградской области и Республики Карелия, выступает важнейшим звеном Волго-Балтийского водного пути, обеспечивающим транспортную связность, а также обладает колоссальным туристско-рекреационным и рыбохозяйственным потенциалом.

Экосистема Ладожского озера классифицируется как фосфоро-лимитированная [1], что означает, что доступность фосфора является основным фактором, лимитирующим продуктивность озера. В связи с этим, центральное место в исследовании его многолетней изменчивости закономерно принадлежит анализу цикла фосфора. Анализ межгодовой динамики внешней фосфорной нагрузки за период с 1980 по 2020 гг. (рис. 1, а) выявляет три четко выраженных периода. Первый период (1980–1992 гг.) характеризуется экстремально высоким уровнем антропогенного поступления фосфора со средним значением около 5900 т в год. Затем следует короткий, но крайне значимый второй период (1993–1995 гг.), в течение которого произошло резкое, обвальное снижение нагрузки. Наконец, третий период (1995–2020 гг.) отмечается стабилизацией нагрузки на значительно более низком уровне со среднегодовым значением около 3400 т [3].

Оценки состояния экосистемы озера, основанные на данных натурных наблюдений, демонстрируют, что, несмотря на почти двукратное снижение внешней фосфорной нагрузки после 1991 г., ожидаемого пропорционального уменьшения биомассы и первичной продукции фитопланктона не происходит [4, 5]. Существующие гипотезы, объясняющие эту слабую реакцию экосистемы, связывают её с компенсирующим влиянием климатических изменений. В частности, предполагается, что эффект повышения температуры воды, обусловленного глобальным потеплением, нивелирует, хотя бы частично, эффект от сокращения нагрузки. Данный механизм реализуется, с одной стороны, за счёт увеличения продолжительности вегетационного сезона, а с другой — благодаря интенсификации внутренних процессов, таких как скорость метаболизма и оборота (рециклинга) органического вещества. Тем не менее, достоверно подтвердить или опровергнуть эти предположения исключительно на основе натурных данных затруднительно из-за недостаточного пространственно-временного охвата акватории озера при его мониторинге [3].

Таким образом, возникает очевидная потребность в привлечении методов математического моделирования для того, чтобы оценить реакцию экосистемы на изменения различных внешних воздействий. Целью настоящей работы является количественная оценка реакции ключевых компонентов экосистемы Ладожского озера (биомасса и первичная продукция фитопланктона, концентрация биогенных элементов) в период 1980–2020 гг. на сценарии внешнего воздействия, исключаящие последовательно межгодовую изменчивость атмосферных воздействий и внешней фосфорной нагрузки.

## 2. Материалы и методы

### 2.1. Модель

Исследование реакции экосистемы Ладожского озера при различных сценариях внешних условий проводилось с использованием трехмерной математической модели гидротермодинамики, объединенной с моделью биогеохимических циклов. Основой для воспроизведения гидротермодинамики озера и решения уравнений адвекции-диффузии примеси послужила модель Массачусетского технологического института MITgcm [6, 7]. Моделирование биогеохимических процессов осуществлялось на основе модели SPBEM, адаптированной для условий Ладожского озера с использованием данных натурных наблюдений (как контактных, так и дистанционных) [8]. Подробное описание конфигурации модели, ее адаптации для исследуемого водоема и процедуры верификации представлено в работах [8–10]. Биогеохимический модуль используемой модели описывает взаимодействие круговоротов азота и фосфора в водной толще и донных отложениях озера. В пелагической подсистеме учитываются биомассы зоопланктона и двух функциональных групп фитопланктона (диатомовые и недиадомовые), детритный азот и фосфор, растворенные органические соединения азота и фосфора различной степени лабильности, неорганические формы азота (аммоний, нитриты и нитраты), фосфаты, а также растворенный кислород как индикатор баланса продукционно-деструкционных процессов. Подсистема донных отложений описывает динамику бентических форм азота и фосфора.

Биогеохимические взаимодействия включают комплекс ключевых процессов: первичную продукцию фитопланктона, его потребление зоопланктоном, процессы отмирания организмов с образованием детрита, регенерацию минеральных соединений через экскрецию и минерализацию органического вещества, процессы минерализации донных отложений с выделением биогенных элементов в водную толщу, а также денитрификацию в водной среде и донных отложениях. Детальное описание уравнений, параметров и коэффициентов биогеохимического модуля представлено в работах [9, 10], а особенности его адаптации для пресноводных фосфор-лимитированных экосистем — в исследованиях [8, 11].

Граничные условия модели включали поля атмосферного воздействия и данные о речном стоке для гидротермодинамического модуля, а также параметры поступления биогенных элементов из атмосферы и с водосборного бассейна для биогеохимического модуля. Атмосферные воздействия задавались на основе данных реанализа ERA-5 [12], содержащих ежеhourные значения атмосферного давления, компонентов скорости ветра, температуры и влажности воздуха, количества осадков, а также потоков коротковолнового и длинноволнового излучения. Внешняя биогенная нагрузка формируется за счет речного стока, атмосферных выпадений, точечных источников загрязнения и диффузного стока, включающего поступление биогенных элементов с дождевыми и тальными водами, поступающими непосредственно в водоем. Динамика внешней биогенной нагрузки в межгодовом аспекте, использованная в настоящем исследовании, подробно рассмотрена в [1, 8].

### 2.2. Сценарии

Для исследования влияния межгодовой изменчивости на характеристики экосистемы были выполнены расчеты по трем сценариям.

Опорный сценарий (1) учитывает естественную межгодовую изменчивость, как атмосферного воздействия, так и внешней биогенной нагрузки. В рамках данного сценария использовались данные реанализа ERA-5 [12] за период 1980–2020 гг. о полях атмосферного воздействия и данные о межгодовых колебаниях внешней биогенной нагрузки за тот же период из [1, 8].

Второй сценарий (2) предназначен для анализа реакции экосистемы на межгодовые колебания внешней биогенной нагрузки. При его реализации применялись фактические данные о нагрузке за период 1980–2020 гг., в то время как атмосферное воздействие задавалось по параметрам «среднего» года, в течение которого внутригодовые изменения метеорологических характеристик были наиболее близки к их среднемноголетним средним.

Третий сценарий направлен на оценку влияния климатических изменений на озерную экосистему. При этом атмосферное воздействие было таким же, как и в опорном сценарии, а внешняя биогенная нагрузка задавалась постоянной, равной среднему значению за период с 1980 по 2020 гг.

В опорном сценарии задание начальных условий расчёта на 40 лет производилось на основе предварительного интегрирования системы модельных уравнений до достижения квазиравновесного состояния, которое было получено при повторяющихся атмосферном воздействии и внешней биогенной нагрузке,

соответствующих 1979 г. В сценарии 2 аналогичное квазиравновесное состояние было получено при «среднем» атмосферном воздействии и внешней биогенной нагрузке 1979 г., в сценарии 3 — при повторяющемся атмосферном воздействии 1979 г. и средней (за период с 1980 по 2020 гг.) внешней биогенной нагрузке. Как показано ниже, использованная процедура задания начальных условий привела к тому, что средняя по периоду температура воды в сценарии 2 оказалась несколько завышенной (по сравнению со сценарием 1). В сценарии 3 начальная фосфорная нагрузка была ниже на 30 % по сравнению со сценарием 1.

### 2.3. Выбор «среднего» года

Для выбора года, наиболее репрезентативного с климатической точки зрения, был применен метод многокритериального анализа временных рядов. Его целью являлось выявление года с поведением метеорологических характеристик, наиболее близким к многолетней климатической норме.

Исходные данные включали ежедневные значения температуры воздуха, атмосферного давления, скорости ветра и интенсивности солнечной радиации за период с 1980 по 2020 г. Для количественной оценки отклонений метеорологических параметров каждого года от нормы использовался набор метрик: среднеквадратическая ошибка, коэффициент корреляции Пирсона и среднее абсолютное отклонение. Для учёта временных сдвигов и сезонных особенностей в анализ был дополнительно включен метод динамического временного выравнивания.

На заключительном этапе рассчитывалась интегральная оценка для каждого года как взвешенная сумма всех нормированных метрик. Данный подход позволил объективно ранжировать годы и идентифицировать наиболее типичный.

В результате в качестве наиболее репрезентативного был определён 2004 г., чьи метеорологические показатели показали наименьшее интегральное отклонение от климатической нормы.

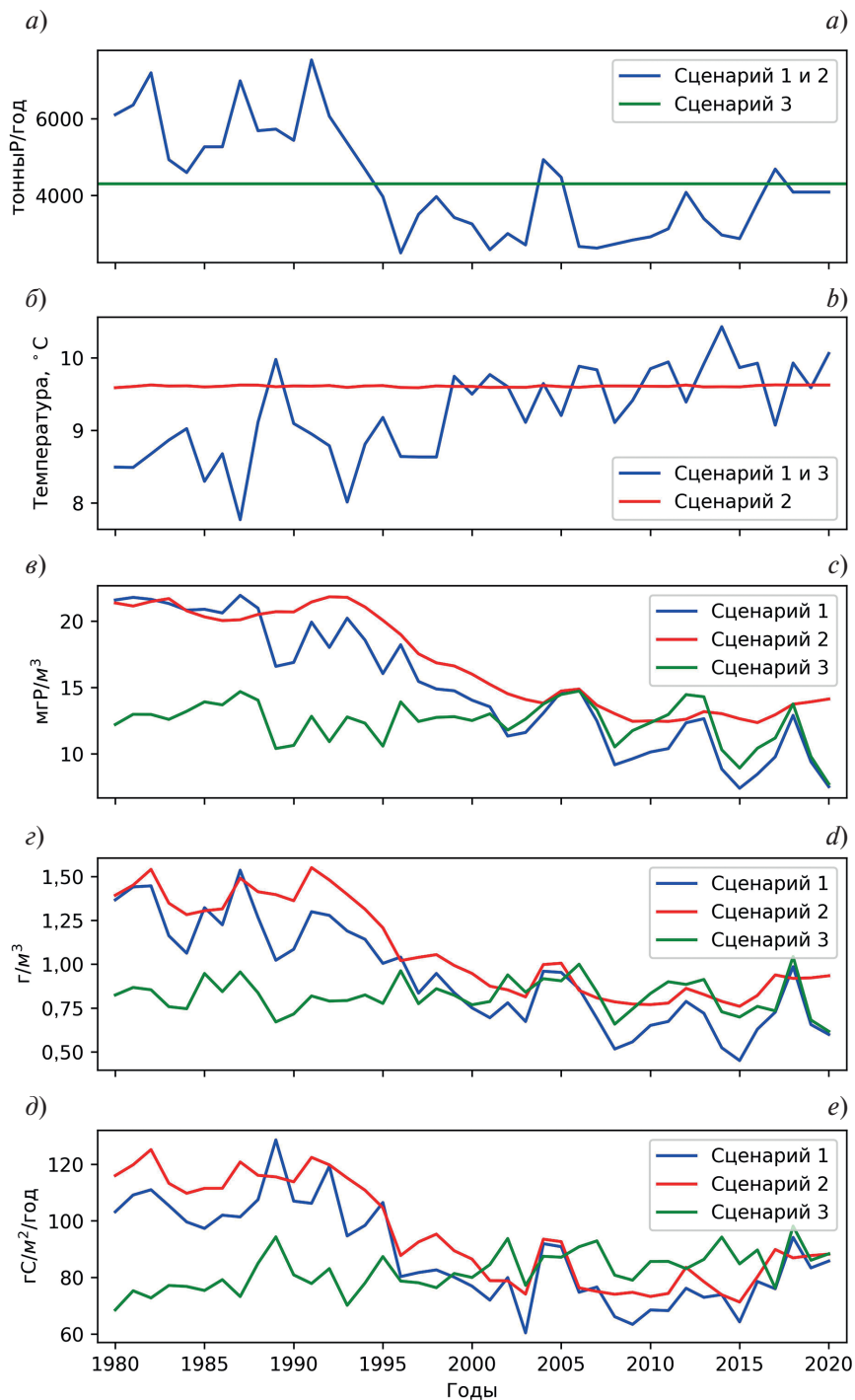
## 3. Результаты и обсуждение

Основными характеристиками экосистемы, определяющими трофический статус водоема, являются *биомасса фитопланктона* и *первичная продукция*, поскольку именно эти параметры непосредственно отражают уровень продуктивности водной системы и круговорот органического вещества в трофической цепи. Лимитирующим биогеном в экосистеме Ладожского озера является фосфор, что подтверждается многочисленными исследованиями [1, 3], демонстрирующими, что *концентрация фосфатов* определяет интенсивность развития фитопланктона и степень эвтрофикации. Среди физических факторов первостепенное значение играет *температура воды*, контролирующая продукционно-деструктивные процессы преобразования органического вещества. Поэтому при анализе полученных результатов будем рассматривать перечисленные факторы, дополненные обменными потоками фосфора (рециклинг, выход фосфора из донных отложений)

### 3.1. Оценка изменчивости характеристик экосистемы за счёт межгодовой изменчивости отдельно атмосферных воздействий и внешней биогенной нагрузки

На рис. 1 представлена межгодовая динамика внешней фосфорной нагрузки, осреднённой за вегетативный период (май—октябрь) температуры, осредненных за март-апрель фосфатов, средней за вегетативный период биомассы фитопланктона в фотическом слое и годовой первичной продукции для трех указанных выше сценариев. В первых двух сценариях происходит снижение всех исследуемых характеристик экосистемы в ответ на снижение внешней биогенной нагрузки. Отметим временной лаг в 4–5 лет между началом снижения поступления фосфора из внешних источников и началом снижения биогеохимических характеристик. Это объясняется временем оборота фосфора в озере, которое составляет 5,4 г. [13].

Отличительной особенностью сценария 2 (по сравнению со сценарием 1) является более интенсивное снижение годовой первичной продукции: её линейный тренд на 17,2 % больше, чем в сценарии 1 (табл. 1). Это объясняется тем, что в этом случае рост первичной продукции, вызванный климатическим потеплением, отсутствует. Более интенсивное уменьшение первичной продукции вместе с отсутствием усиления рециклинга способствовало росту зимних фосфатов в фотическом слое и уменьшению модуля тренда этой характеристики на 24 % (табл. 1). Модуль тренда биомассы фитопланктона в фотическом слое в вегетативный период также стал меньше, но всего лишь на 9,5 % из-за противоположных эффектов отсутствия роста первичной продукции (падение биомассы) и отсутствия усиления рециклинга (рост биомассы) за счёт роста температуры.



**Рис. 1.** Межгодовая изменчивость годовой внешней фосфорной нагрузки (а), осреднённой за вегетативный период (май–октябрь) температуры в фотическом слое (б), осредненных за март–апрель фосфатов в фотическом слое (в), средней за вегетативный период (май–октябрь) биомассы фитопланктона (г) и годовой первичной продукции (д) в сценариях 1, 2, 3

**Fig. 1.** Interannual variability of the annual external phosphorus load (a), averaged over the growing season (May–October) temperature in the photic layer (b), averaged over March–April phosphates in the photic layer (c), average over the growing season (May–October) phytoplankton biomass (d) and annual primary production (d) in scenarios 1, 2, 3

Другая отличительная особенность сценария 2 — более гладкие кривые межгодовой изменчивости исследуемых характеристик по сравнению со сценарием 1, что свидетельствует о значительном вкладе межгодовых изменений атмосферных воздействий в изменчивость характеристик экосистемы. Однако среднеквадратиче-



ское отклонение (табл. 2), рассчитанное по исходным данным сценариев 1 и 2, не показывает уменьшения интенсивности изменчивости для всех характеристик экосистемы в сценарии 2. Это связано с существенным влиянием линейного тренда на стандартное отклонение. При оценке стандартного отклонения по временным рядам, из которых исключён линейный тренд, снижение интенсивности межгодовой изменчивости в сценарии 2 становится очевидным. Так, для зимних запасов фосфатов значение стандартного отклонения в сценарии 1 составляет 1,65 мг/м<sup>3</sup>, а в сценарии 2—1,43 мг/м<sup>3</sup>. Для биомассы фитопланктона стандартное отклонение уменьшается с 1,52 до 1,35 г/м<sup>3</sup>, а для первичной продукции фитопланктона — с 11,58 до 9,77 гС/м<sup>2</sup>/год.

Таблица 1

Table 1

Уравнения линейной регрессии с коэффициентами детерминации ( $R^2$ ) для основных характеристик экосистемы при различных сценариях

Linear regression equations with determination coefficients ( $R^2$ ) for main ecosystem characteristics under different scenarios

	Сценарий 1	Сценарий 2	Сценарий 3
Внешняя фосфорная нагрузка, тоннР/год	$-76,207t + 156684$ ( $R^2 = 0,429$ ) (p-value = 0,000)	$-76,207t + 156684$ ( $R^2 = 0,429$ ) (p-value = 0,000)	4270*
Температура (°C) фотического слоя в вегетативный период (май-октябрь)	$0,037t - 64$ ( $R^2 = 0,515$ ) (p-value = 0,000)	9,6*	$0,037t - 64$ ( $R^2 = 0,515$ ) (p-value = 0,000)
Концентрация фосфатов (мг/м <sup>3</sup> ) в фотическом слое в период максимального зимнего накопления	$-0,363t + 741$ ( $R^2 = 0,874$ ) (p-value = 0,000)	$-0,276t + 569$ ( $R^2 = 0,842$ ) (p-value = 0,000)	$-0,045t + 102$ ( $R^2 = 0,109$ ) (p-value = 0,035)
Биомасса (г/м <sup>3</sup> ) фитопланктона в фотическом слое в вегетативный период (май-октябрь)	$-0,021t + 42$ ( $R^2 = 0,731$ ) (p-value = 0,000)	$-0,019t + 39$ ( $R^2 = 0,743$ ) (p-value = 0,000)	$-0,001t + 2,7$ ( $R^2 = 0,015$ ) (p-value = 0,448)
Годовая первичная продукция фитопланктона (гС/м <sup>2</sup> /год)	$-1,022t + 2131$ ( $R^2 = 0,527$ ) (p-value = 0,000)	$-1,235t + 2565$ ( $R^2 = 0,696$ ) (p-value = 0,000)	$0,349t - 615$ ( $R^2 = 0,356$ ) (p-value = 0,000)

Примечания: \* — средние значения за период 1980—2020 гг. В уравнениях регрессии для межгодовой изменчивости характеристик переменная “t” обозначает годы.

Notes: 1) \* — Average values for the period 1980—2020 are given; 2) in the regression equations for interannual variability of characteristics, the variable “t” denotes years.

Таблица 2

Table 2

Основные характеристики экосистемы, осредненные за период 1980—2020 годы, и стандартное отклонение (указано в скобках) в сценариях 1, 2 и 3

Main ecosystem characteristics averaged over the period 1980—2020 and standard deviation (indicated in brackets) in scenarios 1, 2 and 3

	Сценарий 1	Сценарий 2	% изменения относительно сценария 1	Сценарий 3	% изменения относительно сценария 1
Температура (°C) фотического слоя в вегетативный период (май—октябрь)	9,24 (0,62)	9,60 (0,00)	3,8 %	9,24 (0,62)	0 %
Концентрация фосфатов (мг/м <sup>3</sup> ) в фотическом слое в период максимального зимнего накопления	15,01 (4,65)	16,85 (3,61)	12,3 %	12,37 (1,63)	−17,7 %
Биомасса (г/м <sup>3</sup> ) фитопланктона в фотическом слое в вегетативный период (май-октябрь)	0,93 (0,29)	1,08 (0,27)	16,1 %	0,82 (0,09)	−11,8 %
Годовая первичная продукция фитопланктона (гС/м <sup>2</sup> /год)	88,57 (16,85)	95,58 (17,73)	7,9 %	82,83 (7,01)	−6,5 %
Годовая первичная продукция фитопланктона (тоннР/год)	36920 (7024)	39842 (7390)	7,9 %	34524 (2920)	−6,5 %
Реминерализация/ рециклинг (тоннР/год)	33372 (6855)	36369 (7258)	8,9 %	31543 (2778)	−5,4 %
Выход фосфора из донных отложений (тоннР/год)	2876 (250)	2939 (237)	2,1 %	2448 (37)	−14,8 %

В сценарии 2 средние значения всех характеристик (табл. 2) превышают их значения в опорном сценарии (сценарий 1). В среднем за рассматриваемый период температура фотического слоя в вегетативный период оказалась в сценарии 2 выше ( $\approx$  на  $0,4^{\circ}\text{C}$ ), чем в опорном сценарии (см. табл. 2). Это увеличение температуры воды способствовало интенсификации продукционных и деструкционных биогеохимических потоков: первичная продукция фитопланктона и реминерализация увеличились соответственно на 7,9 % и 8,9 %, а поступление фосфатов из донных отложений — на 2,1 %. В результате увеличились зимняя концентрация фосфатов в фотическом слое (на 12,3 %) и биомасса фитопланктона (на 16,1 %). Более точно, повышенный уровень зимних концентраций фосфатов объясняется дисбалансом между процессами их поступления и потребления: суммарное увеличение поступления фосфатов за счёт реминерализации и выхода из донных отложений превышает рост потребления в процессе фотосинтеза, что и приводит к накоплению их зимних запасов.

Напротив, сценарий 3 демонстрирует заниженные средние значения основных характеристик экосистемы (см. табл. 2) Это объясняется тем, что в качестве начальных условий для третьего сценария использовались поля, полученные в результате адаптации моделируемой системы к уровню внешней нагрузки, равному среднемуголетнему. В то же время начальные условия для опорного сценария соответствовали адаптации к высоким значениям внешней фосфорной нагрузки в начале 1980-х гг. В результате общий запас фосфора в системе «вода-донные отложения» в начале расчета в третьем сценарии был ниже, чем в опорном, что и обусловило заниженные средние значения основных характеристик экосистемы.

Наибольшие отличия между средними значениями характеристик в сценариях 1 и 3 имеют место для зимних фосфатов (17,7 %) и выхода фосфора из донных отложений (14,8 %). Это связано с тем, что на данные показатели в основном влияют изменения в биогенной нагрузке, а не повышение температуры воды, компенсирующее эффекты изменения биогенной нагрузки. В случае годовой первичной продукции и реминерализации эффекты роста температуры оказываются сильнее, увеличивая значения этих характеристик, так что суммарное снижение средней за рассматриваемый период первичной продукции и реминерализации оказывается меньше, чем для зимних фосфатов и выхода фосфора из донных отложений и составляет 6,5 % и 5,4 %, соответственно.

В третьем сценарии только первичная продукция имеет положительный тренд, в то время как для концентрации фосфатов в зимний период и биомассы фитопланктона тренды близки к нулю (табл. 1). Отсутствие тренда в изменениях биомассы фитопланктона вызвано практически полной компенсацией эффектов климатического увеличения температуры воды на первичную продукцию (рост биомассы) и реминерализацию органического вещества (убыль биомассы). В результате тренд зимней концентрации фосфатов, который, помимо взаимодействия с фитопланктоном, определяется поступлением фосфатов из донных отложений и внешних источников, при постоянном поступлении из внешних источников оказывается также малым. Дисперсии всех характеристик экосистемы в сценарии 3 значительно уменьшаются по сравнению со сценарием 1.

Таким образом, отсутствие межгодовой изменчивости атмосферных воздействий и вызванных ими изменений температуры воды приводит к сравнительно небольшим изменениям трендов и дисперсии основных характеристик экосистемы Ладожского озера в рассматриваемый период 1980–2020 гг. Вклад межгодовой изменчивости атмосферных воздействий в линейные тренды изменения зимней концентрации фосфатов, летней биомассы фитопланктона и годовой продукции фитопланктона в фотическом слое в 1980–2020 гг. составляет приблизительно 24 %, 10 % и 21 %, соответственно.

Напротив, отсутствие межгодовой изменчивости внешней нагрузки фосфора сопровождается сильным изменением трендов и дисперсии основных характеристик экосистемы (для зимних фосфатов и особенно биомассы фитопланктона тренд практически исчезает, а для первичной продукции он даже меняет знак). В этом случае относительные оценки вкладов межгодовой изменчивости атмосферных воздействий и внешней нагрузки фосфора в линейные тренды не имеют смысла из-за низких значений коэффициента детерминации.

Расчёт по сценарию 1 (см. рис. 1) ясно демонстрирует определённое уменьшение основных характеристик экосистемы Ладожского озера во второй половине рассматриваемого периода 1980–2020 гг. Заметим, что при отсутствии климатических изменений скорость снижения первичной продукции увеличивается с  $1,022 \text{ гС/м}^2/\text{год}$  (сценарий 1) до  $1,235 \text{ гС/м}^2/\text{год}$  (сценарий 2). В сценарии 3 отмечается восходящий тренд со скоростью  $0,349 \text{ гС/м}^2/\text{год}$ . Таким образом, уменьшение первичной продукции фитопланктона, связанное со снижением внешней нагрузки, частично компенсируется её увеличением, вызванным изменениями климата.

### 3.2. Корреляционные связи между характеристиками экосистемы при климатических изменениях атмосферного воздействия и постоянной внешней биогенной нагрузке (сценарий 3)

Биомасса фитопланктона в каждый момент времени формируется в результате действия нескольких разнонаправленных биогеохимических процессов. Увеличение биомассы происходит за счёт первичного продуцирования органического вещества, а её уменьшение — за счёт процессов отмирания, выедания зоопланктоном и гравитационного опускания. Все перечисленные процессы зависят как от температуры воды, так и от концентрации самого фитопланктона.

С целью нахождения корреляционных связей между биогеохимическими характеристиками экосистемы Ладожского озера в условиях сценария 3, была построена матрица корреляций (рис. 2). Как видно из рисунка, существует тесная корреляционная связь между межгодовой изменчивостью зимних запасов минерального фосфора и биомассой диатомовых водорослей ( $r = 0,79$ ), а также, как следствие, и общей биомассой фитопланктона ( $r = 0,82$ ). В то же время отсутствует влияние зимних запасов фосфора на биомассу недиадомовых водорослей ( $r = 0,11$ ). Нет значимой связи между осреднённой за вегетативный период температурой фотического слоя и биомассами фитопланктона в целом, диатомовых и недиадомовых водорослей.

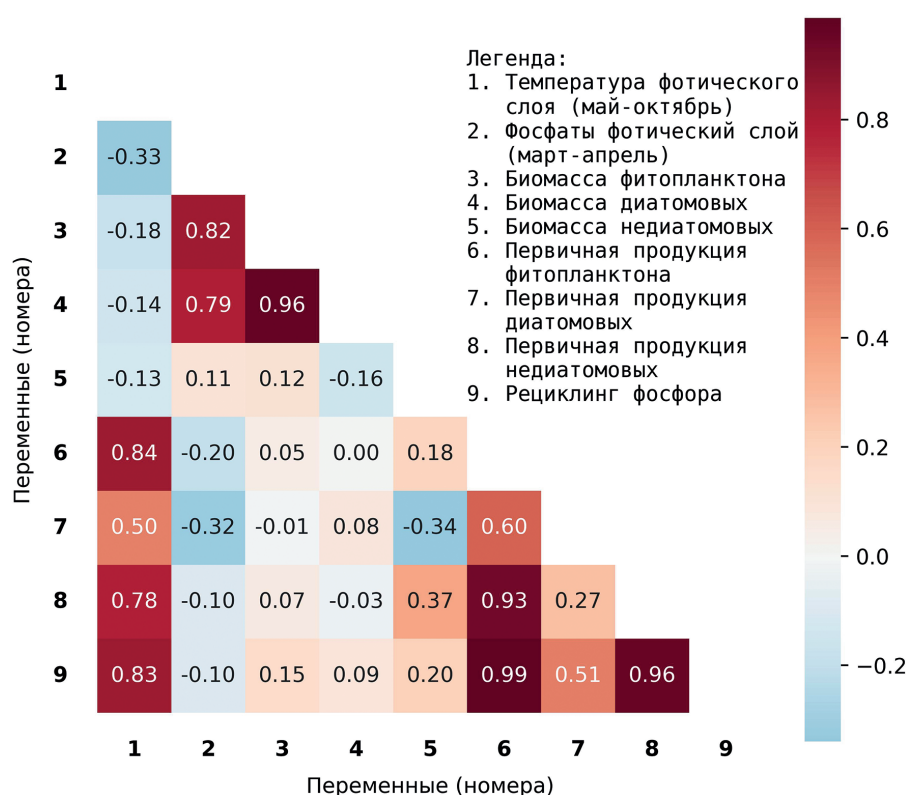


Рис. 2. Корреляционная матрица характеристик экосистемы Ладожского озера для сценария 3

Fig. 2. Correlation matrix of Lake Ladoga ecosystem characteristics for scenario 3

В то же время увеличение температуры фотического слоя оказывает значительное влияние на первичную продукцию недиадомовых водорослей ( $r = 0,78$ ) и, как следствие, на общую первичную продукцию ( $r = 0,84$ ). При этом заметного влияния повышения температуры на первичную продукцию диатомовых водорослей не отмечается. Отметим тесную связь между изменчивостью первичной продукции недиадомовых водорослей и процессом рециклинга ( $r = 0,96$ ), который обеспечивает реминерализацию органического вещества за счёт экскреции зоопланктона и минерализации. Влияние рециклинга на воспроизводство первичной продукции диатомового фитопланктона невелико ( $r = 0,51$ ).

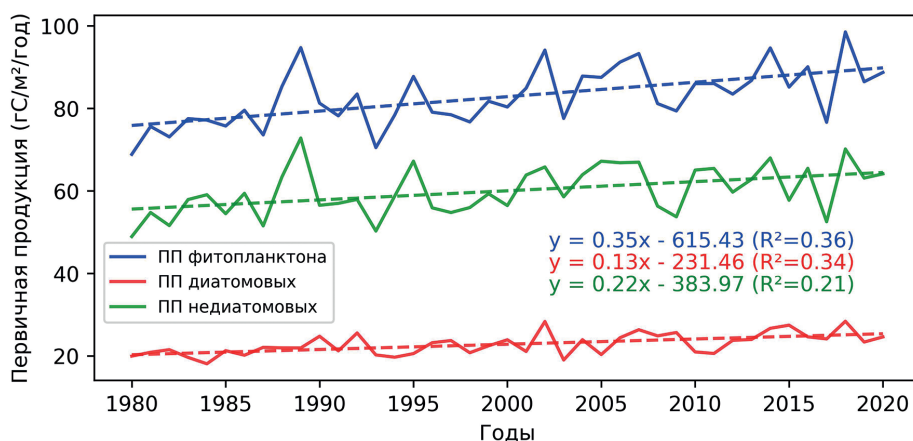
Таким образом, проведённый анализ показывает, что при условии постоянной внешней биогенной нагрузки в экосистеме Ладожского озера наблюдаются следующие основные закономерности. Уровень зимних запасов фосфатов остаётся практически неизменным, как и биомасса фитопланктона. Основным фактором, определяющим уровень биомассы диатомовых водорослей, является запас фосфатов, накопленных

в фотическом слое в зимний период. Цветение недиатомовых водорослей в вегетативный период обеспечивается в основном за счёт оборота фосфора в фотическом слое посредством рециклинга. Отсутствие роста биомассы фитопланктона как ответной реакции на повышение температуры воды объясняется синхронным увеличением, как первичной продукции, так и процессов, вызывающих уменьшение биомассы.

Как показано выше, влияние климатических изменений, проявляющееся в устойчивом повышении температуры воды в фотическом слое Ладожского озера, оказывает комплексное воздействие на функционирование экосистемы. Данное воздействие выражается не столько в прямом увеличении биомассы фитопланктона, сколько в интенсификации ключевых биогеохимических процессов и потоков вещества. Наиболее значимым следствием наблюдаемого потепления является активизация продукционно-деструкционных процессов, что находит отражение в увеличении первичной продукции и ускорении процессов рециклинга.

В связи с этим представляет особый интерес анализ влияния климатических изменений на продукционные характеристики основных групп фитопланктона. На рис. 3 представлена межгодовая динамика первичной продукции диатомовых и недиатомовых водорослей за исследуемый период. Полученные данные, дополненные расчетами статистически значимых трендовых характеристик, демонстрируют выраженную положительную динамику продукционных процессов.

