ISSN 2073-6673 (Print)
ISSN 2782-5221 (Online)

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
RUSSIAN ACADEMY OF SCIENCES

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ НАУЧНЫЙ ЦЕНТР РАН
ST. PETERSBURG RESEARCH CENTER OF RAS

ФУНДАМЕНТАЛЬНАЯ И ПРИКЛАДНАЯ ГИДРОФИЗИКА

ТОМ 16, № 3
2023

FUNDAMENTAL AND APPLIED HYDROPHYSICS

VOL. 16, No. 3
2023

https://hydrophysics.spbrc.ru

Учредители:
РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ НАУЧНЫЙ ЦЕНТР
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

ФУНДАМЕНТАЛЬНАЯ И ПРИКЛАДНАЯ ГИДРОФИЗИКА

Том 16 № 3 2023

Основан в 2008 г.

Выходит 4 раза в год
ISSN 2073-6673 (Print)
ISSN 2782-5221 (Online)

Журнал издается под руководством
Отделения наук о Земле РАН

Журнал входит в Перечень ВАК для опубликования работ
соискателей ученых степеней по специальностям:

1.3.6. Оптика (физико-математические науки)
1.3.7. Акустика (технические науки)
1.6.17. Океанология (физико-математические науки)
1.6.17. Океанология (географические науки)
2.5.17. Теория корабля и строительная механика (технические науки)

Свидетельство о регистрации печатного СМИ: ПИ № ФС77-69420 от 14 апреля 2017 г.
Свидетельство о регистрации сетевого СМИ: серия Эл № ФС77-83580 от 13 июля 2022 г.
Подписной индекс по интернет-каталогу «Пресса России» — 54160

Адрес редакции и издателя: Санкт-Петербургский научный центр РАН,
199034, Санкт-Петербург, Университетская наб., д. 5
Телефон 8(812) 328-50-66, E-mail: nsgf2008@yandex.ru, https://hydrophysics.spbrc.ru

Редактор *А. В. Сторожевых*

Подписано к печати 30.08.2023 г. Дата выпуска в свет 30.09.2023 г. Формат 60 × 84$^{1}/_{8}$.
Печать цифровая. Усл. печ. л. 18,4. Тираж 50 экз. Тип. зак. № 4601.

Изготовление оригинал-макета и печать
Издательско-полиграфический центр Политехнического университета Петра Великого
195251, Санкт-Петербург, Политехническая ул., д. 29.
Телефон 8(812) 552-77-17, 552-66-19, 550-40-14
tipog@spbstu.ru
www.polytechpress.ru

Founders:
RUSSIAN ACADEMY OF SCIENCES

SAINT-PETERSBURG RESEARCH CENTER
OF THE RUSSIAN ACADEMY OF SCIENCES

FUNDAMENTAL AND APPLIED HYDROPHYSICS

Vol. 16 No. 3 2023

Founded in 2008

Publication frequency: quarterly

ISSN 2073-6673 (Print)

ISSN 2782-5221 (Online)

The Journal is published under conduction of
the Department of Earth Sciences RAS

Certificate of registration of the journal in the form of printed media ПИ № ФС77-69420 of 14.04.2017
Certificate of registration of the journal in the form of online media Series Эл № ФС77-83580 of 13.07.2022
Subscription index in the Internet-catalogue "Pressa Rossii" — 54160

Address of the editorial office and publisher: St. Petersburg Research Center of the Russian Academy of Sciences,
199034, St. Petersburg, Russia, Universitetskaya Nab., 5
Phone: +7(812) 328-50-66, E-mail: nsgf2008@yandex.ru, https://hydrophysics.spbrc.ru

Editing: *A. V. Storozhevykh*

Signed for printing: 30.08.2023. Issued: 30.09.2023. Format: $60 \times 84^1/_8$.
Digital printing. Printed sheets: 18.4. Circulation: 50 pcs. Order No. 4601.

Production of the original layout and printing
Publishing and printing center of Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University

195251, St. Petersburg, Polytechnicheskaya Ul., 29.
Phone: 8(812) 552-77-17, 552-66-19, 550-40-14
tipog@spbstu.ru
www.polytechpress.ru

СОДЕРЖАНИЕ

Хроника

CONTENTS

Chronicles

НЕЛИНЕЙНАЯ ГИДРОФИЗИКА И ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ПРИРОДНЫХ КАТАСТРОФ

В последнее время произошло большое количество природных катастроф в водной среде. Перечислим лишь наиболее известные, происшедшие на территории Российской Федерации: наводнение в Крымске, унесшее много человеческих жизней (2013 г.); штормовой нагон в г. Корсаков на Сахалине (2014 и 2019 гг); штормовые волны вблизи г. Сочи, разрушившие часть набережной (2018 г.); оползень на реке Бурея (2018 г.), вызвавший всплеск воды до 90 м; тропические циклоны Лайнрок (2016 г.) и Майсак (2020 г.), разрушившие здания и линии электропередач и вызвавшие подтопления во многих населенных пунктах Приморского края. Такие катастрофы приводят к большим волнам и течениям, которые зачастую невозможно описать в рамках линейных гидродинамических теорий. В данном специальном выпуске собраны статьи, в которых для анализа природных явлений используются методы нелинейной гидрофизики.

В статье В.А. Чупина «Микросейсмические колебания, как индикатор тропических циклонов» представлены результаты регистрации микросейсмических колебаний в диапазоне частот инфразвуковых волн, выполненные в периоды активного влияния тропических циклонов на акваторию Японского моря. В работе А.В. Слюняева с соавторами «Зависимость вероятностных распределений высот волн от физических параметров по результатам измерений у о-ва Сахалин» данные длительных измерений поверхностного волнения донными датчиками у о-ва Сахалин использованы для построения инструментальных распределений вероятностей высот волн. Выделим статью А.С. Козелкова с соавторами «Моделирование оползневых цунами на Дальнем Востоке РФ на основе трехмерных уравнений Навье-Стокса», в которой подчеркивается необходимость перехода на трехмерные модели цунами, которые трудны в вычислительном плане. Результаты моделирования входа волн цунами в Севастопольские бухты представлены в статье А.Ю. Белоконь с соавторами «Численное моделирование цунами в системе Севастопольских бухт». Анализ функций распределения высот цунами вдоль побережья Сахалина, возникающих от источников, локализованных у Курильской гряды, сделан в работе А.И. Зайцева и Е.Н. Пелиновского «Моделирование функций распределения высот волн цунами вдоль восточного побережья острова Сахалин». Динамика пляжа, расположенного в крайнем северо-восточном районе Невской губы, под действием морских волн изучается в статье И.Г. Кантаржи с соавторами «Аналитические исследования динамики «карманного пляжа»». Теоретические аспекты динамики морских волн рассмотрены в ряде статей этого специального выпуска. Так, в статье В.Г. Гневышева и Т.В. Белоненко «Доплеровский эффект и волны Россби в океане: краткий экскурс в историю и новые подходы» дан обзор современного состояния теоретического изучения волн Россби. Параболическое уравнение для амплитуды волнового пакета используется для расчета диффракционных эффектов в статье А.Г. Гогина и И.Г. Кантаржи «Развитие метода диффузии волновой амплитуды для расчета дифракции морских волн на акватории порта». Силовое воздействие потока бесконечно глубокой жидкости на источник под ледяным покровом изучается в статье В.В. Булатова и И.Ю. Владимирова под одноименным названием. Анализ трансформации нелинейных внутренних волн над донным уступом выполнен в статье Н.А. Санникова с соавторами «Перестройка полнонелинейного бризероподобного пакета внутренних волн над донным уступом в слоистой среде». Новый подход к моделированию акустических полей в мелководном волноводе на фоне внутренних волн предложен в статье Д.В. Макаров и Е.В. Соседко «Теория случайных матриц для описания рассеяния звука на фоновых внутренних волнах в условиях мелкого моря».

Научные редакторы выпуска
Е.Н. Пелиновский, д.ф.-м.н., проф. (ИПФ РАН),
С.Г. Долгих, д.т.н. (ТОИ ДВО РАН)

DOI 10.59887/2073-6673.2023.16(3)-1

УДК 534.2

© *В. А. Чупин**, 2023

Тихоокеанский океанологический институт им. В.И. Ильичева ДВО РАН, 690041, Приморский край, г. Владивосток, ул. Балтийская, 43.
*chupin@poi.dvo.ru

МИКРОСЕЙСМИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ КАК ИНДИКАТОР ТРОПИЧЕСКИХ ЦИКЛОНОВ

Статья поступила в редакцию 09.03.2023, после доработки 23.06.2023, принята в печать 30.08.2023

Аннотация

Представлены результаты регистрации микросейсмических колебаний в диапазоне частот инфразвуковых волн, выполненные в периоды активного влияния тропических циклонов на акваторию Японского моря. Данные получены береговым лазерно-интерференционным измерительным комплексом, состоящим из двухкоординатного лазерного деформографа и лазерного нанобарографа. На конкретном примере с использованием данных дистанционного зондирования показано слишком раннее прекращение сопровождения тайфуна мировыми метеорологическими агентствами при том, что циклон сохраняет свою вихревую структуру и энергетические характеристики. Показана динамика изменения характеристик инфразвуковых микросейсмических колебаний, которые зависят от траектории перемещения тайфунов и длительности их воздействия на акваторию моря. Приведены обобщенные результаты по некоторым группам тайфунов, имеющих похожие траектории перемещения, в результате чего максимальные амплитуды микросейсмических инфразвуковых колебаний проявляются на разных частотах. При прохождении в 2022 году тайфуна 5-й категории вблизи измерительного полигона был зарегистрирован микросейсмический сигнал, формирующийся при взаимодействии атмосферного вихря в тыловой части циклона с полем волн зыби. В результате регистрации наземными дистанционными методами определенных характеристик микросейсмических сигналов генерирующихся при прохождении тайфунов возможно использовать информацию для определения параметров перемещения тропических циклонов.

Ключевые слова: микросейсмические колебания, микросейсм, тропические циклоны, тайфуны, лазерный деформограф

© *V. A. Chupin**, 2023

V.I. Il'ichev Pacific Oceanological Institute, Far Eastern Branch RAS, 690041, Vladivostok, Baltijskaya Street, 43, Russia
*chupin@poi.dvo.ru

MICROSEISMIC OSCILLATIONS AS AN INDICATOR OF TROPICAL CYCLONES

Received 09.03.2023, Revised 23.06.2023, Accepted 30.08.2023

Abstract

The paper presents the results of recording microseismic oscillations in the frequency range of infrasonic waves performed during the periods of active influence of tropical cyclones on the water area of the Sea of Japan. The data were obtained by a coastal laser-interference measuring complex consisting of a two-axis laser strainmeter and a laser nanobarograph. A case study using remote sensing data shows that the world meteorological agencies stopped tracking the typhoon too early, while the cyclone retains its vortex structure and energy characteristics. The dynamics of changes in the characteristics of infrasound microseismic oscillations, which depend on the trajectory of typhoons and the duration of their impact on the sea area, is shown. Generalised results are given for some groups of typhoons having similar trajectories of movement, as a result of which the maximum amplitudes of microseismic infrasonic oscillations are manifested at different frequencies. During the passage of a category 5 typhoon in 2022, a microseismic signal formed by the interaction of the atmospheric vortex in the rear part of the cyclone with the field of quicksand waves was registered near the measuring site. As a result of registration by ground-based remote sensing methods of certain characteristics of microseismic signals generated during the passage of typhoons, it is possible to use the information to determine the parameters of tropical cyclone movement.

Keywords: microseismic oscillations, microseisms, tropical cyclones, typhoons, laser strainmeter

Ссылка для цитирования: *Чупин В.А.* Микросейсмические колебания как индикатор тропических циклонов // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2023. Т. 16, № 3. С. 9–17. doi:10.59887/2073–6673.2023.16(3)-1
For citation: *Chupin V.A.* Microseismic Oscillations as an Indicator of Tropical Cyclones. *Fundamental and Applied Hydrophysics*. 2023, 16, 3, 9–17. doi:10.59887/2073–6673.2023.16(3)-1

1. Введение

На планете Земля происходит множество разнообразных катастрофических явлений, ежегодно наносящих значительный экономический ущерб. В число таких явлений входят тропические циклоны (тайфуны), зарождающиеся вблизи теплых экваториальных вод и перемещающиеся в северную часть земного шара, охватывая в зависимости от траектории своего движения различные населенные островные и материковые территории. Исследования разномасштабных процессов, возникающих в результате взаимодействия мощных циклонических вихрей с поверхностью Земли, связан с интересом уменьшения вероятного воздействия тайфунов через физические процессы.

Впервые мощные микросейсмические инфразвуковые колебания в диапазоне частот 7–9 Гц, зарегистрированные береговыми лазерными деформографами, были выявлены в 2018 году при исследовании архивных данных вариаций микродеформаций земной коры [1]. Данные микросейсмические колебания регистрировались в период перемещения тайфуна Лайонрок в северной и северо-восточной частях акватории Японского моря. При исследовании научных источников было обнаружено незначительное количество исследований подобных сигналов. Это исследования сигналов, генерируемых в атмосфере. Первая информация о регистрации атмосферных колебаний в данном диапазоне частот появилась в первой половине XX века. Регистрация колебаний происходила на судне во время сильного шторма и его открытие носило случайный характер [2]. Новое явление генерации инфразвука назвали «голос моря», а в публикациях на английском языке данное явление и все остальные с более низкими частотами получило название микробаромы (microbaroms) [3]. Такие исследования в основном проводят с применением точечных микробарографов или их комплексом с измерением сигналов, распространяющихся в атмосфере [4, 5]. Исследования процессов генерации сигнала «голос моря» в основном носили теоретический характер, и в теорию генерации сигнала «голос моря» был положено несколько разных механизмов его генерации [6, 7]. Эти теории описывают несколько различающихся процессов генерации инфразвуковых колебаний. Их генерация может происходить в результате взаимодействия ветрового потока с движущимися гребнями морских волн, появления ветровых волн различного направления в области действия циклонического вихря и возникновения области стоячих волн. Одно из более ранних исследований показало, что область генерации инфразвуковых колебаний должна относиться преимущественно к тыльной части циклона и не связана с центральной областью циклона [8]. При обработке натурных данных микродеформаций земной коры, полученных лазерными деформографами за прошлое десятилетие, этот факт был подтвержден [9]. Также по результатам обработки многочисленных архивных данных, полученных лазерными деформографами, было выяснено, что диапазон частот, в котором проявляются данные инфразвуковые колебания, может находиться в достаточно широком диапазоне, занимающем полосу от 6 до 12 Гц. Изучение таких областей контактными методами практически невозможно, поскольку они генерируются высокоэнергетическими циклоническими вихрями, перемещающимися в открытом море. Экспериментальный же метод регистрации инфразвуковых сигналов разнонаправленными устройствами, измеряющими различные сейсмические колебания, получил хорошее подтверждение. Следовательно, метод бесконтактного дистанционного зондирования, основанный на применении лазерных деформографов, является дополнительным источником получения знаний об инфразвуковых процессах.

После регистрации микросейсмических колебаний «голос моря» было сделано предположение, что подобные инфразвуковые сигналы могут генерироваться в периоды прохождения других тайфунов в акватории Японского моря. Исследования другие периоды влияния тайфунов позволит в дальнейшем получить новые данные о передвижении циклонических вихрей и прогнозирования областей, опасных для мореплавания. При исследовании обширной базы данных микродеформаций земной коры на юге Приморского края за последние 20 лет, проведен анализ присутствия инфразвуковых сигналов в периоды прохождения крупнейших тайфунов в акватории Японского моря, область влияния которых либо непосредственно распространялась на территорию Приморского края, либо носила косвенный характер воздействия, перемещаясь вблизи дальневосточного побережья. Было обнаружено, что в периоды перемещения тайфунов в Японском море береговые лазерные деформографы регистрируют микросейсмы инфразвуковых колебаний в диапазоне частот в разных случаях от 5 до 12 Гц и имеющих отличающуюся амплитудно-частотную характеристику. Детальный анализ периодов генерации инфразвуковых колебаний «голос моря» двухкоординатным береговым лазерным, составляющим в некоторых случаях более двух суток, позволил выявить зависимости изменения направления от источника прихода сигнала и исследовать перемещение области генерации относительно измерительного комплекса. При этом была показана возможность определения зон генерации микросейсм «голоса моря» в Японском море [10]. Эти исследования показали, что зоны генерации этих микросейсм находятся в областях генерации первичных микросейсм, расположенных вблизи прибойной зоны.

Далее покажем некоторые особенности проявления микросейсмических колебаний «голос моря» при влиянии тайфунов в Японском море.

2. Лазерно-интерференционный измерительный комплекс

В Приморском крае Российской Федерации несколько десятилетий непрерывно работает уникальный лазерно-интерференционный комплекс, выполняющий высокоточные измерения вариаций атмосферного давления и геофизических деформационных процессов [11]. Измерительный комплекс включает в состав лазерный нанобарограф и двухкоординатный береговой лазерный деформограф. Синхронная работа измерительных систем, регистрирующих колебательные процессы в соседних геосферах в диапазоне частот условно от 0 Гц и выше, позволяет найти и определить источники возбуждения этих процессов.

Лазерный нанобарограф был создан для исследований взаимосвязи между процессами в атмосфере, литосфере и гидросфере. В качестве датчика-измерителя атмосферного давления был использован блок анероидных коробок, применяемый в обычных стрелочных барометрических приборах. Однако для регистрации перемещения незакрепленного конца блока, с целью увеличения чувствительности, использовались лазерно-интерференционные методы.

Точность измерения вариаций атмосферного давления составляет величину, примерно равную 50 мкПа. Фоновые сейсмоакустические шумы не влияют на измеряемые параметры вариаций атмосферного давления лазерно-интерференционным нанобарографом. Его применение позволяет исключать процессы баро-деформационного взаимодействия при обработке данных лазерного деформографа.

Двухкоординатный лазерный деформограф является основным сейсмическим измерительным инструментом комплекса для изучения процессов микродеформаций земной коры. Прибор может в любом частотном диапазоне регистрировать колебательные процессы, распространяющиеся в верхнем слое земной коры за счет неограниченного динамического диапазона. Двухкоординатный лазерный деформограф в свою очередь состоит из двух измерительных компонент с длинами измерительных плеч 52,5 метров и 17,5 метров. Составляющие измерительные компоненты установлены в подземных помещениях, максимально изолированных от атмосферного воздействия. Они расположены под углом 92° друг к другу и позволяют в определенных случаях применять их для исследования области прихода полезного сигнала с помощью метода амплитудной модуляции этого сигнала на разнонаправленных компонентах лазерного деформографа.

3. Регистрация и анализ микросейсмических колебаний «голос моря»

Траектории тайфунов в точности не повторяются. По траектории перемещения тайфуны делятся на две группы. Первая группа уходит на материк и над ним заполняется. Вторая группа тайфунов относится к большинству тропических циклонов, возникающих в Тихом океане, имеющих обратную ветвь перемещения, обладающей параболическими характеристиками. Часть тайфунов, достигая материка не заполняются, а поворачивают на северо-восток и перемещаются к берегам Японии или пересекают Корейский полуостров, при этом активно воздействуя на акваторию Японского моря. При этом после пересечении циклоническими вихрями продолжительного участка суши, будь это материковая часть Китая при перемещении тайфуна Чаба в июне-июле 2022 г. или территория Корейского полуострова (тайфуны Данас, 2019 г., Чан-Хом 2015 г.), потерявший силу тропический циклон вновь набирает силу в результате подпитки значительно нагревающимися в летний период поверхностями морей северо-западной части Тихого океана. При этом ведущие метеорологические агентства перестают определять тропический циклон как тайфун, переводя его в разряд тропического циклона до ураганной силы и не принимая во внимание его увеличивающуюся мощность даже на кратковременный период времени.

Покажем это на примере прохождения тайфуна Чан-Хом в период с 13 июля 2015 г. Метеорологические агентства прекратили сопровождение тайфуна Чан-Хом в 00:00 13 июля 2015 г. переведя его в разряд внетропического циклона. На рис. 1 приведена траектория перемещения тайфуна Чан-Хом до перевода его в разряд тропической депрессии.

Хотя при входе тайфуна на Корейский полуостров тайфун Чан-Хом и начал терять свою энергию, тем не менее еще находясь над акваторией Желтого моря уже появилось первое влияние его восточным крылом на акваторию Японского моря. На основании метеорологических баз данных GFS и WAVEWATCH III глобальных систем прогноза погоды можно восстановить перемещение области циклона в районе Японского моря с целью отслеживания изменения инфразвукового сигнала, регистрируемого лазерным деформографом, связанного с этим перемещением.

Рис. 1. Траектория перемещения тайфуна Чан-Хом до снижения его категории до тропического шторма

Fig. 1. Trajectory of Typhoon Chan-Hom before it was downgraded to a tropical storm

Развивая тему прекращения отслеживания циклонического вихря метеоагентствами, показанного на рис. 1, покажем, что несмотря на распад структуры облачной системы вихря тайфуна, в атмосфере не прекращается перемещение воздушных масс в направлении области низкого атмосферного давления в приповерхностном слое. На рис. 2, *а* показан спутниковый снимок Himawari-8 [12] тайфуна Чан-Хом в то время, когда его разряд был понижен до тропической депрессии. Вихревая структура циклона на спутниковом снимке наглядно присутствует, при этом облачность в южной части циклона рассеялась. Рис. 2, *б*, построенный на основании метеорологических баз данных GFS и WAVEWATCH III [13], демонстрирует область сильного ветра в приповерхностной области западной и центральной частях Японского моря, продолжающееся вплоть до южного побережья Приморского края. Красным кругом на рисунке обозначено расположение лазерно-интерференционного измерительного комплекса.

При перемещении области пониженного давления «бывшего» тайфуна в северо-восточном направлении вдоль побережья Приморского края соответственно происходит смещение области сильного ветра в том же направлении что и было зарегистрировано при исследовании возможности определения местоположения области генерации микросейсмических сигналов «голос моря» [13].

На примере этого же тайфуна приведем последовательность проявления исследуемого микросейсмического сигнала при перемещении этого тайфуна вдоль побережья Приморского края.

а) *a*) *б*) *b*)

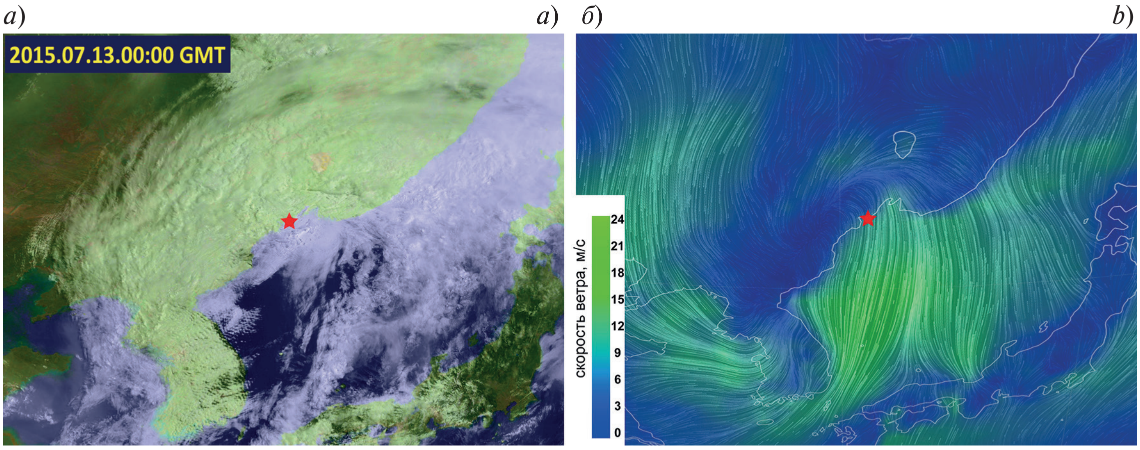


Рис. 2. Сравнение спутникового снимка облачности и поля скорости ветра в приповерхностной области атмосферы при прохождении тайфуна Чан-Хом 13 июля 2015 г.

Fig. 2. Comparison of satellite image of cloud cover and wind speed field in the near-surface region of the atmosphere during the passage of Typhoon Chan-Hom on July 13, 2015

На рис. 3 показана динамическая спектрограмма микросейсмического сигнала «голос моря» регистрировавшегося береговым лазерным деформографом в течение более чем 37 ч. Также на рисунке стрелками показаны участки сигнала, где были выделены максимальные амплитуды спектральных составляющих.

На последовательных изображениях, показанных на рис. 4, с интервалом 6 ч приведена последовательность спектров микросейсмического сигнала генерирующегося при перемещении тайфуна Чан-Хом в акватории Японского моря. Сигнал с периодичностью 6 ч был разложен на спектры с временем накопления 200 с. Цифровое обозначение каждого рисунка спектра (1–6) соответствует положению на динамической спектрограмме рис. 3.

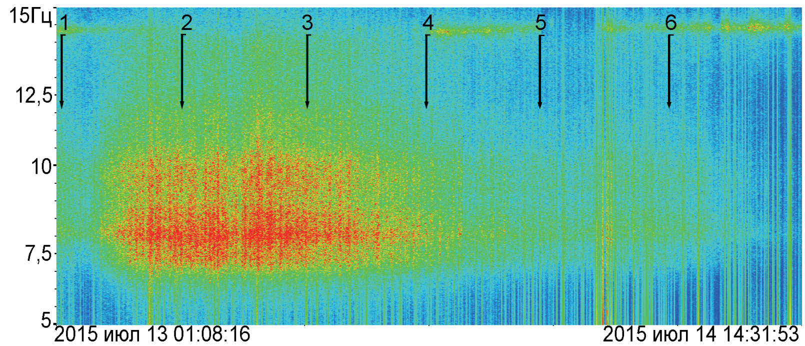


Рис. 3. Динамическая спектрограмма берегового лазерного деформографа при перемещении тайфуна Чан-Хом вблизи измерительного полигона

Fig. 3. Dynamic spectrogram of the coastal laser strainmeter as Typhoon Chan-Hom moves near the measuring range

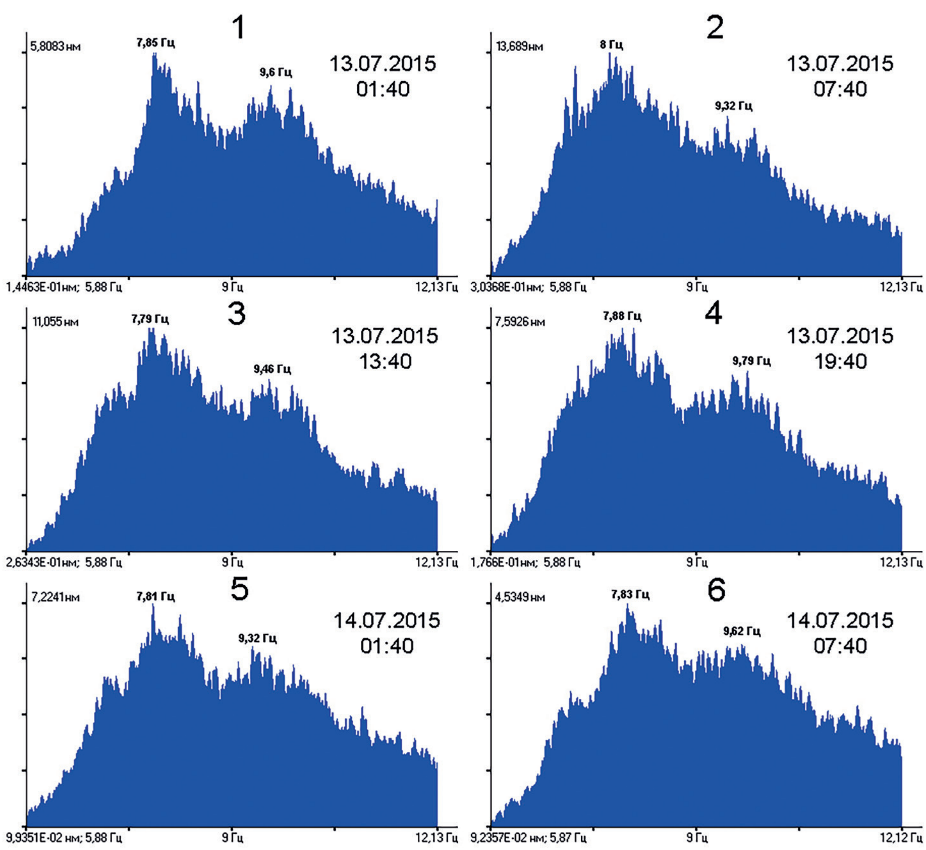


Рис. 4. Последовательные спектры сигнала лазерного деформографа в диапазоне частот «голос моря», соответствующие временным отметкам, изображенным на рис. 3

Fig. 4. Sequential spectra of the laser strainmeter signal in the “voice of the sea” frequency range corresponding to the timestamps shown in fig. 3

Регистрируемый сигнал находится в диапазоне от 6 до 12 Гц. При этом в спектре присутствует две области с максимальной амплитудой, особенно хорошо идентифицируемые в периоды развития и затухания сигнала. Одна область сигнала с максимальной амплитудой находится в диапазоне 7,5–8,5 Гц, а вторая область, имеющая меньшую амплитуду, находится в диапазоне 9–10 Гц. Максимальная амплитуда сигнала составила около 14 нм с максимумом на частоте 7,8 Гц.

Как показали исследования данных 2012–2022 гг., во время перемещения ряда тайфунов в акватории Японского моря, лазерными деформографами регулярно регистрировались микросейсмы «голос моря». При этом микросейсмический сигнал проявляется в достаточно широкой полосе частот и характеризуется разными частотами с максимальной амплитудой, зависящим от скорости ветра, возникающего в вихре тропического циклона, а также от траектории его перемещения.

Так, в работе [14] было показано, что ширина спектра регистрируемых микросейсмических колебаний «голос моря» может составлять от 1,5 до 4,5 Гц. При этом некоторые тайфуны, перемещающиеся в акватории Желтого моря вдоль западного побережья Корейского полуострова, выходят своим центром в материковую часть (2012, 2015 гг.). Такие циклоны, казалось бы, начинают заполняться и не должны нести значительной угрозы, но как было показано выше, над поверхностью моря возникает сильный южный ветер, направленный в область пониженного давления. Такие тропические вихри, воздействующие на акваторию Японского моря восточной областью своего вихря, вызывают микросейсмические колебания с максимальной амплитудой сигнала в районе 7,8 Гц. Тайфуны, пересекающие Корейский полуостров в его южной и центральной частях, полностью выходят в акваторию Японского моря. В таких случаях центр тропического циклона перемещается по акватории Японского моря. Такие тайфуны полностью воздействуют своей вихревой структурой на северо-западную часть Японского моря и смещаются вдоль побережья Приморского края в северо-восточном направлении (2018, 2019 гг.). Микросейсмические колебания, регистрирующиеся в период прохождения таких тайфунов, имеют максимальные амплитуды на частоте около 8,3 Гц. В этом ряду тайфунов можно выделить тайфун Санба (2012 г.). Он отклонился от северо-восточного направления и своим центром вышел в район г. Владивостока, заполнившись впоследствии в материковой части Приморского края. В этом случае в период влияния этого тайфуна на акваторию Японского моря регистрировались микросейсмические колебания с максимальной амплитудой на частоте около 8,4 Гц.

Отдельно было отмечено перемещение тайфуна Талим (2017 г.), траектория перемещения которого отличалась от группы тайфунов, рассмотренной ранее. Тайфун совершил резкий разворот еще в акватории Восточно-Китайского моря и перемещался своим центром вдоль западного побережья Японского архипелага. При этом регистрировался микросейсмический сигнал с шириной спектра около 3 Гц и максимальной амплитудой на частоте 8,8 Гц.

В 2022 году на территорию Приморского края активное влияние оказал тайфун Хиннамнор. Этот тайфун стал первым тропическим циклоном 5-й категории. При этом в течение продолжительного времени невозможно было спрогнозировать траекторию его передвижения вследствие её неустойчивости. На рис. 5 приведена траектория перемещения тайфуна Хиннамнор, совмещенная со спутниковыми изображениями в видимом диапазоне, сделанными метеорологическим спутником Himawari-8 [12].

В соответствии с имеющимися данными траектория центра тропического шторма Хиннамнор прошла через юго-восточную часть Корейского п-ова с выходом на центральную часть Японского моря. При перемещении в северо-восточном направлении по акватории Японского

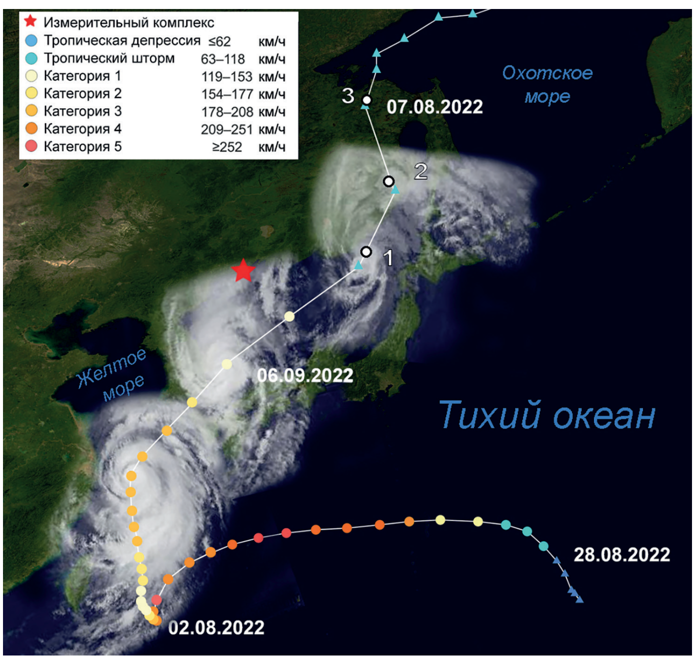


Рис. 5. Траектория тайфуна Хиннамнор, совмещенная с изображениями, сделанными спутником “Himawari-8” в видимом диапазоне

Fig. 5. Trajectory of Typhoon Hinnamnor, combined with images taken by Himawari-8 satellite in the visible range

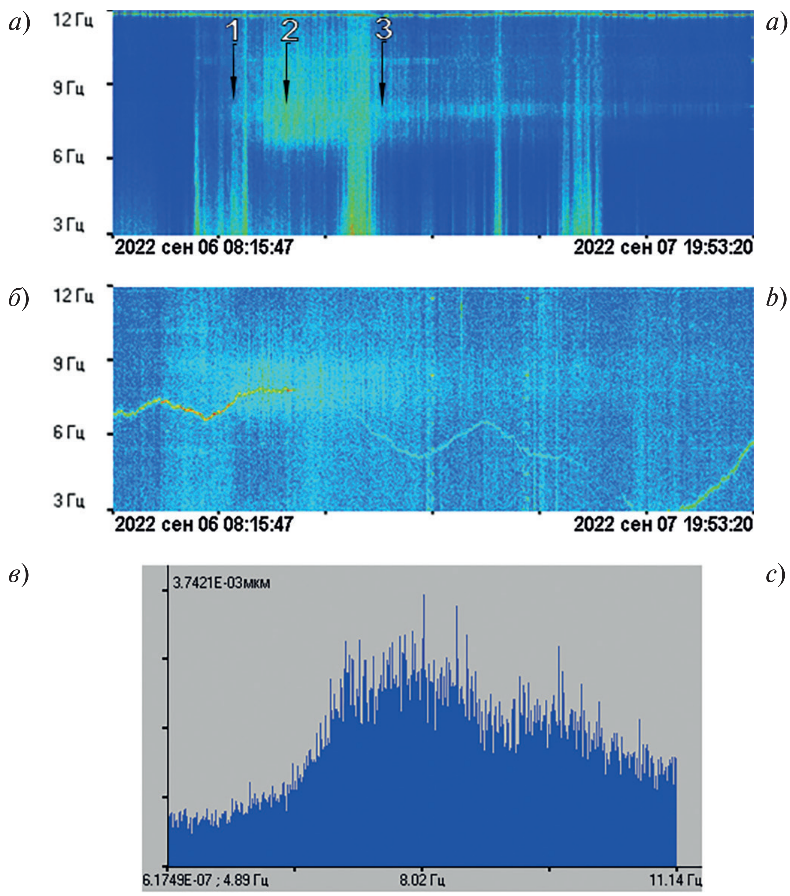


Рис. 6. Динамические спектрограммы в диапазоне инфразвуковых волн «голос моря»: *а* —лазерный деформограф «север-юг» 52,5 м; *б* — лазерный деформограф «запад-восток» 17,5 м; *в* — спектр участка записи лазерного деформографа «север-юг» в период максимального проявления сигнала в 19:00

Fig. 6. Dynamic spectrograms in infrasound wave range “voice of the sea”: *a* — laser strainmeter “north-south” 52,5 m; *b* — laser strainmeter “west-east” 17,5 m; *c* — spectrum of the recording section of the laser strainmeter “north-south” during the period of maximum signal manifestation at 19:00

ского моря менее чем за сутки он вышел к восточному побережью Приморского края, нанеся большой экономический ущерб восточной части дальневосточного региона России. При этом тайфун практически не оказал активного влияния на область расположения измерительного комплекса. На рис. 6 приведены динамические спектрограммы, полученные при обработке данных двухкоординатного лазерного деформографа. Цифрами 1–3 на рис. 5 и 6 обозначены временные отметки нахождения атмосферного центра вихря во время генерации сигнала «голос моря». В соответствии с этими обозначениями можно проследить динамику регистрируемого сигнала на стадии развития и затухания.

В начале своего развития около 17:00 06 сентября 2022 г. пиковая частота сигнала составляла 8,19 Гц. В это время тайфун уже перемещается по акватории Японского моря с местоположением центра на расстоянии 250 км от измерительного полигона. Максимального значения амплитуда сигнала достигает уже через два часа. В 19:00 лазерные деформографы регистрирует сигнал с пиковой частотой 8,02 Гц. Временем затухания сигнала можно считать период 00:00–01:00 07 сентября, до которого амплитуда сигнал постепенно уменьшалась. Максимальный уровень амплитуды регистрируемого сигнала составлял до 3 нм. Максимально зарегистрированный уровень амплитуды микросейсмического сигнала «голос моря» по результатам первого наблюдения составил 16 нм в 2016 году.

Совместный анализ рисунков показывает, что микросейсмический сигнал «голос моря» регистрируется лазерным деформографом, когда тайфун полностью находится над акваторией Японского моря и уже начал активное влияние на восточную часть Приморского края. В тоже время в тыловой части атмосферного вихря формируется поле волн зыби, взаимодействие которого с изменяющимся направлением ветра активной тыловой части тайфуна генерирует исследуемый микросейсмический сигнал.

Как показали исследования, фон микросейсмических колебаний при влиянии тайфунов на акваторию Японского моря может иметь разные характеристики частот и амплитуды сигнала при разной общей длительности.

4. Заключение

В ходе многолетних натурных измерений с помощью берегового лазерно-интерференционного измерительного комплекса получены уникальные данные микросейсмических колебаний в диапазоне частот от 6 до 12 Гц, возникающих в результате влияния мощных тропических циклонов на акваторию Японского моря. Используя методы обработки спутниковых данных и методов прогностического моделирования, с помощью сейсмоакустического метода можно исследовать вариации характеристик микросейсмических сигналов «голос моря», а также исследовать перемещение областей их генерации по изменениям амплитуды сигналов разнонаправленных лазерных деформографов. Для сравнения с ранее полученными данными показан результат регистрации микросейсмических инфразвуковых сигналов при влиянии на регион тайфуна Хиннамнор. В результате исследования характеристик микросейсмических колебаний определено, что микросейсмические колебания «голос моря» могут генерироваться в разных полосах частот, которые также могут иметь разную ширину, и разные частоты, имеющих максимальную амплитуду. Вариации этих параметров зависят от траекторий перемещения тропических циклонов и времени их воздействия на акваторию Японского моря.

Финансирование

Работа выполнена в рамках госбюджетных тем «Обоснование системы климатического мониторинга дальневосточных морей и разработка методов мониторинга экстремальных погодно-климатических явлений, связанных с океаном, на основе стационарных и мобильных измерительных комплексов, а также мультисенсорного спутникового зондирования» (№ 122122300025-8) (обработка и интерпретация данных) и «Изучение фундаментальных основ возникновения, развития, трансформации и взаимодействия гидроакустических, гидрофизических и геофизических полей Мирового океана» (№ АААА-А20-120021990003-3) (сопровождение измерительного комплекса).

Funding

The work was supported in part by the State Assignments under Grant № 122122300025-8 «Justification of the system of climatic monitoring of the Far Eastern seas and development of methods for monitoring of extreme weather and climatic phenomena associated with the ocean, based on stationary and mobile measuring complexes, as well as multi-sensor satellite sensing» (data processing and interpretation) and "Investigation of fundamental bases of generation, development, transformation and interaction of hydroacoustic, hydrophysical and geophysical fields of the World Ocean" (AAAA-20-120021990003-3) (support of the measuring system

Литература

1. *Долгих Г.И.*, *Гусев Е.С.*, *Чупин В.А.* Деформационные проявления «голоса моря» // Доклады академии наук. 2018. Т. 481, № 1. С. 95–98. doi:10.31857/S086956520000060–9
2. *Шулейкин В.В.* О голосе моря // Доклады академии наук. 1935. Т. 3, № 6. С. 259–263.
3. *Benioff H.*, *Gutenberg B.* Waves and currents recorded by electromagnetic barographs // Bulletin of the American Meteorological Society. 1939. Vol. 20, No. 10. P. 421–428.
4. *Stopa J.E.*, *Cheung K.F.*, *Garcés M.A.*, *Badger N.* Atmospheric infrasound from nonlinear wave interactions during Hurricanes Felicia and Neki of 2009 // Journal of Geophysical Research. 2012. Vol. 117. P. 12017. doi:10.1029/2012JC008257
5. *Ponomaryov E.A.*, *Sorokin A.G.*, *Tabulevich V.N.* Microseisms and infrasound: a kind of remote sensing // Physics of the Earth and Planetary Interiors. 1998. Vol. 108. P. 339–346. doi:10.1016/S0031–9201(98)00113–7
6. *Перепёлкин В.Г.*, *Куличков С.Н.*, *Чунчузов И.П.*, *Репина И.А.* Об опыте регистрации «голоса моря» в акватории Черного моря // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. 2015. Т. 51, № 6. С. 716–728. doi:10.7868/S0002351515050107
7. *Перепелкин В.Г.*, *Чунчузов И.П.*, *Куличков С.Н.*, *Попов О.Е.*, *Репина И.А.* Анализ условий возникновения «голоса моря» по данным измерений инфразвука // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. 2019. Т. 55, № 1. С. 83–97. doi:10.31857/S0002-351555183-97

8. *Semenov A.G.* On “Voice of Sea” Generation Mechanism // International Journal of Geosciences. 2013. Vol. 4, No. 1. C. 116–128. doi:10.4236/ijg.2013.41012
9. *Долгих Г.И.*, *Чупин В.А.*, *Гусев Е.С.*, *Овчаренко В.В.* Пеленг зон генерации микросейсм «голоса моря» // Доклады академии наук. Науки о Земле. 2021. Т. 501, № 2. С. 226–230. doi:10.31857/S2686739721120033
10. *Dolgikh G.*, *Chupin V.*, *Gusev E.* Microseisms of the “Voice of the Sea” // IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters. 2020. Vol. 17, No. 5. C. 750–754. doi:10.1109/LGRS.2019.2931325
11. *Dolgikh G.I.*, *Valentin D.I.*, *Batyushin G.N.* et al. Seismoacoustic hydrophysical complex for monitoring the atmosphere-hydrosphere-lithosphere system // Приборы и техника эксперимента. 2002. Т. 45, № 3. P. 120–122.
12. Himawari 8 Data Archive, GMS/GOES9/MTSAT Data Archive for Research and Education. URL: http://weather.is.kochi-u.ac.jp/archive-e.html (дата обращения: 15.02.2023)
13. Earth: A Global Map of Wind, Weather and Ocean Conditions. [Online]. URL: https://earth.nullschool.net (дата обращения: 15.02.2023).
14. *Dolgikh G.I.*, *Chupin V.A.*, *Gusev E.S.*, *Timoshina G.A.* Cyclonic Process of the “Voice of the Sea” microseism generation and its remote monitoring // Remote Sensing. 2021. Vol. 13. P. 3452. doi:10.3390/rs13173452