Под влиянием климатических изменений общая первичная продукция фитопланктона увеличивается со средней скоростью  $0,35 \text{ гС/м}^2/\text{год}$ . Детализация этого тренда по отдельным функциональным группам показывает выраженную асимметрию вкладов: наибольший вклад (примерно 63 %) в общий прирост вносит увеличение первичной продукции недиатомовых водорослей, составляющее  $0,22 \text{ гС/м}^2/\text{год}$ . Вклад диатомовых водорослей оказывается существенно меньше — примерно 37 % от общего прироста, что соответствует увеличению на  $0,13 \text{ гС/м}^2/\text{год}$ .



**Рис. 3.** Межгодовая динамика первичной продукции фитопланктона (синяя линия), в том числе диатомовых (красная линия) и недиатомовых (зелёная линия) водорослей в сценарии 3. Пунктирной линией показан линейный тренд

**Fig. 3.** Interannual dynamics of phytoplankton primary production (blue line), including diatoms (red line) and non-diatoms (green line) algae in scenario 3. The dashed line shows a linear trend

В соответствии с расчетными значениями коэффициента детерминации ( $R^2$ ), повышение температуры воды объясняет примерно 34 % межгодовой изменчивости первичной продукции недиатомового фитопланктона и лишь 21 % вариабельности продукции диатомовых водорослей. Это существенное различие указывает на то, что межгодовые колебания погодных условий (такие как изменения интенсивности солнечной радиации и ветрового перемешивания, смена ледового режима) вносят значительный дополнительный вклад в формирование годовых величин первичной продукции фитопланктона.

#### 4. Заключение

Выполненные численные эксперименты по переменному отключению межгодовой изменчивости атмосферных воздействий и внешней фосфорной нагрузки на Ладожское озеро позволили выявить роль изменений климата и внешней фосфорной нагрузки в межгодовой изменчивости экосистемы озера. Результаты работы демонстрируют выраженное доминирование внешней биогенной нагрузки как основного

фактора, определяющего многолетнюю динамику характеристик экосистемы озера в 1980–2020 гг., Вклад изменений климата в высоко детерминированные линейные тренды изменения зимней концентрации фосфатов, летней биомассы фитопланктона и годовой продукции фитопланктона в фотическом слое составил всего лишь соответственно 24 %, 10 % и 21 %. Согласно результатам расчётов, происходит заметное уменьшение указанных характеристик экосистемы озера во второй половине рассматриваемого периода 1980–2020 гг. При этом для продукции фитопланктона отмечается существенное (более 20 %) компенсирующее влияние климатических изменений, нивелирующее часть эффекта от снижения биогенной нагрузки.

Согласно результатам анализа корреляционных связей между характеристиками экосистемы при фиксации внешней биогенной нагрузки, нитратные водоросли, вносящие основной вклад (63 %) в суммарную продукцию фитопланктона, сильно реагируют на климатические изменения температуры воды в рассматриваемый период. Диатомовые водоросли демонстрируют меньшую зависимость от климатических изменений, сохраняя тесную связь с зимними запасами фосфатов. Приведенные оценки подчеркивают сложный характер взаимодействия абиотических факторов в регуляции продуктивности экосистемы: эффекты температуры воды объясняют лишь часть наблюдаемой межгодовой изменчивости, уступая значительную роль другим физическим факторам, таким как фотосинтетически активная радиация, ветровой режим и ледовые условия.

Использованный подход к выделению климатического сигнала на фоне сильной изменчивости внешней нагрузки представляет существенную ценность для прогнозных оценок развития экосистемы Ладожского озера. Полученные результаты имеют важное практическое значение для разработки научно обоснованной стратегии управления экологическим состоянием этого уникального водоема в условиях меняющегося климата и антропогенного пресса, обеспечивая основу для принятия взвешенных управленческих решений по сохранению его природного потенциала.

#### Финансирование

Работа выполнена при поддержке грантов Российского научного фонда (проект № 23-17-20010) и Санкт-Петербургского научного фонда (проект № 23-17-20010).

#### Funding

This work was supported by grants from the Russian Science Foundation (project No. 23-17-20010) and the St. Petersburg Science Foundation (project No. 23-17-20010).

#### Конфликт интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

#### Conflict of interests

The authors declare no conflict of interests.

#### Литература

1. Ладога / Под ред. В.А. Румянцева и С.А. Кондратьева. СПб.: Нестор-История, 2013. 467 с.
2. Ладожское озеро и достопримечательности его побережья. Атлас / Под ред. В.А. Румянцева. СПб.: Нестор-История, 2015. 200 с.
3. Современное состояние и проблемы антропогенной трансформации экосистемы Ладожского озера в условиях изменяющегося климата // Под ред. С.А. Кондратьева, Ш.Р. Позднякова и В.А. Румянцева. М.: Изд. РАН, 2021. 640 с.
4. Летанская Г.И., Протопопова Е.В. Современное состояние фитопланктона Ладожского озера (2005–2009 гг.) // Биология внутренних вод. 2012. № 4. С. 17–24. EDN PFEZMX
5. Петрова Н.А., Петрова Т.Н., Сусарева О.М., Иофина И.В. Особенности эволюции экосистемы Ладожского озера под влиянием антропогенного эвтрофирования // Водные ресурсы. 2010. Т. 37, № 5. С. 580–589. EDN MVNXUZ
6. Marshall J., Adcroft A., Hill C., et al. A finite-volume, incompressible Navier Stokes model for studies of the ocean on parallel computers // Journal of Geophysical Research: Oceans. 1997. Vol. 102, No. C3. P. 5753–5766. <https://doi.org/10.1029/96JC02775>
7. Marshall J., Hill C., Perelman L., et al. Hydrostatic, quasi-hydrostatic, and nonhydrostatic ocean modeling // Journal of Geophysical Research: Oceans. 1997. Vol. 102, No. C3. P. 5733–5752. <https://doi.org/10.1029/96JC02776>



8. Исаев А.В., Рябченко В.А., Коник А.А. Воспроизведение современного климатического состояния экосистемы Ладожского озера // *Фундаментальная и прикладная гидрофизика*. 2024. Т. 17, № 2. С. 50–65. EDN MWTKC. [https://doi.org/10.59887/2073-6673.2024.17\(2\)-5](https://doi.org/10.59887/2073-6673.2024.17(2)-5)
9. Savchuk O.P. Nutrient biogeochemical cycles in the Gulf of Riga: scaling up field studies with a mathematical model // *Journal of Marine Systems*. 2002. Vol. 32, No. 4. P. 253–280. EDN LZXTGP. [https://doi.org/10.1016/S0924-7963\(02\)00039-8](https://doi.org/10.1016/S0924-7963(02)00039-8)
10. Isaev A., Vladimirova O., Eremina T., et al. Accounting for dissolved organic nutrients in an SPBEM-2 model: Validation and verification // *Water*. 2020. Vol. 12, No. 5. P. 1307. EDN NSXOTT. <https://doi.org/10.3390/w12051307>
11. Isaev A.V., Savchuk O.P., Filatov N.N. Three-Dimensional Hindcast of Nitrogen and Phosphorus Biogeochemical Dynamics in Lake Onego Ecosystem, 1985–2015. Part I: Long-Term Dynamics and Spatial Distribution // *Fundamental and Applied Hydrophysics*. 2022. Vol. 15, No. 2. P. 76–97. EDN BOSGAU. <https://doi.org/10.48612/fpg/e1m2-63b5-rhvg>
12. ECMWF: ECMWF Reanalysis v5 (ERA5). URL: <https://www.ecmwf.int/en/forecasts/dataset/ecmwf-reanalysis-v5> (дата обращения: 19.09.2025).
13. Исаев А.В., Рябченко В.А. Модельные оценки межгодовой изменчивости характеристик экосистемы Ладожского озера в период с 1980 по 2020 годы // *Фундаментальная и прикладная гидрофизика*. 2024. Т. 17, № 4. С. 32–42. EDN EHTXVP. [https://doi.org/10.59887/2073-6673.2024.17\(4\)-2](https://doi.org/10.59887/2073-6673.2024.17(4)-2)

## References

1. Ladoga. Rummyantsev VA, Kondratiev SA, editors. St. Petersburg: Nestor-Istoriya; 2013. 467 p. (In Russ).
2. Lake Ladoga and Sights of its Coast. Atlas. Rummyantsev VA, editor. St. Petersburg: Nestor-Istoriya; 2015. 200 p. (In Russ).
3. Current State and Problems of Anthropogenic Transformation of Lake Ladoga's Ecosystem in a Changing Climate. Kondratiev SA, Pozdnyakov ShR, Rummyantsev VA, editors. Moscow: Russian Academy of Sciences Press; 2021. 640 p. (In Russ).
4. Letanskaya GI, Protopopova EV. The current state of phytoplankton in Lake Ladoga (2005–2009). *Inland Water Biology*. 2012;5:310–316. <https://doi.org/10.1134/S1995082912040104>
5. Petrova NA, Petrova TN, Susareva OM, et al. Specific features of Lake Ladoga ecosystem under the effect of anthropogenic eutrophication. *Water Resources*. 2010;37(5):674–683. <https://doi.org/10.1134/S0097807810050076>
6. Marshall J, Adcroft A, Hill C, et al. A finite-volume, incompressible Navier Stokes model for studies of the ocean on parallel computers. *Journal of Geophysical Research: Oceans*. 1997;102(C3):5753–5766. <https://doi.org/10.1029/96JC02775>
7. Marshall J, Hill C, Perelman L, et al. Hydrostatic, quasi-hydrostatic, and nonhydrostatic ocean modeling. *Journal of Geophysical Research: Oceans*. 1997;102(C3):5733–5752. <https://doi.org/10.1029/96JC02776>
8. Isaev AV, Ryabchenko VA, Konik AA. Reproduction of the current climatic state of the Lake Ladoga ecosystem. *Fundamental and Applied Hydrophysics*. 2024;17(2):50–65. [https://doi.org/10.59887/2073-6673.2024.17\(2\)-5](https://doi.org/10.59887/2073-6673.2024.17(2)-5)
9. Savchuk OP. Nutrient biogeochemical cycles in the Gulf of Riga: scaling up field studies with a mathematical model. *Journal of Marine Systems*. 2002;32(4):253–280. [https://doi.org/10.1016/S0924-7963\(02\)00039-8](https://doi.org/10.1016/S0924-7963(02)00039-8)
10. Isaev A, Vladimirova O, Eremina T, et al. Accounting for dissolved organic nutrients in an SPBEM-2 model: validation and verification. *Water*. 2020;12(5):1307. <https://doi.org/10.3390/w12051307>
11. Isaev AV, Savchuk OP, Filatov NN. Three-dimensional hindcast of nitrogen and phosphorus biogeochemical dynamics in Lake Onego ecosystem, 1985–2015. Part I: long-term dynamics and spatial distribution. *Fundamental and Applied Hydrophysics*. 2022;15(2):76–97. <https://doi.org/10.48612/fpg/e1m2-63b5-rhvg>
12. European Centre for Medium-Range Weather Forecasts. ECMWF Reanalysis v5 (ERA5). Available from: <https://www.ecmwf.int/en/forecasts/dataset/ecmwf-reanalysis-v5>. (Accessed September 19, 2025).
13. Isaev AV, Ryabchenko VA. Model estimates of interannual variability of the Lake Ladoga ecosystem characteristics in the period from 1980 to 2020. *Fundamental and Applied Hydrophysics*. 2024;17(4):32–42. [https://doi.org/10.59887/2073-6673.2024.17\(4\)-2](https://doi.org/10.59887/2073-6673.2024.17(4)-2) (In Russ).

## Об авторах

ИСАЕВ Алексей Владимирович, кандидат географических наук, старший научный сотрудник, СПбФ ИО РАН, ORCID: 0000-0003-2005-4949, WoS ResearcherID: C-1370-2014, Scopus Author ID: 25641182000, SPIN-код: 4059-6017, e-mail: isaev1975@gmail.com

РЯБЧЕНКО Владимир Алексеевич, доктор физико-математических наук, главный научный сотрудник, СПбФ ИО РАН, ORCID: 0000-0003-3909-537X, WoS Researcher ID: R-3877-2016, Scopus Author ID: 7005479766, SPIN-код: 2187-1380, e-mail: vla-ryabchenko@yandex.ru



DOI [https://doi.org/10.59887/2073-6673.2025.18\(4\)-8](https://doi.org/10.59887/2073-6673.2025.18(4)-8)

EDN <https://elibrary.ru/qvqqsg>

УДК 551.456.54:597.56

© Д. А. Романенков<sup>1\*</sup>, Е. В. Софьина<sup>1,2</sup>, А. Д. Маховиков<sup>1,3</sup>, И. К. Виноградова<sup>4</sup>, А. И. Варкентин<sup>1,5</sup>,  
А. В. Зимин<sup>1,3</sup>, Д. Я. Мельник<sup>1,5</sup>, 2025

<sup>1</sup>Институт океанологии им. П.П. Ширишова РАН, 117997, Москва, Нахимовский проспект, д. 36

<sup>2</sup>Российский государственный гидрометеорологический университет, 192007, Санкт-Петербург,  
Воронежская ул., д. 79

<sup>3</sup>Санкт-Петербургский государственный университет, 199034, Санкт-Петербург, Университетская наб., д. 7–9

<sup>4</sup>Санкт-Петербургский государственный технологический институт (технический университет), 190013,  
Санкт-Петербург, Московский пр., д. 24–26/49, лит. А

<sup>5</sup>Камчатский филиал ГНЦ РФ ФГБНУ «ВНИРО», 683000, Петропавловск-Камчатский, ул. Набережная, д. 18  
\*dmromanenkov@yandex.ru

## Моделирование переноса икры и личинок восточнокамчатского минтая с учетом приливной динамики<sup>1</sup>

Статья поступила в редакцию 18.09.2025, после доработки 22.10.2025, принята в печать 18.11.2025

### Аннотация

В работе изучается дрейф икры и личинок минтая в области Тихого океана, прилегающей к юго-восточному побережью полуострова Камчатка и северным Курильским островам. Используется модельный подход, сочетающий расчеты траекторий частиц программным модулем ICNTHYOP, данные океанского реанализа и результаты приливной региональной модели. Икра и личинки рассматриваются как пассивные трассеры, а их перенос из основного района нереста восточнокамчатской популяции минтая, расположенного в глубоководном каньоне Авачинского залива, рассчитывался в течение месяца 2024 и 2025 гг., начиная с наблюдаемой даты нереста в апреле.

Основная цель моделирования заключалась в определении влияния динамических факторов разной природы на транспорт частиц и вероятных мест их скопления, в которых может происходить развитие икры и выклев личинок. Выявление этих мест путем ихтиопланктонных съемок весьма затруднительно. В модельных расчетах не учитывался ряд факторов, связанных со смертностью икры и личинок под воздействием изменений среды и хищничества, активностью личинок по мере их развития и других процессов физико-биологического взаимодействия. Перенос трассеров после их подъема к поверхности в зоне нереста анализировался при использовании поверхностных и средних в верхнем слое моря фоновых течений.

Результаты моделирования показывают, что прогностические горизонтальные траектории частиц зависят не только от различных для двух лет гидродинамических условий, но и от учета приливного дрейфа. Высказано предположение о благоприятных для развития и выживаемости икры и личинок минтая динамических условиях, при которых их дрейф не приводит к выносу с шельфа в открытый океан. Определены потенциальные районы скопления частиц в прибрежных водах.

**Ключевые слова:** Лагранжева модель, пассивный трассер, дрейф икры и личинок, минтай, приливные течения, FESOM–C, ICNTHYOP, подводный каньон, Авачинский залив, Тихий океан

<sup>1</sup> Перевод статьи на английский язык представлен в электронном формате данного номера на сайте журнала

**Ссылка для цитирования:** Романенков Д.А., Софьина Е.В., Маховиков А.Д., Виноградова И.К., Варкентин А.И., Зимин А.В., Мельник Д.Я. Моделирование переноса икры и личинок восточнокамчатского минтая с учетом приливной динамики // *Фундаментальная и прикладная гидрофизика*. 2025. Т. 18, № 4. С. 105–119. EDN QVQQSG.  
[https://doi.org/10.59887/2073-6673.2025.18\(4\)-8](https://doi.org/10.59887/2073-6673.2025.18(4)-8)

**For citation:** Romanenkov D.A., Sofina E.V., Makhovikov A.D., Vinogradova I.K., Varkentin A.I., Zimin A.V., Melnik D. Ja. Modeling the transport of East Kamchatka pollock eggs and larvae taking into account tidal dynamics. *Fundamental and Applied Hydrophysics*. 2025;18(4):105–119. [https://doi.org/10.59887/2073-6673.2025.18\(4\)-8](https://doi.org/10.59887/2073-6673.2025.18(4)-8)

© D. A. Romanenkov<sup>1\*</sup>, E. V. Sofina<sup>1,2</sup>, A. D. Makhovikov<sup>1,3</sup>, I. K. Vinogradova<sup>4</sup>, A. I. Varkentin<sup>1,5</sup>,  
A. V. Zimin<sup>1,3</sup>, D. Ja. Melnik<sup>1,5</sup>, 2025

<sup>1</sup>Shirshov Institute of Oceanology, Russian Academy of Sciences, 36 Nakhimovsky Prosp., Moscow 117997, Russia

<sup>2</sup>Russian State Hydrometeorological University, 79 Voronezhskaja Str., St. Petersburg, 192007, Russia

<sup>3</sup>St. Petersburg State University, 7–9 Universitetskaja Emb., St. Petersburg, 199034, Russia

<sup>4</sup>Saint-Petersburg State Institute of Technology, 24–26/49, lit. A Moskovsky Prosp., St. Petersburg, 190013, Russia

<sup>5</sup>Kamchatka branch of “Federal Research Institute of Fisheries and Oceanography” (“KamchatNIRO”), 18 Naberezhnaja Str., Petropavlovsk-Kamchatsky, 683000, Russia

\*dmromanenkov@yandex.ru

## Modeling the transport of East Kamchatka pollock eggs and larvae taking into account tidal dynamics<sup>1</sup>

Received 18.09.2025, Revised 22.10.2025, Accepted 18.11.2025

### Abstract

The work examines the drift of pollock eggs and larvae in the Pacific Ocean region adjacent to the southeastern coast of the Kamchatka Peninsula and the northern Kuril Islands. A model approach is used, combining particle trajectory calculations using the ICHTHYOP software, ocean reanalysis data, and the results of a regional tidal model. The eggs and larvae are considered as passive tracers, and their transport from the main spawning ground of the East Kamchatka pollock in the deep-water canyon of the Avacha Bay was calculated for one month in 2024 and 2025, starting from the observed spawning date in April.

The main objective of the modelling was to determine the influence of various dynamic factors on particle transport and the likely locations of their accumulation, where egg development and larval hatching may occur. Identifying these locations through ichthyoplankton surveys is very difficult. The model calculations did not take into account a number of factors related to the mortality of eggs and larvae under the influence of environmental changes and predation, larval activity during development, and other processes of physical and biological interaction. The transport of tracers after their ascent to the surface in the spawning area was analyzed using background surface currents and those averaged over the upper sea layer.

The simulation results show that the predicted horizontal particle trajectories depend not only on the different hydrodynamic conditions for the two years, but also on the consideration of tidal drift. A hypothesis has been put forward regarding the dynamic conditions favorable for the development and survival of pollock eggs and larvae, under which their drift does not lead to their transport from the shelf water into the open ocean. Potential areas of particle accumulation in coastal waters have been identified.

**Keywords:** Lagrange model, passive tracer, eggs and larvae drift, pollock, tidal currents, FESOM–C, ICHTHYOP, submarine canyon, the Avacha Bay, Pacific Ocean

### 1. Введение

Акватория северо-западной части Тихого океана, прилегающая к полуострову Камчатка и северным Курильским островам, является ареалом нереста, нагула и обитания многих промысловых рыб, среди которых по своим запасам и промысловому значению выделяется минтай *Gadus chalcogrammus*, относящийся к восточнокамчатской популяции этого вида [1–3]. Нерестовую часть ее ареала представляют глубоководные нерестилища, расположенные в каньонах Авачинского и Кроноцкого заливов, и шельфовые — у юго-восточной Камчатки (до южной оконечности о. Парамушир) и северных Курильских островов (до южной оконечности о. Парамушир) [3–5]. В Авачинском и Кроноцком заливах минтай также нерестится на шельфе, но масштабы его по сравнению с глубоководным икрометанием невелики. По информации А.И. Варкентина с соавторами [4], в некоторые годы в глубоководных каньонах учитывалось в среднем около 61 % всей икры, при этом в среднем 44 % икринок регистрировали в так называемом «Северном» каньоне, расположенном в Авачинском заливе. С полным основанием его можно считать условным центром воспроизводства рыб этой популяции.

Икрометание в «Северном» каньоне происходит, как правило, глубже 400 м. Сроки нереста варьируют в межгодовом аспекте: с начала марта по начало мая с пиком в конце марта — начале апреля, при этом среднемноголетняя дата начала нереста приходится на 13 марта, пика — 01 апреля, завершения — 19 апреля [4].

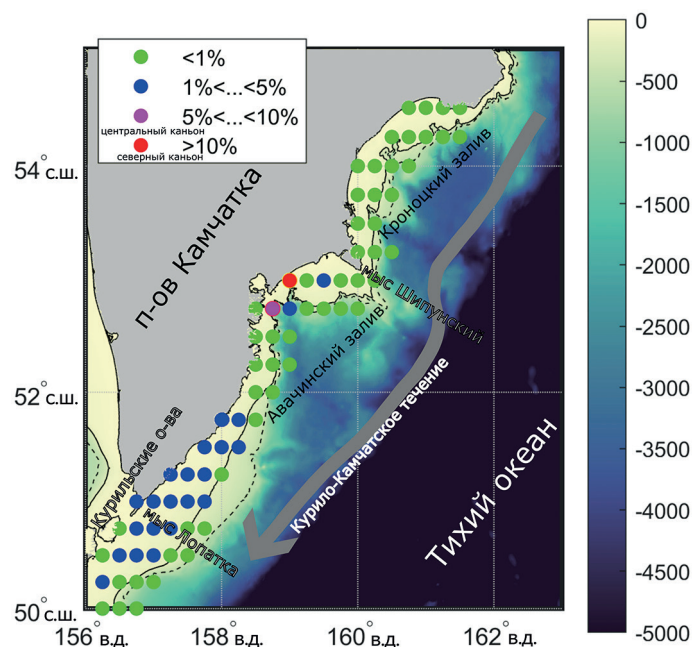
Исследуемый район отличается специфическими гидрологическими условиями. Характерной чертой акватории является холодное Курило-Камчатское течение (ККТ) (рис. 1). Сложная батиметрия и изменчивый ветровой режим обуславливают наличие меандров и вихрей, которые оказывают существенное влияние на гидрологическую структуру вод региона, которая включает субарктический тип стратификации [6–8]. В среднем в области шельфа и материкового склона полуострова перенос вод в приповерхностном слое направлен на юго-запад. В период нереста минтая скорость течения варьирует от 5 до 45 см/с [9]. При этом мезомасштабные вихри размером 70–150 км хорошо прослеживаются в инфракрасном и видимом

<sup>1</sup> The English translation of the article is available in the electronic format of this issue on the journal's website

диапазонах и по данным спутниковых альтиметров движутся, как правило, в том же направлении [10]. Ближе к берегу, в заливах и на шельфе, преобладают мезомасштабные структуры антициклонического типа, а в глубоководной области к востоку от струи ККТ — мезоциклоны [7, 10–12]. По результатам натурных экспериментов, выполненных в глубоководных каньонах Авачинского залива, обнаружены внутренние волны, вероятно, обусловленные приливным циклом [13, 4].

Как и для других группировок минтая, для восточнокамчатской популяции характерны флуктуации запасов, вызванные чередованием поколений разной численности. В свою очередь, урожайность генераций зависит, прежде всего, от условий выживания на ранних стадиях развития (икры и личинки). Большинство исследователей появление высокочисленных генераций минтая связывают с «теплыми» периодами [14–20], при этом конкретные механизмы формирования урожайности поколений минтая, как правило, неизвестны, хотя попытки обосновать их для разных популяций неоднократно предпринимались. Так, в работе [2] для восточнокамчатского минтая обнаружена положительная корреляция между численностью поколений в возрасте 4 года, количеством оплодотворенной икры и средневзвешенной температурой воды.

Одним из возможных механизмов формирования численности поколений считают направление течений над системой каньонов [4]. Вынос личинок, выклюнувшихся в каньонах, в открытые воды может привести к значительным потерям формирующейся генерации. В развитие этой гипотезы было показано, что скорость и расположение основной струи ККТ может оказывать как негативное, в случае приближения к материковому склону Авачинского залива, так и позитивное воздействие, в противном случае [21]. При ослаблении основной струи ККТ на акватории Авачинского залива устанавливается стационарный антициклонический перенос вод в поверхностном слое, что может приводить к выносу выметанной в каньонах икры далеко за пределы благоприятной для развития акватории. В противном случае, Камчатское течение сильно отклоняется от восточного побережья в океан, и на акватории Авачинского залива господствует циклонический перенос вод. Возможно, что именно такие условия более благоприятны для дальнейшего развития и выживания молоди.



**Рис. 1.** Батиметрическая карта региона (м), совмещенная со схемой основного потока Курило-Камчатского течения и средним многолетним распределением общего количества выловленной икры в период нереста (%), по данным ихтиопланктонных съемок. Сплошная черная линия — изобата 200 м, пунктирная черная линия — изобата 500 м

**Fig. 1.** Bathymetric map of the region (m) with a diagram of the main flow of the Kuril-Kamchatka Current and the average long-term distribution of the total amount of eggs caught during the spawning period (%), based on ichthyoplankton survey data. The 200-meter isobath represented by solid black line and the 500-meter isobath represented by dashed black line



Таким образом, сведения о направлении и масштабах дрейфа икры и личинок минтая, динамических процессов океана, его определяющих, важны для понимания механизмов появления поколений разной численности.

Следует отметить, что натурные наблюдения за дрейфом икры, выметанной в глубоководных каньонах Авачинского залива, отсутствуют, а, следовательно, подтвердить или опровергнуть вышеприведенные предположения не представляется возможным. Прямое наблюдение этого процесса в естественных условиях на сегодняшний день невозможно. И здесь на помощь может прийти моделирование.

Для этих целей часто используется Лагранжев подход, который рассматривает перемещение каждой фиксированной частицы жидкости в пространстве с учетом локальной скорости течений [22]. Такие расчеты позволяют восстанавливать точные структуры вихрей, циркуляций, интрузий и другие динамические структуры океана, а также рассчитывать дрейф частиц любого происхождения. В некоторых акваториях дальневосточного региона Тихого океана Лагранжев подход уже использовался [22–26], однако для тихоокеанских вод, прилегающих к Камчатке и северным Курильским островам, аналогичные исследования не выполнялись.

Цель настоящего исследования — оценить с помощью модельного подхода направление и масштабы дрейфа икры и личинок минтая из глубоководного каньона Авачинского залива. Для ее достижения поставлены задачи:

- изучить роль фоновой циркуляции и приливных течений в переносе и рассеивании икры и личинок минтая;
- установить траектории дрейфа икры и личинок из района глубоководного каньона Авачинского залива, используя имеющуюся информацию и модель Лагранжева переноса пассивных частиц, для 2024 и 2025 гг.

## 2. Материалы и методы

По указанным во Введении причинам, в качестве полигона для моделирования дрейфа икры минтая выбран регион Тихого океана у юго-восточного побережья полуострова Камчатка и северных Курильских островов, а район нереста — «Северный» глубоководный каньон Авачинского залива (см. рис. 1). В период нереста икру можно рассматривать как пассивные трассеры, переносимые течениями различного происхождения. Принято допущение, что они одномоментно выпущены в пик нереста. Это допущение не учитывает особенности естественной убыли икры в период нереста [27], однако может рассматриваться как первое приближение при моделировании.

Согласно [4, 13] икрометание минтая в каньоне в 2024 г. происходило с 8 марта по 2 мая с пиком 4 апреля. Основной нерест протекал в слое 300–400 м, но часть икры начальной стадии располагалась и выше, в слое 200–300 м (таблица). По мере развития выметанная икра всплывает за счет разницы в плотности ее и окружающей воды. Оценки скорости всплытия варьируют в широких пределах. Согласно расчетам [28] при условии равномерного всплытия икры в зоне шельфа и заливах скорость вертикального дрейфа икры минтая составляла от 4,9 м/ч (1,4 мм/с) и 8,6 м/ч (2,4 мм/с), тогда как в мезопелагиали она на порядок ниже.

Однако на вертикальное смещение могут накладываться и внешние факторы. Так, по данным натурального эксперимента [13] величина внутреннего прилива в вершине каньона достигала 100 м. Это означает, что под действием вертикального смещения изопикн икра поднимается на ту же величину за половину суток и после всплытия из слоя 200–300 м может выйти из глубоководной зоны каньона. Из-за отсутствия надежных сведений о скорости всплытия икры минтая в каньоне, мы допустили, что в пик нереста она уже поднялась в слой 0–200 м и попала в зону действия подповерхностных течений.

Таблица  
Table

Количество икры минтая (шт./м<sup>2</sup>) по результатам послонных обловов, выполненных в вершине «Северного» каньона 4 апреля 2024 г.

Number of pollock eggs (pcs/m<sup>2</sup>) based on stratified sampling conducted at the head of the “Northern” canyon on 4 April 2024

Слой, м	Стадия развития икры			
	1–8	9–15	16–19	20–21
0–25	2	0	0	0
25–50	6	0	0	0
50–100	14	2	0	0
100–200	478	0	0	0
200–300	6538	134	0	0
300–400	26916	4386	0	0
400–500	134	4	0	0



Для моделирования использовали модельные фоновые и приливные течения в регионе за период с 4 апреля (пик нереста) по 2 мая (окончание нереста) 2024 г. Для сравнения результатов моделирования, в 2025 г. приняты те же сроки. При моделировании мы пренебрегли некоторыми биотическими и абиотическими факторами, влияющими на выживаемость и дисперсию частиц.

### 2.1. Фоновая циркуляция

Исходные данные представляют собой выборку из продукта оперативной системы анализа и прогнозирования Мирового океана «Mercator» GLOBAL\_ANALYSISFORECAST\_PHY\_001\_024<sup>2</sup>. Продукт доступен с 01.06.2022 г. по настоящий день вместе с прогнозом на 10 дней. Реализация системы — GLO12v4, версия модели океана — NEMO3.6. Пространственное разрешение —  $1/12^\circ$  (приблизительно 8 км), 50 вертикальных уровней. Батиметрия системы представлена комбинацией интерполированных баз, данных ETOPO1 и GEBCO8. Первая используется в районах с глубинами более 300 м, а GEBCO8 — менее 200 м. Изобата 200 м приблизительно отделяет глубоководные каньоны от области шельфа. Для моделирования дрейфа были использованы ежеhourные данные о зональной и меридиональной составляющих скорости течения в приповерхностном слое и шестичасовые данные, осредненные в верхнем 200-метровом слое океана, на исходной сетке. Для сравнительного анализа особенностей циркуляции в разные годы были использованы среднемесячные поля течений.

Рассмотрим особенности фоновой циркуляции на период численных экспериментов. На рис. 2 представлены среднемесячные поверхностные течения за апрель 2024 и 2025 гг. В апреле — начале мая 2025 г. хорошо выражена струя ККТ с максимальными скоростями до 0,75 м/с (рис. 2, б). Также отчетливо виден большой антициклонический круговорот в юго-восточной части акватории, однако заметных мезомасштабных вихрей или меандров течения не прослеживается. На большей части шельфа и склона юго-восточной Камчатки, включая Кроноцкий и Авачинский заливы, скорости не превышают 0,10 м/с. Однако на шельфе Авачинского залива, южнее полуострова Шипунский, и в районе его каньонов скорости течения повышаются в два раза.