References

1. *Dolgikh G.I.*, *Gusev E.S.*, *Chupin V.A.* The Nature of the “Voice of the Sea”. *Doklady Earth Sciences*. 2018, 481(1), 912–915. doi:10.1134/S1028334X18070048
2. *Shuleikin V.V.* On Sea Voice. *Doklady of USSR Acad. Sci*. 1935, 3, 259.
3. *Benioff H.*, *Gutenberg B.* Waves and currents recorded by electromagnetic barographs. *Bulletin of the American Meteorological Society*. 1939, 20, 10, 421–428.
4. *Stopa J.E.*, *Cheung K.F.*, *Garcés M.A.*, *Badger N.* Atmospheric infrasound from nonlinear wave interactions during Hurricanes Felicia and Neki of 2009. *Journal of Geophysical Research*. 2012, 117, 12017. doi:10.1029/2012JC008257
5. *Ponomaryov E.A.*, *Sorokin A.G.*, *Tabulevich V.N.* Microseisms and infrasound: a kind of remote sensing. *Physics of the Earth and Planetary Interiors.* 1998, 108, 339–346. doi:10.1016/S0031-9201(98)00113-7
6. *Perepelkin V.G.*, *Kulichkov S.N.*, *Chunchuzov I.P.*, *Repina I.A.* On experience in recording the voice of the sea in the water area of the Black Sea. *Izvestiya*, *Atmospheric and Oceanic Physics*. 2015, 51(6), 639–650. doi:10.1134/S0001433815050102
7. *Perepelkin V.G.*, *Chunchuzov I.P.*, *Kulichkov S.N.* et al. Analyzing conditions for the occurrence of the voice of the sea on the basis of infrasound measurements. *Izvestiya, Atmospheric and Oceanic Physics.* 2019, 55(1), 73–85. doi:10.1134/S0001433819010079
8. *Semenov A.G.* On “Voice of Sea” Generation Mechanism. *International Journal of Geosciences.* 2013, 4(1), 116–128. doi:10.4236/ijg.2013.41012
9. *Dolgikh G.I.*, *Chupin V.A.*, *Gusev E.S.*, *Ovcharenko V.V.* Finding the location of generation zones of “voice of the sea” microseisms. *Doklady Earth Sciences.* 2021, 501(2), 1087–1090. doi:10.1134/S1028334X21120035
10. *Dolgikh G.*, *Chupin V.*, *Gusev E.* Microseisms of the “Voice of the Sea”. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters.* 2020, 17, 5, 750–754. doi:10.1109/LGRS.2019.2931325
11. *Dolgikh G.I.*, *Valentin D.I.*, *Batyushin G.N.* et al. Seismoacoustic hydrophysical complex for monitoring the atmosphere-hydrosphere-lithosphere system. *Instruments and Experimental Techniques*. 2002, 45, 3, 401–403. doi:10.1023/A:1016031925259
12. Himawari 8Data Archive, GMS/GOES9/MTSAT Data Archive for Research and Education. URL: http://weather.is.kochi-u.ac.jp/archive-e.html (accessed on 15.02.2023).
13. Earth: A Global Map of Wind, Weather and Ocean Conditions. [Online]. URL: https://earth.nullschool.net (accessed on 15.02.2023).
14. *Dolgikh G.I.*, *Chupin V.A.*, *Gusev E.S.*, *Timoshina G.A.* Cyclonic Process of the “Voice of the Sea” microseism generation and its remote monitoring. *Remote Sensing*. 2021, 13, 3452. doi:10.3390/rs13173452

Об авторе

ЧУПИН Владимир Александрович, РИНЦ Author ID: 142439, ORCID ID: 0000-0001-5103-8138, Scopus Author ID: 7004931608, WoS Researcher ID: G-8803-2016, chupin@poi.dvo.ru

DOI 10.59887/2073-6673.2023.16(3)-2

УДК 551.466.3

©*А. В. Слюняев*[1–3]*, *А. В. Кокорина*[1], *А. И. Зайцев*[1,4], *Е. Г. Диденкулова*[1–3], *А. А. Москвитин*[1,4], *О. И. Диденкулов*[1], *Е. Н. Пелиновский*[1–3], 2023

[1]Федеральное государственное бюджетное научное учреждение «Федеральный исследовательский центр Институт прикладной физики им. А.В. Гапонова-Грехова Российской академии наук», 603950, г. Нижний Новгород, БОКС-120, ул. Ульянова, 46.
[2]Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», Нижний Новгород, 603155, г. Нижний Новгород, ул. Большая Печерская, 25/12.
[3]Тихоокеанский океанологический институт им. В.И. Ильичева ДВО РАН, 690041, Приморский край, г. Владивосток, ул. Балтийская, 43.
[4]Специальное конструкторское бюро средств автоматизации морских исследований ДВО РАН, 693023, г. Южно-Сахалинск, ул. А.М. Горького, д. 25.
*slunyaev@ipfran.ru

ЗАВИСИМОСТЬ ВЕРОЯТНОСТНЫХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ ВЫСОТ ВОЛН ОТ ФИЗИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ИЗМЕРЕНИЙ У ОСТРОВА САХАЛИН

Статья поступила в редакцию 09.03.2023, после доработки 05.06.2023, принята в печать 24.07.2023

Аннотация

Данные длительных измерений поверхностного волнения донными датчиками у о-ва Сахалин использованы для построения инструментальных распределений вероятностей превышения высот волн. Зарегистрированы волны с высотой, превышающей значительную высоту более чем в 3 раза. Обсуждаются особенности результатов наблюдений, выполненных в периоды покрытия морской поверхности льдом и открытой воды. Для создания выборок статистически однородных данных выполнена селекция с учетом естественных физических безразмерных параметров задачи, контролирующих эффекты конечной глубины и нелинейности (крутизна, отношение амплитуд волн к глубине, параметр Урселла). Обсуждается проявление этих и производных от них параметров в теоретических распределениях вероятностей высот волн. Оценены эффекты нелинейности и глубины точки измерения на вероятностные распределения с фокусом на аномально высокие волны. В частности показано, что для места регистрации рост отношения амплитуд волн к глубине приводит к уменьшению вероятности аномально высоких волн. Это поведение согласуется с теоретическим распределением Глуховского. Волны, характеризуемые сравнительно большим параметром безразмерной глубины, демонстрируют более высокую вероятность волн с существенным превышением значительной высоты и лучше описываются распределением Рэлея.

Ключевые слова: поверхностные морские волны, распределение вероятностей высот волн, аномально высокие волны, нелинейные волны, параметр Урселла, эффект конечной глубины

©*A. V. Slunyaev*[1–3]*, *A. V. Kokorina*[1], *A. I. Zaytsev*[1,4], *E. G. Didenkulova*[1–3], *A. A. Moskvitin*[1,4], *O. I. Didenkulov*[1], *E. N. Pelinovsky*[1–3], 2023

[1]Federal Research Center A.V. Gaponov-Grekhov Institute of Applied Physics of the Russian Academy of Sciences, 603950, Nizhny Novgorod, Box-120, Ulyanova Street, 46, Russia
[2]National Research University — Higher School of Economics, 603155 Nizhny Novgorod, Str. Bolshaya Pecherskaya, 25/12, Russia
[3]V.I. Il'ichev Pacific Oceanological Institute, Far Eastern Branch RAS, 690041, Vladivostok, Baltijskaya Street, 43, Russia
[4]Special Design Bureau for Marine Research Automation of RAS Far Eastern Branch, 693023, Yuzhno-Sakhalinsk, Russian Federation, Str. A.M. Gor'kogo, 25, Russia
*slunyaev@ipfran.ru

Ссылка для цитирования: *Слюняев А.В.*, *Кокорина А.В.*, *Зайцев А.И.*, *Диденкулова Е.Г.*, *Москвитин А.А.*, *Диденкулов О.И.*, *Пелиновский Е.Н.* Зависимость вероятностных распределений высот волн от физических параметров по результатам измерений у острова Сахалин // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2023. Т. 16, № 3. С. 18–29. doi:10.59887/2073-6673.2023.16(3)-2

For citation: *Slunyaev A.V.*, *Kokorina A.V.*, *Zaytsev A.I.*, *Didenkulova E.G.*, *Moskvitin A.A.*, *Didenkulov O.I.*, *Pelinovsky E.N.* The Dependence of Wave Height Probability Distributions on Physical Parameters from Measurements near Sakhalin Island. *Fundamental and Applied Hydrophysics*. 2023, 16, 3, 18–29. doi:10.59887/2073-6673.2023.16(3)-2

THE DEPENDENCE OF WAVE HEIGHT PROBABILITY DISTRIBUTIONS ON PHYSICAL PARAMETERS FROM MEASUREMENTS NEAR SAKHALIN ISLAND

Received 09.03.2023, Revised 05.06.2023, Accepted 24.07.2023

Abstract

The data of long-term surface waves measurements with bottom sensors near Sakhalin Island were used to build instrumental probability distributions for exceedance of wave heights. Waves with heights exceeding the significant wave height by more than three times were recorded. Specific features of the observations conducted during the periods of open and ice-covered sea surfaces are discussed. The subsets of statistically homogeneous data are arranged through selection considering the natural physical dimensionless parameters of the task, that control the effects of finite depth and nonlinearity (namely, the wave steepness, the wave amplitude to water depth ratio, the Ursell parameter). The manifestation of these and composite parameters in theoretical probability distributions of wave heights is discussed. The effects of nonlinearity and the measurement point depth on probability distributions are estimated with a focus on abnormally high waves. In particular, it is shown that for the place of registration an increase in the wave amplitude to water depth ratio parameter leads to a decrease in the probability of abnormally high waves. This behavior is consistent with the Glukhovsky theoretical distribution. The waves characterized by relatively large dimensionless depth parameter exhibit a higher probability of substantial exceedance of the significant height and are better described by the Rayleigh distribution.

Keywords: sea surface waves, wave height probability distribution, rogue waves, nonlinear waves, Ursell parameter, finite depth effect

1. Введение

Измерения поверхностных волн датчиками донного давления проводятся на базе Специального конструкторского бюро средств автоматизации морских измерений Дальневосточного отделения Российской академии наук (СКБ САМИ ДВО РАН) у о-ва Сахалин в прибрежной зоне Охотского моря с 2009 г. Эти данные используются для оценки вероятностных свойств волн с фокусом на редкие события экстремальных волн (т. н. аномальные волны или «волны-убийцы»). Измерения проводились серией кампаний с установкой одного или нескольких датчиков на срок несколько месяцев, включая зимние периоды покрытия поверхности льдом. Высота волны H (вертикальное расстояние от нижней точки ложбины до верхней точки гребня) является наиболее часто используемой характеристикой морских волн. В банке накопленных данных измерений у о-ва Сахалин уже содержится несколько тысяч регистраций аномально высоких волн, удовлетворяющих формальному критерию превышения значительной высоты волнения H_s в 2 раза и более, $AI = H/H_s > 2$. Эти результаты можно найти в публикациях [1–4]. В предположениях линейности волн и узости спектра вероятность превышения высоты задается распределением Рэлея [5]:

$$P_R(H) = \exp\left[-2\left(\frac{H}{H_s}\right)^2\right], \tag{1}$$

представляющим собой зависимость от нормированной высоты H/H_s. На практике значительная высота определяется через среднеквадратичное смещение поверхности σ, $H_s = 4\sigma$, или как среднее от трети наиболее высоких волн в выборке, $H_s = H_{1/3}$. Распределение (1) обычно используется в качестве первого приближения для описания морских волн. В частности, оно позволяет оценить вероятность возникновения аномально высоких волн: $P_R(H = 2H_s) = 3{,}35\cdot10^{-4}$. По уже сделанным оценкам действительная вероятность возникновения «волн-убийц» примерно соответствует этому значению: в среднем 2–3 аномальные волны в сутки [2]. Более точная оценка вероятности редких экстремальных событий $H > 2H_s$, поиск условий, способствующих повышению вероятности таких событий, являются актуальными проблемами современной океанографии.

Разбиение длинных записей волн на короткие интервалы по 10–30 мин является стандартным способом повышения статистической однородности данных. Предполагается, что такие интервалы, с одной стороны, соответствуют периодам примерной стационарности условий, характеризуемых постоянным значением H_s, а с другой — достаточны для обеспечения не слишком больших погрешностей вероятностных оценок, связанных с конечностью выборки. В таких интервалах записей содержится от нескольких десятков до пары сотен индивидуальных волн. В предположении универсальности распределений вероятностей волн по параметру превышения значительной высоты волн H/H_s данные для разных коротких интервалов записей могут объединяться для построения вероятностных распределений морского волнения. Соответственно, результатом такой обработки станет единственное распределение $P(H/H_s)$.

При учете конечной ширины спектра, нелинейности волн и т. д. в теоретических распределения вероятности возникают поправки, нарушающие универсальность распределения Рэлея. Недоучет этого обстоятельства ведет к построению обобщенной функции распределения вероятностей на основе разнородных данных, что должно приводить к ошибочным оценкам. В частности, такой подход может маскировать редкие, возникающие при определенных условиях аномальные функции распределения в массиве однотипных функций распределения, соответствующих значительно более частым условиям. В литературе можно найти как свидетельства разнородности распределений вероятностей на основе разных банков натурных данных, так и прямое обсуждение зависимости распределений от локаций, времен года и т. п. [6—9]. Очевидно, что для повышения адекватности строимых на основе натурных данных вероятностных распределений (особенно в области редких событий), определения их зависимости от конкретных характеристик волнения следует использовать дополнительную сортировку данных по статистически однородным условиям.

Распределение вероятностей превышения высоты, построенное в [4] по данным измерений волн у Сахалина в 2012—2015 гг., воспроизведено на рис. 1, *а*. В [4] было установлено, что за экстремальные значения высот на рис. 1, *а* ответственны события аномально высоких волн, наблюдавшиеся в ледовый период. Последний легко выделялся по характерному виду записей с почти нулевым фоновым волнением. К нему относились не только периоды, когда акватория была покрыта сплошным льдом, но и зимнее время между таковыми. После разделения массива данных на условия открытой воды и ледовые в первом случае данные исключительно хорошо описываются распределением Глуховского (рис. 1, *б*), в то время как второй класс условий демонстрирует значительные отклонения от этого распределения (рис. 1, *в*) и содержит «волны-убийцы» с наибольшими превышениями значительной высоты. Таким образом, общее распределение вероятностей на рис. 1, *а* содержит как минимум два класса событий, характеризуемых существенно различными вероятностными свойствами, о чем нельзя сделать вывод лишь на основании рис. 1, *а*.

Для океанографии стандартными являются диаграммы T_z—H_s, отражающие вероятность волновых условий с данной значительной высотой H_s и данным периодом T_z, определенным для волновой последовательности по пересечениям нулевого (невозмущенного) уровня. Такая диаграмма для части данных измерений у Сахалина нами приведена в работе [4]. Ее вариант, дополненный новыми данными, показан на рис. 2. Все зарегистрированные значительные высоты не превышают половины глубины точки измерения.

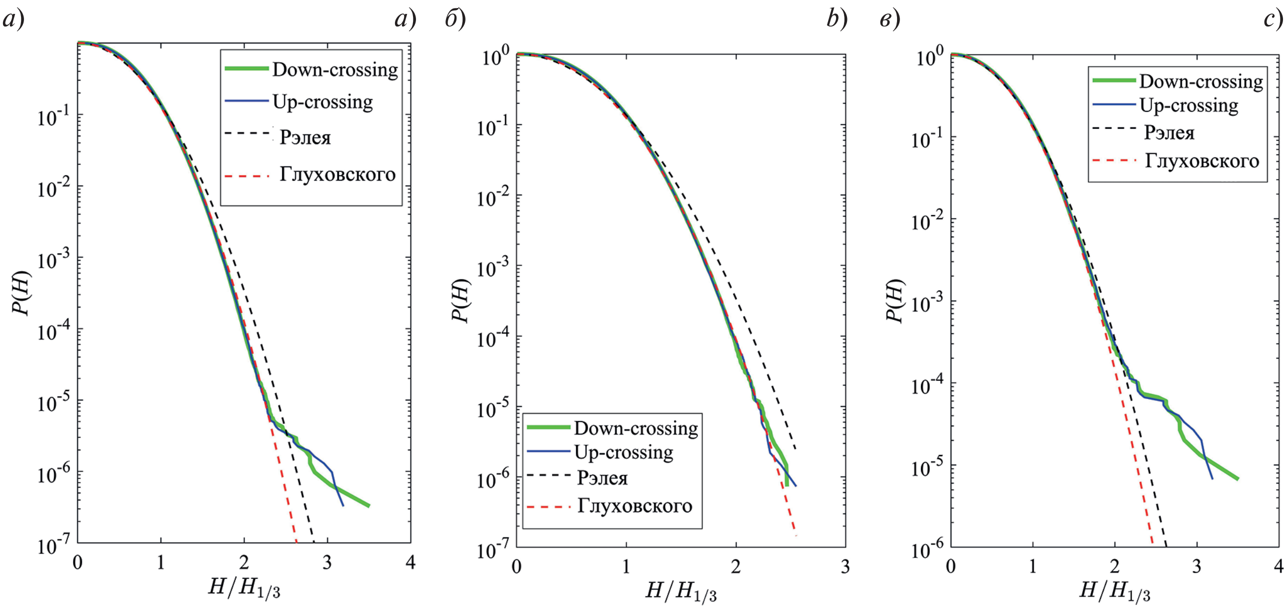


Рис. 1. Распределение вероятностей превышения высот волн по натурным данным за сезоны 2012—2014 гг.: все данные (*а*), данные только периодов безо льда (*б*) и ледовый период сезона 2014—2015 гг. (*в*). Разными цветами построены распределения по пересечению нулевого уровня вниз (Down-crossing) и вверх (Up-crossing). Другие линии соответствуют распределениям Рэлея и Глуховского, см. в [4]

Fig. 1. Distribution of wave height exceedance probabilities according to the field data for 2012—2014 seasons: all data (*a*), ice-free period data only (*b*), and 2014—2015 season ice period data (*c*). The distributions for down-crossing and up-crossing wave heights are shown in different colors. Other lines correspond to the Rayleigh and Glukhovsky distributions, see [4]

4σ [м] \ T_z [с]	0	1,5	3	4,5	6	7,5	9	10,5	12	13,5	15	16,5	18	19,5	21	22,5	24	25,5	27
4,8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4,6	0	0	0	0	0	0	6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4,4	0	0	0	0	0	0	11	6	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4,2	0	0	0	0	0	1	25	21	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	2	17	57	15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3,8	0	0	0	0	0	4	22	23	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3,6	0	0	0	0	0	12	50	16	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3,4	0	0	0	0	0	14	33	13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3,2	0	0	0	0	0	22	32	18	9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	40	29	15	11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2,8	0	0	0	0	0	41	58	55	12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2,6	0	0	0	0	0	69	111	71	26	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2,4	0	0	0	0	1	134	131	51	9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2,2	0	0	0	0	7	203	133	61	27	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	20	255	143	65	31	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1,8	0	0	0	0	18	248	156	55	50	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1,6	0	0	0	0	62	245	175	64	53	4	1	0	0	0	0	0	0	0	0
1,4	0	0	0	0	103	330	207	71	47	6	1	0	0	0	0	0	0	0	0
1,2	0	0	0	2	156	413	329	90	43	14	4	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	10	376	467	369	133	45	12	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0,8	0	0	0	42	654	655	473	232	66	16	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0,6	0	0	0	252	927	975	743	523	131	12	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0,4	0	0	4	429	1554	1891	1172	714	238	21	1	1	0	0	0	0	0	0	0
0,2	0	0	29	579	1896	2615	1990	1215	707	138	16	1	0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Рис. 2. Диаграмма распределения количества 20-минутных записей (см. числа в ячейках) по значительным высотам $H_s = 4\sigma$ и периодам T_z

Fig. 2. The diagram for distribution of the 20-min records number (see the numbers in the cells) over significant heights $H_s = 4\sigma$ and periods T_z

Данные с очень слабым волнением $4\sigma < 0{,}2$ не использовались в обработке. Можно предположить, что временные последовательности, соответствующие одним или близким ячейкам на этой диаграмме, соответствуют, в основном, схожим метеоусловиям, относятся к похожим волновым состояниям и описываются одним распределением вероятности. С другой стороны, разбиение таблицы T_z–H_s на большое число ячеек приводит к значительному оскудению предполагаемых однородными статистических выборок. Потому выделение статистически однородных подмножеств данных является важной и нетривиальной задачей.

В настоящей работе мы предлагаем подход к формированию статистических выборок, основанный на выполнении схожих физических условий, выраженных не в размерных (как на примере T_z–H_s диаграммы рис. 2), а в безразмерных параметрах, имеющих ясный физический смысл. Он применяется к данным натурных измерений у берегов о-ва Сахалин. В разделе 2 кратко обсуждаются естественные безразмерные физические параметры, которые являются первыми кандидатами на роль управляющих параметров распределений вероятностей. Там же обсуждаются два примера модификаций распределения Рэлея с учетом нелинейности. В разделе 3 приводятся результаты построения распределений вероятностей высот волн на основе натурных данных для подмножеств, соответствующих разным интервалам безразмерных параметров. Основные выводы по работе приводятся в заключительном разделе 4.

2. Физические параметры, ведущие к изменению вероятностных свойств высот волн

Из общих соображений, условия в точке измерения характеризуются локальной глубиной h, а волны — характерной длиной (или периодом) и интенсивностью. Хорошо известно, что свойства волн на поверхности воды, связанные с конечностью глубины h, определяются комбинацией kh, где k — волновое число. В частности, безразмерная глубина kh входит в дисперсионное соотношение

$$\omega = \sqrt{gk \tanh(kh)}, \qquad (2)$$

где ω — циклическая частота волн, $g = 9{,}81$ м/с^2 — ускорение свободного падения. Такая же комбинация определяет нелинейные свойства волн на заданной глубине, включая коэффициенты нелинейных взаимодействий и параметрические области нелинейной неустойчивости волн [10]. Так, при $kh > 0{,}5$ однородные волны становятся модуляционно неустойчивыми по отношению к длинным модуляциям под углом к направлению распространения, а при $kh > 1{,}363$ неустойчивыми становятся продольные возмущения;

с ростом kh возрастает инкремент неустойчивости и область неустойчивых волновых чисел. Поскольку было показано теоретически и экспериментально (например, [11]), что условия модуляционно устойчивых и неустойчивых волновых систем характеризуются разными распределениями вероятностей редких событий, то учет параметра kh при построении статистических ансамблей представляется важным. Этот параметр может быть использован и в качестве характеристики длины (периода) волн на конечной глубине, потому вместо периода T_z для описания волновых условий будем использовать величину kh, которую можно понимать как безразмерную характеристику длины волны.

Безразмерный параметр нелинейности волн на мелкой воде вводят в виде отношения амплитуды волны к глубине, что для значительной амплитуды волн $H_s/2$ можно записать в виде $a = H_s/h/2$ [12]. В пределе глубокой воды естественный размер задачи h становится неприменимым; хорошо известно, что на глубокой воде безразмерной характеристикой интенсивности волн является крутизна, которую можно записать в виде $\varepsilon = kH_s/4 = k\sigma$. Тогда мелководный параметр нелинейности можно представить в виде отношения крутизны и безразмерной глубины: $a = (kH_s)/(kh)/2 = 2\varepsilon/(kh)$. В частности, условия обрушения волн на мелководье и на большой глубине формулируются в терминах пороговых величин параметров, которые можно записать в форме $A/h \approx 0{,}25$ и $kA \approx 0{,}4$ соответственно, где A — амплитуда волны.

В [13] обсуждался параметр нелинейности μ для произвольной глубины в форме

$$\mu = k\frac{H_s}{2}F(kh), \quad F = \frac{(4\tanh kh + \tanh 2kh)(1-\tanh^2 kh)}{2\tanh kh(2\tanh kh - \tanh 2kh)} + \tanh kh. \tag{3}$$

Как видно, он также зависит от глубины через комбинацию kh. В пределе глубокой воды этот параметр становится удвоенной крутизной $\mu \to 2\varepsilon$, а в пределе мелкой воды пропорционален параметру Урселла, $\mu \to 2Ur$, $Ur = 3/8\, kH_s\, (kh)^{-3}$, который, в свою очередь, составлен из крутизны и безразмерной глубины. Параметр Урселла контролирует баланс между эффектами нелинейности и дисперсии, действующими на волну [5]. Так что при малых значениях Ur волны на малой глубине синусоидальны, а при Ur порядка единицы волны становятся кноидальными и имеют вид уединенных горбов (солитонов). В [14] на основе прямого численного моделирования слабонелинейного уравнения Кортевега–де Вриза делался вывод о возможности возрастании вероятности возникновения аномально высоких волн в случае больших величин параметра Ur, когда доля солитоноподобных волн была высока.

Таким образом, мера нелинейности волн может отражаться одним из перечисленных выше параметров, которые связаны между собой через параметр глубины kh. Для последующего исследования в настоящей работе будут использованы три из них в следующих определениях:

$$\varepsilon = k\sigma, \quad a = 2\frac{\sigma}{h}, \quad Ur = \frac{3}{2}\frac{k\sigma}{(kh)^3}. \tag{4}$$

В нашей работе [4] было показано, что большинство данных по результатам измерений у о-ва Сахалин в 2012–2015 гг. очень хорошо описывается распределением Глуховского, см. рис. 1, *б*. Теоретическое распределение Глуховского [5]

$$P_G(H) = \exp\left[-\frac{\pi}{4\left(1+\frac{n}{\sqrt{2\pi}}\right)}\left(\frac{H}{\overline{H}}\right)^{\frac{2}{1-n}}\right], \quad n = \frac{\overline{H}}{h} \tag{5}$$

использует параметр нелинейности $n = \frac{\overline{H}}{h}$, введенный как отношение средней высоты волн $\overline{H} = \langle H \rangle$ к глубине. Очевидно, что параметр распределения n стремится к нулю в пределе большой глубины (при конечном H_s и растущем h) или в пределе волн малой амплитуды $a \ll 1$, тогда распределение Глуховского (5) переходит в распределение Рэлея (1) со связью $\overline{H} = \sqrt{2\pi}H_s/4$. В прибойной зоне n приближается к значению 0,5, а отношение $\overline{H}$ к H_s увеличивается примерно на 20 % [5]. В общем случае можно приблизительно переписать нормированную высоту с использованием значительной высоты H_s: $\frac{H}{\overline{H}} \approx \frac{4}{\sqrt{2\pi}}\frac{H}{H_s}$. Тогда получается связь параметра n с параметром нелинейности для волн на мелкой воде $n \approx \frac{\sqrt{2\pi}}{4}\frac{H_s}{h} = \sqrt{\frac{\pi}{2}}a$. Таким образом, для не слишком больших a распределение Глуховского (5) можно записать в виде функции от величины H/H_s, зависящей также от параметра нелинейности мелководных волн a: $P_G(H) = P_G(H/H_s; a)$. Распределение Глуховского учитывает эффект глубины, связанный с действием нелинейности, оцениваемой параметром a. В рамках этого распределения в интервалах малых высот, $H < 3H_s/4$, и больших высот, $H > 3H_s/4$, вероятность оказывается выше и ниже распределения Рэлея, соответственно (см. в [15]).

Другой пример модификации распределения Рэлея для высот волн обсуждался в [16]:

$$P_{G-Ch}(H) \approx \exp\left(-\frac{H^2}{8\sigma^2}\right)\left[1 + (\lambda_4 - 3)B\left(\frac{H}{\sigma}\right)\right], \quad \lambda_4 = \frac{\langle \eta^4 \rangle}{\sigma^4}, \quad B(\xi) = \frac{1}{384}\xi^2\left(\xi^2 - 16\right) \tag{6}$$

(ряд Грама–Шарлье, для слабо негауссового распределения, см. в [5]). Здесь λ_4 соответствует четвертому статистическому моменту (эксцессу) для смещения поверхности η. Из анализа зависимости (6) следует, что рост четвертого момента $\lambda_4 > 3$ приводит к увеличению вероятности волн с большой высотой $H > 4\sigma$ в сравнении с распределением Рэлея. Оценка четвертого момента для условий глубокой воды была дана в той же работе [16]:

$$\lambda_4 = 3 + 24\varepsilon^2 + \frac{\pi}{\sqrt{3}}BFI^2, \quad BFI = \sqrt{2}\frac{\varepsilon}{\Delta k / k} \tag{7}$$

с использованием параметра относительной ширины спектра волновых чисел $\Delta k/k$. В [17] было показано, что соотношение (7) может существенно нарушаться в случае нестационарности волнения. Другие предлагавшиеся оценки параметра эксцесса обсуждались в нашем недавнем обзоре [9]. Последним слагаемым в формуле для λ_4 можно пренебрегать в случае широкого спектра $\Delta k/k \gg \varepsilon$, и тогда отклонение λ_4 от 3 определяется малым параметром — квадратом крутизны волн. В специфических случаях относительно узкого спектра параметр модуляционной неустойчивости BFI может быть немалым, что приводит к существенному повышению вероятности высоких волн.

Таким образом, подобно распределению Глуховского, распределение (6) может быть записано в виде зависимости от нормированной высоты и параметра нелинейности для глубокой воды: $P_{G-Ch}(H) = P_{G-Ch}(H/H_s; \varepsilon)$. Если учет нелинейности в распределении для мелкой воды (5) приводит к понижению вероятности высоких волн в сравнении с распределение Рэлея, то для распределения (6) эффект нелинейности обратный.

3. Вариативность распределений высот волн по натурным данным в зависимости от ключевых физических параметров

Исходные данные измерений донными датчиками представлены в виде последовательностей записей давления с частотами регистрации 1 Гц и 8 Гц. Задача реконструкции взволнованной поверхности по измерениям вариаций давления на дне неоднозначна (в частности, традиционно волны предполагаются однонаправленными) и нетривиальна. Наиболее часто для этого используют гидростатическую теорию для мелкой воды или линейную теорию для диспергирующих волн. Нелинейность дополнительно усложняет задачу. В настоящей работе смещение поверхности воды $\eta(t)$ определялось из гидростатического соотношения $p(t) = p_{atm} + \square g(h_0 + \square(t))$, где $p(t)$ — измеренное давление, p_{atm} — атмосферное давление, h_0 — глубина установки датчика, ρ — плотность воды. Гидростатическое приближение неточно при нарушении условий мелкой воды $kh < 1$, потому аккуратнее будет сказать, что описываемая здесь обработка выполнена для возбуждаемых поверхностными волнами вариаций донного давления в нормированной форме. Из-за наличия приливов среднее смещение для разных 20-минутных записей отличается, что было учтено в виде корректировки локальной глубины: $h = (\bar{p} - p_{atm})/(\rho g)$, где усреднение давления соответствует данному 20-минутному интервалу записи. Атмосферное давление предполагалось постоянным, соответствующим значению на момент установки донной станции. Соответствующая вариация глубины составила до 10%.

Для расчета характеристик волн (среднеквадратичного смещения σ, высот H, периодов T) из записей $\eta(t)$ посредством спектральной фильтрации были вычтены осцилляции с периодами более 10 мин. Каждая 20-минутная последовательность характеризовалась собственными величинами значительной высоты $H_{1/3}$, среднеквадратичного смещения поверхности σ, среднего периода волн T_z. Предполагая выполнение дисперсионного соотношения (2), для каждого интервала определялось волновое число k, соответствующее частоте $\omega = 2\pi/T_z$ и эффективной глубине h.

В настоящей работе использованы данные измерений за 2012–2015, 2020 и 2022 годы на глубине 10–13 м. Записи с очень слабым волнением, $\sigma < 5$ см, не использовались в обработке, что привело к существенному уменьшению размера статистического ансамбля. Всего в анализе использовано ~27 тыс. 20-минутных записей, что соответствует временному ряду продолжительностью примерно в 1 год.

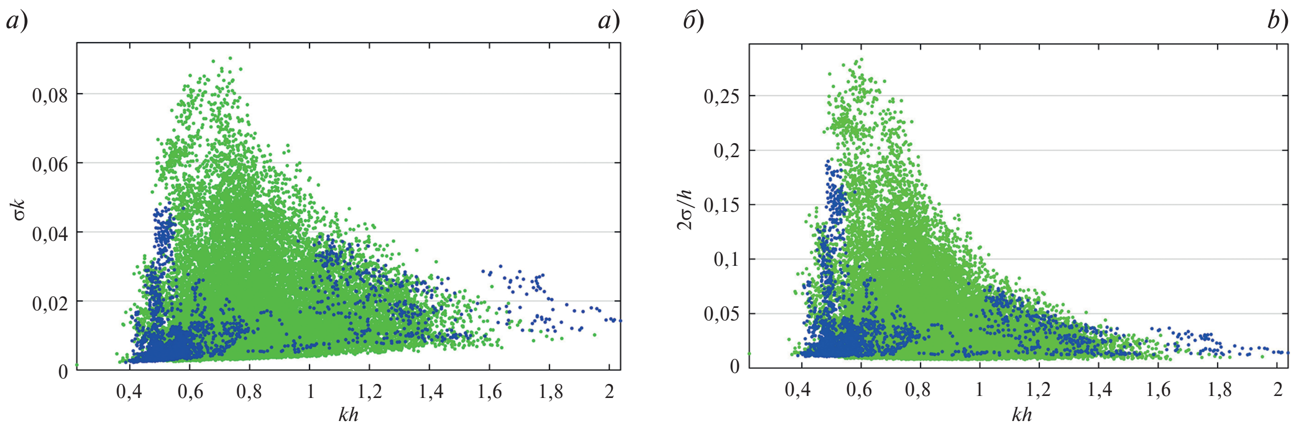
4σ [м] \ *kh*	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2	2,1
4,8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4,6	0	0	0	0	0	2	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4,4	0	0	0	0	1	11	7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4,2	0	0	0	0	0	24	24	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	4	72	12	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3,8	0	0	0	0	0	28	17	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3,6	0	0	0	0	2	14	43	21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3,4	0	0	0	0	1	11	21	27	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3,2	0	0	0	0	5	20	17	39	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	4	27	4	54	6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2,8	0	0	0	0	2	68	37	47	12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2,6	0	0	0	0	7	80	74	96	19	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2,4	0	0	0	0	5	43	85	143	44	6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2,2	0	0	0	0	14	45	128	162	62	22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	26	62	117	161	119	26	7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1,8	0	0	0	0	44	70	112	137	112	50	6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1,6	0	0	0	0	42	75	128	114	152	66	26	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1,4	0	0	0	1	45	64	142	213	190	83	19	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1,2	0	0	0	2	50	99	219	283	217	121	39	17	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	46	147	251	317	280	139	169	48	14	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0,8	0	0	0	0	72	193	392	425	337	255	265	152	40	5	2	0	0	0	0	0	0	0
0,6	0	0	0	0	125	380	635	633	627	297	296	265	200	88	12	3	2	0	0	0	0	0
0,4	0	0	0	2	151	701	1032	1104	1033	596	499	374	232	188	64	21	12	16	0	0	0	0
0,2	0	0	1	12	457	1271	1739	1623	1446	764	547	465	379	262	105	55	20	18	11	8	4	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Рис. 3. Диаграмма распределения количества 20-минутных записей по значительным высотам H_s и безразмерным глубинам *kh*

Fig. 3. Distribution diagram of 20-minute records number over significant heights H_s and dimensionless depths *kh*

На рис. 3 построена диаграмма, аналогичная приведенной на рис. 2, но по горизонтальной координате отложены величины безразмерной глубины *kh*. Как следует из рисунка, вариации периодов волн и локальной глубины приводят к большому разбросу значений безразмерной глубины для разных 20-минутных записей: от условий очень мелкой воды *kh* = 0,3 до относительно глубокой воды *kh* = 2.

Распределения 20-минутных записей по параметру глубины *kh* и одному из трех параметров нелинейности (4) построены на рис. 4. Все распределения имеют качественно схожий вид и демонстрируют события



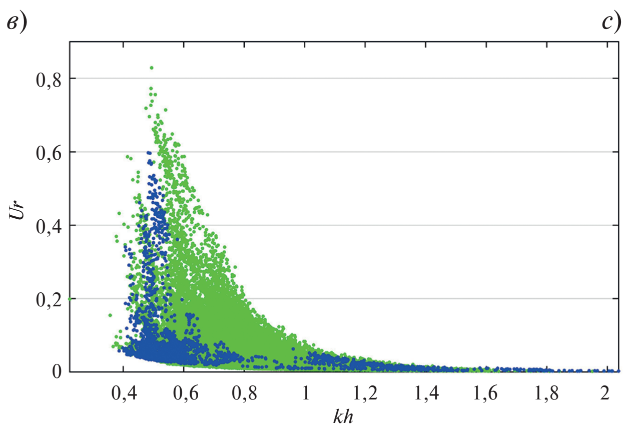


Рис. 4. Диаграммы распределения 20-минутных записей по безразмерным глубинам *kh* и параметрам нелинейности ε (*а*), *a* (*б*) и *Ur* (*в*). Темными синими точками построены периоды наличия ледового покрова, светлыми зелеными — остальные

Fig. 4. Distribution diagrams of 20-minute records over dimensionless depths *kh* and nonlinearity parameters ε (*a*), *a* (*b*), and *Ur* (*c*). The dark blue dots are the periods of ice cover, the light green dots are the rest of the periods

с большой нелинейностью при выполнении условий довольно мелкой воды, хотя положение максимума нелинейности несколько отличается для рис. 4, *а–в*: $kh \approx 0{,}7$, $kh \approx 0{,}6$, и $kh \approx 0{,}5$ соответственно. Здесь нужно учитывать и то, что этому интервалу безразмерных глубин соответствует бо̀льшая часть данных.

Из рис. 4, *а* следует вывод о меньших крутизнах волн в ледовых условиях (темные синие точки) в сравнении с волнами на открытой поверхности (светлые зеленые точки), хотя это может быть следствием значительно меньшего количества данных, соответствующих ледовым условиям. На всех панелях на рис. 4 данные в присутствии льда кластеризуются в интервале самых малых kh (длинные волны), при этом нелинейные параметры a и Ur могут быть не малыми. Бросается в глаза значительно меньшее число данных (особенно со значительной нелинейностью), соответствующих ледовым периодам, в интервале средних глубин $kh = 0{,}6...1$, что пока не получило физической интерпретации.

Массив данных, отсортированных по безразмерной глубине, а также по одному из трех параметров нелинейности был использован для построения распределений вероятностей превышений высот волн в нескольких интервалах значений соответствующего параметра. Тем самым исследуется зависимость распределения вероятностей от одного из четырех параметров: kh, ε, a и Ur. Эти распределения приведены на рис. 5; там же приведены соответствующие интервалы величин для каждой кривой. Красными штриховыми линиями построены референсные распределения Рэлея.

Распределение количества 20-минутных записей по значениям рассматриваемых параметров очень неоднородно. При разбиении общего массива данных на несколько подгрупп, содержащих примерно одинаковое число волн, различий для парциальных распределений вероятностей почти не наблюдалось. Число волн, соответствующих значительному отклонению безразмерного параметра от среднего, мало и дает очень слабую поправку к распределению вероятности. Потому общий массив данных был разделен на подмножества разного размера, лучше отражающие различные интервалы безразмерных параметров. Значение минимальной вероятности по данным в каждой подгруппе равно $1/N$, где N — общее число волн. Как можно видеть из рис. 5, число волн в рассматриваемых подмножествах может отличаться на порядок, но в каждой из подгрупп не менее 10^5 индивидуальных волн, что для распределения Рэлея соответствовало бы 30 событиям «волн-убийц».

Распределения на рис. 5, *а* отображают зависимость распределения вероятностей от безразмерного параметра kh. Распределения для $kh < 1{,}4$ располагаются близко. Резкий рост вероятности самых больших (по отношению к $H_{1/3}$) волн для интервала безразмерных глубин $kh \le 0{,}7$ связан, вероятно, с ледовыми случаями аномально высоких волн, характеризуемыми относительно длинными волнами. Качественно распределение для $kh \le 0{,}7$ выглядит похожим на рис. 1, *а*, где «тяжелый хвост» экстремальных волн связан с событиями в ледовый период (см. рис. 1, *б* и *в*). Отметим распределение для наиболее глубоководных записей $kh \ge 1{,}4$, которое заметно ближе к распределению Рэлея, чем остальные кривые, в том числе в диапазоне не слишком редких событий $P < 0{,}01$.

Распределения на рис. 5, *б–г* демонстрируют качественно схожий между собой эффект систематического уменьшения вероятности волн с большим превышением значительной высоты при увеличении параметра нелинейности. Для разных интервалов относительно небольшой крутизны волн $\varepsilon < 0{,}4$ (рис. 5, *б*) такое поведение касается только самого «хвоста» распределения, но для $k\sigma \ge 0{,}04$ понижается вероятность даже относительно невысоких волн, $H > 1{,}2\ H_{1/3}$. По данным на рис. 5 распределение вероятности изменяется наиболее согласованно и наиболее чувствительно при изменении параметра мелководной нелинейности a (рис. 5, *в*). В этом случае вероятность событий в области $H \approx 2\ H_{1/3}$ в зависимости от a изменяется на порядок.

Зависимость распределения от параметра Ur, иллюстрированная на рис. 5, *г*, выражена не так четко, но распределения для $Ur > 0{,}2$ и $Ur < 0{,}2$ разделяются вполне четко. Из рассмотренных на рис. 5 результатов можно сделать вывод, что натурные данные демонстрируют наиболее сильную зависимость распределения вероятностей от параметра a при почти отсутствующей зависимости от безразмерного параметра глубины kh (для данного набора данных, обеспечивающего данный интервал значений).

4. Заключение

В настоящей работе проанализированы данные долговременных измерений волн у побережья о-ва Сахалин в акватории Охотского моря донными станциями регистрации вариаций давления. Эти записи составляют часть большего по размеру банка данных измерений с 2009 года, которые планируется исследовать в дальнейшем. На данном этапе для восстановления поверхности использовано гидростатическое приближение; альтернативно можно считать исследование примененным к исходным записям давления.

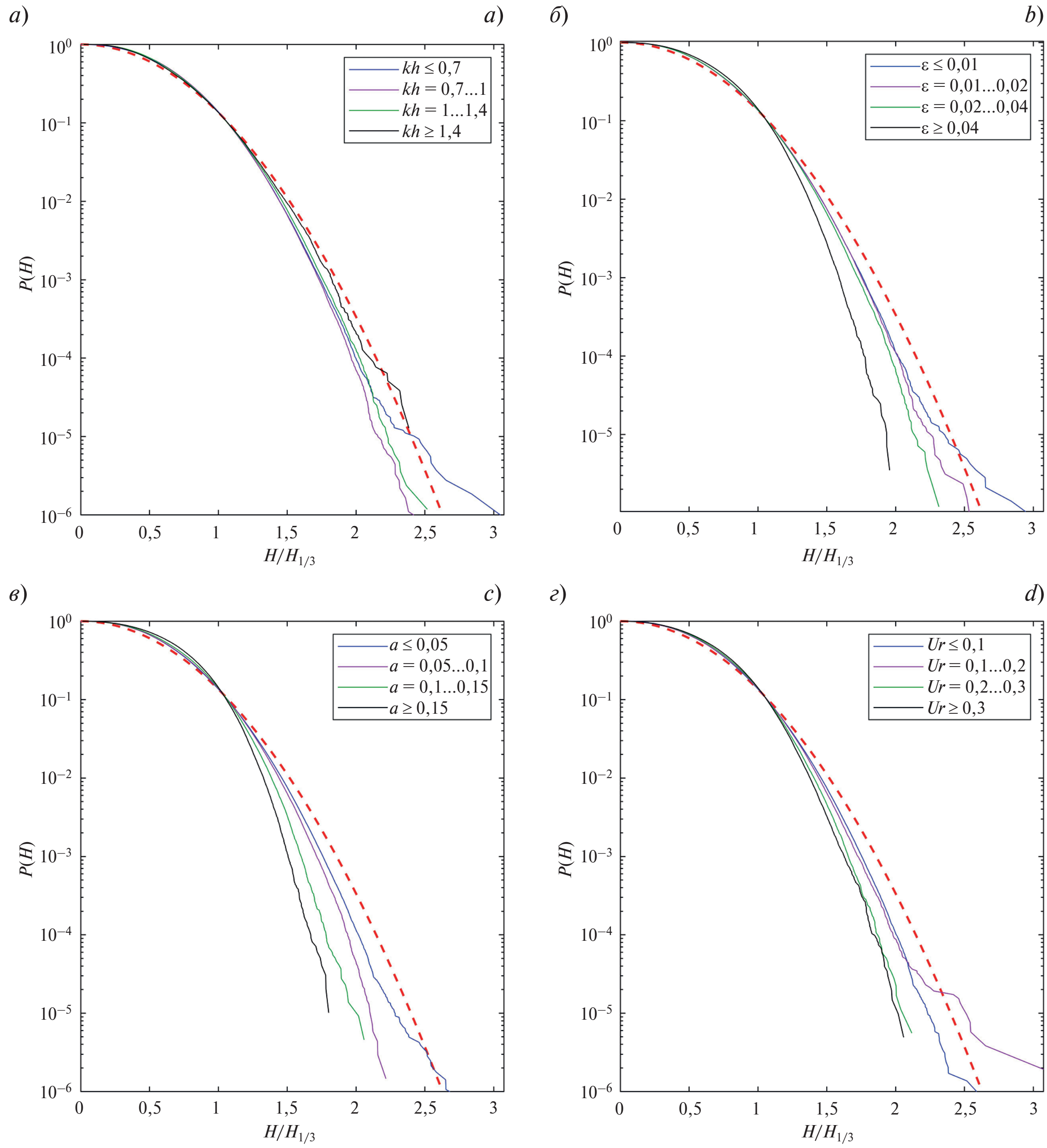


Рис. 5. Распределения вероятностей превышения высоты волн по выборкам в диапазонах параметров: глубины kh (*а*), крутизны волн ε (*б*), мелководной нелинейности a (*в*), числа Урселла Ur (*г*). Диапазоны соответствующих параметров указаны в кодировках линий

Fig. 5. Probability distributions of wave height exceedance by samples in the ranges of parameters: depth kh (*a*), wave steepness ε (*b*), shallow-water nonlinearity a (*c*), Ursell number Ur (*d*). The ranges of the corresponding parameters are indicated in the line codes

Главной задачей исследования явилось их разделение по подгруппам, которые должны соответствовать физически эквивалентным условиям распространения волн. Это позволит сформировать представительные подмножества статистически однородных волн, дифференцировать различные физические процессы, участвующие в формировании волн большой высоты. Для сортировки данных использованы естественные безразмерные параметры задачи: нормированная глубина места измерения и три параметра нелинейности, соответствующие крутизне (параметр нелинейности на глубокой воде), отношению амплитуды волны к глубине (параметр нелинейности на мелкой воде) и числу Урселла (отношение эффектов мелководной нелинейности к дисперсии). Несмотря на разный физический смысл, все перечисленные нелинейные параметры связаны между собой посредством безразмерной глубины.