В этот же период 2024 г. (рис. 2, а) в регионе наблюдалась сложная циркуляция, вызванная перестройкой ККТ и его ослаблением у юго-восточного побережья Камчатки и в Кроноцком заливе восточнее полуострова Шипунский, а также смещением большого антициклонического круговорота на север в зону струи ККТ. В результате взаимодействия вихря и ККТ образовались дочерние круговороты в глубоководной части Авачинского залива, где течения значительно усиливались, достигая предельных значений 0,4 м/с. По мере перестройки циркуляции в отдельные дни месяца скорости фоновых течений в мелководных зонах шельфа обоих заливов достигали 0,25 м/с (не показаны).

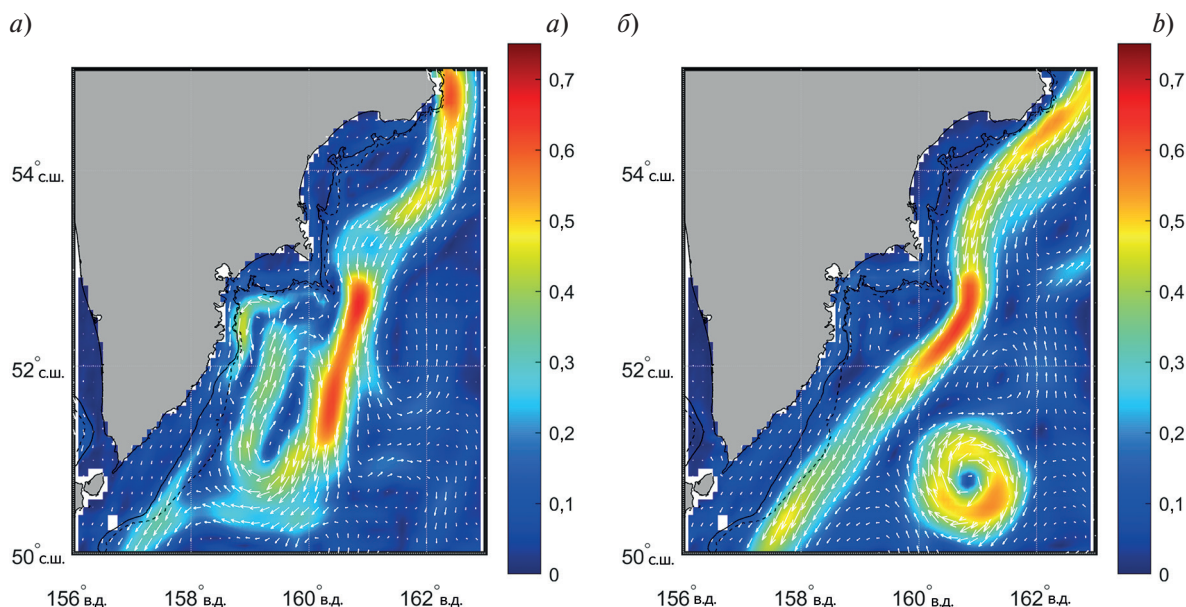


Рис. 2. Среднемесячные поверхностные течения (м/с) за период с 04.04.2024 по 03.05.2024 (а) и за период с 04.04.2025 по 03.05.2025 (б)

Fig. 2. Monthly mean surface currents (m/s) for the periods 4 April–3 May 2024 (a) and 4 April–3 May 2025 (b)

<sup>2</sup> <https://doi.org/10.48670/moi-00016>

Циркуляция, осредненная в верхнем 200-метровом слое (рис. 3), качественно не отличается от поверхностной циркуляции (рис. 2). В целом течения несколько слабее, а границы переходных зон между струей ККТ или вихрями и окружающими водами более размыты. В мелководных областях за счет осреднения скорости от поверхности до дна течения уменьшаются в два и более раз. Можно отметить также любопытный эффект месячного осреднения течений, при котором некоторые особенности циркуляции могут не проявляться. Хотя большой антициклонический круговорот в юго-восточной части акватории по среднемесячным данным 2024 г. не наблюдается (рис. 2, а и рис. 3, а), однако по среднесуточным данным (не показаны) можно проследить этот вихрь и его смещение к северу. Как видно, система течений значительно различна в два смежных года — 2024 и 2025 гг. Насколько это скажется на переносе пассивных трассеров, будет ясно из результатов моделирования.

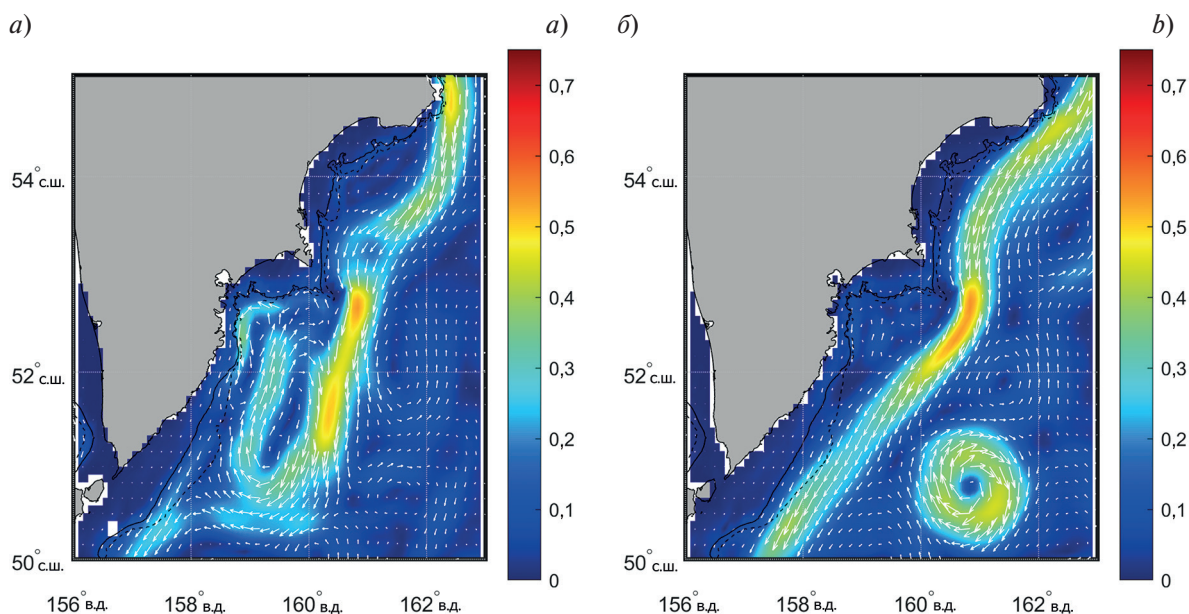
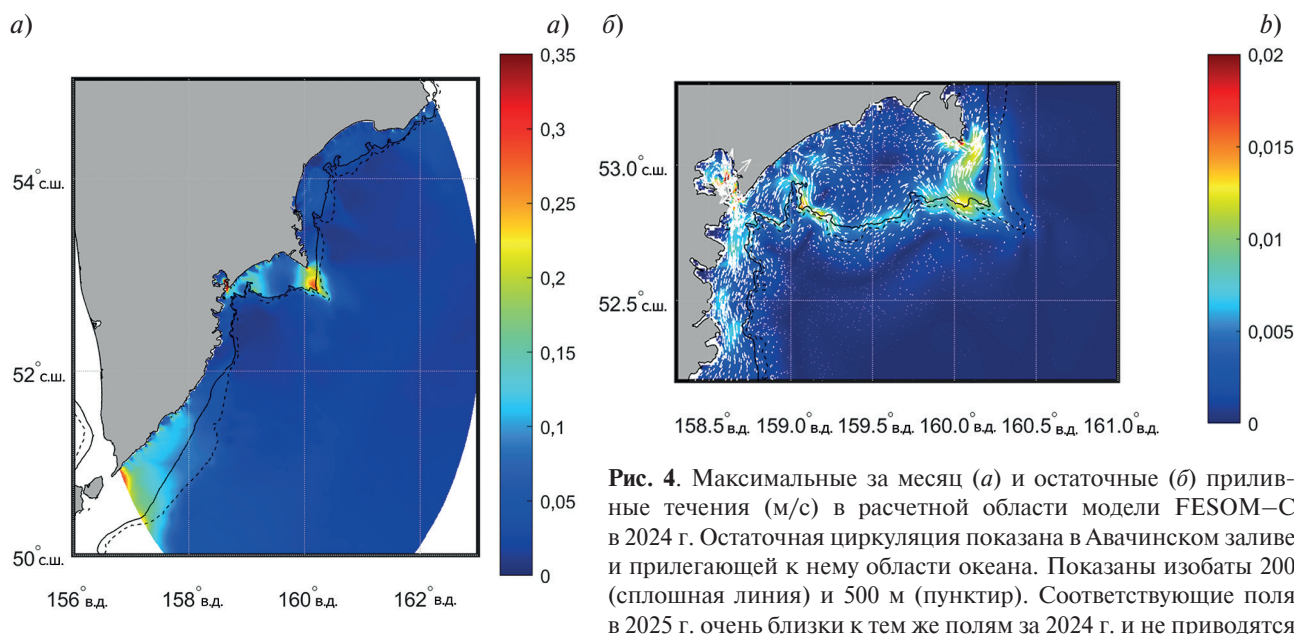


Рис. 3. Среднемесячные течения (м/с) в слое 0–200 за период с 04.04.2024 по 03.05.2024 (а) и за период с 04.04.2025 по 03.05.2025 (б)

Fig. 3. Monthly mean currents (m/s) in the 0–200 m layer for the periods 4 April–3 May 2024 (a) and 4 April–3 May 2025 (b)

## 2.2. Приливная динамика

Приливные течения были получены в результате регионального моделирования баротропной приливной динамики у юго-восточного побережья полуострова Камчатка с использованием конечно-объемной модели FESOM–C [29, 30]. Региональная модель была реализована на неструктурированной треугольной сетке с пространственным разрешением, адаптированным к локальной батиметрии, и верифицирована на мареографных данных. Баротропные приливные скорости оценивались для всего периода исследования и включали следующие приливные составляющие: M2, S2, N2, K2, K1, O1, P1, Q1, Mf, Mm, MS4, M4. Примечательно, что приливной режим в исследуемом районе классифицируется как смешанный с преобладанием суточных составляющих над полусуточными. Региональная приливная модель обеспечивает более точное представление приливных течений по сравнению с глобальными приливными моделями FES2014 и TPXO9. Как было показано в [30], приливная динамика в районе каньонов Авачинского залива характеризуется сильными нелинейными эффектами, проявляющимися в устойчивом остаточном приливном переносе со скоростями до 2 см/с, в то время как сами приливные течения могут достигать здесь 35 см/с в зависимости от фазы приливного цикла (рис. 4, а). Эти значения сравнимы со скоростями фоновой циркуляции (рис. 2 и 3) и, следовательно, могут оказывать влияние на дрейф. Остаточная приливная циркуляция (осредненные за синодический месяц 29,53 суток приливные течения) хотя и на порядок слабее значений экстремальных приливных течений, но характеризуется устойчивым переносом вод вдоль континентального склона и вихревыми структурами (рис. 4, б). Приливные скорости были интерполированы на пространственно-временную сетку реанализа GLO12v4 для создания набора данных суммарной циркуляции с учетом приливных течений.



**Рис. 4.** Максимальные за месяц (а) и остаточные (б) приливные течения (м/с) в расчетной области модели FESOM–C в 2024 г. Остаточная циркуляция показана в Авачинском заливе и прилегающей к нему области океана. Показаны изобаты 200 (сплошная линия) и 500 м (пунктир). Соответствующие поля в 2025 г. очень близки к тем же полям за 2024 г. и не приводятся

**Fig. 4.** Monthly maximum (a) and residual (b) tidal currents ( $\text{m s}^{-1}$ ) in the FESOM–C computational domain for 2024. Residual circulation is shown for Avacha Bay and the adjacent ocean area. Depth contours of 200 m (solid line) and 500 m (dashed line) are indicated. Corresponding fields for 2025 are very similar to those for 2024 and are not shown

### 2.3. Модель дрейфа

Для моделирования дрейфа пассивных частиц использовался программный продукт ICHTHYOP<sup>3</sup> [31]. Данный программный продукт рассчитывает траектории частиц в Лагранжевой постановке с обновлением параметров расчета на каждом шаге по времени, что позволяет более точно решить поставленную задачу [32]. ICHTHYOP — комплексная модель, разработанная для изучения влияния физических (например, океанические течения, температура) и биологических (например, рост, смертность ихтиопланктона) факторов на дрейф и миграцию икры и личинок рыб. ICHTHYOP использует временные ряды полей скорости, температуры и солёности как входные параметры. В дополнение можно настроить смертность от определенной температуры или солёности, размер икры и ее возраст. Выходными данными служит запись о состоянии каждой частицы и анимированное отслеживание местоположения с отдельной цветовой пометкой свойств частиц (например, возраст, размер и т. п.). Важным преимуществом ICHTHYOP является использование трехмерных полей течений, включая информацию о вертикальных скоростях. На данный момент не существует региональной модели, которая снабдила бы ICHTHYOP такой полной информацией о течениях в регионе интереса. Все предлагаемые реанализы, включая используемый нами GLORYS, не обеспечивают данными о вертикальной циркуляции. Поэтому мы используем только поля горизонтальных течений для достижения задачи исследования, сформулированной во Введении.

Входными данными послужили подготовленные ранее поля горизонтальных течений (разделы 2.1 и 2.2). Параметры расчетов, следующие: шаг по времени 1 ч, скорость диссипации энергии фоновой турбулентности по умолчанию равна  $1^{-12} \text{ м}^2/\text{с}^3$ . Расчетные пассивные частицы при попадании на сетку берега «отскакивают» назад в воду, более сложные алгоритмы взаимодействия частиц с берегом не рассматривались. Разнообразные виды параметризации физических (за исключением горизонтальной фоновой диффузии) и биологических процессов не используются. Начальное «пятно» пассивных трассеров с центром в точке (52°54'7 с. ш., 159°01' в. д.) располагается в вершине «Северного» каньона Авачинского залива, имеет радиус 2 км и содержит 1000 частиц.

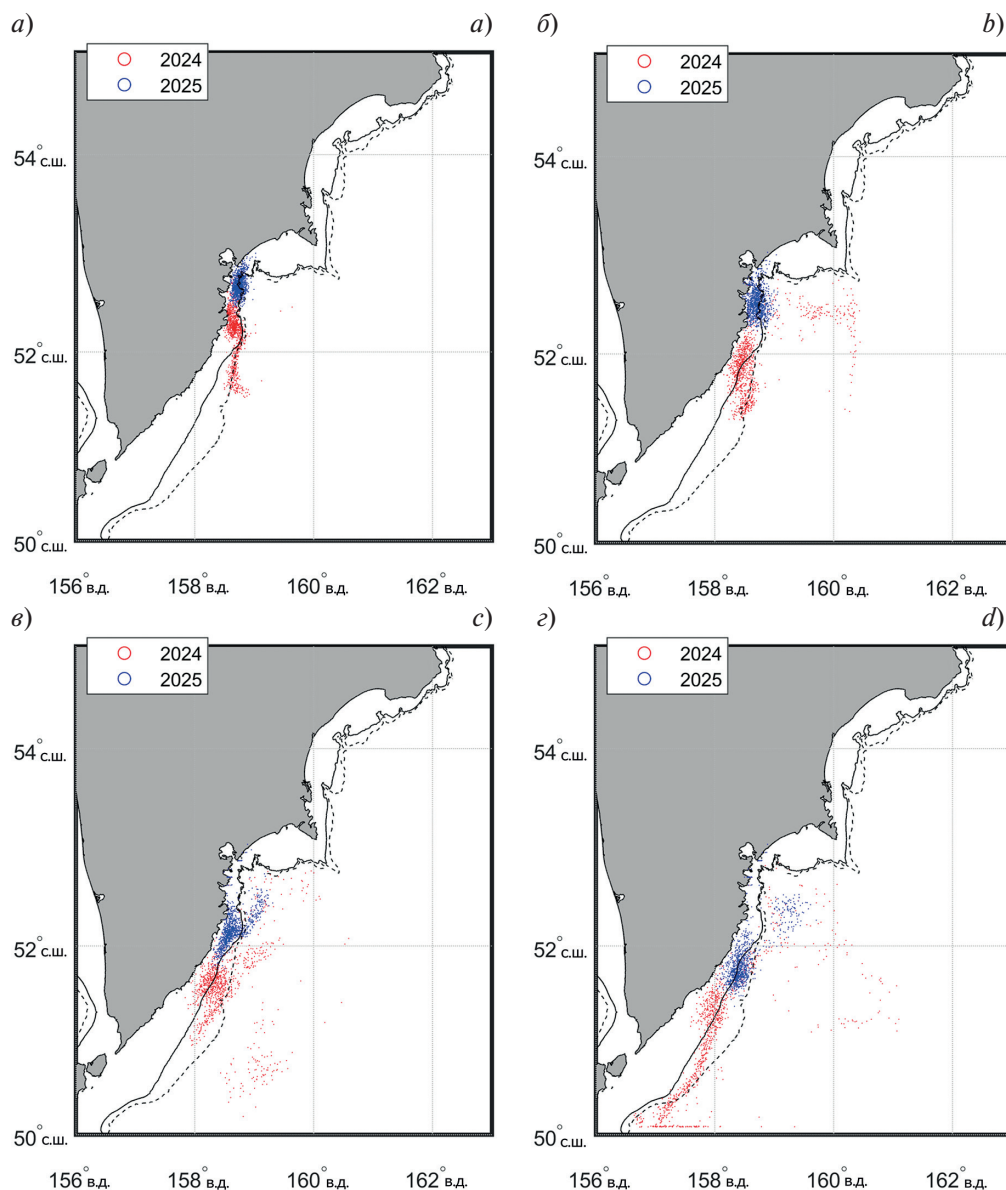
### 3. Результаты

Было выполнено 6 численных экспериментов по переносу ихтиопланктона: 1) фоновыми поверхностными течениями; 2) фоновой средней циркуляцией в верхнем двухсотметровом слое; 3) суммарной циркуляцией в верхнем двухсотметровом слое с учетом приливных течений для 2024 г. и аналогичные расчеты

<sup>3</sup> <https://ichthyop.org/>

для 2025 г. (4–6). Пассивные трассеры, имитирующие икру и личинок, задавались начальным «пятном» в вершине «Северного» каньона Авачинского залива после подъёма в поверхностные слои за счет естественного гравитационного всплытия и внешних факторов. Анализируется горизонтальное перемещение частиц с 04.04.2024 г. (пик нереста) по 03.05.2024 г.; аналогичный период был взят и для 2025 г. Дополнительно были проведены 2 расчета дрейфа частиц под действием только приливных течений для выбранных периодов 2024 и 2025 гг.

На рис. 5 представлены результаты моделирования, относящиеся к концу каждого недельного интервала расчета для случая суммарной циркуляции в слое 0–200 м с учетом приливных течений. Из комбинированного рисунка видно, что в 2024 г. частицы не задерживались над каньонами Авачинского залива — быстро, в течение первых двух недель, транспортировались на широкий шельф юго-восточного побережья,



**Рис. 5.** Положение модельных частиц через 7 дней (а), 14 дней (б), 21 день (в) и 28 дней (г) после начала расчета для суммы фоновых, осредненных в слое 0–200 м, и приливных скоростей. Трассеры в 2024 и 2025 гг. представлены разным цветом. Показаны изобаты 200 (сплошная линия) и 500 м (пунктир)

**Fig. 5.** Position of modelled particles after 7 days (a), 14 days (b), 21 days (c), and 28 days (d) from the start of the simulation, for total velocities including background currents averaged over the 0–200 m layer and tidal currents. Tracers for 2024 and 2025 are shown in different colors. Depth contours of 200 m (solid line) and 500 m (dashed line) are indicated



частично (около четверти начального количества) переносились в открытый океан. В следующие 2 недели (рис. 5, б, в) трассеры рассеивались над шельфом и подхватывались большим антициклоническим круговоротом. Частично трассеры поступали в глубоководные области открытого океана, но большая их часть уносилась к югу остаточной ветвью ККТ над континентальным склоном. Их скопление на южной границе области между 157°в.д. и 158°в.д. (рис. 5, г) вызвано алгоритмическим несовершенством реализации граничных условий в ИСНТНУОР. К концу расчетного периода только небольшое количество трассеров осталось в прибрежной зоне (рис. 5, г).

В отличие от 2024 г. поведение модельных трассеров в 2025 г. существенно иное, особенно в первую половину месяца. Как видно из рис. 5, а, вследствие слабых фоновых течений частицы задерживались в мелководной части Авачинского залива и над верхней частью каньонов, а площадь «пятна» частиц увеличилась за счет рассеивания. Постепенно «пятно» медленно смещалось на юг вдоль побережья (рис. 5, б), и только к концу третьей недели вышло на обширную часть шельфа (рис. 5, в), причем большая часть трассеров осталась в прибрежной области побережья. Постепенно происходило рассеивание частиц, и к концу расчета их большая часть все еще оставалась на шельфе и над континентальным склоном компактным «облаком» (рис. 5, г). Анимированные рисунки, соответствующие расчетам на рис. 5, представлены в дополнительных материалах<sup>4</sup>.

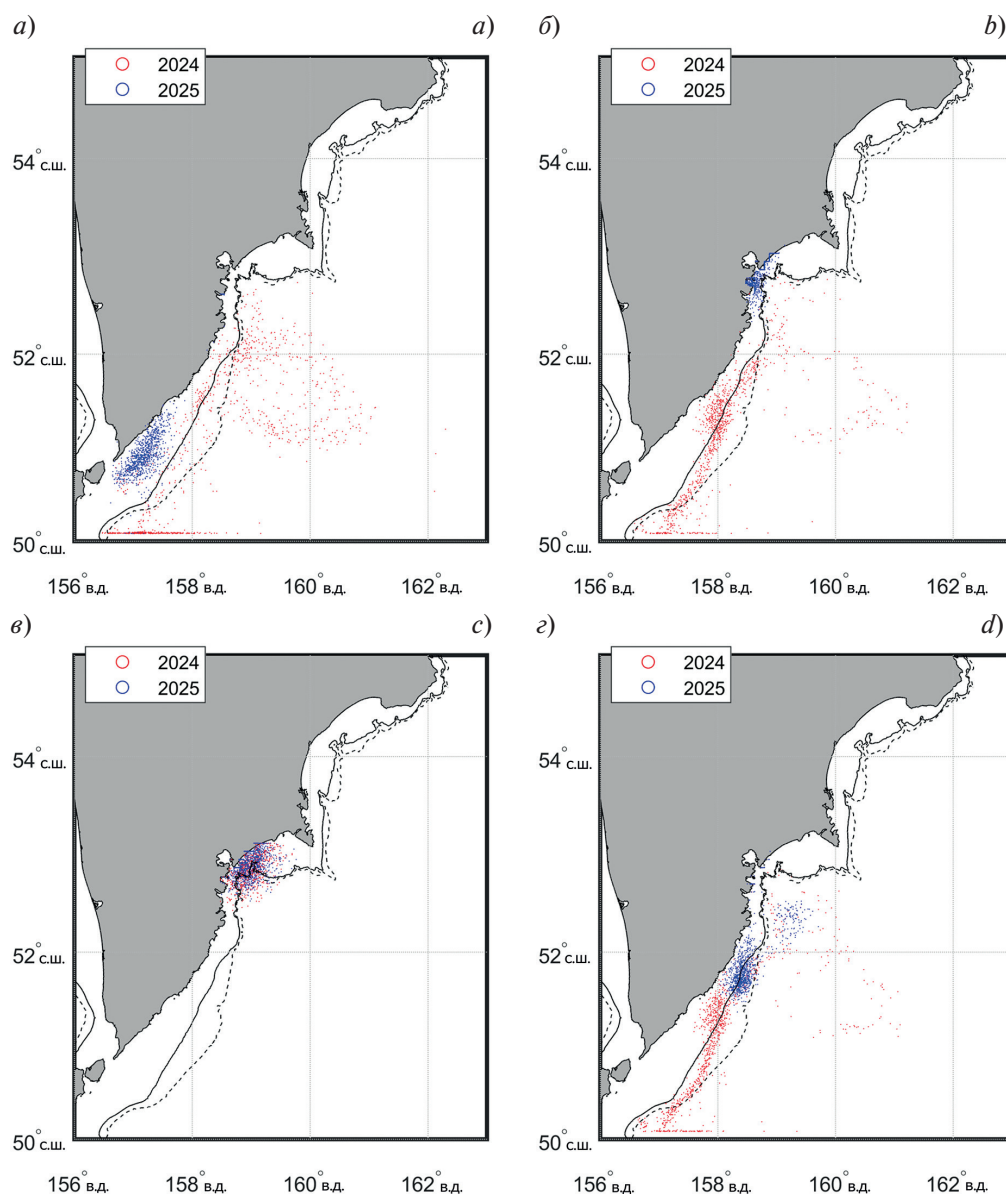
Рассмотрим особенности переноса частиц при использовании в ИСНТНУОР различных типов циркуляции. На рис. 6 показаны результаты моделирования, относящиеся к окончанию месячного интервала расчета при учете/неучете разных факторов. Видно, что выбор течений при моделировании влияет не только на дальность распространения частиц от точки начального посева, но и на характер рассеивания. Дальше всего трассеры распространились при использовании только поверхностных течений (рис. 6, а), причем в 2024 г. все частицы значительно рассеялись либо над шельфом, либо в открытом океане, а в 2025 г. — сохранили свою компактность. Заметим, что приливные течения здесь не были приняты в расчет. Результаты моделирования при использовании средней в поверхностном 200-метровом слое циркуляции (и также без учета прилива) показаны на рис. 6, б. Отметим схожесть итоговой картины для ситуации 2024 г. на рис. 6, б с той, что была получена при использовании суммарной циркуляции 2024 г. (рис. 5, г или рис. 6, г). Здесь вклад поверхностных течений не так заметен. Напротив, в 2025 г. (рис. 5, б) почти все трассеры остались в мелководной части Авачинского залива, где средние в верхнем слое течения очень слабы. Рисунок 6, в, представляющий расчет с одним приливом, проясняет эту ситуацию. Приливные течения непрерывно за весь расчет рассеивают начальное «пятно» частиц на большой площади благодаря, прежде всего, осциллирующему гидрографу скоростей в сочетании с нелинейным приливным остаточным переносом (см. раздел 2.2). Такой процесс способствует попаданию частиц в более глубокую часть шельфа и на континентальный склон, где уже средние в 200-метровом слое скорости достаточно значимы, чтобы унести частицы от места их «посева». Это и иллюстрирует рис. 6, г, а анализ этой ситуации с использованием суммарной циркуляции уже был выполнен ранее при описании рис. 5, г.

Результаты моделирования трассеров, очевидно, зависят от текущей системы течений в регионе (в том числе и от точности реанализа или прогноза фоновой циркуляции), однако реалистичное описание дрейфа требует также и учета приливной компоненты динамики вод. К сожалению, верифицировать результаты моделирования трассеров не представляется возможным ввиду отсутствия надежной натурной информации о площадном распределении икры и личинок минтая и их динамике. Однако будет целесообразно сразу указать причины, которые, вероятно, окажут влияние на результаты и внесут дополнительные различия между расчетными картинами распределения пассивных трассеров и результатами натурных наблюдений. Как уже было отмечено, точность расчета фоновых течений, особенно в прибрежной зоне, безусловно, влияет на модельный результат. Эти причины могут возникнуть также в ходе параметризации в ИСНТНУОР процессов развития (инкубации) икры и личинок, например, таких как смертность от внешних неблагоприятных условий, влияющих на общее количество частиц, или способность личинок на поздних стадиях к самостоятельному перемещению, в том числе вертикальные кормовые миграции, или более сложное поведение частиц у берега и других факторов. Важный момент заключается в следующем: количество нерестилищ в действительности больше, чем использовано в наших модельных расчетах, а интенсивность и пик нереста в них меняется от года к году. Кроме того, в ИСНТНУОР могут быть учтены другие динамические процессы, такие как ветровой и волновой дрейф. Учет вышеперечисленных факторов и процессов требует больше исходной информации и увеличивает число вариантов модельных расчетов. Однако мы этого

<sup>4</sup> Mercator-Fesom-200m\_ichthyop\_Apr2024. URL: <https://rutube.ru/video/95287b1f7a5d1e26244b446defbcece6/> (дата обращения: 23.11.2025); Mercator-Fesom-200m\_ichthyop\_Apr2025. URL: <https://rutube.ru/video/4d0d5eadb53a22c9d7ff1987f169f76f/> (дата обращения: 23.11.2025)



не сделали на данном этапе исследования, поскольку ставилась цель оценить влияние циркуляции вод на перенос икры и личинок в разные по динамической ситуации годы, а изучить это влияние в чистом виде возможно, лишь выбрав идентичные нерестовые условия.



**Рис. 6.** Положение частиц в конце расчетного интервала, полученное с помощью поверхностных течений (а), течений, осредненных в слое 0–200 м (б), приливных течений (в) и суммарных (приливных и осредненных в слое 0–200) течений (г). Трассеры в 2024 и 2025 гг. представлены разным цветом. Показаны изобаты 200 (сплошная линия) и 500 м (пунктир) (здесь фрагмент г повторяет фрагмент г на рис. 5)

**Fig. 6.** Particle positions at the end of the simulation interval obtained using surface currents (a), currents averaged over the 0–200 m layer (b), tidal currents (c), and total currents (tidal plus 0–200 m averaged) (d). Tracers for 2024 and 2025 are shown in different colors. Depth contours of 200 m (solid line) and 500 m (dashed line) are indicated (panel d is the same as panel d in Fig. 5)

#### 4. Заключение

На основе подготовленных данных для 2024 и 2025 гг. выполнено моделирование переноса пассивных частиц, имитирующего дрейф икры и личинок минтая, из очага глубоководного нереста, расположенного в вершине «Северного» каньона Авачинского залива. Согласно новым данным, это нерестилище являет-

ся условным центром воспроизводства восточнокамчатской популяции минтая. Считается, что в каньоне существуют благоприятные в динамическом отношении условия для развития икры в апреле-мае. По мере развития икра всплывает и попадает под действие течений в поверхностном слое океана, которые могут переносить ее и выклевавшихся личинок в области с различными термохалинными и кормовыми условиями. На вертикальное перемещение частиц могут оказывать и внешние факторы, например, внутренний прилив, наблюдаемый в вершине каньона.

Дрейф частиц за расчетный период существенно зависит от сформировавшейся в нерестовом периоде циркуляции. Модельные расчеты показали, что по сравнению с ситуацией 2024 г. частицы в 2025 г. перемещались медленнее и оставались ближе к побережью в районах с более теплыми и потенциально богатыми пищей водами, что повышает шансы на выживание ихтиопланктона и развития молоди рыб. В 2024 г. значительное количество частиц рассеивалось на акватории или дрейфовало в воды открытого океана, где условия выживания икры и личинок менее благоприятные.

Использование течений, осредненных в верхнем слое, вместо поверхностных течений является оправданным в предложенной постановке задачи, так как не вся икра или личинки попадают в поверхностные слои моря. Результаты моделирования с набором данных из поверхностной циркуляции указывают на то, что те частицы, которые все же оказываются в поверхностных слоях моря быстро выносятся из районов со спокойными гидродинамическими условиями и в большей степени рассеиваются по обширной акватории. Есть данные, указывающие на то, что личинки минтая в Авачинском заливе развиваются ниже слоя фотосинтеза [27], что подтверждает предпочтительность использования средних в верхнем слое течений.

На примере набора данных 2025 г. показано, что добавление приливных течений в фоновую циркуляцию способствует локальному рассеиванию частиц и может придать дополнительный импульс к их перемещению, препятствуя концентрации частиц в небольшой области. Насколько это важно для выживания икры и личинок минтая, остается неясным и требует новых исследований, в том числе специально спланированных ихтиопланктонных съёмок.

На основании результатов исследования можно сделать два предварительных вывода. Первый вывод заключается в том, что по нашим оценкам 2025 г. был более благоприятным по динамической ситуации для выживания и развития ранних стадий развития минтая, чем 2024 г. Насколько этот «прогноз» оправдается, покажет ближайшее будущее. Второе соображение касается определения места, где можно ожидать скопления ихтиопланктона в результате его дрейфа системой течений. Как следует из рис. 5, в, это — прибрежная область с характерным изменением ширины шельфа в районе, близком к точке 158.5°в.д., 52.25°с.ш., где как фоновые, так и приливные течения ослабевают.

Очевидно, что следующий этап исследований будет связан с получением новых ихтиопланктонных данных и развитием региональной трехмерной модели, учитывающей многообразие динамических процессов и особенности гидрологии региона.

### Финансирование

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда No 23-17-00174, <https://rscf.ru/project/23-17-00174>.

### Funding

This work was supported by the Russian Science Foundation, project No. 23-17-00174, <https://rscf.ru/en/project/23-17-00174/>.

### Конфликт интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

### Conflict of interests

The authors declare no conflict of interests.

### Дополнительные материалы

Результаты расчетов, соответствующие рис. 6, представлены в анимации интерфейса ICHTHYOP для ситуации 2024 г.: Mercator-Fesom-200m\_ichthyop\_Apr2024 (<https://rutube.ru/video/95287b1f7a5d1e26244b-446defbcece6/>) и 2025 г.: Mercator-Fesom-200m\_ichthyop\_Apr2025 (<https://rutube.ru/video/4d0d5ead-b53a22c9d7ff1987f169f76f/>).

## Supplementary Materials

Simulation results corresponding to Fig. 6 are presented as animations from the ICHTHYOP interface for 2024: Mercator-Fesom-200m\_ichthyop\_Apr2024 (<https://rutube.ru/video/95287b1f7a5d1e26244b446defbcece6/>) and 2025: Mercator-Fesom-200m\_ichthyop\_Apr2025 (<https://rutube.ru/video/4d0d5eadb53a22c9d7ff1987f169f76f/>).

## Литература

1. Золотов О.Г., Антонов Н.П. О популяционной структуре восточнокамчатского минтая // Тресковые дальневосточных морей. Владивосток: ТИНРО, 1986. С. 43–50.
2. Антонов Н.П. Биология и динамика численности восточнокамчатского минтая: Автореф. дис. ... канд. биол. наук. Владивосток: ИБМ ДВО РАН, 1991. 23 с.
3. Буслов А.В. Минтай восточного побережья Камчатки: современное состояние запасов и рекомендации по рациональной эксплуатации // Известия ТИНРО. 2008. Т. 152. С. 3–17. EDN JVUNYX
4. Варкентин А.И., Тепнин О.Б., Мельник Д.Я. и др. Экология глубоководного нереста восточнокамчатского минтая // Морской биологический журнал. 2026. Т. 11, № 2 (в печати).
5. Буслов А.В., Тепнин О.Б., Дубинина А.Ю. Особенности экологии нереста и эмбриогенеза восточнокамчатского минтая // Известия ТИНРО. 2004. Т. 138. С. 282–298. EDN НРМОУН
6. Гидрометеорология и гидрохимия морей. Т.Х. Берингово море. Вып. 1: Гидрометеорологические условия / Под ред. Ф.С. Терзиева. Санкт-Петербург: Гидрометеиздат, 1999. 301 с.
7. Рогачев К.А., Шлык Н.В. Характеристики вихрей Камчатского течения // Метеорология и гидрология. 2019. № 6. С. 70–79. EDN TQTLGT
8. Andreev A., Pipko I. Water Circulation, Temperature, Salinity, and pCO<sub>2</sub> Distribution in the Surface Layer of the East Kamchatka Current // Journal of Marine Science and Engineering. 2020. 10. 1787. EDN KJRDXH.  
<https://www.doi.org/10.3390/jmse10111787>
9. Тепнин О.Б. Изменчивость гидрологических условий в местах нереста восточнокамчатского минтая (*Gadus chalcogrammus*) в 2012–2022 гг. // Исследования водных биологических ресурсов Камчатки и северо-западной части Тихого океана. 2022. № 66. С. 79–93. EDN WPQKWL. <https://www.doi.org/10.15853/2072-8212.2022.66.79-93>
10. Зимин А.В., Романенков Д.А., Коник А.А. и др. Разномасштабная вихревая динамика на акватории Тихого океана, прилегающей к полуострову Камчатка и северным Курильским островам // Экологическая безопасность прибрежной и шельфовой зон моря. 2024. № 3. С. 16–35. EDN VPBEOU
11. Пранц С.В. Вихри глубоководных желобов северо-западной части Тихого океана: обзор // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. 2021. Т. 57, № 4. С. 387–400. EDN ESTQDT. <https://www.doi.org/10.31857/S0002351521040106>
12. Вакульская Н.М., Дубина В.А., Плотников В.В. Вихревая структура Восточно-Камчатского течения по спутниковым наблюдениям // Физика геосфер: сборник научных статей по избранным материалам XI Всероссийского симпозиума «Физика геосфер». Владивосток: Тихоокеанский океанологический институт им. В.И. Ильичева ДВО РАН, 2019. С. 73–81. EDN RFYYTR. <https://www.doi.org/10.35976/POI.2019.47.98.007>
13. Коник А.А., Зимин А.В., Атаджанова О.А. и др. Внутрисуточная изменчивость вертикальной структуры вод и распределения икры минтая в глубоководных каньонах Авачинского залива: натурный эксперимент в период нереста // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2024. Т. 17, № 4. С. 77–89. EDN OZPOOW. [https://www.doi.org/10.59887/2073-6673.2024.17\(4\)-6](https://www.doi.org/10.59887/2073-6673.2024.17(4)-6)
14. Зверькова Л.М. Влияние естественных факторов и промысла на численность минтая северо-восточной части Японского моря // Экология, запасы и промысел минтая. Владивосток: ТИНРО, 1981. С. 28–40.
15. Давыдов И.В. О сопряженности развития океанологических условий в основах рыбопромысловых районах дальневосточных морей // Известия ТИНРО. 1984. Т. 109. С. 3–16.
16. Булатов О.А. Межгодовая изменчивость запасов восточноберинговоморского минтая // Изменчивость состава ихтиофауны, урожайности поколений и методы прогнозирования запасов рыб в северной части Тихого океана: Сборник научных трудов / Министерство рыбного хозяйства СССР Тихоокеанский научно-исследовательский институт рыбного хозяйства и океанографии. Владивосток: ТИНРО, 1988. С. 4–16. EDN FUPRYA.
17. Балыкин П.А. Биология и состояние запасов минтая западной части Берингова моря: Автореф. дис...канд. биол. наук. Петропавловск-Камчатский: ТИНРО, 1990. 23 с.
18. Науменко Н.И., Балыкин П.А., Науменко Е.А., Шагинян Э.Р. Многолетние изменения в пелагическом ихтиоценозе западной части Берингова моря // Известия ТИНРО. 1990. Т. 111. С. 49–57. EDN QBSUIL
19. Варкентин А.И., Сергеева Н.П. Промысел и размерно-возрастной состав минтая *Theragra chalcogramma* Pallas (*Gadidae*) в промысловых уловах в восточной части Охотского моря // Исследования водных биологических ресурсов Камчатки и северо-западной части Тихого океана. 2002. Вып. 6. С. 75–87. EDN XYSPKX

20. Фигуркин А.Л. Океанологические условия шельфа и склона Охотского моря в холодную половину года и их влияние на нерест минтая: Автореф. ... канд. географ. наук. Владивосток: ТИНРО. 2003, 23 с. EDN NMONJX
21. Варкентин А.И., Тепнин О.Б., Саушкина Д.Я., Зимин А.В., Свергун Е.И. Урожайность поколений восточнокамчатского минтая и некоторые причины ее обуславливающие // Сохранение биоразнообразия Камчатки и прилегающих морей: Материалы XXV Всероссийской научной конференции, посвящённой 130-летию со дня рождения выдающегося российского исследователя ихтиофауны Дальнего Востока, д. б. н. Г.У. Линдберга (Петропавловск-Камчатский, 14–15 ноября 2024 г.). Петропавловск-Камчатский; М.: Изд-во Центра охраны дикой природы, 2024. С. 206–212.
22. Prants S.V., Budyansky M.V., Lobanov V.B., Sergeev A.F., Uleysky M.Y. Observation and Lagrangian analysis of quasi-stationary Kamchatka trench eddies // Journal of Geophysical Research: Oceans. 2020. 125. e2020JC016187. EDN EKJHNS. <https://www.doi.org/10.1029/2020JC016187>
23. Кивва К.К., Будянский М.В., Улейский М.Ю., Пранц С.В. Анализ пространственно-временной изменчивости распространения тихоокеанских вод в Охотском море на основе лагранжева подхода // Труды ВНИРО. 2023. Т. 193. С. 101–118. EDN IGNMDJ. <https://www.doi.org/10.36038/2307-3497-2023-193-101-118>
24. Будянский М.В., Пранц С.В., Самко Е.В., Улейский М.Ю. Выявление и лагранжев анализ океанографических структур перспективных для промысла кальмара Бартрама (*Ommastrephes bartramii*) в районе Южных Курил // Океанология. 2017. № 5. С. 720–730. EDN ZMDPMR. <https://www.doi.org/10.7868/S0030157417050069>
25. Будянский М.В., Кулик В.В., Кивва К.К., Улейский М.Ю., Пранц С.В. Лагранжев анализ тихоокеанских вод в Охотском море на основе спутниковых данных в приложении к промыслу минтая // Исследование Земли из космоса. 2022. № 5. С. 47–59. EDN HFUIDZ. <https://www.doi.org/10.31857/S0205961422050050>
26. Будянский М.В., Удалов А.А., Лебедева М.А., Белоненко Т.В. Оценка загрязнения вод Южно-Курильской рыболовной зоны России радиоактивными водами АЭС «Фукусима-1» на основе лагранжева моделирования // Доклады РАН. Науки о Земле. 2024. Т. 515, № 1. С. 164–174. EDN OYZZVY. <https://www.doi.org/10.31857/S2686739724030212>
27. Ильин О.И., Сергеева Н.П. Оценка убыли и продукции икры минтая (*Theragra chalcogramma*) в каньонах Авачинского залива // Исследования водных биологических ресурсов Камчатки и северо-западной части Тихого океана. 2014. Вып. 34. С. 81–86. EDN STANDH
28. Булатов О.А. Вертикальное распределение икры и личинок минтая // Вопросы рыболовства. 2017. Т. 18, № 3. С. 269–285. EDN ZFTKMN
29. Androsov A., Fofonova V., Kuznetsov I., et al. FESOM—C v.2: coastal dynamics on hybrid unstructured meshes // Geoscientific Model Development. 2019. Vol. 12. P. 1009–1028. EDN: SDGPOH. <https://doi.org/10.5194/gmd-12-1009-2019>
30. Романенков Д.А., Софьина Е.В., Родикова А.Е. Моделирование баротропного прилива у юго-восточного побережья п-ва Камчатка с учетом точности глобальных приливных моделей в северо-западном регионе Тихого океана // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2023. Т. 16, № 4. С. 45–62. EDN XTLTBK. [https://www.doi.org/10.5987/2073-6673.2023.16\(4\)-4](https://www.doi.org/10.5987/2073-6673.2023.16(4)-4)
31. Barrier N., Verley P., Lett C., Mullon C. Ichthyop: A Lagrangian tool for modelling ichthyoplankton dynamics (3.4.0.6). Zenodo. 2025. <https://www.doi.org/10.5281/zenodo.4243813>
32. Lett C., Verley P., Mullon C., et al. A Lagrangian tool for modelling ichthyoplankton dynamics // Environmental Modelling and Software. 2008. 23(9). P. 1210–1214. <https://www.doi.org/10.1016/j.envsoft.2008.02.005>

## References

1. Zolotov OG, Antonov NP. Concerning the population structure of the Eastern Kamchatka walleye pollock. *Treskovyye dalnevostochnykh morey*. Vladivostok: TINRO; 1986:43–50. (In Russ).
2. Antonov NP. Biology and dynamics of abundance of the eastern Kamchatka pollock. Extended Abstract of Cand. Sci. (Biol.) Dissertation. Vladivostok: DVO AN SSSR; 1991. 23 p. (In Russ).
3. Buslov AV. Walleye pollock of the eastern Kamchatka coast: Modern state of stock and recommendations for rational exploitation. *Izvestia TINRO*. 2008;152:3–17. (In Russ).
4. Varkentin AI, Tepnin OB, Melnik DY, et al. Ecology of deep-water spawning of East Kamchatka Pollock. *Marine Biological Journal*. 2026;11(2). (In press).
5. Buslov AV, Tepnin OB, Dubinina AYU. Some features of spawn ecology and embryogenesis of the East Kamchatka walleye pollock. *Izvestia TINRO*. 2004;138:282–297. (In Russ).
6. Hydrometeorology and Hydrochemistry of Seas of the USSR. Edited by Terziev FS. Vol. 10. The Bering Sea, Issue 1. Hydrometeorological Conditions. St. Petersburg: Gidrometeoizdat; 1999. 298 p. (In Russ).
7. Rogachev KA, Shlyk NV. Characteristics of the Kamchatka Current eddies. *Russian Meteorology and Hydrology*. 2019;44:416–423. <https://doi.org/10.3103/S1068373919060062>



8. Andreev A, Pipko I. Water circulation, temperature, salinity, and pCO<sub>2</sub> distribution in the surface layer of the East Kamchatka Current. *Journal of Marine Science and Engineering*. 2020;10:1787. <https://doi.org/10.3390/jmse10111787>
9. Tepnin OB. Variability of hydrological conditions at spawning sites of East Kamchatka walleye pollock (*Gadus chalcogrammus*) in 2012–2022. *Issledovaniya Vodnyh Biologicheskikh Resursov Kamchatki i Severo-Zapadnoj Chasti Tihogo Okeana*. 2022;66:79–93. <https://doi.org/10.15853/2072-8212.2022.66.79-93> (In Russ).
10. Zimin AV, Romanenkov DA, Konik AA, et al. Multiscale eddies dynamics in the Pacific Ocean adjacent to the Kamchatka Peninsula and the Northern Kuril Islands. *Ecological Safety of Coastal and Shelf Zones of Sea*. 2024;3:16–35.
11. Prants SV. Trench eddies in the Northwest Pacific: An overview. *Izvestiya, Atmospheric and Oceanic Physics*. 2021;57:341–353. <https://doi.org/10.1134/S0001433821040216>
12. Vakulskaya NM, Dubina VA, Plotnikov VV. Eddy structure of the East Kamchatka current according to satellite observations. Conference: Fizika geosfer. Vladivostok: V.I. Il'ichev Pacific Oceanological Institute; 2019:73–81. <https://doi.org/10.35976/POI.2019.47.98.007> (In Russ)
13. Konik AA, Zimin AV, Atadzhanova OA, et al. Intra-day variability of vertical water structure and distributions walleye pollock eggs in the deep-sea canyons of Avacha Bay: A field experiment during the spawning period. *Fundamental and Applied Hydrophysics*. 2024;17(4):77–89. [https://www.doi.org/10.59887/2073-6673.2024.17\(4\)-6](https://www.doi.org/10.59887/2073-6673.2024.17(4)-6)
14. Zverkova LM. Impacts of natural factors and fishery on abundance of pollock in the northeastern Japan Sea. *Ekologiya, zapasy i promysel mintaya*. Vladivostok: TINRO; 1981:28–40. (In Russ).
15. Davydov IV. On the conjugacy of the development of oceanographic conditions in the foundations of fishing areas of the Far Eastern seas. *Izvestia TINRO*. 1984;109:3–16. (In Russ).
16. Bulatov OA. Interannual variability of East Bering Sea pollock stocks. In: *Variability of ichthyofauna composition, productivity of generations and methods for forecasting fish stocks in the northern part of the Pacific Ocean*. Vladivostok: TINRO; 1988:4–16. (In Russ).
17. Balykin PA. Biology and status of pollock stocks in the western Bering Sea: Abstract of Cand. Sci. (Biol.). Petropavlovsk-Kamchatsky: TINRO; 1990. 23 p. (In Russ).
18. Naumenko NI, Balykin PA, Naumenko EA, Shaginyan ER. Long-term changes in pelagic ichthyofauna of the western part of Bering Sea. *Izvestia TINRO*. 1990;111:49–57. (In Russ).
19. Varkentin AI, Sergeeva NP. Fisheries and size-age composition of walleye pollock in the catches in the the east part of the Sea of Okhotsk. The researchers of the aquatic biological resources of Kamchatka and of the north-west part of the Pacific Ocean. 2002;6:75–86. (In Russ).
20. Figurkin AL. Oceanological conditions of the shelf and slope of the Sea of Okhotsk in the cold half of the year and their influence on pollock spawning: Abstract of a dissertation for a candidate of geographical sciences. Vladivostok: TINRO; 2003. 23 p. (In Russ).
21. Varkentin AI, Tepnin OB, Saushkina DY, Zimin AV, Svergun EI. Yield of East Kamchatka pollock generations and some of the reasons for it. Conservation of biodiversity of Kamchatka and coastal waters Materials of XV All-Russian scientific conference Petropavlovsk-Kamchatsky, November 14–15, 2024. (In Russ).
22. Prants SV, Budyansky MV, Lobanov VB, Sergeev AF, Uleysky MY. Observation and Lagrangian analysis of quasi-stationary Kamchatka trench eddies. *Journal of Geophysical Research: Oceans*. 2020;125: e2020JC016187. <https://doi.org/10.1029/2020JC016187>
23. Kivva KK, Budyansky MV, Uleysky MY, Prants SV. Analysis of spatio-temporal variability of Pacific water distribution in the Sea of Okhotsk based on Lagrangian approach. *Trudy VNIRO*. 2023;193:101–118. (In Russ). <https://doi.org/10.36038/2307-3497-2023-193-101-118>
24. Budyansky MV, Prants SV, Samko EV, et al. Identification and Lagrangian analysis of oceanographic structures favorable for fishery of neon flying squid (*Ommastrephes bartramii*) in the South Kuril area. *Oceanology*. 2017;57:648–660. <https://doi.org/10.1134/S0001437017050034>
25. Budyansky MV, Kulik VV, Kivva KK, et al. Lagrangian Analysis of Pacific Waters in the Sea of Okhotsk Based on Satellite Data in Application to the Walleye Pollock Fishery. *Izvestiya, Atmospheric and Oceanic Physics*. 2022;58:1427–1437. <https://doi.org/10.1134/S0001433822120088>
26. Budyansky MV, Udalov AA, Lebedeva MA, Belonenko TV. Assessment of Pollution of the Waters in the South Kuril Fishing Zone of Russia by Radioactive Waters from the Fukushima-1 NPP Based on Lagrangian Modeling. *Doklady Earth Sciences*. 2024;515(1):164–174. (In Russ). <https://doi.org/10.31857/S2686739724030212>
27. Ilin OI, Sergeeva NP. Estimation of egg losses waste and production of walleye pollock (*Theragra chalcogramma*) in the canyons of the Avachinsky Gulf. The researches of the aquatic biological resources of Kamchatka and the North-West Part of the Pacific Ocean. 2014;34:81–86. (In Russ).
28. Bulatov OA. The vertical distribution of the eggs and larvae of walleye Pollock. *Problems of Fisheries*. 2017;18(3):269–285. (In Russ).



29. Androsov A, Fofonova V, Kuznetsov I, et al. FESOM—C v.2: coastal dynamics on hybrid unstructured meshes. *Geoscientific Model Development*. 2019;12:1009–1028. <https://doi.org/10.5194/gmd-12-1009-2019>
30. Romanenkov DA, Sofina EV, Rodikova AE. Modeling of Barotropic Tide off the Southeastern Coast of the Kamchatka Peninsula in View of the Accuracy of Global Tidal Models in the Northwest Pacific Ocean. *Fundamental and Applied Hydrophysics*. 2023;16(4):45–62. [https://www.doi.org/10.59887/2073-6673.2023.16\(4\)-4](https://www.doi.org/10.59887/2073-6673.2023.16(4)-4)
31. Barrier N, Verley P, Lett C, Mullon C. Ichthyop: A Lagrangian tool for modelling ichthyoplankton dynamics (3.4.0.6). Zenodo; 2025. <https://doi.org/10.5281/zenodo.4243813>
32. Lett C, Verley P, Mullon C, et al. A Lagrangian tool for modelling ichthyoplankton dynamics. *Environmental Modelling and Software*. 2008;23(9):1210–1214. <https://doi.org/10.1016/j.envsoft.2008.02.005>

#### Об авторах

- РОМАНЕНКОВ Дмитрий Анатольевич, ведущий научный сотрудник СПбФ ИО РАН, кандидат географических наук, ORCID: 0009-0005-0374-486X, WoS ResearcherID: U-8280-2017, Scopus AuthorID: 6506855768, SPIN-код (РИНЦ): 4872-3349, e-mail: dmromanenkov@yandex.ru
- СОФЬИНА Екатерина Владимировна, ведущий научный сотрудник СПбФ ИО РАН, кандидат физико-математических наук, ORCID: 0000-0001-9206-8253, WoS ResearcherID: E-3920-2014, Scopus AuthorID: 23111468200, SPIN-код (РИНЦ): 8904-4934, e-mail: sofjina\_k@mail.ru
- МАХОВИКОВ Алексей Дмитриевич, аспирант СПбГУ, ORCID: 0009-0007-7680-1380, SPIN-код: 5673-7287, e-mail: alexmakhovikov@gmail.com
- ВИНОГРАДОВА Ирина Константиновна, студентка СПбГТИ(ТУ), ORCID: 0009-0007-8841-9525, WoS ResearcherID: NQE-6763-2025, SPIN-код: 5889-0010, e-mail: irakvinogradova@gmail.com
- ВАРКЕНТИН Александр Иванович, ведущий научный сотрудник КамчатНИРО, кандидат биологических наук, ORCID: 0000-0002-1735-0088, WoS ResearcherID: ADK-2588-2022, SPIN-код (РИНЦ): 6126-6033, e-mail: a.varkentin@kamniro.vniro.ru
- ЗИМИН Алексей Вадимович, главный научный сотрудник СПбФ ИО РАН, доктор географических наук, ORCID: 0000-0003-1662-6385, WoS ResearcherID: C-5885-2014, Scopus AuthorID: 55032301400, SPIN-код (РИНЦ): 9833-3460, e-mail: zimin2@mail.ru
- МЕЛЬНИК Дарья Ярославовна, старший специалист КамчатНИРО, ORCID: 0000-0001-8913-0386, WoS ResearcherID: AAY-8161-2021, Scopus AuthorID: 57219658866, SPIN-код (РИНЦ): 4059-2130, e-mail: d\_melnik@rambler.ru



DOI [https://doi.org/10.59887/2073-6673.2025.18\(4\)-9](https://doi.org/10.59887/2073-6673.2025.18(4)-9)

EDN <https://elibrary.ru/uznwkf>

УДК 532.5+519.63

© О. И. Гусев\*, Г. С. Хакимзянов, В. С. Скиба, Л. Б. Чубаров, 2025

Федеральный исследовательский центр информационных и вычислительных технологий, 630090, Новосибирск, проспект Академика М.А. Лаврентьева, д. 6

\*GusevOI@ict.nsc.ru

### Формулы для оценки воздействия бора и уединённой волны на полупогруженное тело, полученные аппроксимацией результатов численного моделирования<sup>1</sup>

Статья поступила в редакцию 25.07.2025, после доработки 10.11.2025, принята в печать 23.11.2025

#### Аннотация

Настоящая работа посвящена построению аналитических соотношений для оценки характеристик воздействия вертикального бора и уединённой волны на полупогруженное фиксированное тело. Такие оценки необходимы при проектировании и эксплуатации объектов, размещённых и зафиксированных в прибрежных зонах в виде частично погруженных в воду сооружений. Эти соотношения строятся при помощи аппроксимации результатов выполненных массовых расчётов с перебором таких параметров задачи, как заглубление и длина тела, амплитуда набегающей волны.

Рассматриваются максимальные заплески на лицевую и тыльную грани тела, горизонтальная и вертикальная составляющие суммарной волновой силы. Задачи о воздействии бора и уединённой волны численно решаются с использованием одномерных моделей мелкой воды первого и второго длинноволнового приближения соответственно. Приводятся оценки средней и максимальной относительных погрешностей формул, а также сопоставления получаемых с их помощью результатов с решениями из других исследований.

Анализ этих сопоставлений позволяет сделать вывод о возможности применения построенных формул в рассматриваемом диапазоне параметров задачи.

**Ключевые слова:** уединённая волна, вертикальный бор, полупогруженное тело, мелкая вода, нелинейная дисперсия, численный алгоритм, аппроксимация данных

© О. И. Гусев\*, Г. С. Хакимзянов, В. С. Скиба, Л. Б. Чубаров, 2025

Federal Research Center for Information and Computational Technologies, 6 Academician M.A. Lavrentiev Ave., Novosibirsk, 6630090, Russia

\*GusevOI@ict.nsc.ru

### Formulas for estimating the effects exerted by a bore and a solitary wave on a partially immersed structure, obtained by approximating the results of numerical simulations<sup>1</sup>

Received 25.07.2025, Revised 10.11.2025, Accepted 23.11.2025

#### Abstract

This study derives analytical formulas for estimating the loads exerted by a bore and a solitary wave on a fixed, partially immersed body. These estimates are required in the design and operation of coastal structures. The formulas are obtained by fitting results from extensive numerical simulations spanning variations in body submergence, body length, and incident-wave amplitude. We consider runup heights on the front and back sides of the body, as well as the horizontal and vertical components of the

<sup>1</sup> Перевод статьи на английский язык представлен в электронном формате этого выпуска на сайте журнала  
The English translation of the article is available in the electronic format of this issue on the journal's website

**Ссылка для цитирования:** Гусев О.И., Хакимзянов Г.С., Скиба В.С., Чубаров Л.Б. Формулы для оценки воздействия бора и уединённой волны на полупогруженное тело, полученные аппроксимацией результатов численного моделирования // *Фундаментальная и прикладная гидрофизика*. 2025. Т. 18, № 4. С. 120–137. EDN UZNWKF.  
[https://doi.org/10.59887/2073-6673.2025.18\(4\)-9](https://doi.org/10.59887/2073-6673.2025.18(4)-9)

**For citation:** Gusev O.I., Khakimzyanov G.S., Skiba V.S., Chubarov L.B. Formulas for estimating the effects exerted by a bore and a solitary wave on a partially immersed structure, obtained by approximating the results of numerical simulations. *Fundamental and Applied Hydrophysics*. 2025;18(4):120–137. [https://doi.org/10.59887/2073-6673.2025.18\(4\)-9](https://doi.org/10.59887/2073-6673.2025.18(4)-9)

resultant wave force. The bore and solitary-wave problems are solved using one-dimensional shallow water models based on the first and second long-wave approximations, respectively. We report the average and maximum relative errors of the formulas and compare their predictions with results from previous studies. These comparisons demonstrate that the proposed formulas are applicable across the parameter ranges considered.

**Keywords:** solitary wave, vertical bore, partially immersed structure, shallow water, nonlinear dispersion, numerical algorithm, data fitting

## 1. Введение

При проектировании и эксплуатации объектов, размещённых и зафиксированных в прибрежных зонах в виде частично погруженных в воду сооружений (например, хранилищ сжиженного природного газа, плавучих атомных электростанций и т. д.), необходимо оценивать возможное воздействие поверхностных волн на сооружение, в том числе длинных волн типа цунами. Такие задачи решаются аналитическими методами [1, 2] и экспериментально [3–5], но в последнее время всё больше работ посвящено численному моделированию [6, 7]. Многие из этих работ рассматривают единичные случаи воздействия волны на полупогруженное тело [8–10] для демонстрации работоспособности предлагаемого численного алгоритма, в некоторых исследованиях [11–13] фиксируется некоторый базовый набор параметров и приводятся графики зависимостей искомых характеристик от одного из них. Для практических нужд проектировщиков и инженеров эти результаты использовать крайне сложно, а работ, в которых были бы приведены формулы для оценок характеристик воздействия волн на частично погруженное тело даже в простейших постановках чрезвычайно мало. Авторы статьи [14] на основе лабораторных экспериментов и численных расчётов в рамках уравнений Навье–Стокса приводят формулы для вычисления максимального заплеска уединённой волны налицевую грань тела и горизонтальной составляющей суммарной волновой силы, но только для одной, очень малой, длины тела. В работе [15] аналитическими методами получена формула для оценки горизонтальной составляющей силы воздействия вертикального бора на частично погруженное тело.

На 17-й Всероссийской конференции «Прикладные технологии гидроакустики и гидрофизики» был сделан доклад [16], в котором представлены результаты численного моделирования взаимодействия длинных поверхностных волн с большими неподвижными полупогруженными в воду прибрежными сооружениями. В настоящей работе более подробно обсуждается вопрос о построении аналитических соотношений для оценки характеристик воздействия вертикального бора и уединённой волны на полупогруженное фиксированное тело. Рассматривается самая упрощённая постановка задачи, когда процесс взаимодействия не зависит от одной из горизонтальных координат, дно акватории и днище тело считаются горизонтальными, а боковые грани — вертикальными.

Идея заключается в том, чтобы провести массовые расчёты взаимодействия бора и уединённой волны на тело, варьируя в некоторых пределах параметры задачи (начальную амплитуду волны  $a_0$ , заглубление  $d$  и длину  $L$  тела), после чего аппроксимировать полученные результаты заплесков налицевую и тыльную грани тела, а также горизонтальной и вертикальной составляющей силового воздействия волны на тело формулами, которые можно было бы легко использовать для инженерных и других работ. При этом воздействие бора моделируется в рамках классической модели мелкой воды (SV-модель) [17], потому что именно эта модель допускает распространение бора без изменения формы (ступеньки), а воздействие уединённой волны — в рамках нелинейно-дисперсионной (SGN-) модели по той же причине: уединённая волна распространяется без изменения формы. Более того, расчётов будет несколько тысяч, поэтому экономия ресурсов моделями мелкой воды становится как никогда актуальной.

Для построения формул, аппроксимирующих результаты расчётов, предлагается следующий алгоритм:

- 1) определить диапазоны параметров задачи, в которых используемые модели работают адекватно, создать соответствующие дискретные наборы, представляющие эти диапазоны;
- 2) выполнить массовые расчёты, собрать необходимые характеристики в соответствующие файлы;
- 3) исследовать зависимости нужной характеристики от каждого параметра задачи в отдельности (например, зависимость заплеска налицевую грань от амплитуды при фиксированных остальных параметрах), и подобрать функции, которые хорошо описывают такие зависимости;
- 4) используя зависимости от каждого параметра и априорную информацию о характеристике, построить общую формулу, возможно, с большим количеством коэффициентов;
- 5) определить «оптимальный» набор коэффициентов, минимизируя в некотором смысле погрешность формулы относительно данных расчётов;

б) по возможности сократить формулу, избавляясь от наименее значащих слагаемых, каждый раз заново проводя оптимизацию из предыдущего пункта.

Настоящая статья устроена следующим образом. В разделе 2 кратко представлены модели мелкой воды второго (SGN) и первого (SV) длинноволнового приближения [18], используемые при расчётах воздействия бора и уединённой волны на полупогруженное тело, а также метод для аппроксимации данных расчётов формулой. Раздел 3 посвящён выводу аналитических соотношений (формул) для оценки характеристик воздействия бора на полупогруженное тело, а раздел 4 — воздействия уединённой волны, при этом рассматриваются максимальные за всё время расчёта заплески на лицевую и тыльную грани тела, горизонтальная и вертикальная составляющие суммарной волновой силы. В заключительном пункте 4.5 приводится пример использования полученных формул для сравнения с результатами расчётов [10].