Построены экспериментальные распределения вероятностей для подгрупп записей, соответствующих разным интервалам безразмерных параметров. Все зависимости демонстрируют в разной степени отличие от распределения Рэлея, которое заключается в том, что экспериментальная зависимость лежит выше теоретической кривой в интервале небольших высот и ниже распределения Рэлея в области больших значений высот волн. События самых больших превышений значительной высоты, наблюдавшиеся в ледовый период, сильно выбиваются из общего распределения и характеризуются значительно большей вероятностью. Выявлена существенная зависимость функции распределения вероятностей высот волн от нелинейности. Она наиболее сильно и четко проявляется при изменении параметра мелководной нелинейности — отношения среднеквадратичного смещения к глубине. Этот вывод качественно согласуется с теоретическим распределением Глуховского, для которого отличие от распределения Рэлея контролируется именно таким параметром, и отличие от распределения Рэлея выглядит качественно схожим с наблюдениями образом. С усилением нелинейности вероятность волн, превышающих значительную высоту в 2 раза и более, снижается.

Хотя доминирующая часть записей соответствует значению $kh \approx 0{,}6...0{,}7$, из-за вариации периодов приходящих волн и приливных эффектов по данным измерений на фиксированной глубине получается исследовать волны в широком диапазоне безразмерных глубин $kh = 0{,}3...2$. Для них наблюдается зависимость вероятностного распределения от глубины. Для выборки $kh \geq 1{,}4$ натурные данные следуют распределению Рэлея значительно лучше, демонстрируя повышение вероятности высоких волн в сравнении с данными $kh < 1{,}4$.

Записи, соответствующие условно ледовым периодам и содержащие волны с наибольшим превышением значительной высоты, располагаются на плоскостях безразмерных параметров отлично от остальных данных. Волны в таких записях обладают заметной крутизной $k\sigma > 0{,}03$ в довольно широком интервале безразмерных глубин $kh = 0{,}5...1{,}2$. Значительной нелинейностью в терминах отношения среднеквадратичного смещения поверхности к глубине и параметра Урселла обладает только их часть, содержащая сравнительно длинные волны.

Финансирование

Исследования выполнены при поддержке гранта РНФ № 22-17-00153.

Funding

The research is supported by the Russian Science Foundation under the grant № 22-17-00153.

Литература

1. *Зайцев А.И., Малашенко А.Е., Пелиновский Е.Н.* Аномально большие волны вблизи южного побережья о. Сахалин // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2011. Т. 4, № 4. С. 35–42.
2. *Кузнецов К.И., Зайцев А.И., Костенко И.С., Куркин А.А., Пелиновский Е.Н.* Наблюдения волн-убийц в прибрежной зоне о. Сахалин // Экологические системы и приборы. 2014. № 2. С. 33–39.
3. *Didenkulova E., Zaitsev A.* In situ wave measurements in the Sea of Okhotsk // Proc. The Fourteenth International MEDCOAST Congress on Coastal and Marine Science, Engineering, Management and Conservation. 2019. Vol. 2. pp. 755–762.
4. *Кокорина А.В., Слюняев А.В., Зайцев А.И., Диденкулова Е.Г., Москвитин А.А., Диденкулова И.И., Пелиновский Е.Н.* Анализ данных долговременных измерений волн у острова Сахалин // Экологические системы и приборы. 2022. № 12. С. 45–54. doi:10.25791/esip.12.2022.1339
5. *Massel S.R.* Ocean surface waves: Their physics and prediction. World Scientifc Publ., Singapore. 1996. 491 p.
6. *Baschek B., Imai J.* Rogue wave observations off the US West Coast // Oceanography. 2011. Vol. 24. P. 158–165. doi:10.5670/oceanog.2011.35
7. *Cattrell A.D., Srokosz M., Moat B.I., Marsh R.* Can rogue waves be predicted using characteristic wave parameters? // Journal of Geophysical Research: Oceans. 2018. Vol. 123. P. 5624–5636. doi:10.1029/2018JC013958
8. *Cattrell A.D., Srokosz M., Moat B.I., Marsh R.* Seasonal intensification and trends of rogue wave events on the US western seaboard // Scientific Reports. 2019. Vol. 9. P. 4461. doi:10.1038/s41598-019-41099-z
9. *Слюняев А.В., Пелиновский Д.Е., Пелиновский Е.Н.* Морские волны-убийцы: наблюдения, физика и математика // Успехи физических наук. 2023. Т. 193, № 2. С. 155–181. doi:10.3367/UFNr.2021.08.039038
10. *McLean J.W.* Instabilities of finite-amplitude gravity waves on water of finite depth // Journal of Fluid Mechanics. 1982. Vol. 114. P. 331–341. doi:10.1017/S0022112082000184

11. *Onorato M., Proment D., El G., Randoux S., Suret P.* On the origin of heavy-tail statistics in equations of the Nonlinear Schrödinger type // Physics Letters A. 2016. Vol. 380. P. 3173–3177. doi:10.1016/j.physleta.2016.07.048
12. *Пелиновский Е.Н., Родин А.А., Шургалина Е.Г.* О Критериях перехода опрокидывающегося бора в волнообразный // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. 2015. Т. 51. С. 598–601. doi:10.7868/S0002351515050090
13. *Toffoli A., Onorato M., Babanin A.V., Bitner-Gregersen E., Osborne A.R., Monbaliu J.* Second-order theory and setup in surface gravity waves: a comparison with experimental data // Journal of Physical Oceanography. 2007. Vol. 37. P. 2726–2739. doi:10.1175/2007JPO3634.1
14. *Pelinovsky E., Sergeeva A.* Numerical modeling of the KdV random wave field // European Journal of Mechanics — B/Fluids. 2006. Vol. 25. P. 425–434. doi:10.1016/j.euromechflu.2005.11.001
15. *Slunyaev A.V., Sergeeva A.V., Didenkulova I.* Rogue events in spatiotemporal numerical simulations of unidirectional waves in basins of different depth // Natural Hazards. 2016. Vol. 84. P. 549–565. doi:10.1007/s11069-016-2430-x
16. *Mori N., Janssen P.A.E.M.* On kurtosis and occurrence probability of freak waves // Journal of Physical Oceanography. 2006. Vol. 36. P. 1471–1483. doi:10.1175/JPO2922.1
17. *Слюняев А.В., Сергеева А.В.* Стохастическое моделирование однонаправленных интенсивных волн на глубокой воде в приложении к аномальным морским волнам // Письма в Журнал экспериментальной и теоретической физики. 2011. Т. 94. С. 850–858.

References

1. *Zaytsev A.I., Malashenko A. Ye., Pelinovskiy E.N.* Abnormally large waves near the southern coast of Sakhalin Island. *Fundamental and Applied Hydrophysics*. 2011, 4(4), 35–42 (in Russian).
2. *Kuznetsov K.I., Zaytsev A.I., Kostenko I.S., Kurkin A.A., Pelinovskiy E.N.* Observations of the freak waves in the coastal zone of the Sakhalin Island. *Ecological Systems and Devices*. 2014, 2, 33–39.
3. *Didenkulova E., Zaitsev A.* In situ wave measurements in the Sea of Okhotsk. *Proc. The Fourteenth International MEDCOAST Congress on Coastal and Marine Science, Engineering, Management and Conservation*. 2019, 2, 755–762.
4. *Kokorina A.V., Slunyaev A.V., Zaytsev A.I., Didenkulova E.G., Moskvitin A.A., Didenkulova I.I., Pelinovskiy E.N.* Analysis of the data of long-term wave measurements near Sakhalin Island. *Ecological Systems and Devices*. 2022, 12, 45–54. doi:10.25791/esip.12.2022.1339
5. *Massel S.R.* Ocean surface waves: Their physics and prediction. *World Scientifc Publ., Singapore*. 1996. 491 p.
6. *Baschek B., Imai J.* Rogue wave observations off the US West Coast. *Oceanography*. 2011, 24, 158–165. doi:10.5670/oceanog.2011.35
7. *Cattrell A.D., Srokosz M., Moat B.I., Marsh R.* Can rogue waves be predicted using characteristic wave parameters? *Journal of Geophysical Research: Oceans*. 2018, 123, 5624–5636. doi:10.1029/2018JC013958
8. *Cattrell A.D., Srokosz M., Moat B.I., Marsh R.* Seasonal intensification and trends of rogue wave events on the US western seaboard. *Scientific Reports*. 2019, 9, 4461. doi:10.1038/s41598-019-41099-z
9. *Slunyaev A.V., Pelinovsky D.E., Pelinovsky E.N.* Rogue waves in the sea: observations, physics and mathematics. *Physics — Uspekhi*. 2023, 66(2), 148–172. doi:10.3367/UFNe.2021.08.039038
10. *McLean J.W.* Instabilities of finite-amplitude gravity waves on water of finite depth. *Journal of Fluid Mechanics*.1982, 114, 331–341. doi:10.1017/S0022112082000184
11. *Onorato M., Proment D., El G., Randoux S., Suret P.* On the origin of heavy-tail statistics in equations of the Nonlinear Schrödinger type. *Physics Letters A*. 2016, 380, 3173–3177. doi:10.1016/j.physleta.2016.07.048
12. *Pelinovsky E.N., Shurgalina E.G., Rodin A.A.* Criteria for the transition from a breaking bore to an undular bore. *Izvestiya, Atmospheric and Oceanic Physics*. 2015, 51, 530–533. doi:10.1134/S0001433815050096
13. *Toffoli A., Onorato M., Babanin A.V., Bitner-Gregersen E., Osborne A.R., Monbaliu J.* Second-order theory and setup in surface gravity waves: a comparison with experimental data. *Journal of Physical Oceanography*. 2007, 37, 2726–2739. doi:10.1175/2007JPO3634.1
14. *Pelinovsky E., Sergeeva A.* Numerical modeling of the KdV random wave field. *European Journal of Mechanics — B/Fluids*. 2006, 25, 425–434. doi:10.1016/j.euromechflu.2005.11.001
15. *Slunyaev A.V., Sergeeva A.V., Didenkulova I.* Rogue events in spatiotemporal numerical simulations of unidirectional waves in basins of different depth. *Natural Hazards*. 2016, 84, 549–565. doi:10.1007/s11069-016-2430-x
16. *Mori N., Janssen P.A.E.M.* On kurtosis and occurrence probability of freak waves. *Journal of Physical Oceanography*. 2006, 36, 1471–1483. doi:10.1175/JPO2922.1
17. *Slunyaev A.V., Sergeeva A.V.* Stochastic simulation of unidirectional intense waves in deep water applied to rogue waves. *Journal of Experimental and Theoretical Physics Letters*. 2011, 94, 779–786. doi:10.1134/S0021364011220103

Об авторах

СЛЮНЯЕВ Алексей Викторович, РИНЦ Author ID: 40953, ORCID ID: 0000-0001-7782-2991, Scopus Author ID: 11138998900, WoS Researcher ID: A-3272—2014, slunyaev@ipfran.ru

КОКОРИНА Анна Витальевна, РИНЦ Author ID: 161766, ORCID ID: 0000-0001-5196-537X, Scopus Author ID: 26424742400, WoS Researcher ID: T-3545—2018, a.sergeeva@ipfran.ru

ЗАЙЦЕВ Андрей Иванович, РИНЦ Author ID: 133746, ORCID ID: 0000-0002-1383-363X, Scopus Author ID: 36866694500, WoS Researcher ID: A-1772—2014, aizaytsev@mail.ru

ДИДЕНКУЛОВА Екатерина Геннадьевна, РИНЦ Author ID: 643684, ORCID ID: 0000-0003-2962-5584, Scopus Author ID: 36915865200, WoS Researcher ID: A-3297—2014, eshurgalina@ipfran.ru

МОСКВИТИН Александр Анатольевич, a.moskvitin@skbsami.ru

ДИДЕНКУЛОВ Олег Игоревич, didenkulov@gmail.com

ПЕЛИНОВСКИЙ Ефим Наумович, РИНЦ Author ID: 103314, ORCID ID: 0000-0002-5092-0302, Scopus Author ID: 7004951110, WoS Researcher ID: I-3670—2013, pelinovsky@ipfran.ru

DOI 10.59887/2073-6673.2023.16(3)-3

УДК 004.94:528.952

©*А. С. Козелков*[1,2], *Л. М. Богомолов*[3], *В. В. Смазнов*, *В. В. Курулин*[1,2], *Е. С. Тятюшкина*[1,2]*, 2023

[1]Российский Федеральный Ядерный Центр Всероссийский научно-исследовательский институт экспериментальной физики, 607188, Нижегородская обл., г. Саров, пр. Мира, д. 37.
[2]Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева, 603950, г. Нижний Новгород, ул. Минина, д. 24.
[3]Институт морской геологии и геофизики ДВО РАН, 693022, г. Южно-Сахалинск, ул. Науки, 1Б.
*leno4ka-07@mail.ru

МОДЕЛИРОВАНИЕ ОПОЛЗНЕВЫХ ЦУНАМИ НА ДАЛЬНЕМ ВОСТОКЕ РФ НА ОСНОВЕ ТРЕХМЕРНЫХ УРАВНЕНИЙ НАВЬЕ — СТОКСА

Статья поступила в редакцию 20.12.2021, после доработки 13.12.2022, принято в печать 15.02.2023

Аннотация

Приводятся результаты моделирования оползневых цунами у полуострова Камчатка в части акватории Тихого океана. Дано описание используемой модели на основе трехмерных уравнений Навье–Стокса. Для учета реологии оползневых масс модель дополнена реологическим соотношением, основанным на модели Бингама. Предложена модификация классической модели Бингама с ненулевым пределом текучести, которая подразумевает, что среда покоится, либо перемещается как твердое тело в случае отсутствия в среде напряжения, превышающего этот предел. Применение классической модели невозможно в рамках используемой системы уравнений. В статье предложена ее модификация, которая заключается в возможности изменения предела текучести до нулевого значения путем добавления линейной функции до заданной скорости сдвига. До ее достижения жидкость течет как ньютоновская, а после — режим течения вещества подчиняется закону Бингама.

Для моделирования волн в реальных акваториях используется оригинальный алгоритм, реализующий открытые граничные условия. Этот алгоритм основан на использовании демпфирующего приграничного слоя. Он поглощает кинетическую энергию приходящей волны, что учитывается с помощью дополнительного источника в уравнении момента импульса. Предложен способ определения коэффициента сопротивления, значение которого определяет интенсивность поглощения кинетической энергии волны.

Используемая математическая модель позволяет единым образом моделировать возникновение, распространение и накат на берег волн цунами оползневого происхождения. Приводятся результаты моделирования схода подводного оползня в акватории Камчатского залива около г. Усть-Камчатска с учетом батиметрических данных. Проведен анализ зависимости высот волн от объема оползня в зоне его начального положения и в нескольких точках у побережья, а также отмечены участки побережья (в частности, на острове Беринга), которые могут наиболее сильно пострадать при возникновении оползневых цунами в этой акватории.

Ключевые слова: цунами, оползень, реология, численное моделирование, уравнения Навье–Стокса, метод VOF, пакет программ ЛОГОС

©*A. S. Kozelkov*[1,2], *L. M. Bogomolov*[3], *V. V. Smaznov*, *V. V. Kurulin*[1,2], *E. S. Tyatyushkina*[1,2*], 2023

[1]Russian Federal Nuclear Center All-Russian Research Institute of Experimental Physics (FSUE RFNC — VNIIEF), 607188, Mira Ave, 37, Sarov, Nizhny Novgorod Region, Russia
[2]Nizhny Novgorod State Technical University n. a. R.E. Alekseev, 603950, Minin Street, 24 Nizhny Novgorod, Russia
[3]Institute of Marine Geology and Geophysics Far Eastern Branch of the Russian Academy of Sciences 693022, Nauki St., 1B, Yuzhno-Sakhalinsk, Russia
*leno4ka-07@mail.ru

SIMULATION OF LANDSLIDE TSUNAMI IN THE RUSSIAN FAR EAST BASED ON 3D NAVIER–STOKES EQUATIONS

Received 20.12.2021, Revised 13.12.2022, Accepted 15.02.2023

Abstract

The paper presents the results of modeling landslide tsunamis near the Kamchatka Peninsula in part of the Pacific Ocean. The paper describes the model based on the three-dimensional (3D) Navier–Stokes equations. The model is supplemented with the rheological relation based on the Bingham model to account for the rheology of landslide masses. The paper proposes a modification

Для цитирования: *Козелков А.С.*, *Богомолов Л.М.*, *Смазнов В.В.*, *Курулин В.В.*, *Тятюшкина Е.С.* Моделирование оползневых цунами на Дальнем Востоке РФ на основе трехмерных уравнений Навье–Стокса // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2023. Т. 16, № 3. С. 30–51. doi:10.59887/2073-6673.2023.16(3)-3

For citation: *Kozelkov A.S.*, *Bogomolov L.M.*, *Smaznov V.V.*, *Kurulin V.V.*, *Tyatyushkina E.S.* Simulation of Landslide Tsunami in the Russian Far East Based on 3D Navier–Stokes Equations. *Fundamental and Applied Hydrophysics*. 2023, 16, 3, 30–51. doi:10.59887/2073-6673.2023.16(3)-3

of the classical Bingham model with a non-zero yield strength, which implies that the medium is at rest or it moves as a solid (body) in the absence of a tension in the medium exceeding this limit. The application of the classical model is impossible within the framework of the used equation system. The paper proposes its modification, which consists in the possibility of changing the yield strength to zero value by adding a linear function to a given shear rate, until which the fluid flows as Newtonian and after reaching it, the flow conditions of the substance obeys Bingham's law.

An original algorithm is used to simulate waves in real water areas, it implements open boundary conditions. The algorithm is based on the use of a damping boundary layer that absorbs the kinetic energy of the incoming wave, which is taken into account using an additional source in the angular momentum equation. A method is proposed for determining the resistance coefficient, the value of which determines the intensity of absorption of the kinetic energy of the wave.

The used mathematical model makes it possible to model in a single way the occurrence, propagation and rolling on shore of tsunami waves of landslide origin. The results of modeling of an underwater landslide in the waters of the Kamchatka Bay near the city of Ust-Kamchatsk are presented, taking into account bathymetric date. The paper includes the analysis of dependence of wave heights on the volume of landslide in the zone of its initial position and at several points of the coast, as well as sections of the coast (in particular on Bering Island), which may be most severely affected by the occurrence of landslide tsunamis in this water area.

Keywords: tsunami, landslide, rheology, numerical simulation, Navier–Stokes equations, VOF method, the LOGOS software package

1. Введение

Важной задачей механики жидкости является моделирование возникновения, распространения и процесса наката на берег волн цунами. В настоящее время для моделирования волн цунами, главным образом, применяются модели, основанные на теории мелкой воды; см., например, [1, 2]. Программы, основанные на этой теории [3, 4], позволили провести численное моделирование многих исторических цунами и получить адекватные оценки [5—7]. Система уравнений мелкой воды хорошо зарекомендовала себя при моделировании распространения волн цунами, однако она не способна воспроизвести сложную структуру трёхмерного течения. Существует ряд физических свойств цунами, которые необходимо учитывать при цунамирайонировании и прогнозировании [8—9]. Сложные трехмерные структуры движения жидкости характерны в очаге цунами. Такие структуры возникают при вхождении в воду оползней, обломков скал, небесных тел. Также трехмерным является процесс трансформации волны в шельфовой зоне при ее обрушении, накате на берег и продвижении по суше с учетом ее взаимодействия с береговой инфраструктурой.

Для учета всех особенностей трехмерной структуры течения необходимо использовать численное моделирование, основанное на системе трехмерных уравнений Навье—Стокса [8—11]. Данная система является наиболее полной системой уравнений вязкой жидкости, учитывающей сложную структуру течений. Такая математическая модель позволяет единым образом моделировать движение и взаимное влияние «твердой» (оползень, тело), водной и воздушной сред. В настоящее время система уравнений Навье–Стокса уже начинает активно использоваться для расчета цунами [8, 9, 11—13].

Одной из причин возникновения волн цунами является сход подводных оползней. Как известно, на Камчатке высока вероятность оползневых явлений [14, 15], которые могут приводить к возникновению цунами. Гидродинамические модели, применяемые для моделирования движения оползня, рассматривают его как ньютоновскую вязкую жидкость [16]. Такое упрощение может существенно повлиять на результаты моделирования, по причине неточного предсказания скорости движения оползневых масс. Для более точного моделирования движения оползня необходимо учитывать его реологические свойства. В гидродинамических моделях, это можно сделать, рассматривая среду как неньютоновскую с определенными реологическими свойствами.