## 2. Модели и методы

### 2.1. Постановка задачи для моделей мелкой воды

Рассматривается течение жидкости со свободной поверхностью в бассейне с непроницаемыми плоскими вертикальными стенками и расположенным в нем полупогруженным неподвижным телом прямоугольной формы с горизонтальным днищем. Предполагается, что поверхностные волны распространяются по нормали к боковым граням тела, а параметры течения не зависят от одной из горизонтальных координат. Декартова система координат  $Oxy$  с вертикальной осью  $Oy$  выбирается так, чтобы уравнение свободной поверхности покоящейся жидкости имело вид  $y = 0$ , а горизонтальное дно бассейна определялось уравнением  $y = -h_0$  (рис. 1). При этом левая и правая границы бассейна будут иметь координаты  $x = 0$  и  $x = l$ , соответственно, лицевая и тыльная грани тела  $x = x_l$  и  $x = x_r$  ( $0 < x_l < x_r < l$ ), днище тела —  $y = -d$  ( $0 < d < h_0$ ).

Исследование взаимодействия поверхностных волн с полупогруженными телами выполнялось в рамках моделей мелкой воды первого (SV) и второго (SGN) длинноволнового приближения для течений несжимаемой невязкой жидкости с плотностью  $\rho$  (далее  $\rho = 1$ ). При использовании этих моделей область течения  $D = (0, l)$  разбивается на внешнюю подобласть  $D^e = (0, x_l) \cup (x_r, l)$ , в которой имеет место течение жидкости со свободной границей, и внутреннюю —  $D^i = (x_l, x_r)$  с течением несжимаемой жидкости в пространстве между днищем полупогруженного тела и дном акватории. Для склеивания решений в этих подобластях использовались условия сопряжения на их общих границах.

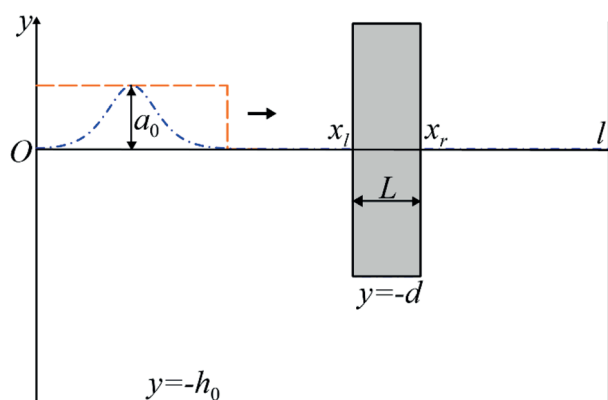


Рис. 1. Схема области течения и обозначения в задаче о взаимодействии бора (штриховая линия) и уединенной волны (штрихпунктирная линия) с полупогруженным неподвижным сооружением прямоугольной формы

Fig. 1. Schematic diagram of the computational domain in the problem of interaction of the bore (dashed line) and the solitary wave (dash-dotted line) with a partially immersed and fixed structure of rectangular shape

### 2.2. Уравнения во внешней области $D^e$

Уравнения нелинейно-дисперсионной SGN-модели в области  $D^e$  для случая горизонтального дна бассейна записываются в следующем виде [18]:

$$H_t + (Hu)_x = 0, (Hu)_t + (Hu^2 + p)_x = 0, x \in D^e, \quad (1)$$

где  $t$  — время,  $u(x, t)$  — осредненная по глубине горизонтальная скорость потока,  $H(x, t) = \eta(x, t) + h_0$  — полная глубина,  $\eta(x, t)$  — отклонение свободной поверхности от невозмущенного уровня,  $p = g \frac{H^2}{2} - \phi$  — проинтегрированная по толщине слоя жидкости главная часть давления, удерживаемая в длинноволновом приближении,  $g$  — ускорение свободного падения,  $\phi$  — дисперсионная составляющая величины  $p$ ,

$$\phi = \frac{H^3}{3} (u_{xt} + uu_{xx} - u_x^2).$$



Искомые величинами в уравнениях (1) являются полная глубина  $H$ , скорость  $u$  и дисперсионная составляющая давления  $\varphi$ . Последняя находится на каждом шаге по времени как решение линейного относительно  $\varphi$  обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка

$$(k\varphi_x)_x - k_0\varphi = F, \quad (2)$$

где  $k = 1/H$ ,  $k_0 = 3/H^3$ ,  $F = g\eta_{xx} + 2u_x^2$ .

Для системы уравнений (1), (2) задаются краевые условия на границе бассейна  $\Gamma_0 = \{0; l\}$  [18] и на общей границе  $\Gamma = \{x_l; x_r\}$  подобластей  $D^e$  и  $D^i : \eta_x|_{x \in \Gamma} = 0$ , а также условия сопряжения в точках  $x \in \Gamma$  (см. пункт 2.4) и начальные условия в  $D$ . Уравнения SV-модели в области  $D^e$  выводятся из (1) исключением слагаемых, содержащих дисперсионную добавку  $\varphi$ . Отметим, что правая граница области  $x = l$  располагалась на достаточном расстоянии от тела так, чтобы отражённые от неё волны не успели повлиять на характеристики воздействия набегающей волны на тело.

### 2.3. Уравнения во внутренней области $D^i$

Во внутренней области решается система уравнений для нестационарных внутриканальных течений идеальной несжимаемой жидкости [19]. Для рассматриваемой здесь одномерной задачи с неподвижными дном и горизонтальными днищем тела и дном акватории эта система принимает вид

$$u_x^i = 0, \quad u_t^i + p_x^i/S_0 = 0, \quad x \in D^i, \quad (3)$$

где  $S_0$  — постоянная толщина слоя жидкости под телом  $S_0 = h_0 - d$ ,  $u^i(x, t)$  — осредненная по  $S_0$  горизонтальная компонента скорости течения,  $p^i(x, t)$  — проинтегрированное по  $S_0$  давление.

Первое уравнение в (3) выражает независимость скорости от координаты  $x$ , что естественно для течения несжимаемой жидкости в канале постоянного сечения. Таким образом, скорость под телом зависит только от времени  $t$ , и в этой области необходимо определять давление  $p^i(x, t)$  и расход  $u^i(t)$ . Давление можно исключить из вычислений, если уравнение движения в (3) проинтегрировать по области  $D^i$ , что приводит к уравнению

$$\dot{u}^i(t) = -\frac{p|_{x_r-0} - p|_{x_l+0}}{S_0 L}. \quad (4)$$

В этом уравнении и ниже обозначения  $\cdot|_{x_l-0}$ ,  $\cdot|_{x_r+0}$  используются для предельных со стороны внешней области  $D^e$  значений зависимых переменных в точках  $x_l$  и  $x_r$ , соответственно, а  $\cdot|_{x_l+0}$ ,  $\cdot|_{x_r-0}$  — для предельных со стороны внутренней области  $D^i$ . Уравнение (4) указывает на то, что изменение скорости жидкости под телом связано с разностью значений давления на границе  $\Gamma$  внутренней области  $D^i$ . Эти граничные значения давления  $p_i$  определяются с помощью условий сопряжения, связывающих течения жидкости во внешней и внутренней подобластях.

### 2.4. Условия сопряжения

Условие на массовый расход [19] в рассматриваемой здесь одномерной задаче имеет вид

$$(Hu)|_{x_l-0} = S_0 u^i = (Hu)|_{x_r+0} \quad (5)$$

и выражает равенство расхода  $S_0 u^i(t)$  потоку жидкости, втекающему под тело, и потоку, вытекающему из-под тела. В условиях сопряжения на  $\Gamma$ , кроме (5), задаются также связи давления [19] вне тела и под ним, что в одномерном случае с горизонтальными дном бассейна и днищем тела для SGN-модели можно записать как

$$\frac{p^i|_{x_l+0}}{S_0} = \left[ g \left( H - \frac{S_0}{2} \right) - \frac{\Phi}{2H^3} (3H^2 - S_0^2) \right]_{x_l-0} \quad (6)$$

и аналогично для  $x_r$ . При использовании SV-модели будут справедливы соотношения (6) после исключения слагаемых, содержащих дисперсионную добавку  $\varphi$ .

Отметим, что в используемом подходе учитываются и волны, отражённые от лицевой грани тела, и волны, прошедшие под телом и воздействующие на его тыльную грань.

## 2.5. Вычисление компонент суммарной волновой силы

Значения горизонтальной составляющей  $F_h(t)$  гидродинамической силы воздействия волн на тело прямоугольной формы в бассейне с ровным дном определяются в SGN-модели по формуле [20]

$$\frac{F_h(t)}{\rho g h_0^2} = \left[ \frac{(\bar{H} - \bar{S}_0)^2}{2} \left( 1 - \frac{2\bar{H} + \bar{S}_0}{\bar{H}^3} \bar{\varphi} \right) \right] \Big|_{x_r+0}^{x_l-0}, \quad (7)$$

а для SV-модели она упрощается:

$$\frac{F_h(t)}{\rho g h_0^2} = (\bar{\eta}(x_l, t) - \bar{\eta}(x_r, t)) \left( \frac{\bar{\eta}(x_l, t) + \bar{\eta}(x_r, t)}{2} + \bar{d} \right). \quad (8)$$

Здесь и далее используются безразмерные величины  $\bar{H} = H/h_0$ ,  $\bar{\eta} = \eta/h_0$ ,  $\bar{S}_0 = S_0/h_0$ ,  $\bar{d} = d/h_0$ ,  $\bar{L} = L/h_0$ ,  $\bar{\varphi} = \varphi/(gh_0^2)$ ,  $\bar{a} = a_0/h_0$ . Вертикальная составляющая силы для SGN-модели в рассматриваемом случае вычисляется по формуле [20]

$$\frac{F_v(t)}{\rho g h_0^2} = \frac{\bar{L}}{2} \left( \left( \bar{\eta} - \bar{\varphi} \frac{3\bar{H}^2 - \bar{S}_0}{2\bar{H}^3} \right) \Big|_{x_l-0} + \left( \bar{\eta} - \bar{\varphi} \frac{3\bar{H}^2 - \bar{S}_0}{2\bar{H}^3} \right) \Big|_{x_r+0} \right), \quad (9)$$

а для SV-модели по формуле:

$$\frac{F_v(t)}{\rho g h_0^2} = \frac{\bar{L}}{2} (\bar{\eta}(x_l, t) + \bar{\eta}(x_r, t)). \quad (10)$$

## 2.6. Численный метод

Для численного решения задачи в рамках моделей мелкой воды используется схема предиктор-корректор, представленная ранее в монографии [21] и модифицированная [17, 20, 22] с учетом необходимости численной реализации условий сопряжения на общей границе внешней и внутренней подобластей. Валидация этих моделей выполнена с использованием «эталонной» Pot-модели потенциальных течений идеальной жидкости со свободной границей [13], а также данных мелкомасштабных лабораторных экспериментов [4].

## 2.7. Аппроксимация данных

В настоящем пункте комментируются методы и процедуры, используемые для аппроксимации расчетных данных формулой с заданной структурой, так что задача сводится к определению ее коэффициентов, минимизирующих погрешность аппроксимации.

Нужно заметить, что минимизация суммы квадратов абсолютных значений погрешностей может привести к неудаче в случаях, когда минимизируется погрешность характеристики взаимодействия, которая в зависимости от параметров задачи может различаться на несколько порядков. Поэтому далее будет минимизироваться сумма квадратов относительных погрешностей.

Для поиска оптимальных наборов коэффициентов, минимизирующих максимальную относительную погрешность, авторы используют сторонние процедуры `least_squares` и `basinhopping` из библиотеки `SciPy Optimize`, написанные на языке Python [23].

Процедура `least_squares` предназначена для решения нелинейных (здесь относительно коэффициентов формулы) задач. Она ищет локальный минимум суммы квадратов относительной ошибки. Эта процедура считает довольно быстро, и несмотря на то, что не гарантирует глобальность максимума и не позволяет минимизировать максимальную относительную ошибку, во многих случаях она позволяет получить удовлетворительный результат. Процедура `basinhopping` работает несколько медленнее, но позволяет найти глобальный минимум для заданной функции, в качестве которой в настоящей работе использовалось произведение суммы квадратов относительной ошибки на максимальную относительную ошибку.

## 3. Воздействие бора на полупогруженное тело

В работе [24] было замечено, что характеристики воздействия бора не зависят от длины тела  $L$  кроме вертикальной силы, которая зависит от  $L$  прямо пропорционально. Аналогичные выводы сделали авторы

работы [15]. В той же работе [24] на решении задачи о воздействии бора на вертикальную стенку сравнением с аналитическим решением был проверен численный алгоритм, используемый и в настоящем исследовании, а также приведены графики зависимостей горизонтальной и вертикальной составляющих волновой силы от заглубления при начальной амплитуде бора  $\bar{a} = 0,2$ . Здесь эти результаты будут обобщены, и предложены формулы, аппроксимирующие расчетные данные.

Серийные вычислительные эксперименты проводились для следующих наборов параметров (значение  $\bar{L} = 5$  использовалось во всех расчётах):

$$\bar{a} = [0,01; 0,02; \dots; 0,1; 0,15; \dots; 0,5], \quad \bar{d} = [0,05; 0,1; \dots; 1]. \quad (11)$$

Отметим, что для достаточно точного воспроизведения разрывных решений расчёты воздействия бора проводились с очень маленьким шагом  $\Delta x/h_0 = 0,005$ .

### 3.1. Формулы для оценки максимального заплеска бора

Здесь рассматривается максимальный заплеск только на лицевую грань, поскольку на тыльной грани уровень свободной поверхности при воздействии бора монотонно поднимается до начальной амплитуды бора. Было замечено, что для такого типа волны максимальный заплеск не зависит ни от заглубления тела  $d$ , ни от его длины  $L$  а зависимость от  $a_0$  хорошо описывается квадратичной функцией

$$R_l/h_0 = 0,423\bar{a}^2 + 2\bar{a}. \quad (12)$$

Максимальная относительная погрешность формулы (12) составляет 0,7 %, средняя — 0,4 %.

Поскольку эта формула не зависит от значения  $d$ , её можно применять и для оценки максимального заплеска бора на вертикальную стенку (случай  $\bar{d} = 1$ ), когда известно аналитическое решение [25], которое вычисляется для заданной начальной амплитуды бора  $\bar{a}$  решением нелинейного уравнения

$$f(z) = z^3 + 2(1 + \bar{a})z^2 - \bar{a}^2(2 + \bar{a}_0)z - \bar{a}^2(2 + \bar{a})(1 + \bar{a}) = 0. \quad (13)$$

Это уравнение при каждом  $\bar{a} > 0$  имеет единственный положительный корень  $z$ , и максимальный заплеск вычисляется как  $R_l/h_0 = z + \bar{a}$ . Полученные таким образом решения практически неотличимы от результатов, определенных по формуле (12), во всем рассмотренном диапазоне начальных амплитуд бора, что подтверждает возможность использования формулы (12).

### 3.2. Формулы для оценки горизонтальной составляющей силы воздействия бора

При построении формулы для горизонтальной составляющей силы воздействия бора учитывалось, что: сила не зависит от  $L$ ; зависимость от  $d$  хорошо описывается линейной функцией; зависимость от  $a_0$  хорошо описывается кубической функцией; при  $a_0 = 0$  сила равна нулю.

Итоговая формула

$$\frac{F_h}{\rho g h_0^2} = 1,987(\bar{a}^2 + \bar{a}\bar{d}) + 0,503\bar{a}^2\bar{d} + 0,859\bar{a}^3, \quad (14)$$

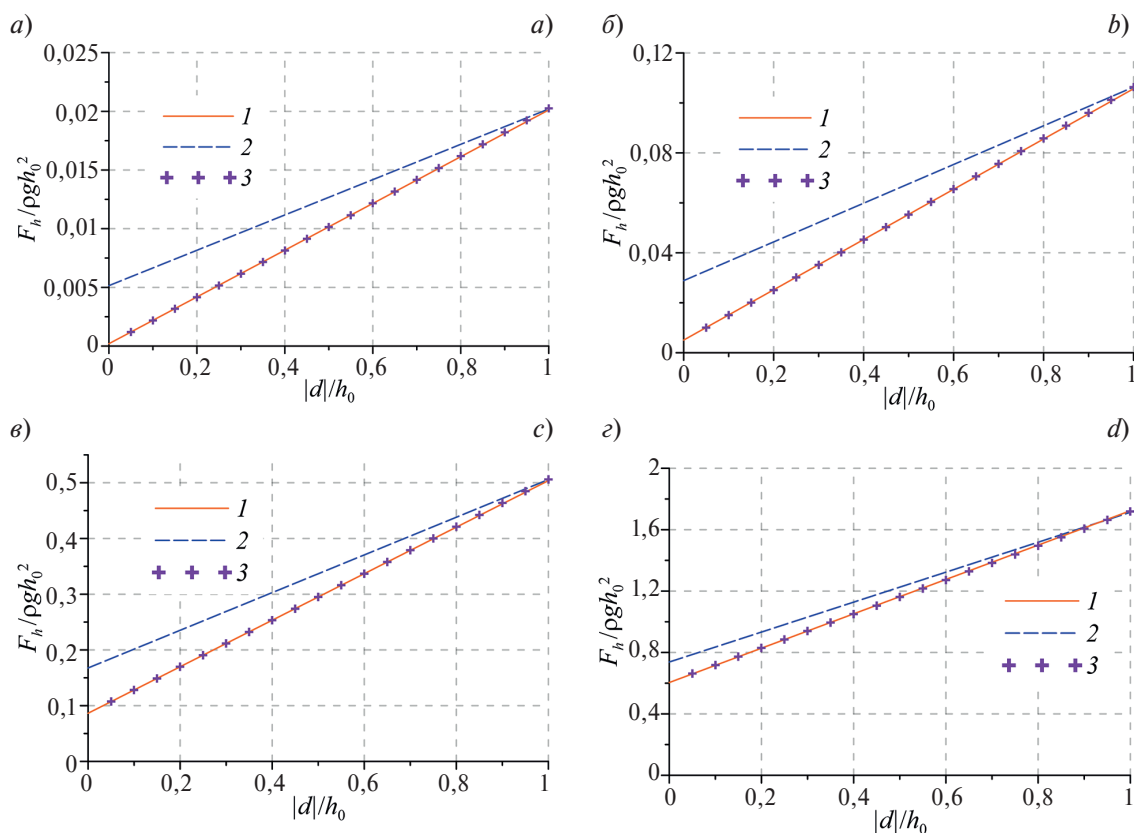
полученная в результате вычисления оптимальных коэффициентов, хорошо приближает результаты проведенных авторами расчётов, так что максимальная относительная погрешность составляет менее 0,7 %, средняя — 0,2 %.

Авторами было выполнено сопоставление приведенной выше формулы (14) с инженерной формулой для вычисления горизонтальной составляющей волновой силы, оказываемой бором на полупогруженное тело, предложенной ранее в работе [15]:

$$\frac{F_h}{\rho g h_0^2} = \frac{1}{2} \left( \left( \frac{H_3}{h_0} \right)^2 - 1 \right) \cdot \left( 1 - \frac{(1 - \bar{d})}{H_3/h_0} \right), \quad (15)$$

где  $H_3$  — максимальная полная глубина у сплошной вертикальной стенки, то есть в обозначениях настоящей статьи  $H_3/h_0 = 1 + R_l/h_0$ . При использовании формулы (15) вначале вычисляется сила воздействия на стенку, а затем определяется сила воздействия на тело в виде линейной зависимости от заглубления, выражающей долю от силы воздействия на стенку. Величина  $H_3$  определяется аналитически, например, из уравнения (13): при  $\bar{a} = 0,01$  имеем  $H_3/h_0 = 1,02$ ; при  $\bar{a} = 0,05$  —  $H_3/h_0 = 1,10122$ ; при  $\bar{a} = 0,2$  —  $H_3/h_0 = 1,41833$ ; при  $\bar{a} = 0,5$  —  $H_3/h_0 = 2,10405$ .

На рис. 2 приведены графики горизонтальной составляющей силы, построенные по формулам (14) и (15) для начальной амплитуды бора  $\bar{a} = 0,01; 0,05; 0,2$  и  $0,5$ . Графики показывают, что при  $\bar{d} = 1$ , то есть для случая воздействия на вертикальную стенку, кривые довольно близки, но при больших амплитудах с уменьшением величины  $\bar{d}$  различия между ними растут и достигают 73 %, при этом как правило формула (15) завышает значения силы.



**Рис. 2.** Построенные по формулам (14) (линия 1) и (15) (линия 2) зависимости от заглубления  $d$  максимальной горизонтальной составляющей суммарной волновой силы, оказываемой на полупогруженное тело бором с начальной амплитудой  $\bar{a} = 0,01$  (а),  $\bar{a} = 0,05$  (б),  $\bar{a} = 0,2$  (в) и  $\bar{a} = 0,5$  (г). Маркеры (3) соответствуют результатам расчетов настоящей работы

**Fig. 2.** Dependences on the submergence  $d$  of the maximum horizontal component of the total wave force exerted on the partially immersed body by the bore with initial amplitude  $\bar{a} = 0,01$  (a),  $\bar{a} = 0,05$  (b),  $\bar{a} = 0,2$  (c) and  $\bar{a} = 0,5$  (d). The graphs (1) and (2) are plotted using formulas (14) and (15) respectively, and the markers (3) correspond to the results of the numerical simulations

### 3.3. Формулы для оценки вертикальной составляющей силы воздействия бора

Вертикальная составляющая силы воздействия бора прямо пропорциональна длине тела  $L$ , но не зависит от  $d$ , и формула для её вычисления получается весьма лаконичной:

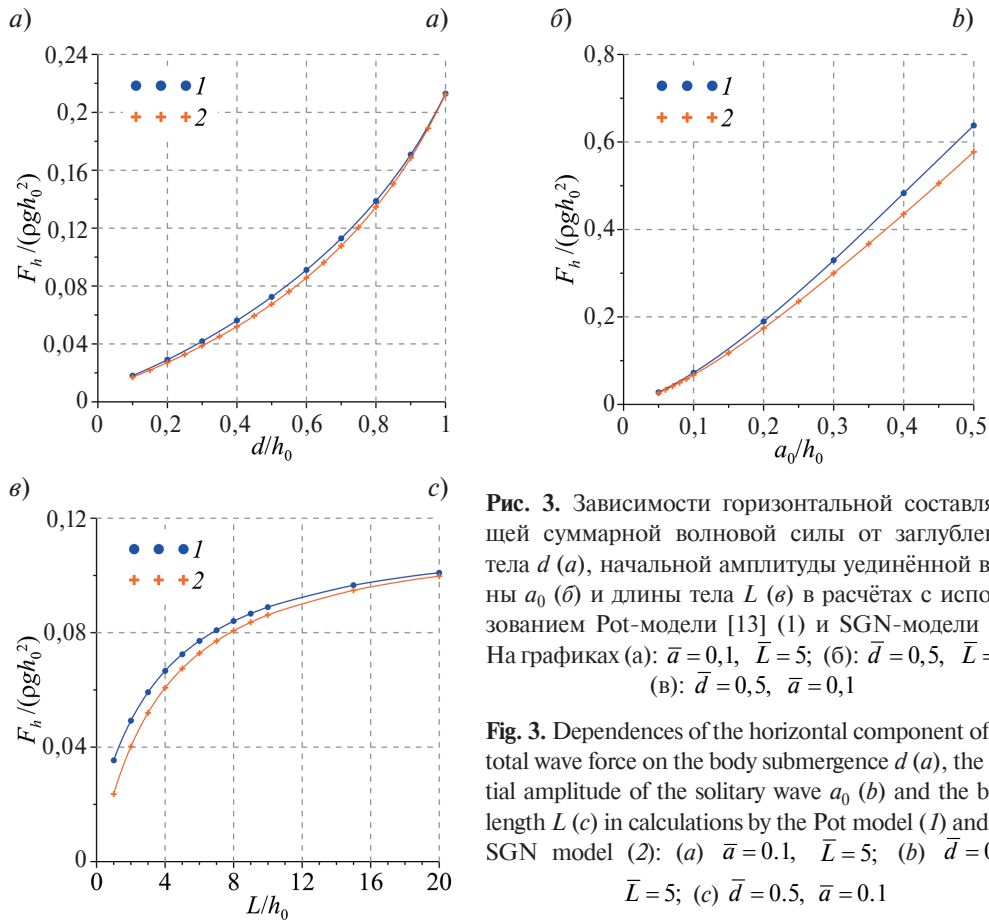
$$\frac{F_v}{\rho g h_0^2} = \bar{L}(0,286\bar{a}^2 + \bar{a}). \quad (16)$$

Максимальная относительная ошибка формулы составляет менее 0,6 %, средняя — 0,2 %.

## 4. Воздействие уединённой волны на полупогруженное тело

Расчёты взаимодействия уединённой волны с полупогруженным телом проводились с использованием SGN-модели, валидация которой выполнена сравнением полученных численных решений с результатами, рассчитанными в рамках модели потенциальных течений (Pot-модели) [13], и с данными мелкомасштабных лабораторных экспериментов. Так, например, в [22] показано, что максимальный заплеск на лицевую и тыльную грани тела, а также амплитуды отражённой и прошедшей под телом волны хорошо согласуются

в расчётах по SGN и Pot-моделям в широком диапазоне параметров задачи, за исключением задач с телами малой длины ( $\bar{L} < 3$ ), где отличия могут достигать более 15 %. Аналогичные выводы сделаны по результатам расчётов горизонтальной составляющей волновой силы (рис. 3). Графики, представленные на этом рисунке, позволяют сопоставить результаты, полученные с использованием Pot-модели [13] с результатами настоящего исследования по SGN-модели. Они показали, что при варьировании заглубления тела  $d$  согласие между моделями остаётся очень хорошим во всём диапазоне; при увеличении амплитуды  $a_0$  уединённой волны различия растут, но не превышают 10 %; при уменьшении длины тела  $L$  различия растут и при  $\bar{L} < 3$  достигают более 15 %, причём SGN-модель занижает значения силы, поэтому авторы настоятельно рекомендуют использовать представляемые здесь результаты для уединённой волны только при решении задач с  $\bar{L} \geq 3$ .



**Рис. 3.** Зависимости горизонтальной составляющей суммарной волновой силы от заглубления тела  $d$  (а), начальной амплитуды уединённой волны  $a_0$  (б) и длины тела  $L$  (в) в расчётах с использованием Pot-модели [13] (1) и SGN-модели (2). На графиках (а):  $\bar{a} = 0,1$ ,  $\bar{L} = 5$ ; (б):  $\bar{d} = 0,5$ ,  $\bar{L} = 5$ ; (в):  $\bar{d} = 0,5$ ,  $\bar{a} = 0,1$

**Fig. 3.** Dependences of the horizontal component of the total wave force on the body submergence  $d$  (a), the initial amplitude of the solitary wave  $a_0$  (b) and the body length  $L$  (c) in calculations by the Pot model (1) and the SGN model (2): (a)  $\bar{a} = 0,1$ ,  $\bar{L} = 5$ ; (b)  $\bar{d} = 0,5$ ,  $\bar{L} = 5$ ; (c)  $\bar{d} = 0,5$ ,  $\bar{a} = 0,1$

Для обсуждаемой задачи было проведено 3240 расчётов силового воздействия с использованием SGN-модели и параметров, изменяющихся в следующих диапазонах:

$$\bar{a} = [0,01; 0,02; \dots; 0,1; 0,15; \dots; 0,5], \quad \bar{d} = [0,05; 0,1; \dots; 1], \quad \bar{L} = [3; 4; \dots; 10; 25]. \quad (17)$$

При формировании конечного набора расчётных данных часть вариантов с большой начальной амплитудой уединённой волны и малым заглублением тела, в которых происходило осушение дна, были исключены, так что оставшихся «приемлемых» результатов оказалось 3055.

#### 4.1. Формулы для оценки заплеска уединенной волны на лицевую грань тела

Для построения формулы, аппроксимирующей величину максимального заплеска на лицевую грань полупогруженного закрепленного тела, использовались следующие предположения: каждая из зависимостей от заглубления  $d$  и длины  $L$  хорошо аппроксимируются дробно-линейными функциями, а от начальной амплитуды падающей волны  $a_0$  — дробно-рациональной, в которой степень числителя была равна 3, а знаменателя — 1; при  $a_0 = 0$  заплеск равен нулю; при  $\bar{d} = 1$  заплеск не зависит от  $L$ .



Тогда структура «полной» формулы может быть представлена в виде

$$\frac{R_l}{h_0} = \bar{a} \frac{\bar{L} \left( k_1 \bar{a}^2 \bar{d} + k_2 \bar{a}^2 + k_3 \bar{a} \bar{d} + k_4 \bar{a} + k_5 \bar{d} + k_6 \right) + (1 - \bar{d}) (\bar{a}^2 + k_7 \bar{a} + k_8)}{\bar{L} (k_9 \bar{a} \bar{d} + k_{10} \bar{a} + k_{11} \bar{d} + k_{12}) + (1 - \bar{d}) (k_{13} \bar{a} + k_{14})}. \quad (18)$$

Процедура поиска «оптимальных» значений коэффициентов  $k_i$  приводит к набору, представленному в табл. 1.

Таблица 1

Table 1

**Значения «оптимальных» коэффициентов формулы (18)**

**The «optimal» values of the coefficients for formula (18)**

$k_1$	$k_2$	$k_3$	$k_4$	$k_5$	$k_6$	$k_7$	$k_8$	$k_9$	$k_{10}$	$k_{11}$	$k_{12}$	$k_{13}$	$k_{14}$
−0,078	0,26	−0,037	0,75	0,0031	0,0044	0,048	0,16	−0,032	0,39	0,0022	0,0016	0,42	0,17

Формула (18) с коэффициентами из табл. 1 хорошо приближает результаты массовых расчётов так, что максимальная относительная погрешность составляет 2,5 %, средняя — 0,3 % (см. линии 2 на рис. 4). Различие в коэффициентах этой формулы на несколько порядков привело к попытке её упрощения занулением относительно малых значений, после чего процедура оптимизации была повторена. Таким образом была получена следующая формула:

$$\frac{R_l}{h_0} = \bar{a} \frac{\bar{L} \bar{a} (0,211 \bar{a} + 0,629) + (1 - \bar{d}) \cdot (\bar{a}^2 - 0,19 \bar{a} + 0,0822)}{0,32 \bar{L} \bar{a} + (1 - \bar{d}) \cdot (0,389 \bar{a} + 0,0822)}. \quad (19)$$

Максимальная относительная погрешность формулы (19) — 3,7 %, средняя — 0,9 % (см. линии 3 на рис. 4).

В случае вертикальной стенки ( $\bar{d} = 1$ ) из формулы (19) следует:

$$\frac{R_l}{h_0} = 0,66 \bar{a}^2 + 1,966 \bar{a}. \quad (20)$$

Задача о воздействии уединённой волны на вертикальную стенку хорошо изучена аналитически, экспериментально и численно. Так, авторы статьи [26] аналитическими методами вывели формулу

$$\frac{R_l}{h_0} = 0,5 \bar{a}^2 + 2 \bar{a}, \quad (21)$$

которая позже была уточнена в статье [27]:

$$\frac{R_l}{h_0} = 2 \bar{a} + 0,5 \bar{a}^2 + 0,75 \bar{a}^3. \quad (22)$$

В работе [14] на основе лабораторных экспериментов и численных расчётов предложена формула для оценки заплеска уединённой волны на полупогруженное тело очень малой длины,  $\bar{L} \approx 0,16$ , которая в случае  $\bar{d} = 1$  принимает вид:

$$\frac{R_l}{h_0} = 2,55 \bar{a}^{1,17}. \quad (23)$$

Графики зависимостей максимального заплеска на вертикальную стенку, построенные по формулам (20)–(23), а также экспериментальным данным [28–31] и расчётам в рамках модели Эйлера [32, 33] и модели потенциальных течений [13], представлены на рис. 5. Анализ этих графиков приводит к выводу о том, что представленные на них результаты неплохо согласуются вплоть до амплитуды  $\bar{a} = 0,5$ , что подтверждает пригодность формулы (20) в этом диапазоне, и косвенно формулы (19) для оценки заплеска уединённой волны на лицевую грань полупогруженного закрепленного тела.

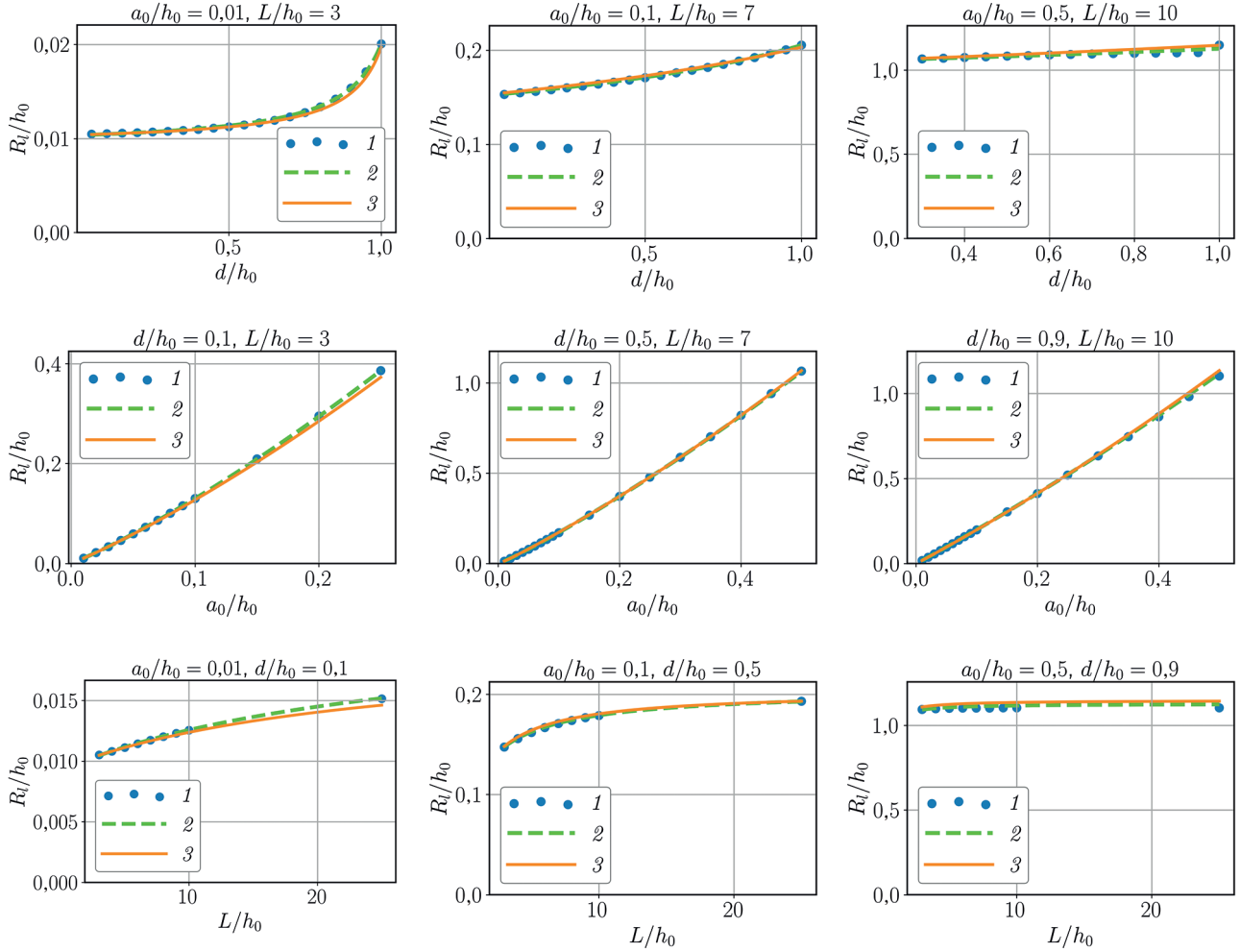


Рис. 4. Зависимости максимального заплеска на лицевую грань тела от заглубления тела  $d$ , начальной амплитуды уединённой волны  $a_0$  и длины тела  $L$ : 1 — результаты расчётов, 2 — формула (18), 3 — (19)

Fig. 4. Dependences of the maximum runup on the front side of the body on the body submergence  $d$ , the initial amplitude of the solitary wave  $a_0$  and the body length  $L$ : 1 — the numerical solutions; 2 — formula (18); 3 — (19)

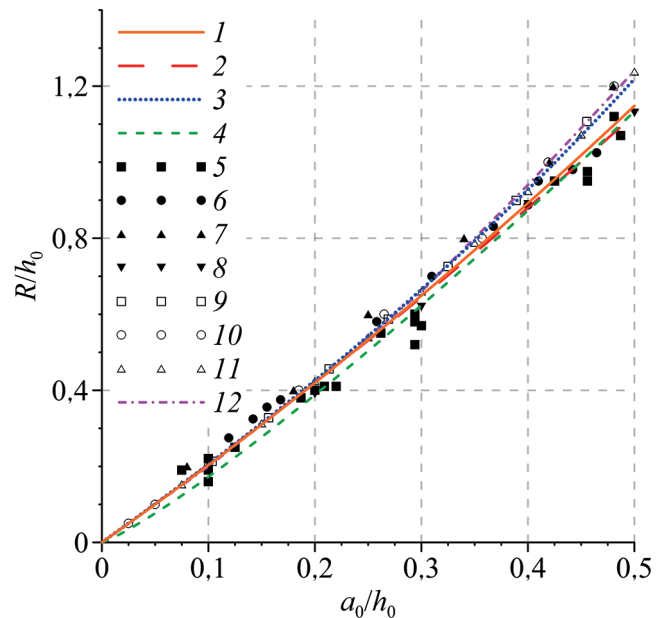


Рис. 5. Зависимость максимального заплеска  $R$  на вертикальную стенку от амплитуды уединённой волны  $a_0$ : 1 — по формуле (20), 2 — (21), 3 — (22), 4 — (23); по данным лабораторных экспериментов: 5 — [29], 6 — [28], 7 — [31], 8 — [30]; результаты расчетов: 9 — [34], 10 — [32], 11 — [33], 12 — [13]

Fig. 5. Dependences of the maximum runup  $R$  on the vertical wall on the amplitude of the solitary wave  $a_0$  obtained by formulas (20) — 1, (21) — 2, (22) — 3 and (23) — 4; according to laboratory experiments by 5 — [29], 6 — [28], 7 — [31], 8 — [30]; calculation results by 9 — [34], 10 — [32], 11 — [33], 12 — [13]

#### 4.2. Формулы для оценки заплеска уединенной волны на тыльную грань тела

При построении формулы для оценки заплеска уединенной волны на тыльную грань полупогруженного закрепленного тела учитывалось, что: зависимость от длины тела  $L$  хорошо аппроксимируется дробно-линейной функцией; зависимость от заглубления  $d$  хорошо аппроксимируется дробно-рациональной функцией со степенью 2 в числителе и 1 в знаменателе; зависимость от начальной амплитуды набегающей на тело уединенной волны  $a_0$  хорошо аппроксимируется дробно-рациональной функцией со степенью 3 в числителе и 1 в знаменателе; при  $a_0 = 0$  заплеск на тыльную грань тела равен нулю; в случае вертикальной стенки (при  $\bar{d} = 1$ ) заплеск на тыльную грань тела равен нулю. Тогда «полная» формула принимает вид:

$$\frac{R_r}{h_0} = \bar{a}(1 - \bar{d}) \left( \frac{N_1 + N_2}{D_1} \right), \quad (24)$$

где

$$\begin{cases} N_1 = k_1 \bar{a}^2 \bar{d} \bar{L} + k_2 \bar{a}^2 \bar{d} + k_3 \bar{a}^2 \bar{L} + k_4 \bar{a}^2 + k_5 \bar{a} \bar{d} \bar{L} + k_6 \bar{a} \bar{d}, \\ N_2 = k_7 \bar{a} \bar{L} + k_8 \bar{d} \bar{L} + k_9 \bar{a} + k_{10} \bar{d} + k_{11} \bar{L} + k_{12}, \\ D_1 = k_{13} \bar{a} \bar{d} \bar{L} + k_{14} \bar{a} \bar{d} + k_{15} \bar{a} \bar{L} + k_{16} \bar{d} \bar{L} + k_{17} \bar{a} + k_{18} \bar{d} + k_{19} \bar{L} + 1. \end{cases} \quad (25)$$

Процедура поиска «оптимальных» коэффициентов приводит к набору значений, представленному в табл. 2. Максимальная относительная погрешность формулы (24) с коэффициентами из табл. 2 составляет 4,2 %, средняя — 1,1 %.

Таблица 2

Table 2

Значения «оптимальных» коэффициентов формулы (24)

The «optimal» values of the coefficients for formula (24)

$k_1$	$k_2$	$k_3$	$k_4$	$k_5$	$k_6$	$k_7$	$k_8$	$k_9$	$k_{10}$	$k_{11}$	$k_{12}$	$k_{13}$	$k_{14}$	$k_{15}$	$k_{16}$	$k_{17}$	$k_{18}$	$k_{19}$
-0,084	6,21	0,24	-12,95	$-2 \cdot 10^{-3}$	-2,06	-0,07	-0,01	15,56	0,15	0,013	1,1	-0,18	-12,31	1,75	-0,013	12,52	-0,99	0,027

«Упрощенная» формула имеет следующий вид:

$$\frac{R_r}{h_0} = \bar{a}(1 - \bar{d}) \frac{0,233 \bar{a}^2 \bar{d} - 0,68 \bar{a}^2 + 1,066 \bar{a} + 0,105}{(1 - \bar{d}) \cdot (\bar{a} + 0,094) + \bar{L}(0,133 \bar{a} + 0,00115)}. \quad (26)$$

Максимальная относительная погрешность этой формулы составляет 5,1 %, средняя — 1,3 %.

#### 4.3. Формулы для горизонтальной составляющей силы воздействия уединённой волны

При построении «полной» формулы для горизонтальной составляющей силы воздействия уединённой волны на полупогруженное закрепленное тело учитывалось, что: зависимости от заглубления тела  $d$  и его длины  $L$  хорошо аппроксимировались дробно-линейными функциями, а от начальной амплитуды падающей на тело волны  $a_0$  — дробно рациональной, в которой степень числителя была равна 3, а знаменателя — 1; при  $a_0 = 0$  искомая силовая компонента должна быть равна нулю; при  $\bar{d} = 1$  эта компонента не должна зависеть от  $L$ .

Тогда «полную» формулу можно представить в таком виде:

$$\frac{F_h}{\rho g h_0^2} = \bar{a} \frac{\bar{L}(k_1 \bar{a}^2 \bar{d} + k_2 \bar{a}^2 + \bar{a} \bar{d} + k_3 \bar{a} + k_4 \bar{d} + k_5) + (1 - \bar{d}) \cdot (k_6 \bar{a}^2 + k_7 \bar{a} + k_8)}{\bar{L}(k_9 \bar{a} \bar{d} + k_{10} \bar{a} + k_{11} \bar{d} + k_{12}) + (1 - \bar{d}) \cdot (k_{13} \bar{a} + k_{14})}. \quad (27)$$

Полученные «оптимальные» значения коэффициентов приведены в табл. .

Таблица 3

Table 3

Значения «оптимальных» коэффициентов формулы (27)

The «optimal» values of the coefficients for formula (27)

$k_1$	$k_2$	$k_3$	$k_4$	$k_5$	$k_6$	$k_7$	$k_8$	$k_9$	$k_{10}$	$k_{11}$	$k_{12}$	$k_{13}$	$k_{14}$
-0,8	0,77	0,039	0,016	$-2,9 \cdot 10^{-4}$	0,41	-0,075	$2,2 \cdot 10^{-4}$	$-3,7 \cdot 10^{-3}$	0,48	$1,7 \cdot 10^{-3}$	$6,7 \cdot 10^{-3}$	0,847	0,32

Формула (27) при параметрах из табл. показывает неплохое соответствие расчётным данным, так что максимальная относительная погрешность составляет 6,2 %, средняя — 1,2 %. Применяя изложенную выше процедуру упрощения к формуле (27), авторы пришли к соотношению

$$\frac{F_h}{\rho g h_0^2} = \bar{a} \frac{\bar{L}(0,785(1-\bar{d})\bar{a}^2 + \bar{a}\bar{d} + 0,0329\bar{a} + 0,0132\bar{d}) + (1-\bar{d}) \cdot (0,741\bar{a}^2 - 0,109\bar{a})}{\bar{L}(0,477\bar{a} + 0,00694) + (1-\bar{d}) \cdot (0,986\bar{a} + 0,286)}. \quad (28)$$

Максимальная относительная погрешность формулы (28) 6,8 %, средняя — 1,3 %.

Для оценки максимальной силы, оказываемой уединённой волной на вертикальную стенку ( $\bar{d} = 1$ ) из (28) следует:

$$\frac{F_h}{\rho g h_0^2} = \bar{a} \frac{1,0329\bar{a} + 0,0132}{0,477\bar{a} + 0,00694}. \quad (29)$$

В работе [14] для этого случая по результатам лабораторных экспериментов и расчётов в рамках модели Навье-Стокса построена формула:

$$\frac{F_h}{\rho g h_0^2} = 2,65(1 - \exp(-\bar{a}^{1,14})). \quad (30)$$

Авторы настоящей статьи аппроксимировали результаты расчётов, выполненных в рамках модели потенциальных течений, формулой [13]:

$$\frac{F_h}{\rho g h_0^2} = 0,11\bar{a}^2 + 2,19\bar{a}. \quad (31)$$

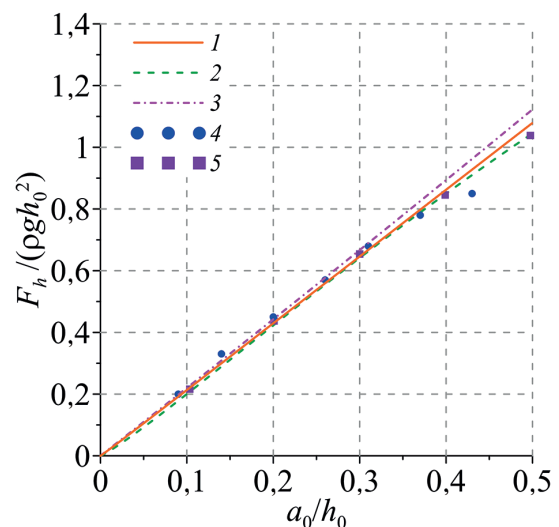
На рис. приведены графики, соответствующие формулам (29)–(31) [35] и расчётам из [33]. Как показывает этот рисунок, кривые, полученные по разным формулам и численным расчётам, хорошо согласуются в рассмотренном диапазоне.

#### 4.4. Формулы для вертикальной составляющей силы воздействия уединённой волны

При построении «полной» формулы для вертикальной составляющей силы воздействия на полупогруженное закрепленное тело учитывалось, что: зависимость от  $d$  очень слабая и хорошо описывается линейной функцией; зависимость от  $L$  также хорошо описывается линейной функцией; зависимость от начальной амплитуды  $a_0$ , воздействующей на тело волны, хорошо описывается кубической зависимостью; при  $a_0 = 0$  или при  $L = 0$  вертикальная составляющая силы

**Рис. 6.** Зависимости максимальной волновой силы, действующей на вертикальную стенку, от амплитуды уединённой волны  $a_0$ , определенные по формулам (29) — кривая 1, (30) — кривая 2, (31) — кривая 3, результаты лабораторных экспериментов [35] — маркеры 4; результаты расчётов [33] — маркеры 5

**Fig. 6.** Dependences of the maximum wave impact on the vertical wall on the amplitude of the solitary wave  $a_0$ , determined by formulas (29) — 1, (30) — 2, (31) — 3; results of the laboratory experiments by [35] — 4; results of the calculations by [33] — 5



равна нулю; при  $\bar{d} = 1$  вертикальная составляющая силы также равна нулю, но результаты таких расчетов исключались при построении формулы, поскольку при  $\bar{d} \rightarrow 1$  стремления определяемой вертикальной составляющей к нулю не наблюдается.

С учетом этих положений была предложена следующая структура формулы для оценки вертикальной составляющей силы воздействия уединенной волны:

$$\frac{F_v}{\rho g h_0^2} = \bar{L} \cdot (\bar{a}^3 (k_1 \bar{d} + k_2) + \bar{a}^2 (k_3 \bar{d} + k_4) + \bar{a} (k_5 \bar{d} + k_6)). \quad (32)$$

«Оптимальные» значения коэффициентов приведены в табл. 4.

Таблица 4

Table 4

Значения «оптимальных» коэффициентов формулы (32)

The «optimal» values of the coefficients for formula (32)

$k_1$	$k_2$	$k_3$	$k_4$	$k_5$	$k_6$
0,83	-0,06	-0,48	-0,5	0,013	1,01

Максимальная относительная погрешность формулы с коэффициентами из табл. 4 составляет 4,3 % средняя — 0,7 %. Последовательно повторяя процедуру обнуления наименее значимых коэффициентов и проводя всякий раз оптимизацию, оказалось возможным получить упрощенную формулу для оценки вертикальной составляющей силы:

$$\frac{F_v}{\rho g h_0^2} = \bar{L} (0,351 \bar{a}^3 \bar{d} - \bar{a}^2 (0,265 \bar{d} + 0,492) + \bar{a}). \quad (33)$$

Максимальная относительная погрешность формулы 4,1 %, средняя — 1 %.

Таким образом, предложенные авторами аналитические соотношения (19), (26), (28) и (33) для оценки максимальных заплесков на лицевую и тыльную грани тела, горизонтальной и вертикальной составляющих силового воздействия уединенной волны на полупогруженное закрепленное тело рекомендуется использовать с учётом максимальных относительных ошибок в 3,7 %, 5,1 %, 6,8 % и 4,1 %, соответственно.

#### 4.5. Пример использования формул

Примером оценки качества предложенных в настоящей статье инженерных формул для определения характеристик силового воздействия уединенных волн на полупогруженное заякоренное тело является сопоставление полученных с их помощью результатов с результатами расчетов алгоритмами OpenFOAM и по негидростатической модели, основанными на уравнениях Эйлера, на задаче для уединенной волны с амплитудой  $a_0 = 0,1$  м, набегающей в бассейне глубиной  $h_0 = 1$  м на полупогруженное тело с заглублением  $d = 0,4$  м и длиной  $L = 5$  м [10].

Величина горизонтальной составляющей силы была определена алгоритмами OpenFOAM равной 554Н. Эта же величина, рассчитанная в рамках негидростатической модели оказалась равной 580Н, формула (28) привела к значению 514Н. Рассчитанные алгоритмами OpenFOAM и в рамках негидростатической модели величины вертикальной составляющей силы почти совпали по величине ( $F_v = 4501$ Н), в то время как формула (33) приводит к значению  $F_v = 4614$ Н. Таким образом, относительная ошибка горизонтальной составляющей составила 7 % в сравнении с расчётом по OpenFOAM и 11 % в сравнении с расчётом по негидростатической модели. Что касается относительной ошибки для вертикальной составляющей, то она оказалась менее 3 %.

Следует отметить, однако, что оценки относительных ошибок в значительной степени определяются отличием SGN модели, использованной авторами настоящей статьи, от моделей из статьи [10]. Так, расчёт по SGN-модели приводит к значениям  $F_h = 510$ Н и  $F_v = 4670$ Н.

#### 5. Заключение

Настоящая работа посвящена построению аналитических соотношений для оценки характеристик воздействия вертикального бора и уединенной волны на полупогруженное фиксированное тело. Эти соотно-



шения построены при помощи аппроксимации результатов выполненных массовых расчётов с перебором таких параметров задачи, как заглубление и длина тела, амплитуда набегающей волны. Эти расчёты воздействия бора и уединённой волны выполнены с использованием одномерных моделей мелкой воды первого и второго длинноволнового приближения соответственно, при этом используются ранее разработанные авторами статьи численные алгоритмы.

Для получения оценок воздействия вертикального бора выполнено 360 расчётов с варьированием заглубления тела от  $0,05h_0$  до  $h_0$  и амплитуды бора от  $0,01h_0$  до  $0,5h_0$ . Для оценок максимальных заплеска на лицевую грань тела, горизонтальной и вертикальной составляющих суммарной волновой силы построены формулы (12), (14) и (16), соответственно. Максимальная погрешность этих формул составляет всего 0,7 %.

Для получения оценок воздействия уединённой волны выполнено 3055 расчётов с варьированием заглубления тела от  $0,05h_0$  до  $h_0$ , длины тела от  $3h_0$  до  $25h_0$  и амплитуды волны от  $0,01h_0$  до  $0,5h_0$ . Для оценок максимальных заплеска на лицевую и тыльную грани тела, горизонтальной и вертикальной составляющих суммарной волновой силы предложены формулы (19), (26), (28) и (33), соответственно. Максимальная погрешность этих формул составляет 6,8 %. Замечено, что используемая нелинейно-дисперсионная модель может занижать значения заплесков на лицевую грань и горизонтальной составляющей силы на 10 % в рассмотренном диапазоне параметров задачи, поэтому для оценок сверху рекомендуется использовать значения, получаемые по формулам (19) и (28), умноженные на 1,1.

Выполнены сопоставления результатов, получаемых с помощью построенных формул, с решениями из других исследований. Анализ этих сопоставлений позволяет сделать вывод о возможности применения построенных формул в рассматриваемом диапазоне параметров задачи.

Стоит отметить, что представленные формулы получены для самой упрощённой постановки задачи, в которой не учитывается неоднородность процесса взаимодействия по второму горизонтальному направлению, неровности дна акватории и днища тела, реальная форма сооружения, угол подхода и возможные формы волны. Поэтому обсуждаемые в статье формулы могут использоваться для первых, грубых оценок характеристик волнового воздействия. Учёт перечисленных факторов возможен при полноценном физическом или численном моделировании конкретной задачи. Тем не менее, выведенные даже для простейшего случая формулы могут быть использованы при модернизации действующих нормативных документов (например, [36]).

Дальнейшие перспективы развития исследования рассмотренного в статье круга задач авторы видят в расширении границ применимости формул за счёт проведения расчётов в рамках более точных моделей, в учёте воздействия волн, отражённых от берега, а также в рассмотрении других типов волн (например, одиночных), в которых можно варьировать их длину, или  $N$ -волн.

## **Финансирование**

Работа выполнена в рамках государственного задания Минобрнауки России для Федерального исследовательского центра информационных и вычислительных технологий.

## **Funding**

The research was carried out within the state assignment of Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation for Federal Research Center for Information and Computational Technologies.

## **Конфликт интересов**

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов

## **Conflict of interests**

The authors declare no conflict of interests

## **Литература**

1. Mei C.C., Black J.L. Scattering of surface waves by rectangular obstacles in waters of finite depth // Journal of Fluid Mechanics. 1969. Vol. 38. P. 499–511. <http://dx.doi.org/10.1017/S0022112069000309>
2. Fang Q., Guo A. Analytical and experimental study of focused wave action on a partially immersed box // Mathematical Problems in Engineering. 2019. Article 9850302. EDN VEXHTL. <http://dx.doi.org/10.1155/2019/9850302>

3. Камынин Е.Ю., Максимов В.В., Нуднер И.С., Семёнов К.К., Хакимзянов Г.С. Исследование взаимодействия уединенной волны с частично погруженным неподвижным сооружением // *Фундаментальная и прикладная гидрофизика*. 2010. № 4(10). С. 39–54. EDN NCCVBZ. URL: <https://hydrophysics.spbrc.ru/jour/article/view/1005> (дата обращения: 01.08.2025)
4. Lu X., Wang K.H. Modeling a solitary wave interaction with a fixed floating body using an integrated analytical numerical approach // *Ocean Engineering*. 2015. Vol. 109. P. 691–704. <http://dx.doi.org/10.1016/j.oceaneng.2015.09.050>
5. Нуднер И.С., Семенов К.К., Хакимзянов Г.С., Шокина Н.Ю. Исследование взаимодействия длинных морских волн с сооружениями, защищенными вертикальными экранами // *Фундаментальная и прикладная гидрофизика*. 2017. Т. 10, № 4. С. 31–43. EDN YKUZIZ. URL: <https://hydrophysics.spbrc.ru/jour/article/view/1118> (дата обращения: 11.07.2025)
6. Park J.C., Kim M.H., Miyata H. Three-dimensional numerical wave tank simulations on fully nonlinear wave current body interactions // *Journal of Marine Science and Technology*. 2001. Vol. 6, No. 2. P. 70–82. EDN ASTIBX. <http://dx.doi.org/10.1007/S773-001-8377-2>
7. Orzech M.D., Shi F., Veeramony J., et al. Incorporating floating surface objects into a fully dispersive surface wave model // *Ocean Modelling*. 2016. Vol. 102. P. 14–26. EDN WSLIPZ. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ocemod.2016.04.007>
8. Lin P. A multiple-layer  $\sigma$ -coordinate model for simulation of wave structure interaction // *Computers & Fluids*. 2006. Vol. 35, No. 2. P. 147–167. <http://dx.doi.org/10.1016/j.compfluid.2004.11.008>
9. Chang C.H. Study of a solitary wave interacting with a surface piercing square cylinder using a three-dimensional fully nonlinear model with grid-refinement technique on surface layers // *Journal of Marine Engineering & Technology*. 2017. Vol. 16, No. 1. P. 22–36. EDN YYABXR. <http://dx.doi.org/10.1080/20464177.2016.1277605>
10. Ma Y., Yuan C., Ai C., Dong G. Comparison between a non-hydrostatic model and OpenFOAM for 2d wave-structure interactions // *Ocean Engineering*. 2019. Vol. 183. P. 419–425. <http://dx.doi.org/10.1016/j.oceaneng.2019.05.002>
11. Sun J.L., Wang C.Z., Wu G.X., Khoo B.C. Fully nonlinear simulations of interactions between solitary waves and structures based on the finite element method // *Ocean Engineering*. 2015. Vol. 108. P. 202–215. <http://dx.doi.org/10.1016/j.oceaneng.2015.08.007>
12. Chang C.H., Wang K.H., Hsieh P.C. Fully nonlinear model for simulating solitary waves propagating through a partially immersed rectangular structure // *Journal of Coastal Research*. 2017. Vol. 33. P. 1487–1497. <https://doi.org/10.2112/JCOASTRES-D-16-00061.1>
13. Gusev O.I., Khakimzyanov G.S., Chubarov L.B. Numerical investigation of the wave force on a partially immersed rectangular structure: Long waves over a flat bottom // *Ocean Engineering*. 2021. Vol. 221. Article 108540. EDN RZCPVE. <http://dx.doi.org/10.1016/j.oceaneng.2020.108540>
14. Liu P.L.F., Al-Banaa K. Solitary wave runup and force on a vertical barrier // *Journal of Fluid Mechanics*. 2004. Vol. 505. P. 225–233. EDN ECNGQV. <http://dx.doi.org/10.1017/S0022112004008547>
15. Дорфман А.А., Печенин С.А., Семенов К.К., Нуднер И.С., Максимов В.В. Воздействие волны цунами на морские гидротехнические сооружения и береговые объекты // *Фундаментальная и прикладная гидрофизика*. 2017. Т. 10, № 4. С. 16–30. EDN YKUZIQ. URL: <https://hydrophysics.spbrc.ru/jour/article/view/1116> (дата обращения: 11.07.2025)
16. Гусев О.И., Скиба В.С., Хакимзянов Г.С., Чубаров Л.Б. Численное исследование воздействия длинных поверхностных волн на неподвижное полупогруженное сооружение // *Труды Всероссийской конференции «Прикладные технологии гидроакустики и гидрофизики»*. СПб.: ПОЛИТЕХ-ПРЕСС, 2024. С. 197–200. EDN AGQATU
17. Gusev O.I., Khakimzyanov G.S., Skiba V.S., Chubarov L.B. Shallow water modeling of wave structure interaction over irregular bottom // *Ocean Engineering*. 2023. Vol. 267. Article 113284. EDN ROLQPT. <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2022.113284>
18. Khakimzyanov G., Dutykh D., Cusev O., Shokina N.Y. Dispersive shallow water wave modelling. Part II: Numerical simulation on a globally flat space // *Communications in Computational Physics*. 2018. Vol. 23, No. 1. P. 30–92. EDN ZIKHRY. <https://doi.org/10.4208/cicp.OA-2016-0179b>
19. Khakimzyanov G., Dutykh D. Long wave interaction with a partially immersed body. Part I: Mathematical models // *Communications in Computational Physics*. 2020. Vol. 27, No. 2. P. 321–378. EDN EPPWDT. <https://doi.org/10.4208/cicp.OA-2018-0294>
20. Гусев О.И., Скиба В.С., Хакимзянов Г.С., Чубаров Л.Б. Влияние неровности дна на характеристики взаимодействия уединенной волны с полупогруженным телом прямоугольного сечения // *Прикладная механика и техническая физика*. 2023. Т. 64, № 1. С. 60–75. EDN IGFRMM. <http://dx.doi.org/10.15372/PMTF202215142>
21. Khakimzyanov G., Dutykh D., Fedotova Z., Cusev O. Dispersive Shallow Water Waves: Theory, Modeling, and Numerical Methods. *Lecture Notes in Geosystems Mathematics and Computing*. Birkhauser Cham, 2020. 284 p. EDN AQEOEF. <https://doi.org/10.1007/978-3-030-46267-3>
22. Khakimzyanov G., Dutykh D., Cusev O. Longwave interaction with a partially immersed body. Part II: Numerical results. 2022. arXiv: 2204.08210. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2204.08210>

23. Virtanen P., Gommers R., Oliphant T.E., et al. SciPy 1.0: Fundamental Algorithms for Scientific Computing in Python // *Nature Methods*. 2020. Vol. 17. P. 261–272. EDN OFXSGB. <http://dx.doi.org/10.1038/s41592-019-0686-2>
24. Гусев О.И., Скиба В.С., Хакимзянов Г.С., Чубаров Л.Б. Численное моделирование воздействия крутых волн на полупогруженные сооружения // *Вестник Башкирского университета*. 2022. Т. 27, № 3. С. 496–501. EDN PEAKIA
25. Stoker J.J. *Water Waves. The Mathematical Theory With Applications*. New York: Interscience Publishers, 1957. <http://dx.doi.org/10.1002/9781118033159>
26. Byatt-Smith J.G.B. An integral equation for unsteady surface waves and a comment on the Boussinesq equation // *Journal of Fluid Mechanics*. 1971. Vol. 49. P. 625–633. <http://dx.doi.org/10.1017/S0022112071002295>
27. Su C.H., Mirie R.M. On head-on collisions between two solitary waves // *Journal of Fluid Mechanics*. 1980. Vol. 98. P. 509–525. <http://dx.doi.org/10.1017/S0022112080000262>
28. Maxworthy T. Experiments on collisions between solitary waves // *Journal of Fluid Mechanics*. 1976. Vol. 76. P. 177–186. <http://dx.doi.org/10.1017/S0022112076003194>
29. Загрядская Н.Н., Иванова С.В., Нуднер Л.С., Шошин А.И. Воздействие длинных волн на вертикальную преграду // *Изв. ВНИИГ им. Б.Е. Веденеева*. 1980. Т. 138. С. 94–101.
30. Манойлин С.В. Некоторые экспериментально–теоретические методы определения воздействия волн цунами на гидротехнические сооружения и акватории морских портов. Красноярск, 1989. 45 с. (Препринт/ ВЦ СО АН СССР; № 5).
31. Давлетишин В.Х. Силовое воздействие одиночных волн на вертикальные сооружения // *Совещание по цунами. Тезисы докладов*. Горький, ИПФ АН СССР, 1984. С. 41–43.
32. Chan R.K.C., Street R.L. A computer study of finite amplitude water waves // *Journal of Computational Physics*. 1970. Vol. 6. P. 68–94. [https://doi.org/10.1016/0021-9991\(70\)90005-7](https://doi.org/10.1016/0021-9991(70)90005-7)
33. Cooker M.J., Weidman P.D., Bale D.S. Reflection of a high amplitude solitary wave at a vertical wall // *Journal of Fluid Mechanics*. 1997. Vol. 342. P. 141–158. EDN FKDXHQ. <http://dx.doi.org/10.1017/S002211209700551X>
34. Fenton J.D., Rienecker M.M. A Fourier method for solving nonlinear water–wave problems: application to solitary–wave interactions // *Journal of Fluid Mechanics*. 1982. Vol. 118. P. 411–443. <http://dx.doi.org/10.1017/S0022112082001141>
35. Chen Y.H., Wang K.H. Experiments and computations of solitary wave interaction with fixed, partially submerged, vertical cylinders // *Journal of Ocean Engineering and Marine Energy*. 2019. Vol. 5, No. 2. P. 189–204. EDN XZFCCL. <https://doi.org/10.1007/S40722-019-00137-8>
36. СП 292.1325800.2017. Здания и сооружения в цунамиопасных районах. Правила проектирования [Текст]: утв. приказом Минстроя России от 23.06.2017 № 915/пр; введ. 2017–12–24. М.: Стандартинформ, 2018. 91 с.