В настоящей статье приводится описание и результаты применения гидродинамической модели, которая позволяет единым образом моделировать возникновение, распространение и накат на берег волн цунами оползневого происхождения. В ее основе лежит система трёхмерных уравнений Навье–Стокса, в которой для учета границы раздела фаз используется дополнительное уравнение переноса объемных долей (метод Volume of Fluid VOF) [17]. Для моделирования оползневой массы с учетом ее реологических свойств, вводится модификация классической модели Бингама [18, 19] с ненулевым пределом текучести, которая подразумевает, что среда покоится, либо перемещается как твердое тело в случае отсутствия в среде напряжения, превышающего этот предел. Применение классической модели невозможно в рамках используемой системы уравнений, в которой для связи скорости сдвига и напряжения сдвига используется молекулярная вязкости или эффективная вязкость. В статье предложена ее модификация, которая заключается в возможности изменения предела текучести до нулевого значения путем добавления линейной функции до заданной скорости сдвига. До ее достижения жидкость течет как ньютоновская, а после — режим течения вещества подчиняется закону Бингама.

В статье представлены результаты численного моделирования гипотетических случаев возникновения цунами, образовавшихся в результате схода подводных оползней в акватории Камчатского залива. Проведен анализ зависимости высот волн от объема оползня в источнике и в нескольких точках у побережья. Также определяются участки побережья (в частности, на острове Беринга), которые могут наиболее сильно пострадать при возникновении оползневых цунами в этой акватории.

2. Математическая модель

Для моделирования распространения волн цунами, возникших в результате схода оползней (как надводных, так и подводных) будем применять гидродинамическую модель, основанную на системе уравнений Навье–Стокса, дополненной уравнением переноса объемных долей отдельных фаз. Предполагается, что течение изотермическое, а поле скорости общее для всех фаз — этот подход называется VOF [8, 12, 17, 20]. Учитывая данные допущения, система уравнений, состоящая из уравнения сохранения массы, уравнений сохранения импульса и уравнения переноса объёмной доли, в декартовых координатах имеет вид:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0, \\ \rho\dfrac{\partial u_i}{\partial t} + \rho\dfrac{\partial}{\partial x_j}\left(u_i u_j\right) = -\dfrac{\partial p}{\partial x_i} + \dfrac{\partial}{\partial x_j}\tau_{ij} + \rho g_i, \\ \dfrac{\partial \alpha_w}{\partial t} + \dfrac{\partial}{\partial x_i}\left(u_i \alpha_w\right) = 0, \\ \dfrac{\partial \alpha_l}{\partial t} + \dfrac{\partial}{\partial x_i}\left(u_i \alpha_l\right) = 0, \end{cases} \tag{1}$$

где i, j — нижние индексы, указывающие на принадлежность векторных компонент к декартовым координатам, $i, j = \{x, y, z\}$, ρ — средняя плотность, вычисляемая как $\rho = \left(\rho_w\alpha_w + \rho_a\alpha_a + \rho_l\alpha_l\right)$, w — (water) нижний индекс, указывающий на соответствие фазе «вода», a — (air) нижний индекс, указывающий на соответствие фазе «воздух», l — (landslide) нижний индекс, указывающий на соответствие фазе «оползень», α_w — объёмная доля воды, α_l — объёмная доля оползня, u_i — компонента вектора скорости, $i = \{x, y, z\}$, t — время, p — давление, x_i — компонента вектора декартовых координат, $i = \{x, y, z\}$, τ_{ij} — тензор вязких напряжений, который, согласно гипотезе Буссинеска, принимает вид:

$$\tau_{ij} = \mu\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{2}{3}\frac{\partial u_k}{\partial x_k}\delta_{ij}\right), \tag{2}$$

где μ — динамическая вязкость, δ_{ij} — символ Кронекера, gi = {0,0, –9,81} — компонента вектора ускорения свободного падения.

Учет силы тяжести осуществляется с использованием алгоритма, основанного на поправке объёмных сил [8], который обеспечивает отсутствие паразитных осцилляций, связанных с неколокированным размещением неизвестных величин, на сетках с ячейками произвольного типа.

Система уравнений решается путем численного интегрирования на конечно-объемной расчетной сетке с ячейками произвольного типа. Для дискретизации уравнений используется оригинальный полностью неявный метод решения уравнений Навье–Стокса для расчета многофазных течений со свободной поверхностью [8, 21, 22]. Перед дискретизацией уравнений системы (1) имеет смысл воспользоваться преобразованиями, которые позволят повысить точность и устойчивость решения. Уравнение сохранения импульса запишем в полудивергентном виде, поскольку, как показано в [20, 23], такая запись компенсирует ошибки аппроксимации, связанные с неточным выполнением условия баланса массы в ячейке, и в результате повышает точность формы свободной поверхности:

$$\rho\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(u_i u_j \rho\right) - u_i\frac{\partial}{\partial x_j}\left(u_j \rho\right) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}\tau_{ij} + \rho g_i. \tag{3}$$

Таким образом, окончательно система уравнений (1) примет вид:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0, \\ \rho \dfrac{\partial u_i}{\partial t} + \dfrac{\partial}{\partial x_j}\left(u_i u_j \rho\right) - u_i \dfrac{\partial}{\partial x_j}\left(u_j \rho\right) = -\dfrac{\partial p}{\partial x_i} + \dfrac{\partial}{\partial x_j}\tau_{ij} + \rho g_i, \\ \dfrac{\partial \alpha_w}{\partial t} + \dfrac{\partial}{\partial x_i}\left(u_i \alpha_w\right) = 0, \\ \dfrac{\partial \alpha_l}{\partial t} + \dfrac{\partial}{\partial x_i}\left(u_i \alpha_l\right) = 0. \end{cases} \tag{4}$$

Система уравнений (4) должна быть дополнена граничными условиями. Для задач цунами, как правило, используются граничные условия типа «стенка» для поверхности дна, неотражающие граничные условия на внешних границах акваторий. При моделировании наката никаких дополнительных граничных условий не требуется, используется только граничное условие «стенка» на подстилающей поверхности.

На твердых стенках градиент давления и объемных долей равен нулю:

$$\frac{\partial p}{\partial n} = 0, \quad \frac{\partial \alpha_k}{\partial n} = 0,$$

значение скорости равно нулю:

$$u = 0,\ v = 0,\ w = 0,$$

т. е. невозможно ни проскальзывание жидкости вдоль границы «жидкость — твердая стенка», ни движение по нормали к ней. На условной границе «жидкость — жидкость» должны быть непрерывны скорость и сдвиговые напряжения.

На верхней границе воздуха фиксируется нулевое статическое давление, градиенты скорости и объемных долей равны нулю:

$$\frac{\partial u}{\partial n} = 0, \quad \frac{\partial v}{\partial n} = 0, \quad \frac{\partial w}{\partial n} = 0, \quad \frac{\partial \alpha_k}{\partial n} = 0.$$

Решение задач о распространении волн цунами в акваториях с открытыми границами, где должно выполняться условие свободного ухода волн из расчётной области, требует использования неотражающих граничных условий, имитирующих бесконечное пространство за пределами расчётной области [24–29].

Представим здесь оригинальный метод моделирования выхода волн за границы расчетной области для трехмерного случая, неотражающие граничные условия (с точки зрения математической постановки). Для моделирования цунами данная проблема не нова.

В рамках теории мелкой воды применяют так называемые неотражающие граничные условия, которые минимизируют характеристики отражённых волн. Такие граничные условия выводятся математически из основной модели. В общем случае, рассматривается допущение, что выходная граница имеет точное аналитическое решение относительно выходящих из расчётной области волн. Зачастую, чтобы получить такие граничные условия прибегают к использованию метода характеристик или полиномиального разложения [25–28]. В [29] приводится обобщение подхода для задач в трехмерной постановке со свободной поверхностью, однако не анализируются высоты отраженных волн и рассматриваются только простые конфигурации расчетной сетки (прямоугольная расчетная область и структурированная сетка). Подход может быть обобщен на неструктурированные сетки с ячейками произвольной формы, один из способов представлен в [30]. Однако он не обеспечивает полный отвод волн из расчетной области, и отраженная волна может существенно повлиять на распространение волн.

Представленный здесь метод основан на использовании вблизи открытых границ демпфирующего приграничного слоя, который поглощает кинетическую энергию приходящей волны. Поглощение кинетической энергии приходящей волны в уравнении момента импульса (1) может быть учтено за счет добавления дополнительного источника I_i:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \rho \frac{\partial}{\partial x_j}\left(u_i u_j\right) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}\tau_{ij} + \rho g_i + I_i.$$

Добавленный источник импульса I_i аналогичен силе сопротивления, возникающей при течениях в пористых телах [21], пропорционален скорости и имеет противоположный знак:

$$I_i = -\delta \cdot k_s \cdot \varepsilon \cdot u_i.$$

Здесь k_s — коэффициент сопротивления, значение которого определяет интенсивность поглощения кинетической энергии волны (способ определения этого коэффициента будет предложен ниже), ε — геометрический коэффициент который отличен от нуля в слое демпфирования и линейно возрастает от начала зоны демпфирования к ее концу:

$$\varepsilon = \max\left(1 - \frac{l}{L}, 0\right),$$

где l — кратчайшее расстояние до границы расчетной области, L — ширина зоны демпфирования. Такое линейное распределение уменьшает эффект отражения волн от начала зоны демпфирования.

В данном методе свободными параметрами являются две величины: параметр k_s и ширина демпфирующего слоя L. Данные параметры напрямую влияют на эффективность поглощения волн, и, следовательно, на высоты отраженных волн. Их оптимальные значения зависят от параметров приходящих волн: высоты и длины волны и глубины канала. Необходимо определить оптимальное значения параметра k_s и ширину демпфирующего слоя L. Для этого решается задача распространения одиночной волны высотой H в каналах разной глубины. Волна с заданными параметрами распространяется от левой границы к правой свободной границе.

Начальный профиль волны задается следующей формулой:

$$\eta(x,0) = \mathrm{H}\,\mathrm{sech}^2\left(\gamma\left(x - X_s\right)\right),$$

где $\gamma = \sqrt{\frac{3H}{4d}}$, d — глубина канала, X_s — координата точки, в которой расположен гребень волны в начальный момент времени.

Начальная скорость волны равна:

$$u(x,0) = \sqrt{\frac{g}{d}}\eta(x,0).$$

Для определения оптимального значения параметра демпфирования k_s, моделировалось распространение волны в каналах разной глубины. Рассматривались постановки, представленные в табл. 1.

На первом этапе моделировалось распространение волны в каналах разной глубины для выбора оптимального параметра демпфирования k_s, при котором высота отраженной волны наименьшая. Затем при выбранной постоянной глубине канала варьировалась ширина зоны демпфирования L для одной длины волны.

На первом этапе рассмотрим четыре варианта постановки задачи, представленные в табл. 1. Для выбора оптимального параметра демпфирования сравнивалась высота отраженной волны с высотой приходящей волны в мареографе, который находится вблизи зоны демпфирования.

На рис. 1 показана схема расчетной области с местом установки мареографа.

На рис. 2 представлены графики сравнения высоты отраженной волны при различных параметрах демпфирования для каналов различной глубины. Параметры для каждой постановки задачи взяты из табл. 1.

По представленным графикам получены следующие результаты: оптимальный k_s для глубины канала 0,32 м равен 2000 с$^{-1}$, для глубины 3,2 м — 750 с$^{-1}$, для глубины 32 м — 175 с$^{-1}$, для глубины 320 м — 75 с$^{-1}$. Исходя из полученных данных, была подобрана зависимость параметра демпфирования от глубины канала (рис. 3):

$$k_s = \frac{1{,}1 \cdot 10^3}{\sqrt{d}}. \tag{5}$$

Таблица 1

Table 1

Постановки задачи

Problem setup

Постановка	Глубина канала, d, м	Длина канала, м	Высота волны, H, м	Длина волны, λ, м	Ширина зоны демпфирования, L, м
1	0,32	23	0,064	4,24	4
2	3,2	230	0,64	40,24	40
3	32	2300	6,4	402,4	400
4	320	23000	64	4024	4000

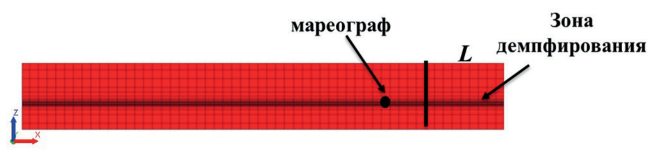


Рис. 1. Схема расчетной области

Fig. 1. Scheme of the design area

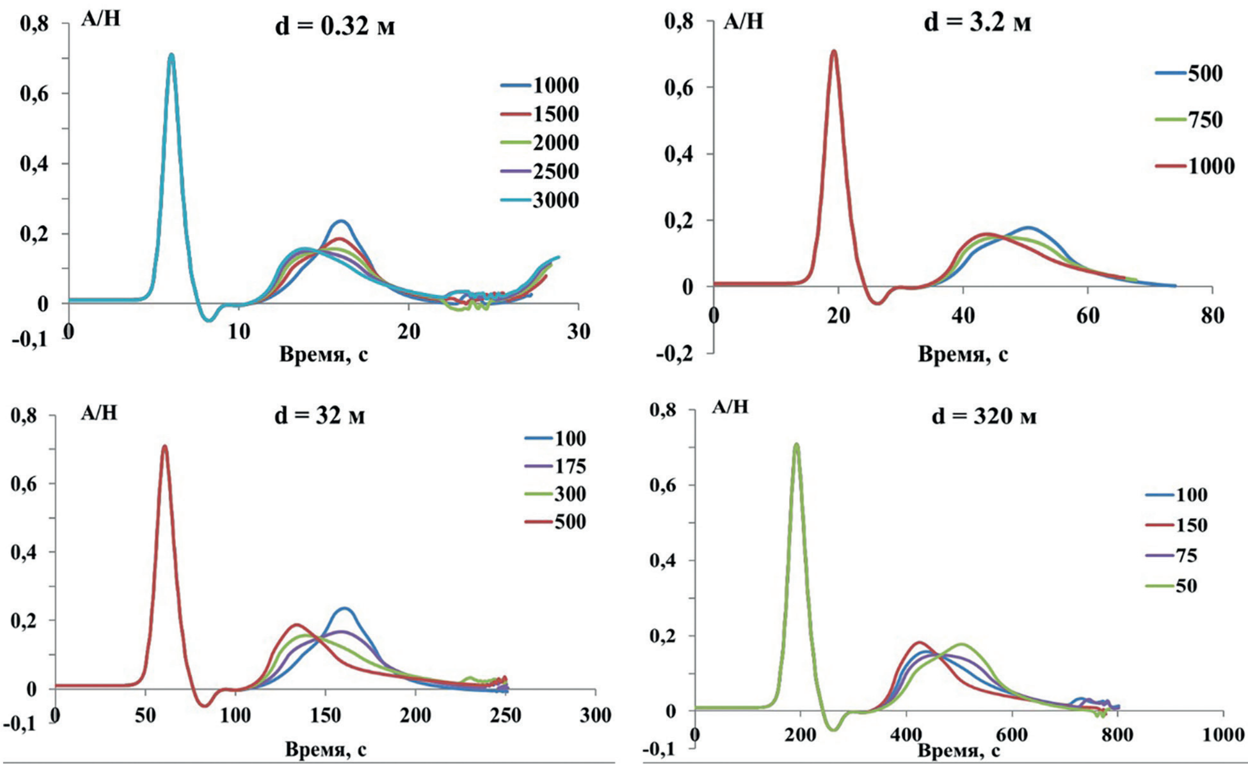


Рис. 2. Показания мареографа для всех постановок (A — высота волны, H — начальная высота волны)

Fig. 2. Gauge readings for all productions (A — wave height, H — initial wave height)

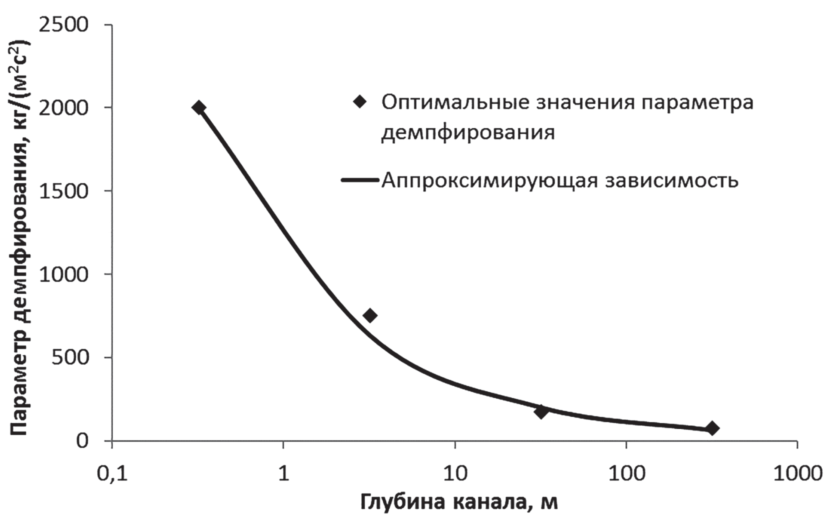


Рис. 3. Зависимость параметра демпфирования k_s от глубины канала

Fig. 3. The dependence of the damping parameter k_s on the channel depth

Для определения оптимального значения ширины зоны демпфирования решалась задача с варьированием ширины зоны демпфирования L при неизменном параметре k_s. Длина волны λ составляла 40,24 м и ее высота 0,64 м. Канал был выбран длиной 13λ и глубиной 3,2 м, ширина зоны демпфирования варьировалась: $L = 1 \div 9\lambda.$ Параметр демпфирования определялся зависимостью (5).

На рис. 4 представлены показания мареографа, установленного в точке за 20 м до начала зоны демпфирования. Графики демонстрируют сравнение высоты приходящих в мареограф волн с высотой отраженных волн.

Из графиков видно, что при увеличении зоны демпфирования, как и ожидалось, высота отраженной волны уменьшается. Процентное отношение высот отраженных волн к высотам волн, подходящих к границе демпфирующего слоя приведены в табл. 2.

Из представленной таблицы видно, что при ширине зоны демпфирования 6λ высота отраженной волны относительно приходящей составляет менее 5%. Затем при увеличении ширины этой зоны высота отраженной волны практически не меняется. В результате проведенных численных экспериментов был выработан критерий, определяющий степень отражения волны от границы.

Критерий: Для обеспечения величины отраженной волны не более 10% ширина демпфирующего слоя должна составлять от 2 до 6 длин приходящих волн. При задании демпфирующего слоя размером больше 6 длин приходящих волн, отраженная волна не превышает 5%.

Метод демпфирования волн является наиболее предпочтительным для решения реальных задач, поскольку этот метод возможно настроить для конкретной задачи за счёт выбора оптимальных параметров демпфирования.

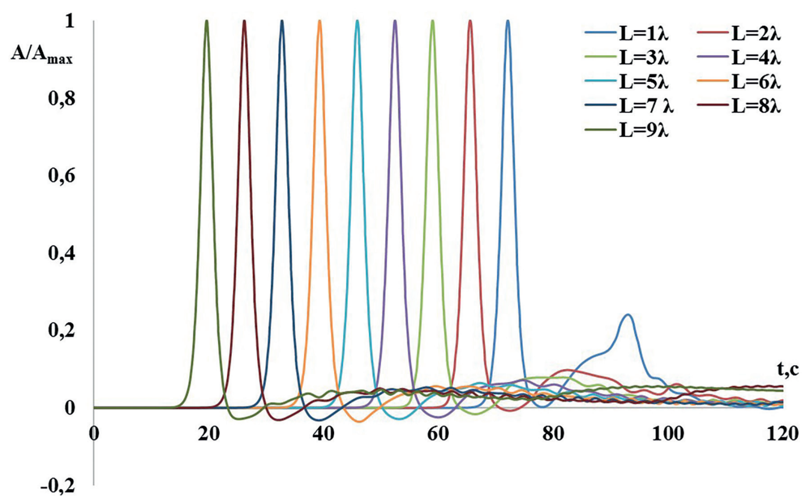


Рис. 4. Сравнение высоты приходящих волн с высотой отраженных волн

Fig. 4. Comparison between amplitudes of incoming and reflected waves

Таблица 2

Table 2

Зависимость высоты отраженной волны от ширины зоны демпфирования

The reflected wave amplitude versus the damping area width

Ширина зоны демпфирования	Процентное отношение высот отраженных волн к высотам волн, подходящих к границе поглощающего слоя, %
1λ	23,8
2λ	9,7
3λ	7,8
4λ	6,5
5λ	5,3
6λ	4,6
7λ	4,5
8λ	4,4
9λ	4,4

Дискретизация системы уравнений (4) осуществляется методом конечных объемов на неструктурированной сетке с ячейками произвольной формы, а для её численного решения используется полностью неявный метод [21, 22], основанный на известном алгоритме SIMPLE. Моделирование течений со свободной поверхностью требует определенных модификаций алгоритма SIMPLE, а именно: необходимо сделать полностью неявную модификацию, тем самым сняв жесткие ограничения на шаг по времени и повысив сходимость итерационного процесса. Описание основных формул модифицированного алгоритма SIMPLE детально описано в [8, 21, 22].

3. Моделирование движения оползня

Оползневый источник — это движение части донного грунта, обладающего определенными упругопластичными и деформационными свойствами (так называемые реологические свойства), которые необходимо учитывать при моделировании движения оползня. С точки зрения вычислительной гидромеханики реологические свойства вещества задаются моделью, одновременно учитывающей свойства ньютоновской жидкости, вязкость которой не зависит от режима деформирования, и свойства идеально упругого тела, в котором в каждый момент времени величина деформации пропорциональна приложенному напряжению. Эти понятия были обобщены для сред, проявляющих одновременно пластичные (вязкостные) и упругие свойства. Реологические соотношения, связывающие тензор напряжений и тензор скоростей деформации, описывают поведение различных сред при нагрузках и при течении.

Для моделирования движения земных почв (грунтов) и донных грунтов используют модель бингамовского пластика (модель Бингама) [18, 19]. Бингамовский пластик — неньютоновская жидкость, имеющая ненулевой предел текучести (начальное напряжение сдвига), которой свойственно сохранение структуры (неподвижность) вплоть до достижения напряжения, равного начальному напряжению сдвига.

Модель Бингама, описывающая течение вязкопластической среды, записывается в следующем виде:

$$\tau = \tau_0 + \mu_P \dot{\gamma},$$

где τ — напряжение сдвига, τ_0 — предел текучести, μ_P — пластическая вязкость, $\dot{\gamma}$ — скорость сдвига.

Ненулевое значение предела текучести τ_0 означает, что в случае отсутствия в среде напряжений $\tau > \tau_0$, среда покоится, либо перемещается как твердое тело. Такой режим не описывается в рамках используемой в статье системы уравнений, в которой связь скорости сдвига и напряжения сдвига определяется значением молекулярной вязкости или эффективной вязкости. Однако такой режим движения можно приближенно учесть, заменив исходную реологическую зависимость предлагаемой модификацией, которая осуществляется комбинацией двух функций. Функция $\tau'(\dot{\gamma})$ является линейной, и её вид зависит от выбранного параметра j_0 — переходной точки для скорости сдвига, после которой режим течения вещества подчиняется закону Бингама. На рис. 5 показан исходный график зависимости между напряжением и скоростью сдвига для ньютоновской жидкости, бингамовского пластика и его модификация.

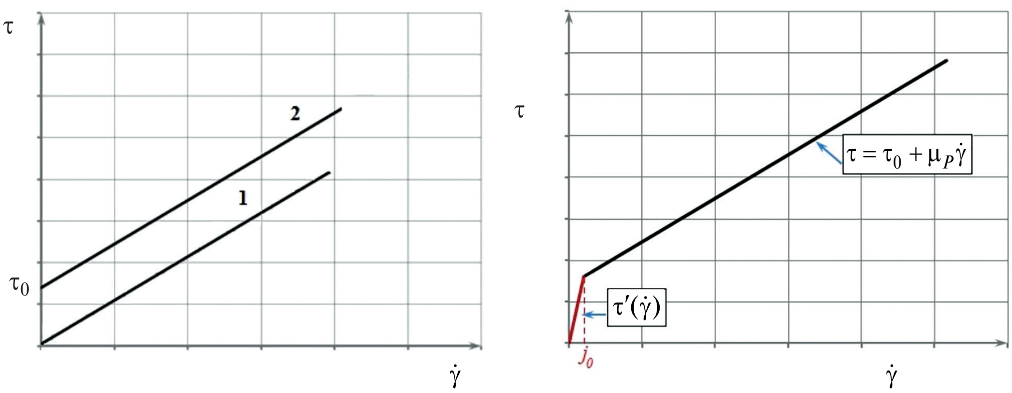


Рис. 5. Реологические зависимости: (слева: *1* — ньютоновская жидкость, *2* — бингамовский пластик; справа: модифицированная модел.ь бингамовского пластика)

Fig. 5. Rheological dependences: (left: *1* — Newtonian liquid, *2* — Bingham plastic, right: a modified model of Bingham plastic)

Модифицированная реология имеет нулевой предел текучести и может учитываться в рамках уравнений Навье–Стокса. Формула для вязкости выглядит следующим образом:

$$\mu(\dot{\gamma}) = \begin{cases} \mu_0, & \dot{\gamma} = 0, \\ \dfrac{\tau'(\dot{\gamma})}{\dot{\gamma}}, & \dot{\gamma} \le j_0, , \\ \dfrac{\tau_0 + \mu_P \dot{\gamma}}{\dot{\gamma}}, & \dot{\gamma} > j_0, \end{cases} \tag{6}$$

где μ_0 — некоторое значение вязкости вещества при отсутствии скорости сдвига.

В таком виде модель реализована в отечественном пакете программ ЛОГОС, ориентированном на решение задач вычислительной гидродинамики на произвольных неструктурированных сетках. Пакет программ ЛОГОС успешно прошел тщательную верификацию [31, 32] и показал хорошие результаты на серии различных гидродинамических задач, включая расчеты турбулентных [33–35] и геофизических течений [36–38].

4. Моделирование оползневого цунами, вызванного сходом подводного оползня у побережья полуострова Камчатка

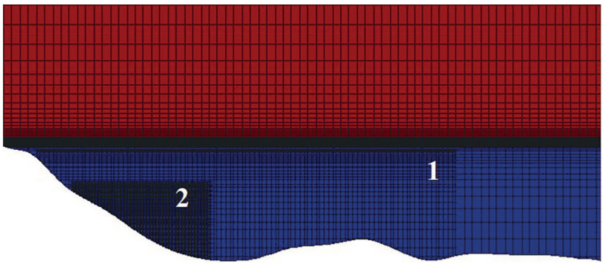


Рис. 6. Фрагмент расчетной сетки с блоками детализации (1 и 2 — блоки измельчения сетки, размеры ячеек в которых равны 650 м и 375 м соответственно)

Fig. 6. A computational grid fragment with refinement blocks (1 and 2 are grid refinement blocks with mesh sizes of 650 m and 375 m, respectively)

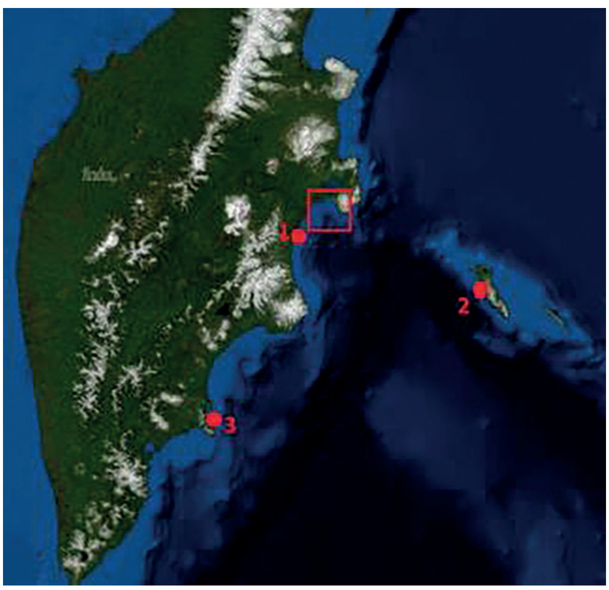


Рис. 7. Расположение оползня и расстановка мареографов (отмечены цифрами) [40]

Fig. 7. Landslide location and arrangement of tide gauges (figured) [40]

Как известно, на Камчатке высока вероятность оползневых явлений [14, 15], которые могут приводить к возникновению цунами. В статье представлены результаты численного моделирования цунами, вызванного возможным сходом подводного оползня в Камчатском заливе акватории Тихого океана у побережья полуострова Камчатка.

Проведено моделирование гипотетического схода оползня объемом 20 км3, толщиной 400 м. Район схода подводного оползня в районе г. Усть-Камчатска отмечен рамкой на рис. 6. Форма оползня, по сути, является бруском, нижняя граница оползня повторяет форму подстилающей поверхности (дна). Координаты центра оползня задаются на дне акватории в интересующем месте, в данном случае они равны 55,75 с. ш. 162,8 в. д.

Моделирование проводилось на расчетной сетке с базовым размером ячейки (размер ячеек в горизонтальных направлениях *X* и *Y*) 1300 м, покрывающей акваторию Тихого океана у побережья Камчатки. Сетка состоит и ~30,6 млн. ячеек. Батиметрия была взята из генеральной батиметрической карты океанов (GEBCO 2014 с разрешающей способностью 30 угловых секунд) [39]. Для более точного моделирования распространения волн сетка имеет сгущение к поверхности раздела фаз. Для детализации характера движения оползня были построены дополнительные блоки измельчения сетки в области его предполагаемого схода, размеры ячеек в которых задавались равными 650 м и 375 м для первого и второго блоков соответственно (рис. 7). Типичная задача моделирования схода оползня и распространения волн цунами в реальной акватории может потребовать до нескольких десятков процессоров и до нескольких десятков часов компьютерного счета.

На начальный момент времени оползень покоится, водная поверхность ровная. Оползень начинает движение под действием силы тяжести. Невозмущенная глубина воды зависит от батиметрии, максимальная глубина достигает 7843 м, высота невозмущенного воздушного потока над уровнем воды составляет 1000 м. Граничные условия задачи включают непроницаемую границу с прилипанием (дно), набор неотражающих границ с условием демпфирования волн (боковые границы), на верхней открытой границе — заданное давление. При моделировании наката никаких дополнительных граничных условий не требуется, используется только граничное условие «стенка» на подстилающей поверхности.

Параметры оползневой, воздушной и водной фаз представлены в табл. 3.

Вязкость оползня вычисляется по модифицированной модели Бингама (формула (6)) с параметрами $\tau_0 = 1000$ Па и $\mu_p = 10$ Па·с.

На рис. 8 приведены поля распределения объемной доли фазы оползня в вертикальном сечении на различные моменты времени — 0, 100 и 200 с.

В рассматриваемой задаче при движении оползня на переднем фронте наблюдается образование зоны завихрения. Это может быть связано с высокой скоростью его движения, которая составляла примерно 53 м/с. На рис. 9 показано, как сходит оползень по склону. Видно, что оползень деформируется, а не сходит симметрично.

Таблица 3

Table 3

Свойства фаз

Properties of phases

Фаза	Молекулярная вязкость (кг/(м·с))	Плотность (кг/мPP^{3}PP)
Вода	0,001	1000
Воздух	1,85e-05	1,205

а) *а*) *б*) *b*)

в) *c*)

Рис. 8. Объемная доля оползня в продольном сечении на различные моменты времени: *а* — 0 с; *б* — 100 с; *в* — 200 с

Fig. 8. A volumetric fraction of landslide phase (longitudinal section) at various times: *a* — 0 s; *b* — 100 s; *c* — 200 s

а) *а*) *б*) *b*)

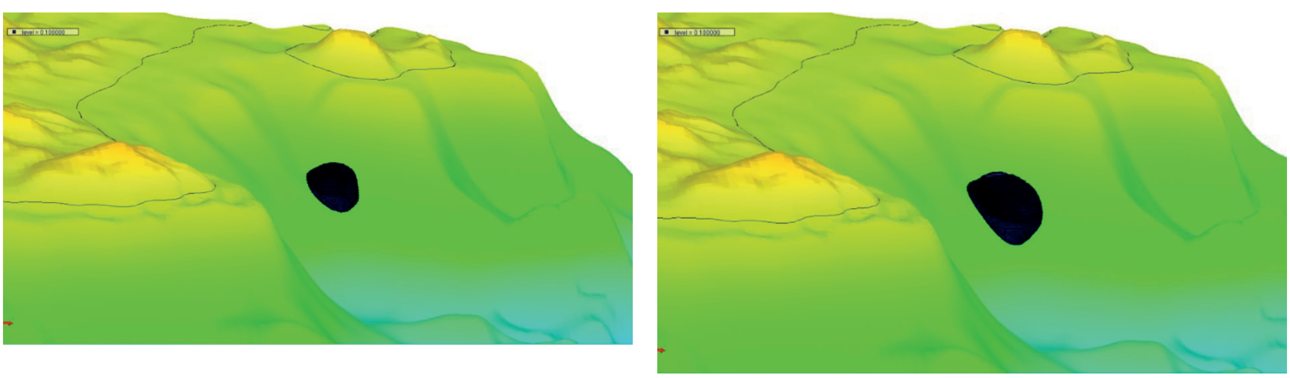


Рис. 9. Сход оползня по склону на различные моменты времени: *а* — 100 с; *б* — 200 с

Fig. 9. Landsliding on the slope at various times: *a* — 100 s; *b* — 200 s

На рис. 10 приведена карта распределения максимальных высот волн в акватории за все время расчета. Максимальная высота волны в источнике при сходе подводного оползня составила около 9 м. Волны с наибольшей высотой наблюдаются при достижении мелководья и при распространении над Камчатским хребтом.

На рис. 11 приведены картины распространения волн цунами в акватории в различные моменты времени.

На рис. 7 цифрами обозначены места установки виртуальных мареографов, в которых измеряется смещение водной поверхности. На рис. 12 приведены зависимости смещения водной поверхности от времени в точках установки виртуальных мареографов.

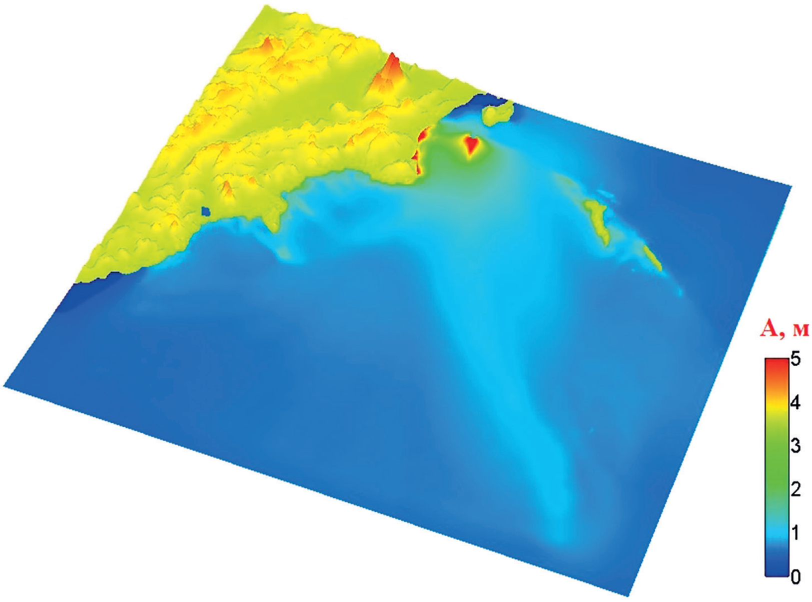


Рис. 10. Распределение максимальных высот волн, порожденных сходом подводного оползня, за все время расчета

Fig. 10. Distribution of maximum wave heights generated by a submarine landslide over the entire calculation period

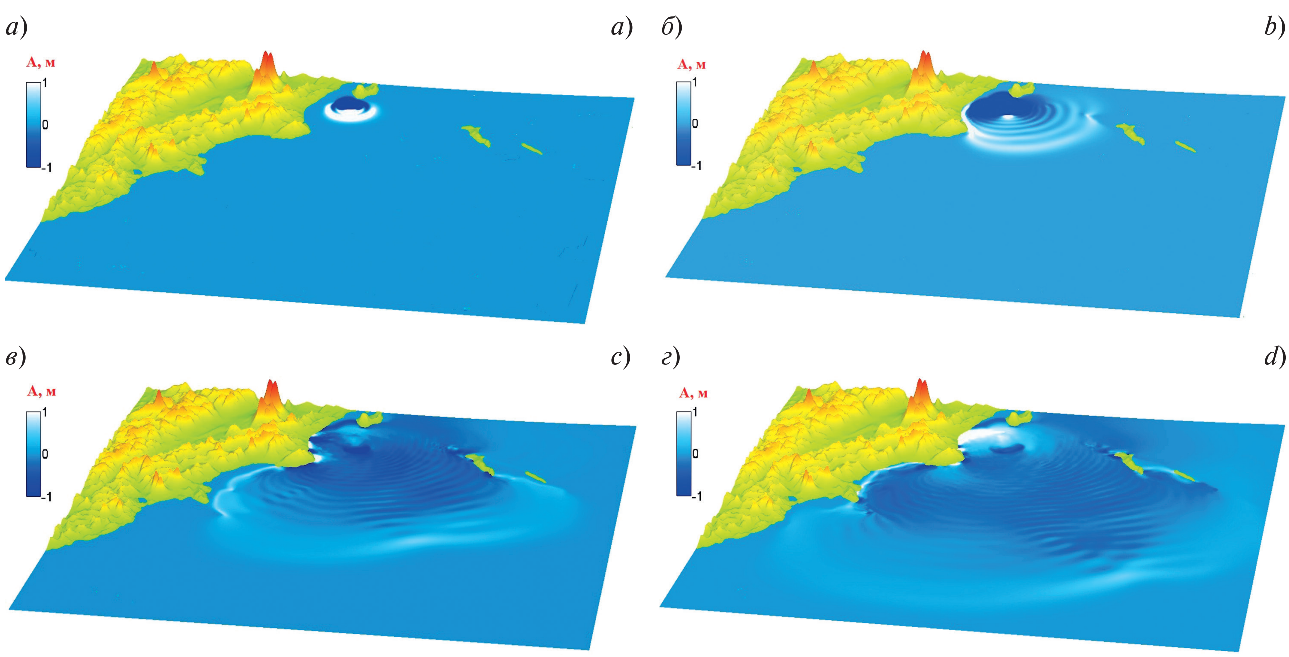


Рис. 11. Распространение волн на различные моменты времени: *а* — 300 с; *б* — 900 с; *в* — 2200 с; *г* — 3000 с

Fig. 11. Propagation of waves at various times: *a* — 300 s; *b* — 900 s; *c* — 2200 s; *d* — 3000 s

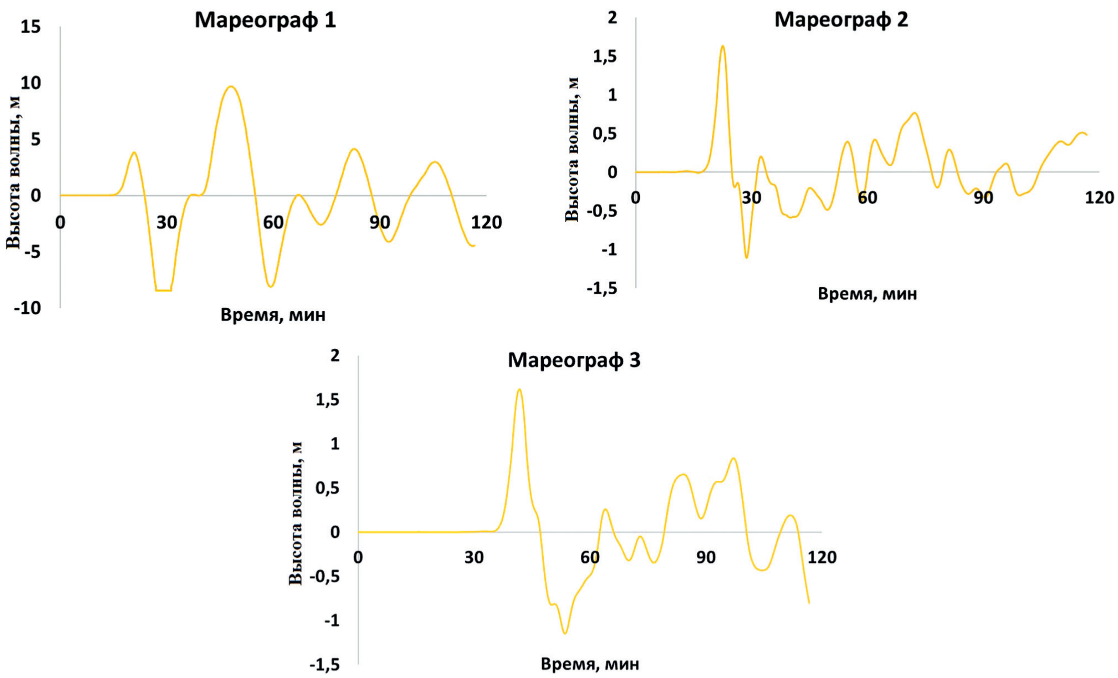


Рис. 12. Показания мареографов

Fig. 12. Tide gauge readings

Из представленных рисунков видно, что основная волна цунами распространяется в направлении схода оползня. Волны распространяются до Командорских островов, а также вдоль всего побережья полуострова Камчатка. Из графиков видно, что в первый и второй мареографы волна пришла почти одновременно. Согласно используемой карте глубин GEBCO, глубины в направлении мареографа 1 не превышают 1000 м, а глубины в направлении мареографа 2 существенно больше и достигают почти 8000 м. Соответственно и скорость распространения волны в направлении острова Беринга, где установлен мареограф 2, будет выше. Отношение средней глубины в направлении 1 мареографа к средней глубине в направлении 2 мареографа достигает $1/8 \div 1/9$, расстояние от точки схода оползня до 1 мареографа примерно в 3 раза меньше, чем до 2 мареографа. Как известно, скорость распространения гравитационной волны $\sqrt{gh}$, таким образом, используя отношения глубин и расстояний, получится, что время прихода волн в 1 и 2 мареограф почти одно и то же.

С точки зрения цунамиопасности при сходе данного оползня наиболее пострадавшим может быть побережье Камчатского залива (мареограф 1), куда пришло с временным интервалом около 30 мин несколько волн с высотой от 4 до 10 м.

5. Оценка влияния объема оползня на высоту волн цунами

Провести оценку реального объема возможного оползня в природных условиях зачастую бывает практически невозможно. В статье представлено исследование влияния объема оползня на высоту и характер распространения образуемых волн. Рассматривается пять постановок согласно табл. 4. Протяженности в направлениях X и Y одинаковые для всех рассматриваемых вариантов и составляют 6000 и 8000 м соответственно.

Таблица 4

Table 4

Варианты объемов оползня

Landslide volume options

Обозначение	Объем оползня, км^3	Толщина оползня, м
V1	12	250
V2	20	420
V3	30	630
V4	40	830
V5	50	1040

На рис. 13 представлены карты высот волн за все время расчета для оползней объемами 12 км^3 и 30 км^3. Максимальная высота волны в источнике при сходе оползня объемом 12 км^3 составила 6 м, объемом 30 км^3–23 м.

На рис. 14 представлено распределение максимальных высот волн, порожденных сходом подводных оползней объемами 40 км^3 и 50 км^3 за все время расчета. Максимальная высота волны в источнике при сходе оползня объемом 40 км^3 составила 26 м, объемом 50 км^3–44 м.

На рис. 15 представлено сравнение картин распространения волн при сходе оползней объемами 12 км^3 и 50 км^3.

На рис. 16 приведены зависимости высоты смещения водной поверхности от времени, рассчитанные в точках установки виртуальных мареографов, полученные в расчетах с разными объемами оползня.

Как видно из рис. 16, характер распространения волн для всех постановок задач с различными объемами оползней одинаковый. Очевидно, что высота волны, вышедшая из источника оползневого цунами, будет пропорциональна объему сошедшего оползня (чем больше объем оползня, тем больше высота волны), или его средней толщине (при условии неизменности площади оползня).

Приведем зависимость от объема сошедшего оползня высот волн, возникающих в источнике, а также первых волн, дошедших до берега (рис. 17).