## References

1. Mei CC, Black JL. Scattering of surface waves by rectangular obstacles in waters of finite depth. *Journal of Fluid Mechanics*. 1969;38:499–511. <https://doi.org/10.1017/S0022112069000309>
2. Fang Q, Guo A. Analytical and experimental study of focused wave action on a partially immersed box. *Mathematical Problems in Engineering*. 2019;2019:9850302. <https://doi.org/10.1155/2019/9850302>
3. Kamynin EY, Maximov VV, Nudner IS, Semenov KK, Khakimzyanov GS. Study of interaction of the solitary wave with a partially submerged stationary construction. *Fundamental and Applied Hydrophysics*. 2010;(4):39–54. URL: <https://hydrophysics.spbrc.ru/jour/article/view/1005> (date of access: 01.08.2025) (In Russ)
4. Lu X, Wang KH. Modeling a solitary wave interaction with a fixed floating body using an integrated analytical numerical approach. *Ocean Engineering*. 2015;109:691–704. <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2015.09.050>
5. Nudner IS, Semenov KK, Khakimzyanov GS, Shokina NY. Investigations of the long marine waves interaction with the structures protected by the vertical barriers (In Russ). *Fundamental and Applied Hydrophysics*. 2017;10(4):31–43. URL: <https://hydrophysics.spbrc.ru/jour/article/view/1118> (date of access: 01.08.2025)
6. Park JC, Kim MH, Miyata H. Three-dimensional numerical wave tank simulations on fully nonlinear wave current body interactions. *Journal of Marine Science and Technology*. 2001;6(2):70–82. <https://doi.org/10.1007/s773-001-8377-2>
7. Orzech MD, Shi F, Veeramony J, Batty J, Calantoni J, Kirby JT. Incorporating floating surface objects into a fully dispersive surface wave model. *Ocean Modelling*. 2016;102:14–26. <https://doi.org/10.1016/j.ocemod.2016.04.007>
8. Lin P. A multiple-layer  $\sigma$ -coordinate model for simulation of wave structure interaction. *Computers & Fluids*. 2006;35(2):147–167. <https://doi.org/10.1016/j.compfluid.2004.11.008>
9. Chang CH. Study of a solitary wave interacting with a surface piercing square cylinder using a three-dimensional fully nonlinear model with grid-refinement technique on surface layers. *Journal of Marine Engineering & Technology*. 2017;16(1):22–36. <http://dx.doi.org/10.1080/20464177.2016.1277605>

10. Ma Y, Yuan C, Ai C, Dong G. Comparison between a non-hydrostatic model and OpenFOAM for 2d wave-structure interactions. *Ocean Engineering*. 2019;183:419–425. <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2019.05.002>
11. Sun JL, Wang CZ, Wu GX, Khoo BC. Fully nonlinear simulations of interactions between solitary waves and structures based on the finite element method. *Ocean Engineering*. 2015;108:202–215. <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2015.08.007>
12. Chang CH, Wang KH, Hsieh PC. Fully nonlinear model for simulating solitary waves propagating through a partially immersed rectangular structure. *Journal of Coastal Research*. 2017;33(6):1487–1497. <https://doi.org/10.2112/JCOASTRES-D-16-00061.1>
13. Gusev OI, Khakimzyanov GS, Chubarov LB. Numerical investigation of the wave force on a partially immersed rectangular structure: Long waves over a flat bottom. *Ocean Engineering*. 2021;221:108540. <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2020.108540>
14. Liu PLF, Al-Banaa K. Solitary wave runup and force on a vertical barrier. *Journal of Fluid Mechanics*. 2004;505:225–233. <https://doi.org/10.1017/S0022112004008547>
15. Dorfman AA, Pechenin SA, Semenov KK, Nudner IS, Maximov VV. Tsunami wave impact on marine hydrotechnical structures and coastal objects. *Fundamental and Applied Hydrophysics*. 2017;10(4):16–30. URL: <https://hydrophysics.spbrc.ru/jour/article/view/1116> (date of access: 11.07.2025) (In Russ).
16. Gusev OI, Skiba VS, Khakimzyanov GS, Chubarov LB. Numerical study of the effect of long surface waves on a stationary partially immersed structure. In: *Proceedings of All-Russian Conference “Advanced Technologies of Hydroacoustics and Hydrophysics”*. St. Petersburg: POLYTECH-PRESS; 2024. p. 197–200.
17. Gusev OI, Khakimzyanov GS, Skiba VS, Chubarov LB. Shallow water modeling of wave structure interaction over irregular bottom. *Ocean Engineering*. 2023;267:113284. <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2022.113284>
18. Khakimzyanov G, Dutykh D, Gusev O, Shokina NY. Dispersive shallow water wave modelling. Part II: Numerical simulation on a globally flat space. *Communications in Computational Physics*. 2018;23(1):30–92. <https://doi.org/10.4208/cicp.OA-2016-0179b>
19. Khakimzyanov G, Dutykh D. Long wave interaction with a partially immersed body. Part I: Mathematical models. *Communications in Computational Physics*. 2020;27(2):321–378. <https://doi.org/10.4208/cicp.OA-2018-0294>
20. Gusev OI, Skiba VS, Khakimzyanov GS, Chubarov LB. Influence of bottom roughness on the solitary-wave interaction with partially immersed rectangular body. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*. 2023;64(1):50–63. <https://doi.org/10.1134/S0021894423010066>
21. Khakimzyanov G, Dutykh D, Fedotova Z, Gusev O. Dispersive Shallow Water Waves: Theory, Modeling, and Numerical Methods. Cham: Birkhäuser; 2020. 284 p. (Lecture Notes in Geosystems Mathematics and Computing). <https://doi.org/10.1007/978-3-030-46267-3>
22. Khakimzyanov G, Dutykh D, Gusev O. Longwave interaction with a partially immersed body. Part II: Numerical results [preprint]. arXiv. 2022. arXiv:2204.08210. Published online April 18, 2022. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2204.08210>
23. Virtanen P, Gommers R, Oliphant TE, et al. SciPy 1.0: fundamental algorithms for scientific computing in Python. *Nature Methods*. 2020;17:261–272. <https://doi.org/10.1038/s41592-019-0686-2>
24. Gusev OI, Skiba VS, Khakimzyanov GS, Chubarov LB. Numerical modeling of the impact of steep waves on partially immersed structures. *Bulletin of Bashkir University*. 2022;27(3):496–501 (In Russ). <https://doi.org/10.33184/bulletin-bsu-2022.3.1>
25. Stoker JJ. *Water Waves: The Mathematical Theory with Applications*. New York: Interscience Publishers; 1957. <https://doi.org/10.1002/9781118033159>
26. Byatt-Smith JGB. An integral equation for unsteady surface waves and a comment on the Boussinesq equation. *Journal of Fluid Mechanics*. 1971;49(3):625–633. <https://doi.org/10.1017/S0022112071002295>
27. Su CH, Mirie RM. On head-on collisions between two solitary waves. *Journal of Fluid Mechanics*. 1980;98(3):509–525. <https://doi.org/10.1017/S0022112080000262>
28. Maxworthy T. Experiments on collisions between solitary waves. *Journal of Fluid Mechanics*. 1976;76(1):177–186. <https://doi.org/10.1017/S0022112076003194>
29. Zagryadskaya NN, Ivanova SV, Nudner IS, Shoshin AI. Action of long waves on a vertical obstacle. *Bulletin of VNIIG*. 1980;138:94–101 (In Russ).
30. Manoylin SV. Some experimental and theoretical methods of estimation of tsunami wave action on hydro-technical structures and seaports. Technical Report 5. Krasnoyarsk: Siberian Branch of Computing Center; 1989 (In Russ).
31. Davletshin VH. Force action of solitary waves on vertical structures. In: *Tsunami Meeting*. Gorky: Institute of Applied Physics; 1984:41–43 (In Russ).
32. Chan RKC, Street RL. A computer study of finite-amplitude water waves. *Journal of Computational Physics*. 1970;6(1):68–94. [https://doi.org/10.1016/0021-9991\(70\)90005-7](https://doi.org/10.1016/0021-9991(70)90005-7)



33. Cooker MJ, Weidman PD, Bale DS. Reflection of a high-amplitude solitary wave at a vertical wall. *Journal of Fluid Mechanics*. 1997;342:141–158. <https://doi.org/10.1017/S002211209700551X>
34. Fenton JD, Rienecker MM. A Fourier method for solving nonlinear water-wave problems: application to solitary-wave interactions. *Journal of Fluid Mechanics*. 1982;118:411–443. <https://doi.org/10.1017/S0022112082001141>
35. Chen YH, Wang KH. Experiments and computations of solitary-wave interaction with fixed, partially submerged, vertical cylinders. *Journal of Ocean Engineering and Marine Energy*. 2019;5(2):189–204. <https://doi.org/10.1007/s40722-019-00137-8>
36. Ministry of Construction of Russia. *SP 292.1325800.2017. Buildings and Structures in Tsunami-Prone Areas. Design Rules*. Approved by Order No. 915/pr of June 23, 2017. Moscow: Standartinform; 2018:91 p. (In Russ).

#### **Об авторах**

- ГУСЕВ Олег Игоревич, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник ФИЦ ИВТ, ORCID: 0000-0001-8110-5784, WoS ResearcherID: P-2157-2015, Scopus AuthorID: 56779732800, SPIN-код (РИНЦ): 3995-2134, e-mail: gusev\_oleg\_igor@mail.ru
- ХАКИМЗЯНОВ Гаяз Салимович, доктор физико-математических наук, профессор, ведущий научный сотрудник ФИЦ ИВТ, ORCID: 0000-0002-9837-7265, WoS ResearcherID: P-5004-2016, Scopus AuthorID: 6603081316, SPIN-код (РИНЦ): 3144-0877, e-mail: khak@ict.nsc.ru
- СКИБА Василий Савельевич, младший научный сотрудник ФИЦ ИВТ, ORCID: 0000-0003-4828-448X, WoS ResearcherID: AEG-9551-2022, Scopus AuthorID: 58064951300, SPIN-код (РИНЦ): 3262-5300, e-mail: v.skiba@g.nsu.ru
- ЧУБАРОВ Леонид Борисович, доктор физико-математических наук, профессор, главный научный сотрудник ФИЦ ИВТ, ORCID: 0000-0002-0169-1099, WoS ResearcherID: P-8247-2015, Scopus AuthorID: 6603063050, SPIN-код (РИНЦ): 3048-2318, e-mail: chubarov@ict.nsc.ru





DOI [https://doi.org/10.59887/2073-6673.2025.18\(4\)-10](https://doi.org/10.59887/2073-6673.2025.18(4)-10)

EDN <https://elibrary.ru/xotomv>

УДК 551.463.5

© В. Д. Володин<sup>1\*</sup>, М. А. Павлова<sup>1,2</sup>, Д. И. Глуховец<sup>1,2</sup>, 2025

<sup>1</sup>Институт океанологии им. П.П. Шишова РАН, 117997, Москва, Нахимовский проспект, д. 36

<sup>2</sup>Московский физико-технический институт, 141701, Московская область, Долгопрудный, Институтский пер., д. 9.

\*volodin@geokhi.ru

## Малогабаритный измеритель коэффициента яркости моря

Статья поступила в редакцию 11.09.2025, после доработки 31.10.2025, принята в печать 05.11.2025

### Аннотация

Описан малогабаритный спектрорадиометр (МСП), разработанный в Институте океанологии им. П.П. Шишова РАН на основе миниатюрного спектрометра AIOX 2000–02 для палубных измерений спектрального коэффициента яркости моря  $R_{rs}(\lambda)$ , детали которого в основном изготовлены методом 3D печати. Преимуществом нового спектрорадиометра являются значительно меньшие масса и габариты по сравнению с ранее разработанным палубным спектрорадиометром, а также удобство проведения измерений в палубных условиях, в том числе во время качки, что обусловлено как массогабаритными характеристиками, так и отсутствием необходимости в использовании кюветы с чистой водой и ручной установки кюветы и серого экрана в процессе измерений.

Проведено сопоставление спектров  $R_{rs}(\lambda)$ , полученных с использованием данного прибора, с результатами других спектрорадиометров. Показано, что относительная взаимная ошибка измерения спектрального коэффициента яркости моря между данными описанного спектрорадиометра с другими приборами не превышает 15 %, что можно считать хорошим соответствием между их данными.

Результаты обработки кривых  $R_{rs}(\lambda)$ , полученных на описанном приборе, с использованием алгоритма GIOP, хорошо согласуются с независимыми данными о биооптических характеристиках, полученными на момент измерений независимыми методами.

**Ключевые слова:** спектрорадиометр, коэффициент яркости моря, биооптические характеристики, алгоритм GIOP

© V. D. Volodin<sup>1\*</sup>, M. A. Pavlova<sup>1,2</sup>, D. I. Glukhovets<sup>1,2</sup>, 2025

<sup>1</sup>Shirshov Institute of Oceanology, Russian Academy of Sciences, 36 Nakhimovsky Prosp., Moscow 117997, Russia

<sup>2</sup>Moscow Institute of Physics and Technology, 9, Institutsky per., Dolgoprudny, Moscow reg., 141701, Russia

\*volodin@geokhi.ru

## Small-sized remote sensing reflectance meter

Received 11.09.2025, Revised 31.10.2025, Accepted 05.11.2025

### Abstract

A small-sized spectroradiometer (SSR) developed at the Shirshov Institute of Oceanology of the Russian Academy of Sciences based on a miniature AIOX 2000–02 spectrometer for deck measurements of the spectral remote sensing reflectance  $R_{rs}(\lambda)$ , the parts of which are mainly made by 3D printing, is described. The advantage of the new spectroradiometer is its significantly lower weight and dimensions compared to the previously developed deck spectroradiometer, as well as the convenience of measuring in deck conditions, including during pitching, due to both its weight and size characteristics and the lack of the need to use a cuvette with clean water and manually install a cuvette and a gray screen during measurements. The  $R_{rs}(\lambda)$  spectra obtained using this

**Ссылка для цитирования:** Володин В.Д., Павлова М.А., Глуховец Д.И. Малогабаритный измеритель коэффициента яркости моря // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2025. Т. 18, № 4. С. 138–145. EDN XOTOMV.

[https://doi.org/10.59887/2073-6673.2025.18\(4\)-10](https://doi.org/10.59887/2073-6673.2025.18(4)-10)

**For citation:** Volodin V.D., Pavlova M.A., Glukhovets D.I. Small-sized remote sensing reflectance meter. *Fundamental and Applied Hydrophysics*. 2025;18(4):138–145. [https://doi.org/10.59887/2073-6673.2025.18\(4\)-10](https://doi.org/10.59887/2073-6673.2025.18(4)-10)

instrument are compared with the results of other spectroradiometers. It is shown that the relative mutual error of measuring the spectral coefficient of remote sensing reflectance between the data of the described spectroradiometer and other instruments does not exceed 15 %, which can be considered a good match between their data. The results of processing the  $R_{rs}(\lambda)$  curves obtained on the described device using the GIOP algorithm are in good agreement with independent data on bio-optical characteristics got by independent methods at the time of measurements.

**Keywords:** spectroradiometer, remote sensing reflectance, bio-optical characteristics, GIOP algorithm

## 1. Введение

Спектральный коэффициент яркости моря [1] представляет собой отношение яркости выходящего из толщи воды излучения к облученности поверхности как функцию длины волны и является характеристикой поверхностного слоя морской воды, содержащей информацию о биооптических параметрах: концентрации хлорофилла  $a$  (Хл), показателе поглощения света окрашенным растворенным органическим веществом (ОРОВ)  $a_g(\lambda)$ , показателе рассеяния назад частицами взвеси  $b_{br}(\lambda)$ . Измерения спектрального коэффициента яркости моря являются одним из оперативных методов исследования биооптических характеристик морской воды, в том числе дистанционно, без прямого контакта с объектом исследования, а также являются необходимым компонентом подспутниковых измерений, необходимых для валидации данных спутниковых сканеров цвета океана, в том числе, для выявления ошибок алгоритмов атмосферной коррекции.

Существует несколько широко используемых подходов к измерению спектрального коэффициента яркости моря. Их условно можно разделить на контактные методы, предполагающие погружение прибора в воду, и дистанционные методы, проводимые над поверхностью воды. Контактные измерения могут выполняться с использованием плавающих приборов. К таким приборам относится, например, плавающий спектро радиометр ПРО-1, разработанный в Лаборатории оптики океана ИО РАН [2]. ПРО-1 состоит из измерительного герметичного плавающего модуля, соединенного с помощью кабеля с бортовым пультом. Прибор содержит два измерительных датчика: под поверхностью воды для регистрации яркости выходящего потока излучения и над поверхностью для измерений облученности нисходящего потока излучения. С помощью ПРО-1 проводится регистрация коэффициента яркости водной толщи, который с помощью формулы из работы [3] пересчитывается в  $R_{rs}(\lambda)$ . Абсолютная радиометрическая калибровка прибора и исключение влияния поверхности за счет измерений яркости выходящего из водной толщи излучения непосредственно под поверхностью позволяет получать значения  $\rho(\lambda)$  с точностью 5 %, что соответствует международным стандартам проведения радиометрических измерений. Существенным ограничением данного метода является необходимость размещения прибора на водной поверхности. При измерениях с борта судна это возможно лишь в дрейфе и при благоприятных погодных условиях.

Другой подход основан на надводных измерениях с компенсацией зеркально отраженной от поверхности воды компоненты восходящего излучения различными способами. Этот подход позволяет проводить измерения на ходу судна и с борта летательных аппаратов. К настоящему времени разработан ряд приборов для дистанционного измерения спектрального коэффициента яркости моря (как экспериментальных, так и коммерчески доступных), которые различаются оптическими схемами и геометрией измерения. В качестве примеров можно привести спектро радиометры, разработанные в МГИ [4] и ИО РАН [5]. Метод, использованный в обоих работах, схож и заключается в последовательной регистрации облученности (или яркости диффузно отражающего экрана) и восходящей от поверхности воды яркости излучения и вычитании из нее вклада, связанного с зеркальным отражением от поверхности воды. Для регистрации спектров в работе [5] используется портативный ПЗС-спектрометр Ocean Insight Flame, снабженный узкоугольным объективом. Для измерения облученности определяется яркость освещенного нисходящим излучением серого экрана. Использование быстродействующего приемника, регистрирующего одновременно весь спектр (время накопления одного спектра составляет 50–500 мс в зависимости от условий освещения) позволяет проводить регистрацию серии спектров с последующей выбраковкой некачественных спектров (зарегистрированных при попадании бликов, пены и посторонних предметов) и вычислением медианного спектра, что требует значительного времени при использовании сканирующих спектральных приборов [2, 4]. Для компенсации зеркально отраженного фона неба в работе [4] предложено использовать кювету, облицованную черным стеклом и наполненную водой, коэффициент зеркального отражения которой принимается равным коэффициенту зеркального отражения поверхности воды. В работе [5], помимо использования аналогичного метода с кюветой, предложена ее замена на стеклянную пластину с поглощающей подложкой. Использование такой пластины обеспечивает компенсацию френелевского отражения благодаря близости показателей преломления стекла и воды.

Известен основанный на аналогичном принципе метод измерения коэффициента яркости моря с помощью камеры смартфона [6], однако качество получаемой таким образом информации существенно уступает результатам использования полноценных спектральных приборов.

Появление на рынке недорогих малогабаритных сенсоров с достаточно высоким спектральным разрешением, первоначально предназначенных для задач контроля качества освещения, позволяет создавать недорогие, компактные и простые в обращении устройства для оперативных измерений спектрального коэффициента яркости моря с борта судна. Целью данной работы является разработка малогабаритного спектрорадиометра (МСР) для реализации надводной схемы измерений спектрального коэффициента яркости моря [4, 5], которая не требует ни абсолютной калибровки сенсора, ни герметизации прибора для погружения в воду.

## 2. Описание прибора и метода измерения

В качестве прототипа был взят хорошо зарекомендовавший себя в экспедиционных условиях палубный спектрорадиометр ИО РАН [5]. В отличие от прототипа, в качестве прибора для регистрации спектров применен микроспектрометр AIOX 2000–02 (производство КНР), использующий светочувствительную матрицу и оптический тракт стандартной камеры наблюдения, дополненной щелью и дифракционной решеткой. Его спектральное разрешение (полная ширина на полувысоте спектральной линии), определенное по линиям спектра ртути, составляет 5–6 нм в диапазоне 340–1000 нм, а габаритные размеры не превышают 30 × 30 × 25 мм при стоимости более чем в 10 раз ниже типичных решеточных малогабаритных спектрометров (например, Ocean Insight Flame).

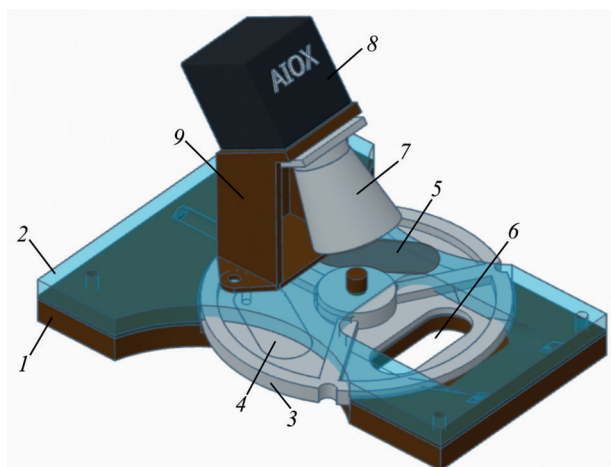
Метод измерения [5] заключается в последовательной регистрации трех спектров: яркости стандартного матового серого экрана с отражательной способностью около 20 %, яркости отражения неба в кювете с зачерненными стенками с водой и яркости моря. При этом спектральный коэффициент яркости моря рассчитывается по формуле:

$$R_{rs} = \frac{(L_t - L_{sky}) A_{scr}}{\pi L_{scr}}, \quad (1)$$

где  $L_t$ ,  $L_{scr}$  и  $L_{sky}$  — яркости моря, экрана и отражения неба в кювете соответственно, а  $A_{scr}$  — отражательная способность экрана.

Конструкция палубного спектрорадиометра [5] предусматривает установку экрана и кюветы вручную. Практика работы с ним показала, что эти операции в процессе измерений в экспедиционных условиях (ветер, качка) вместе с необходимостью наличия в кювете чистой воды делают процесс измерения достаточно утомительным и требующим участия двух человек. Вместе с тем, в работе показана возможность замены кюветы на пластину стекла со светопоглощающей подложкой. В связи с этим, помимо уменьшения габаритов и массы, следовало заменить кювету с водой твердотельным эквивалентом и организовать удобное переключение мишеней. Исходя из этих требований была разработана следующая конструкция: общий вид малогабаритного спектрорадиометра представлен на рис. 1, фотографии спектрорадиометра и его деталей — рис. 2.

Основание 1 и крышка 2 образуют корпус, в котором на оси установлен диск, фиксирующийся в трех положениях подпружиненным шариком, взаимодействующим с выемками по ободу диска. В этих положениях на линии зора спектрометра 8 с объективом 7 оказывается сквозное окно, через которое производится измерение яркости моря, или одной из двух мишеней: черного стекла НС-11, либо стандартного серого экрана с отражательной способностью около



**Рис. 1.** Общий вид малогабаритного спектрорадиометра: 1 — основание, 2 — крышка, 3 — диск, 4 — серый экран, 5 — черное стекло НС-11, 6 — окно, 7 — объектив, 8 — спектрометр, 9 — стойка

**Fig. 1.** General view of small-sized spectroradiometer: 1 — base, 2 — cover, 3 — wheel, 4 — gray screen, 5 — black glass NS-11, 6 — window, 7 — lens, 8 — spectrometer, 9 — stand

20 %. Черное стекло используется в качестве модели морской воды для определения  $L_{sky}$ , а серый экран — для определения  $L_{scr}$  в формуле (1). При этом учитывались различия показателей преломления воды и черного стекла (для воды  $n_w = 1,33$ , для стекла  $n_g \approx 1,505$ ), а следовательно, и различия их коэффициентов отражения. Объектив 7 представляет собой склеенную ахроматическую линзу с фокусом 30 мм, помещенную для устранения внутренних бликов в снабженную крепежным фланцем коническую светозащитную бленду ступенчатого профиля. В фокусе линзы расположена полевая диафрагма диаметром 2,8 мм, ограничивающая поле зрения конусом с углом раствора около  $5^\circ$ . За диафрагмой расположено входное окно микро-спектрометра. В связи с тем, что оно выполнено в виде молочного стекла и деполяризует падающий на него свет, нет необходимости принимать специальные меры к устранению влияния поляризации принимаемого света. Стойка 9 фиксирует спектрометр и объектив под углом  $30^\circ$  к вертикали. Форма наружной поверхности крышки 2 и стойки 9 выбраны таким образом, чтобы избежать затенения мишеней в максимально возможном диапазоне зенитных углов Солнца. Большая часть элементов конструкции спектро радиометра изготовлена методом FDM 3D печати из ABS пластика (использован 3D принтер Picaso Designer X, сопло 0,5 мм, вертикальный шаг 0,1 мм, горизонтальное разрешение 0,4 мм). Габаритные размеры макета спектро радиометра составляют  $120 \times 100 \times 100$  мм, масса — не более 200 г.

Разработанная конструкция позволяет оперативно вводить в оптический путь серый экран, черное стекло и открывать его для регистрации излучения от моря, удерживая ее на вытянутой руке и поворачивая диск пальцем, что облегчает и делает более безопасной работу с прибором на палубе.

Для согласования спектров  $R_{rs}(\lambda)$ , полученных с помощью малогабаритного спектро радиометра с результатами измерений других приборов, необходимо обратить внимание на отличия отражательной способности черного стекла от поверхности воды и серого диффузно рассеивающего экрана от ламбертовской поверхности. Для учета этих отличий были измерены спектры отражения мишеней (рис. 3). Для этого непосредственно с помощью использованного в конструкции микро спектрометра были зарегистрированы

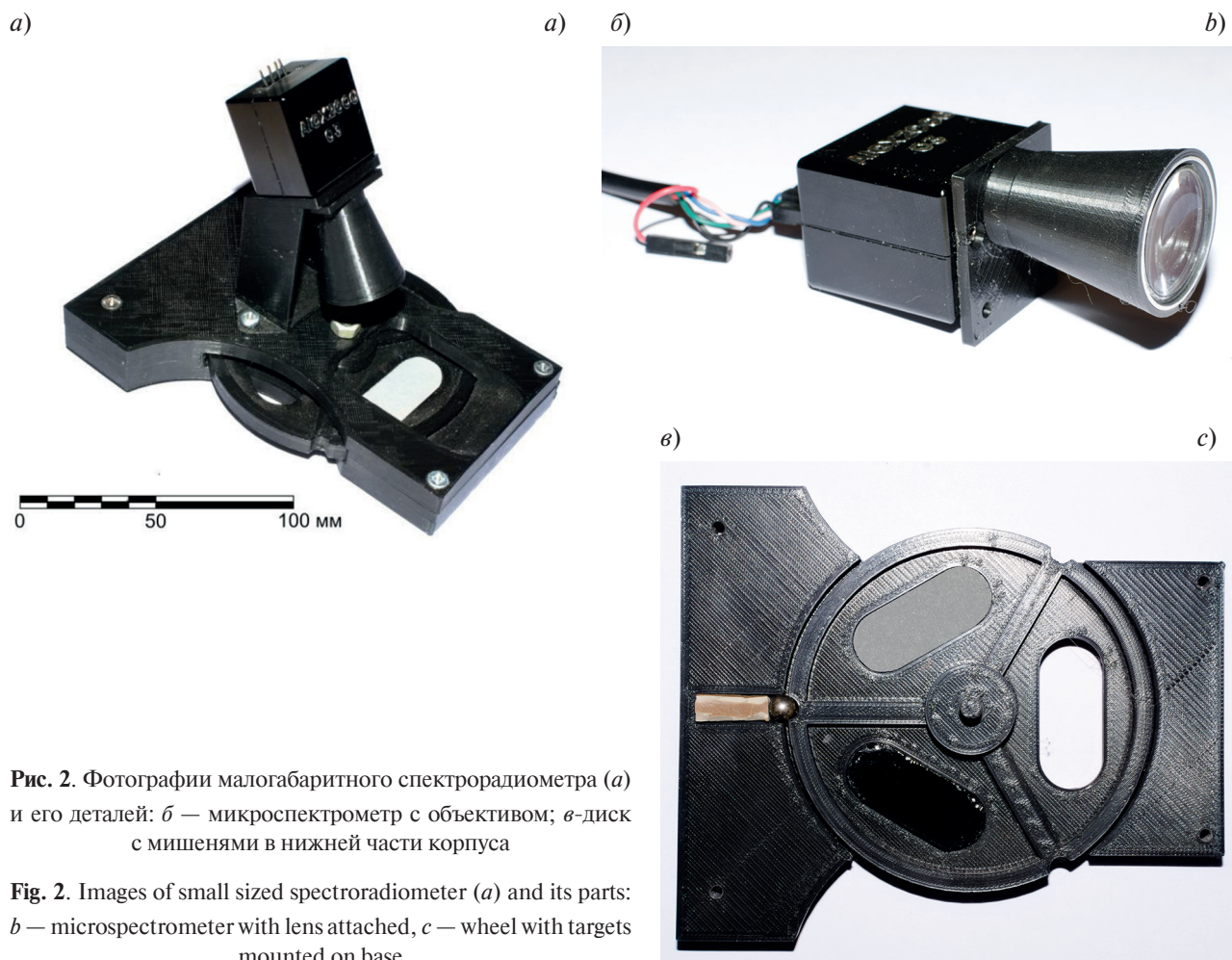


Рис. 2. Фотографии малогабаритного спектро радиометра (а) и его деталей: б — микро спектро метр с объективом; в — диск с мишенями в нижней части корпуса

Fig. 2. Images of small sized spectroradiometer (a) and its parts: b — microspectrometer with lens attached, c — wheel with targets mounted on base



спектры яркости серого экрана  $L_{gr}$  и эталонного белого экрана с баритовым покрытием  $L_w$ , освещенных фотометрической галогеновой лампой, установленной на фиксированном расстоянии 500 мм. В тех же условиях был зарегистрирован спектр яркости белого экрана после отражения от черного стекла  $L_{gl}$ . По результатам измерений вычислены спектры отражения:

$$A_{scr} = L_{gr}/L_w, \quad (2)$$

$$R_{gl} = L_{gl}/L_w. \quad (3)$$

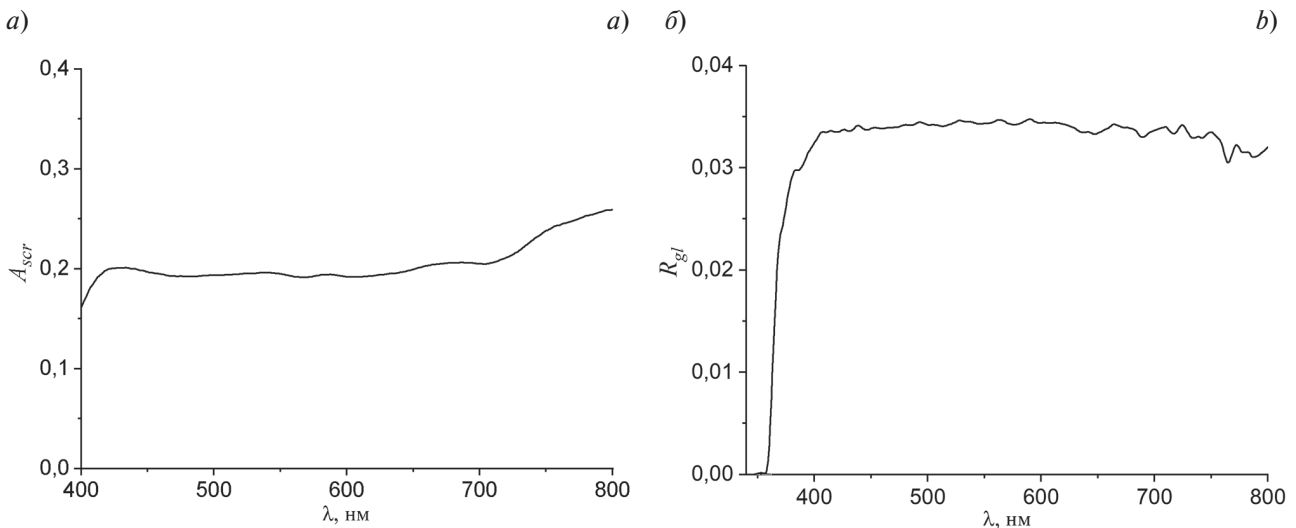


Рис. 3. Спектры отражения: а — серого экрана (диффузное); б — черного стекла (зеркальное при угле падения 30°)

Fig. 3. Reflectance spectra of: a — gray screen (diffuse reflection); b — black glass (specular reflection at 30° angle)

С учетом измеренных спектров отражения формула для расчета  $R_{rs}$  принимает следующий вид:

$$R_{rs}(\lambda) = \frac{A_{scr}(\lambda)(L_t(\lambda) - L_{sky} \cdot 0,22/R_{gl}(\lambda))}{\pi L_{scr}(\lambda)}, \quad (4)$$

где  $L_t(\lambda)$ ,  $L_{scr}(\lambda)$  и  $L_{sky}(\lambda)$  — спектры, представленные в виде массивов целочисленных беззнаковых значений в интервале  $0 \div 65535$  (uint16\_t в нотации языка C), а  $A_{scr}(\lambda)$  и  $R_{gl}(\lambda)$  — спектры диффузного отражения экрана и зеркального отражения черного стекла в виде массивов значений в интервале  $0 \div 1$  такой же размерности. Для расчета спектров  $R_{rs}$  используется интервал длин волн  $400 \div 800$  нм.

Микроспектрометр состоит из стандартного модуля камеры видеонаблюдения, перед объективом которого установлена дифракционная решетка и входная щель. Он также содержит внутреннее вычислительное устройство, преобразующее видеокadres с изображениями спектра, зарегистрированные камерой, в спектральную кривую в виде последовательности значений интенсивности через 1 нм, и взаимодействует с компьютером через последовательный интерфейс стандарта UART с уровнями TTL через конвертер USB-UART. Для управления прибором и сбора данных, а также предварительной обработки спектров непосредственно в процессе измерения написан скрипт на языке Python. Результатом работы скрипта являются текстовые файлы зарегистрированных спектров и рассчитанного спектра  $R_{rs}$ , а также соответствующие графические файлы.

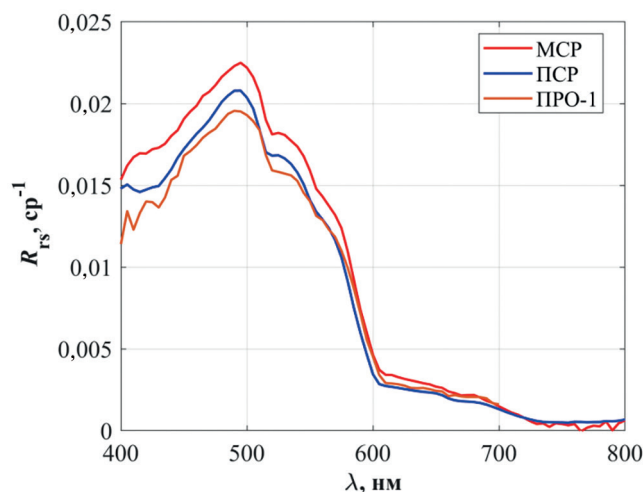
Процесс измерения начинается с подбора величины экспозиции для наиболее яркого спектра, которым является спектр яркости серого экрана. В дальнейшем вся серия измерений проводится на данном фиксированном времени накопления, и таким образом исключается влияние возможной нелинейности зависимости амплитуды спектра от времени накопления. При измерениях в дневное время при ясном небе время накопления не превышает 100–500 мс, в сумерках оно может достигать 5 с.

Обработка данных малогабаритного спектрорадиометра выполнена в соответствии со схемой, представленной в работе [5]. Она включает последовательное решение обратной и прямой биооптических задач с использованием алгоритма GIOP [7] для корректировки спектра коэффициента яркости моря на величину подставки, обусловленной происходящими в течение измерений изменениями условий освещения, а также возможным влиянием пены и бликов.



### 3. Результаты и обсуждение

Для количественной оценки точности получаемых с помощью МСР данных о спектральном коэффициенте яркости моря проведено сравнение с результатами измерений палубным [5] и плавающим [2] спектрорадиометрами (ПСР и ПРО-1 соответственно). Рассчитаны средние в диапазоне длин волн 400–600 нм относительные ошибки. На рис. 4 представлен график сравнения  $R_{rs}(\lambda)$ , построенный по данным черноморской экспедиции 2024 г. (станция № 1, 8 августа). Относительно данных измерений ПСР и ПРО-1 относительные ошибки составили 12,6 % и 15,4 % соответственно. Это говорит о применимости разработанного малогабаритного спектрорадиометра в условиях морских экспедиций, что важно для увеличения массива данных подспутниковых измерений, необходимых для валидации данных спутниковых сканеров цвета.

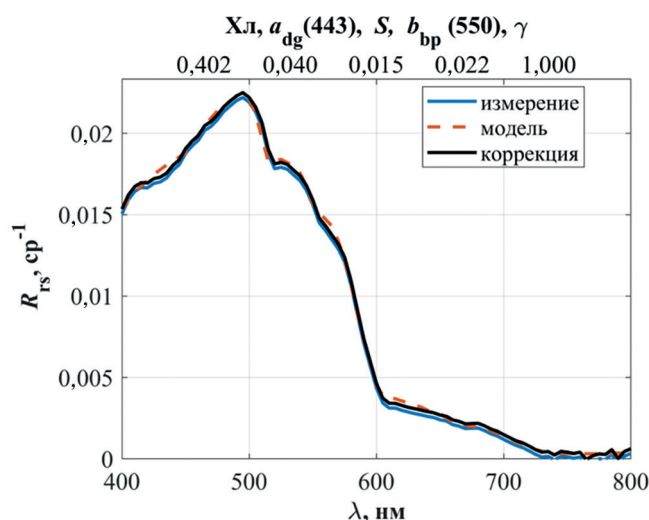


**Рис. 4.** Спектры коэффициента яркости моря, измеренные МСР, ПСР и ПРО-1. Станция № 1 (44.53°с.ш., 37.93°в.д.), Черное море, 8 июня 2024 г.

**Fig. 4.** Remote sensing reflectance spectra measured with small-sized, deck and floating spectroradiometers at station #1, 44.53°N, 037.93°E, Black Sea, 2024, June 8

В результате решения обратной задачи рассчитываются концентрация хлорофилла  $a$  (Хл), значения показателя поглощения желтым веществом и детритом на длине волны 443 нм  $a_{dg}(443)$ , показателя рассеяния назад частицами взвеси на длине волны 550 нм  $b_{bp}(550)$  и соответствующие коэффициенты их спектральных зависимостей ( $S$  и  $\gamma$ ). Выбор значений  $S$  и  $\gamma$  выполняется на основе анализа результатов многолетних измерений, выполненных в рассматриваемой акватории. Для вод черноморского полигона ИО РАН значения этих параметров заданы равными 0,015 1/м и 1 соответственно. Оперативное определение значений биооптических характеристик на ходу судна позволяет идентифицировать происходящие в поверхностном слое морской воды процессы: например, массовые кокколитофоридные цветения ( $b_{bp}(550) > 0,015$  1/м соответствует концентрации кокколитофорид  $N_{coc} > 1$  млн. кл./л [1]) и влияние речного стока или интенсивного вертикального перемешивания и подъема вод ( $a_{dg}(443) > 0,1$  1/м [8]).

Результаты обработки спектра коэффициента яркости моря и полученные значения биооптических характеристик представлены на рис. 5. Рассчитанное значение концентрации Хл 0,4 мкг/л отлично соответствует сумме измеренных экстракционным методом концентраций Хл и феофитина 0,39 мкг/л. Значение показателя поглощения ОРОВ 0,04 1/м указывает на отсутствие влияния речного стока или подъема вод, что полностью соответствует гидрооптическим условиям, наблюдавшимся в период проведения судовых измерений. Региональный



**Рис. 5.** Пример обработки результатов измерения спектрального коэффициента яркости моря. Станция № 1 (44.53°с. ш., 37.93° в. д.), Черное море, 8 июня 2024 г.

**Fig. 5.** An example of processing the results of measuring the spectral remote sensing reflectance. Station #1, 44.53°N, 037.93°E, Black Sea, 2024, June 8

алгоритм для Черного моря [1] позволяет пересчитать полученную величину  $b_{bp}(550) = 0,022$  1/м в концентрацию кокколитофорид по формуле  $N_{coc} = 768 \cdot [b_{bp}(550)]^{1,55} = 2,1$  млн. кл./л. Прямые измерения  $N_{coc}$  на станции № 1 8 июня 2024 г. не выполнялись, однако среднее значение этой величины по результатам прямых измерений на 10 станциях в поверхностном 10-метровом слое в период 3–11 июня 2024 г. составило 1,6 млн. кл./л. Учитывая типичную погрешность биооптических алгоритмов (~30 %), это расхождение является статистически приемлемым.

#### 4. Заключение

Приведено описание конструкции малогабаритного спектрорадиометра, изготовленного на основе микроспектрометра АЮХ 2000–02. Преимуществом прибора являются малые габариты, обеспечивающие удобство выполнения палубных измерений. Это осуществляется благодаря применению твердотельного эквивалента поверхности воды, малым габаритам и массе макета, а также возможности установки мишеней (серого экрана и эквивалента поверхности воды) путем поворота диска одной рукой. Сравнение спектров коэффициента яркости моря, полученных разработанным прибором, с данными спектрорадиометров ИО РАН показало их хорошее соответствие: наибольшие различия не превышают 15 %. Результаты обработки этих данных алгоритмом GIOP хорошо согласуются со значениями биооптических характеристик, измеренными в период исследований независимыми методами.

#### Благодарности

Авторы благодарят Н.В. Политову за данные прямых определений концентрации хлорофилла  $a$  и феофитина  $a$ , а также В.А. Силкина и Л.А. Паутова за данные о концентрации кокколитофорид.

#### Acknowledgements

The authors are grateful to N.V. Politova for the data on direct determinations of the concentration of chlorophyll  $a$  and pheophytin  $a$ , as well as to V.A. Silkin and L.A. Pautov for data on the concentration of coccolithophorides.

#### Финансирование

Разработка и испытания малогабаритного спектрорадиометра выполнены при поддержке государственного задания ИО РАН по теме № FMWE-2024–0015; усовершенствование макета по части измерений, обработки и использования спектров диффузного отражения серого экрана и зеркального отражения черного стекла, а также расчет биооптических характеристик выполнены при поддержке гранта РНФ № 25-77-10065. Грант предоставлен через Институт океанологии им. П.П. Ширшова РАН.

#### Funding

The development and testing of the small-sized spectroradiometer were carried out with the support of the IO RAS state assignment FMWE-2024-0015. The improvement of the prototype construction in terms of measurements, processing and use of diffuse reflection spectra of gray screen and specular reflection of black glass, as well as the calculation of biooptical characteristics were carried out with the support of the Russian Science Foundation grant № 25-77-10065. The grant was provided through the P.P. Shirshov Institute of Oceanology of the Russian Academy of Sciences.

#### Конфликт интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

#### Conflict of interests

The authors declare no conflict of interests.

#### Литература

1. Копелевич О.В., Салинг И.В., Вазюля С.В. и др. Биооптические характеристики морей, омывающих берега западной половины России, по данным спутниковых сканеров цвета 1998–2017 гг. М.: ИО РАН, 2018. 140 с.
2. Артемьев В.А., Буренков В.И., Вортман М.И. и др. Подспутниковые измерения цвета океана: новый плавающий спектрорадиометр и его метрология // Океанология. 2000. Т. 40, № 1. С. 148–155.

3. Lee Z., Carder K.L., Mobley C.D., Steward R.G., Patch J.S. Hyperspectral remote sensing for shallow waters. I. A semi-analytical model // *Applied Optics*. 1998. Vol. 37, No. 27. P. 6329–6338. <https://doi.org/10.1364/AO.37.006329>
4. Ли М.Е., Шибанов Е.Б., Корчёмкина Е.Н., Мартынов О.В. Определение концентрации примесей в морской воде по спектру яркости восходящего излучения // *Морской гидрофизический журнал*. 2015. Т. 186, № 6. С. 17–33. EDN VHEWVT. <https://doi.org/10.22449/0233-7584-2015-6-17-33>
5. Pavlova M.A., Glukhovets D.I., Volodin V.D. Deck spectroradiometer for measuring remote sensing reflectance // *Oceanology*. 2023. Vol. 63, No. S1. P. S228–S237. EDN KARVPW. <https://doi.org/10.1134/S0001437023070147>
6. Gao M., Li J.; Wang S., Zhang F., Yan K., Yin Z., Xie Y., Shen W. Smartphone-camera-based water reflectance measurement and typical water quality parameter inversion. // *Remote Sensing*. 2022. Vol. 14. P. 1371. EDN EZEPHT. <https://doi.org/10.3390/rs14061371>
7. Werdell P.J., Franz B.A., Bailey S.W., et al. Generalized ocean color inversion model for retrieving marine inherent optical properties // *Applied optics*. 2013. Vol. 52, No. 10. P. 2019–2037. <https://doi.org/10.1364/AO.52.002019>
8. Yushmanova A., Kopelevich O., Vazyulya S., Sahling I. Inter-annual variability of the seawater light absorption in surface layer of the northeastern Black Sea in connection with hydrometeorological factors // *Journal of Marine Science and Engineering*, Vol. 7, No. 9. P. 326–344. EDN ICBIII. <https://doi.org/10.3390/jmse7090326>

## References

1. Kopelevich OV, Saling IV, Vazyulya SV, et al. Bio-optical characteristics of the seas, surrounding the western part of Russia, from data of the satellite ocean color scanners of 1998–2017. Moscow: Shirshov Institute of Oceanology, Russian Academy of Sciences; 2018. 140 p. (In Russ).
2. Artemiev VA, Burenkov VI, Vortman MI, et al. Sea-truth measurements of ocean color: a new floating spectroradiometer and its metrology. *Oceanology*. 2000;40(1):139–145.
3. Lee Z, Carder KL, Mobley CD, Steward RG, Patch JS. Hyperspectral remote sensing for shallow waters. I. A semianalytical model. *Applied Optics*. 1998;37(27):6329–6338. <https://doi.org/10.1364/AO.37.006329>
4. Li ME, Shibanov EB, Korchemkina EN, Martynov OV. Determination of the concentration of seawater components based on upwelling radiation spectrum. *Physical Oceanography*. 2015;26(6):15–30. <https://doi.org/10.22449/1573-160X-2015-6-15-30>
5. Pavlova MA, Glukhovets DI, Volodin VD. Deck spectroradiometer for measuring remote sensing reflectance. *Oceanology*. 2023;63(Suppl 1): S228–S237. <https://doi.org/10.1134/S0001437023070147>
6. Gao M, Li J, Wang S, Zhang F, Yan K, Yin Z, Xie Y, Shen W. Smartphone-camera-based water reflectance measurement and typical water quality parameter inversion. *Remote Sensing*. 2022;14(6):1371. <https://doi.org/10.3390/rs14061371>
7. Werdell PJ, Franz BA, Bailey SW, et al. Generalized ocean color inversion model for retrieving marine inherent optical properties. *Applied Optics*. 2013;52(10):2019–2037. <https://doi.org/10.1364/AO.52.002019>
8. Yushmanova AV, Kopelevich OV, Vazyulya SV, Sahling IV. Inter-annual variability of the seawater light absorption in surface layer of the northeastern Black Sea in connection with hydrometeorological factors. *Journal of Marine Science and Engineering*. 2019;7(9):326. <https://doi.org/10.3390/jmse7090326>

## Об авторах

ВОЛОДИН Всеволод Дмитриевич, кандидат химических наук, старший научный сотрудник ИО РАН, ORCID: 0000-0002-6686-056X, WoS ResearcherID: AES-4758-2022, Scopus AuthorID: 14027591000, SPIN-код (РИНЦ): 3032-0267, e-mail: volodin@geokhi.ru

ПАВЛОВА Мария Александровна, младший научный сотрудник ИО РАН, ORCID: 0009-0007-5117-0877, SPIN-код (РИНЦ): 6623-8493, e-mail: pavlova.ma@ocean.ru

ГЛУХОВЕЦ Дмитрий Ильич, кандидат физико-математических наук, заведующий лабораторией оптики океана ИО РАН, ведущий научный сотрудник, ORCID: 0000-0001-5641-4227, Scopus AuthorID: 7193736311, SPIN-код (РИНЦ): 6755-2450, e-mail: glukhovets@ocean.ru

### Тематический указатель 2025 (Т. 18)

№	НАЗВАНИЕ РАЗДЕЛА	Выпуск	Страницы
<b>ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ГИДРОФИЗИКИ</b>			
1.	<i>Д. В. Чаликов, К. В. Фокина</i> Прямая (фазо-разрешающая) модель поверхностных волн.	1	8–18
2.	<i>К. В. Фокина</i> Трёхмерная фазо-разрешающая модель поверхностных волн для конечной глубины.	1	19–30
3.	<i>И. А. Сергиевская, С. А. Ермаков, Т. Н. Лазарева</i> Модовая трансформация волн на поверхности жидкости, покрытой упругой пленкой конечной толщины.	1	31–40
4.	<i>В. В. Баханов, С. Н. Власов, Е. В. Копосова</i> Модуляционно-самофокусирующая неустойчивость гравитационно-капиллярных волн в широком интервале углов и частот.	1	41–52
5.	<i>А. А. Бухарев, К. Ю. Булгаков</i> Сравнение методов параметризации турбулентности в модели верхнего слоя океана	2	8–18
6.	<i>А. А. Родионов, Р. Е. Ванкевич, А. А. Лобанов, Н. Н. Шпилев</i> Моделирование конвективных вихревых структур на склоне: от зарождения и распространения в стратифицированной среде до взаимодействия с внутренними волнами. Физический эксперимент в термостратифицированном бассейне	4	8–19
7.	<i>Р. Е. Ванкевич, А. А. Родионов, Н. Н. Шпилев, В. В. Чеботкова</i> Моделирование зарождения и эволюции конвективных вихревых структур на склоне. Численный эксперимент	4	20–27
8.	<i>А. В. Слюняев</i> Использование псевдоспектрального метода высокого порядка НОСМ для моделирования нелинейных волн на поверхности воды конечной глубины	4	28–49
<b>ГИДРОФИЗИЧЕСКИЕ И БИОГЕОХИМИЧЕСКИЕ ПОЛЯ И ПРОЦЕССЫ</b>			
9.	<i>В. В. Иванов, А. В. Данышина, А. В. Смирнов</i> Пространственно-временная структура и изменчивость термохалинных параметров в промежуточном слое вод к северу от архипелага Северная Земля	2	19–40
10.	<i>Т. М. Максимовская, А. В. Зимин, О. А. Атаджанова, А. А. Коник, Е. С. Егорова, Д. В. Моисеев</i> Изменчивость характеристик полярной фронтальной зоны в северо-западной части Баренцева моря по данным контактных наблюдений с 2017 по 2023 гг.	2	41–57
11.	<i>В. Т. Пака, М. Н. Голенко, В. М. Журбас, А. О. Корж</i> Характеристики и хронология балтийских затоков в октябре и декабре 2023 г. по данным реанализа NEMO – виртуальный рейс	3	9–18
12.	<i>А. В. Крек, А. А. Кондрашов, В. А. Кречик, А. О. Корж, М. В. Капустина, М. Н. Голенко, В. М. Журбас, В. Т. Пака</i> Вертикальные колебания перманентного галоклина на восточном склоне Гданьской впадины по результатам автономных измерений	3	19–36
13.	<i>Р. Е. Ванкевич, А. В. Исаев, В. А. Рябченко</i> О подходах к улучшению описания затоков североморских вод в моделях общей циркуляции Балтийского моря	3	37–52
14.	<i>И. П. Медведев</i> Резонансное усиление суточных приливов в Финском заливе	3	53–59
15.	<i>С. Д. Мартыанов, А. В. Исаев, А. Ю. Дворников, В. А. Рябченко</i> Модельная оценка влияния береговых сооружений на гидродинамический режим акватории Невской губы, прилегающей к Парку имени 300-летия Санкт-Петербурга, в августе и декабре 2011 года	3	60–76
16.	<i>В. В. Герасимов, А. Г. Зацепин</i> О расслоении линейно стратифицированной жидкости под влиянием однородного по вертикали перемешивания (лабораторный эксперимент)	3	77–87
17.	<i>А. В. Багаев, Ю. Ю. Юровский, Ю. В. Манилюк, А. Ю. Белоконь, В. А. Кальпа</i> Исследование длинноволновых колебаний уровня моря в севастопольских бухтах на основе данных натурных наблюдений	3	88–100
18.	<i>А. В. Зимин, О. А. Атаджанова, А. А. Коник, О. Б. Тепнин</i> Оценка точности глобальных океанических реанализов в воспроизведении температуры и солёности вод Авачинского залива (Тихий океан)	3	101–113

19.	<i>А. А. Соколов</i> Тепломассоперенос через западную границу Баренцева моря по данным реанализа ORAS5	4	50–65
20.	<i>С. Р. Богданов, Н. И. Пальшин, Т. В. Ефремова, Г. Э. Здоровеннова, Р. Э. Здоровеннов</i> Эффекты тепловой инерции и термически активный слой малого озера	4	66–79
21.	<i>М. А. Науменко, В. В. Гузиватый</i> Характерные черты климатического годового хода придонной температуры различных районов Ладожского озера	4	80–93
22.	<i>А. В. Исаев, В. А. Рябченко</i> Модельные оценки вкладов межгодовых изменений климата и биогенной нагрузки в изменения экосистемы Ладожского озера в 1980–2020 гг.	4	94–104
23.	<i>Д. А. Романенков, Е. В. Софьина, А. Д. Маховиков, И. К. Виноградова, А. И. Варкентин, А. В. Зимин, Д. Я. Мельник</i> Моделирование миграции ранних стадий развития восточнокамчатского минтая из мест нереста с учетом приливной динамики	4	105–119
24.	<i>О. И. Гусев, Г. С. Хахимзянов, В. С. Скиба, Л. Б. Чубаров</i> Формулы для оценки воздействия бора и уединённой волны на полупогруженное тело, полученные аппроксимацией результатов численного моделирования	4	120–137
25.	<i>В. Д. Володин, М. А. Павлова, Д. И. Глуховец</i> Малогабаритный измеритель коэффициента яркости моря	4	138–145

*ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ МОРСКИХ ОБЪЕКТОВ, ОКЕАНА И АТМОСФЕРЫ*

26.	<i>А. С. Анишаков</i> Гибридное моделирование изменений участка береговой линии Геленджикской бухты в связи со строительством яхтенного порта	2	58–67
27.	<i>Г. Е. Хазанов, С. А. Ермаков</i> Численное моделирование динамики плавучей полиэтиленовой пленки в поле поверхностных волн	2	68–82

*ГИДРОАКУСТИКА*

28.	<i>М. А. Раевский, В. Г. Бурдуковская</i> О повышении эффективности пространственной обработки тональных акустических сигналов в океанических волноводах с ветровым волнением	2	83–95
29.	<i>В. Н. Драченко, Г. Н. Кузнецов, А. Н. Михнюк</i> Оценка координат широкополосного источника звука в океане комбинированным методом с использованием углов скольжения и интерференционной структуры на апертуре антенны	2	96–110
30.	<i>Г. С. Малышкин</i> Обнаружение и оценка параметров слабых сигналов в условиях рассеянного локального маскирующего воздействия	2	111–122

*ГИДРООПТИКА*

31.	<i>Т. Я. Чурилова, Е. Ю. Скороход, Т. В. Ефимова, Н. А. Моисеева</i> Концентрация хлорофилла «а» и поглощение света окрашенным растворенным органическим веществом в Черном море зимой (2018) и летом (2020)	1	53–65
32.	<i>Е. Н. Корчёмкина, В. В. Суслин, О. Б. Кудинов, И. А. Суторихин, В. В. Кириллов</i> Коэффициент спектральной яркости вод Телецкого озера в августе 2023 г. и его связь с биооптическими характеристиками	1	66–77
33.	<i>А. А. Мольков, И. А. Капустин, А. В. Ермошкин, Г. В. Лещев, Д. В. Доброхотова, Е. С. Кольцова, Б. В. Коновалов, А. Н. Дроздова, Н. А. Богатов, А. М. Чушнякова, А. Г. Кириллов</i> Биооптические характеристики вод средней Волги по результатам натурных измерений 2023 г.	1	78–91

*ТЕХНИЧЕСКАЯ ГИДРОФИЗИКА*

34.	<i>Д. В. Доброхотова, И. А. Капустин, А. А. Мольков, Г. В. Лещев, А. В. Ермошкин</i> Об особенностях течений в Волжском каскаде водохранилищ	1	92–105
35.	<i>В. А. Родионов, М. И. Калинов, В. П. Говорухин</i> Возможности и перспективы мониторинга морской обстановки на Севморпути космическими средствами дистанционного зондирования Земли	2	123–136



36.	<i>С. А. Кондратьев, С. Д. Голосов, И. С. Зверев, А. М. Расулова</i> Дистанционная оценка глубины водоемов по дате начала ледостава с использованием гидрофизической модели	2	137–150
37.	<i>В. А. Глухов, Ю. А. Гольдин, О. В. Глитко</i> Исследование зависимости характеристик лидарного эхо-сигнала от протяженности трассы зондирования	2	151–161
38.	<i>Ю. Ю. Юровский, О. Б. Кудинов</i> Влияние алгоритмов оценки ориентации волноизмерительных биев на восстанавливаемые параметры волн по данным сравнительного натурного эксперимента	3	114–128
<i>ИСТОРИЯ НАУКИ И ТЕХНИКИ В ОБЛАСТИ ГИДРОФИЗИКИ</i>			
39.	<i>М. Г. Гришин, А. В. Собисевич</i> Участие советских учёных в гидрофизических исследованиях, проводимых в рамках мероприятий Международного геофизического года (1957–1958 гг.)	1	106–120
40.	<i>В. М. Журбас</i> Вадим Тимофеевич Пака и его изобретения	3	129–138
<i>ХРОНИКА</i>			
41.	Юрий Анатольевич Гольдин (26.02.1942–11.05.2025)	2	162
42.	Памяти В. Т. Паки	3	139–144

Авторский указатель 2025 (Т. 18)

- Аншаков А.С. № 2  
Атаджанова О.А. № 2, 3  
Багаев А.В. № 3  
Баханов В.В. № 1  
Белоконь А.Ю. № 3  
Богатов Н.А. № 1  
Богданов С.Р. № 4  
Булгаков К.Ю. № 2  
Бурдуковская В.Г. № 2  
Бухарев А.А. № 2  
Ванкевич Р.Е. № 3, 4 (2 статьи)  
Варкентин А.И. № 4  
Виноградова И.К. № 4  
Власов С.Н. № 1  
Герасимов В.В. № 3  
Глитко О.В. № 2  
Глухов В.А. № 2  
Говорухин В.П. № 2  
Голенко М.Н. № 3 (2 статьи)  
Голосов С.Д. № 2  
Гольдин Ю.А. № 2  
Гришин М.Г. № 1  
Гузиватый В.В. № 4  
Гусев О.И. № 4  
Даньшина А.В. № 2  
Дворников А.Ю. № 3  
Доброхотова Д.В. № 1 (2 статьи)  
Драченко В.Н. № 2  
Дроздова А.Н. № 1  
Егорова Е.С. № 2  
Ермаков С.А. № 1, 2  
Ермошкин А.В. № 1 (2 статьи)  
Ефимова Т.В. № 1  
Ефремова Т.В. № 4  
Журбас В.М. № 3 (3 статьи)  
Зацепин А.Г. № 3  
Зверев И.С. № 2  
Здоровеннов Р.Э. № 4  
Здоровеннова Г.Э. № 4  
Зимин А.В. № 2, 3, 4  
Иванов В.В. № 2  
Исаев А.В. № 3 (2 статьи), 4  
Калинов М.И. № 2  
Кальпа В.А. № 3  
Капустин И.А. № 1 (2 статьи)  
Капустина М.В. № 3  
Кириллов А.Г. № 1  
Кириллов В.В. № 1  
Кольцова Е.С. № 1  
Кондратьев С.А. № 2  
Кондрашов А.А. № 3  
Коник А.А. № 2, 3  
Коновалов Б.В. № 1  
Копосова Е.В. № 1  
Корж А.О. № 3 (2 статьи)  
Корчёмкина Е.Н. № 1  
Крек А.В. № 3  
Кречик В.А. № 3  
Кудинов О.Б. № 1, 3  
Кузнецов Г.Н. № 2  
Лазарева Т.Н. № 1  
Лещев Г.В. № 1 (2 статьи)  
Лобанов А.А. № 4  
Максимовская Т.М. № 2  
Малышкин Г.С. № 2  
Манилюк Ю.В. № 3  
Мартьянов С.Д. № 3  
Маховиков А.Д. № 4  
Медведев И.П. № 3  
Мельник Д.Я. № 4  
Михнюк А.Н. № 2  
Моисеев Д.В. № 2  
Моисеева Н.А. № 1  
Мольков А.А. № 1 (2 статьи)  
Науменко М.А. № 4  
Пака В.Т. № 3 (2 статьи)  
Пальшин Н.И. № 4  
Раевский М.А. № 2  
Расулова А.М. № 2  
Родионов А.А. № 4 (2 статьи)  
Родионов В.А. № 2  
Романенков Д.А. № 4  
Рябченко В.А. № 3 (2 статьи), 4  
Сергиевская И.А. № 1  
Скиба В.С. № 4  
Скороход Е.Ю. № 1  
Слюняев А.В. № 4  
Смирнов А.В. № 2  
Собисевич А.В. № 1  
Соколов А.А. № 4  
Софьина Е.В. № 4  
Суслин В.В. № 1  
Суторихин И.А. № 1  
Тепнин О.Б. № 3  
Фокина К.В. № 1 (2 статьи)  
Хазанов Г.Е. № 2  
Хакимзянов Г.С. № 4  
Чаликов Д.В. № 1  
Чеботкова В.В. № 4  
Чубаров Л.Б. № 4  
Чурилова Т.Я. № 1  
Чушнякова А.М. № 1  
Шпилев Н.Н. № 4 (2 статьи)  
Юровский Ю.Ю. № 3 (2 статьи)