Как видно из представленных графиков на рис. 17, высота волны в источнике и высоты волн, дошедших до берега, измеренные в мареографах, в зависимости от объема сошедшего оползня меняются нелинейно. Эти выводы находятся в согласии с результатами многих авторов (см., например, [41–43]). Однако в отличие от этих работ, в которых параметры волны цунами в источнике определяются из полуэмпирических формул, в данной работе сход оползня и возникновение волны моделируется явно, учитывая сход оползня в воде и генерируя волну непосредственно во время схода.

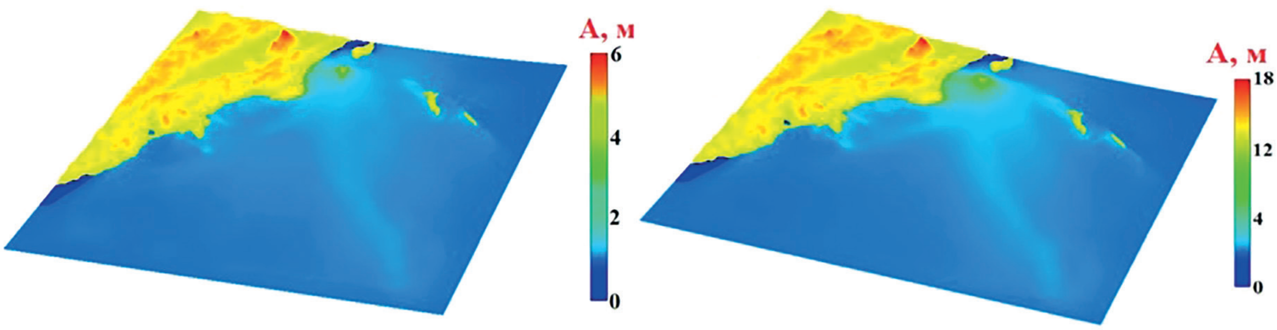


Рис. 13. Распределение максимальных высот волн, порожденных сходом подводного оползня объемом 12 км^3 (слева) и 30 км^3 (справа) за все время расчета

Fig. 13. Map of maximum wave heights for a 12 km^3 submarine landslide (left) and a 30 km^3 landslide (right) over the entire calculation period

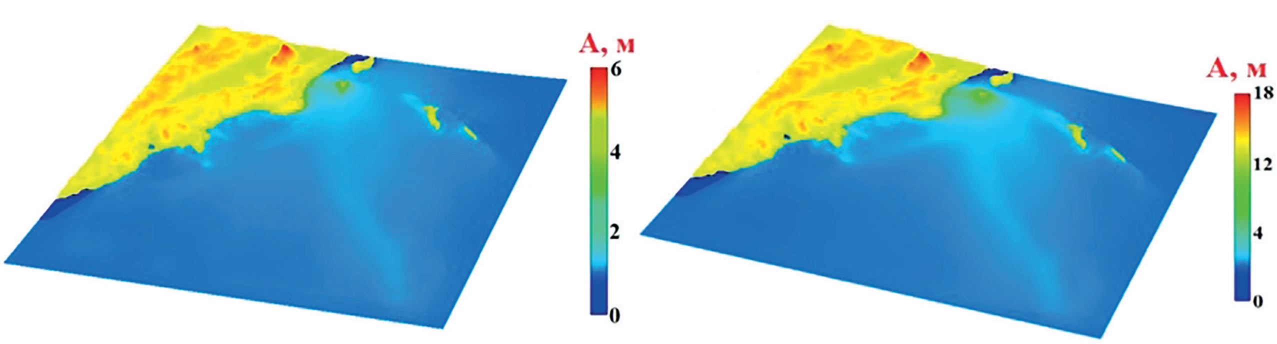


Рис. 14. Карта высот волн для оползня объемом 40 км^3 (слева) и 50 км^3 (справа) за все время расчета

Fig. 14. Map of wave heights for a 40 km3 landslide (left) and a 50 km3 landslide (right) over the entire calculation period

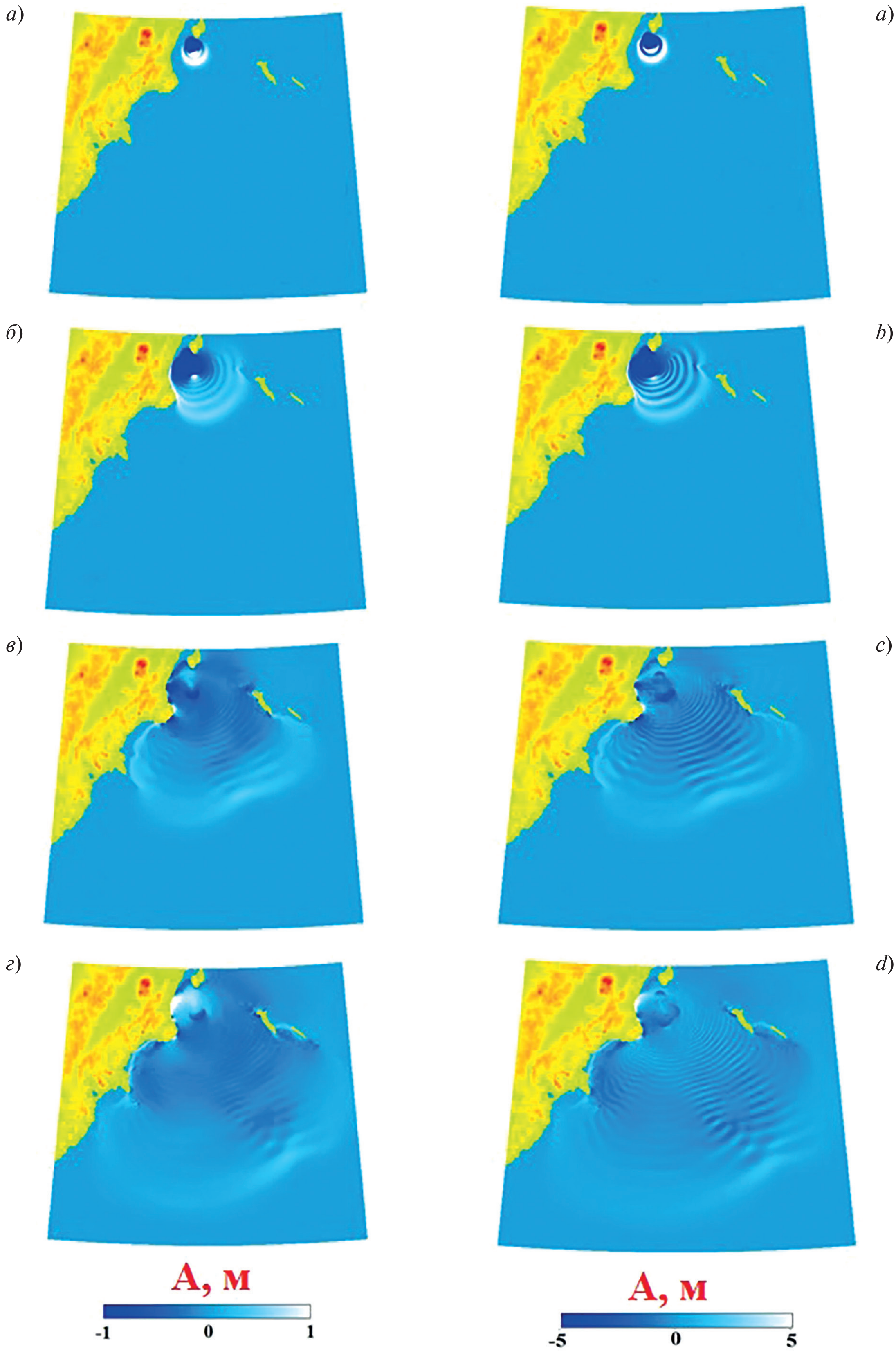


Рис. 15. Распространение волн на разные моменты времени: *а* — 300 с; *б* — 900 с; *в* — 2100 с; *г* — 3000 с (слева — для оползня объемом 12 км^3, справа — для оползня объемом 50 км^3)

Fig. 15. Propagation of waves at various times: *a* — 300 s; *b* — 900 s; *c* — 2100 s; *d* — 3000 s (for a 12 km^3 landslide (left) and for a 50 km^3 landslide (right))

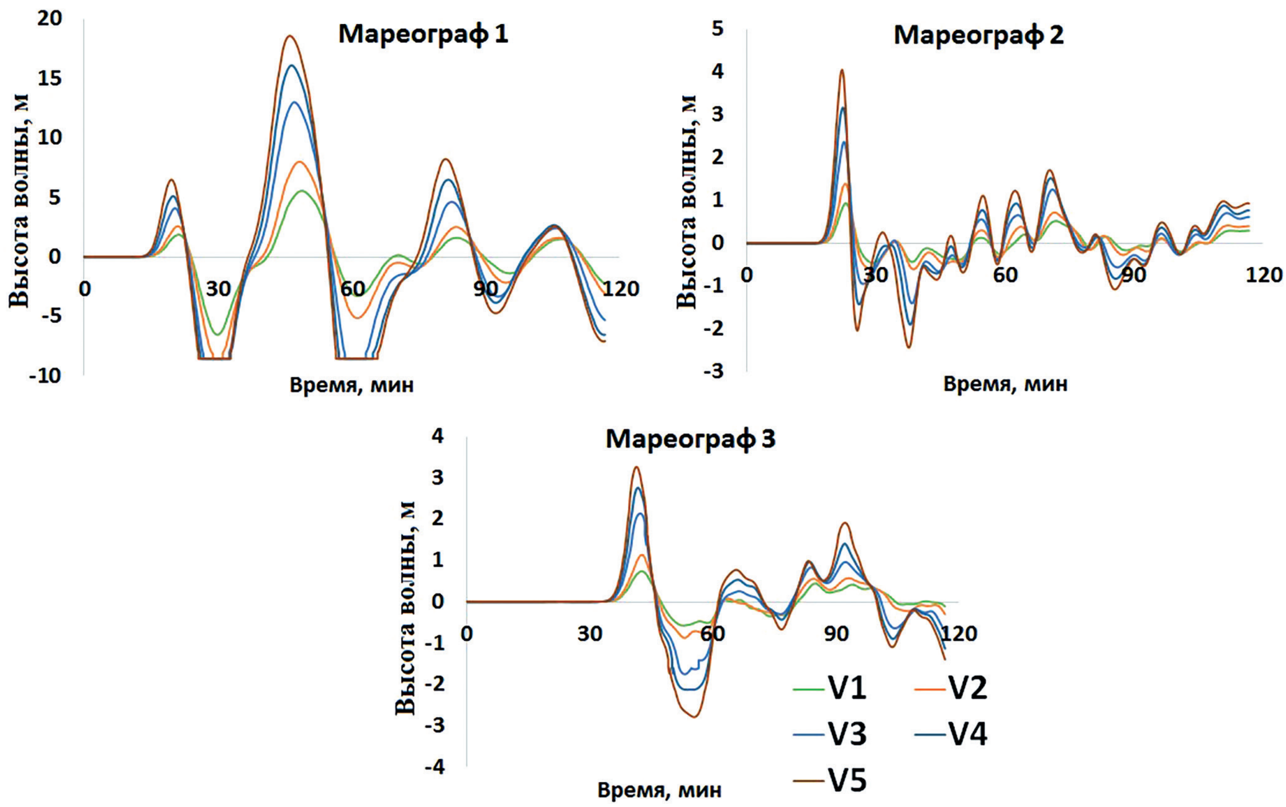


Рис. 16. Показания мареографов для оползней разных объемов

Fig. 16. Tide gauge readings for landslides of different volumes

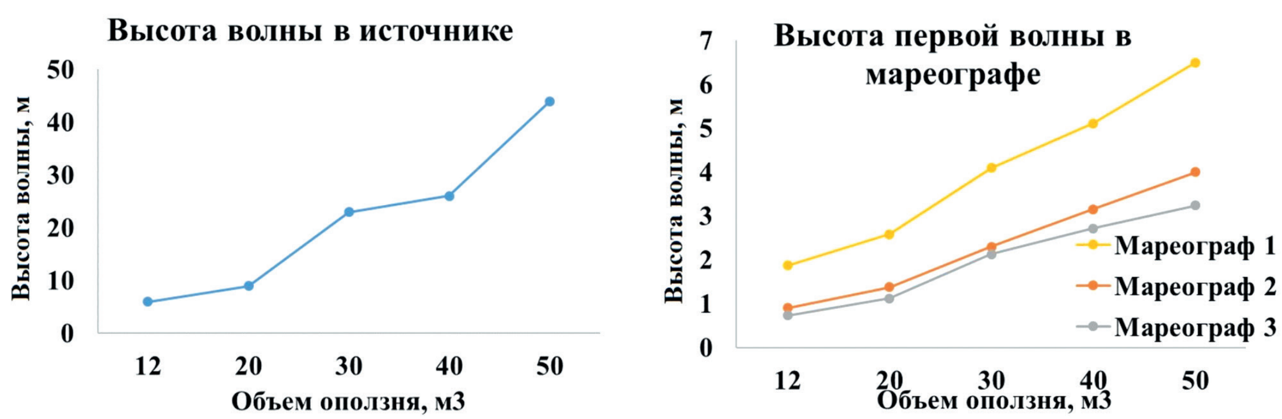


Рис. 17. Зависимости высот волн от объема оползня

Fig. 17. Heights of waves vs volume of landslide

6. Анализ дальности заплеска

Гидродинамическая модель на основе уравнений Навье — Стокса позволяет в рамках численной модели провести моделирование всех стадий оползневых цунами: зарождение волны в источнике, распространение и накат на сушу. Проведем анализ дальности заплеска волн на побережье острова Беринга (на рис. 18 остров отмечен красной рамкой) при сходе оползней объемами 12, 20 и 30 км^3.

Для более точного описания заплеска волны на сушу и оценки дальности заплеска вдоль берега были построены локальные блоки измельчения, размер ячеек которых составлял 100 м (рис. 19).

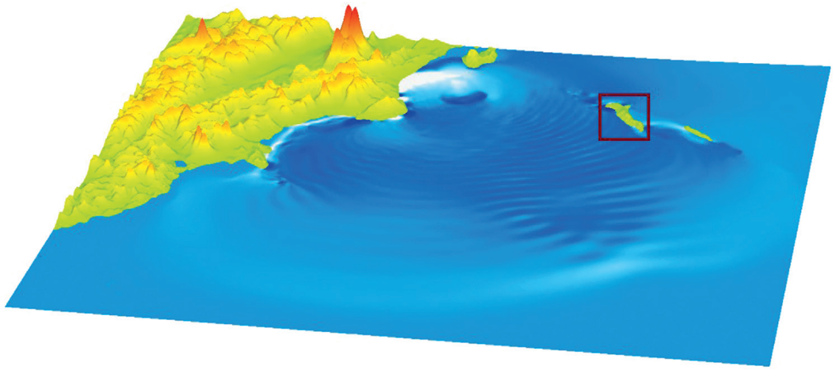


Рис. 18. Область исследования (о. Беринга)

Fig. 18. Research region (Bering Island)

а) *a*) *б*) *b*)

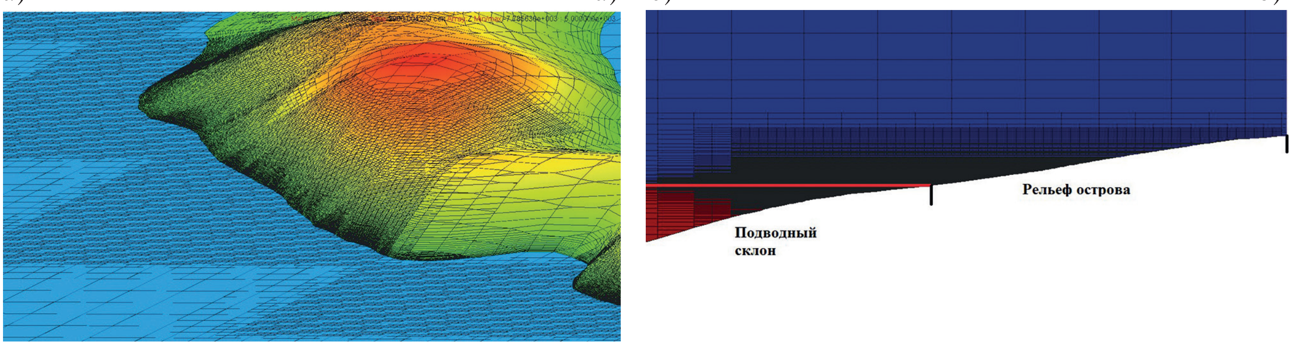
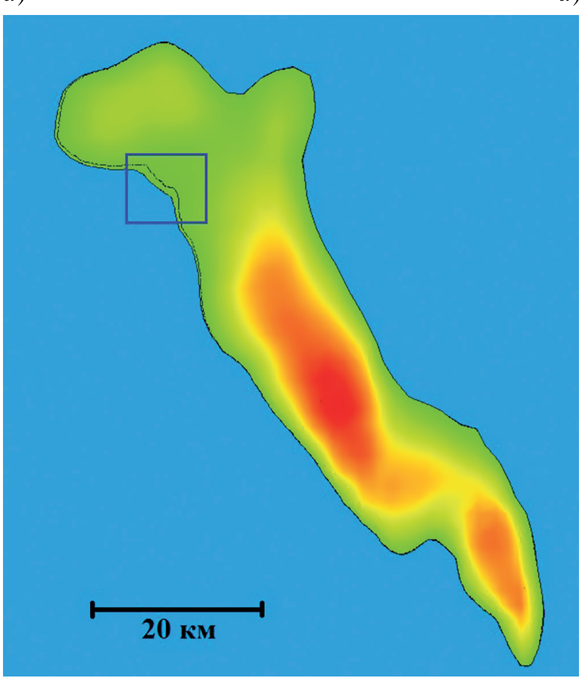


Рис. 19. Блоки измельчения для исследования дальности заплеска: *а* — вид сверху, *б* — в вертикальном сечении

Fig. 19. Refinement blocks used for runup studying: *a* — top view; *b* — in vertical section

На рис. 19 показан заплеск волны на сушу при сходе подводного оползня объемом 30 км^3. Наибольший горизонтальный заплеск достигает 1 км и наблюдается в районе, отмеченном на рисунке рамкой. К северо-западу от этой области заплеск достигает 500 м, а к югу этой области — 200 м.

а) *a*) *б*) *b*)



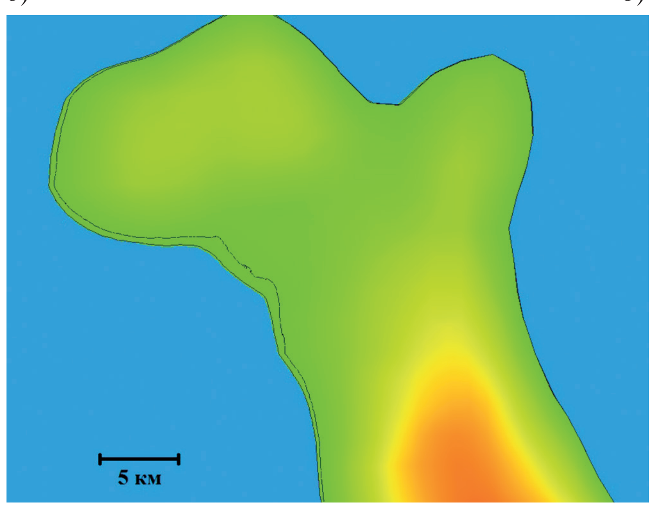


Рис. 20. Дальность заплеска волны на берег (*а* — для оползня объемом 30 км^3; *б* — заплеск в выделенной области)

Fig. 20. Wave runup onto the shore (*a* — for a 30 km^3 landslide; *b* — runup in the selected region)

а) *a*) *б*) *b*)

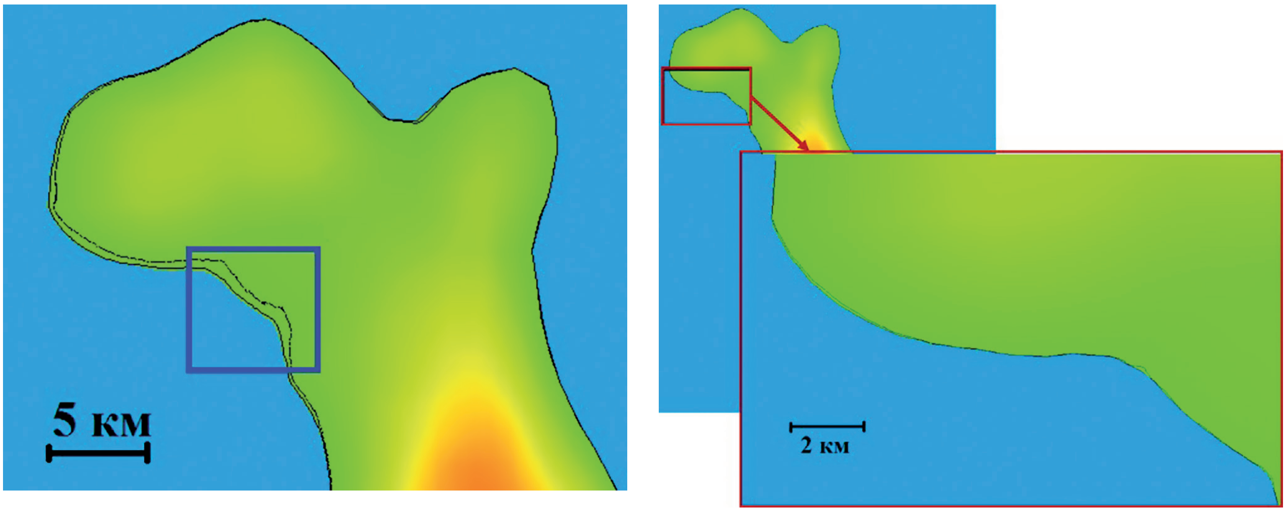


Рис. 21. Дальность заплеска волны на берег (*а* — для оползня объемом 20 км^3; *б* — для оползня объемом 12 км^3)

Fig. 21. Range of the wave splash on the shore (*a* — for a 20 km^3 landslide; *b* — for a 12 km^3 landslide)

На рис. 21, *а* показан заплеск волны на сушу при сходе подводного оползня объемом 20 км^3. Максимальный горизонтальный заплеск на берег наблюдается в районе, отмеченным рамкой, и достигает 800 м. К северо-западу от выделенной области заплеск достигает 400 м. На рис. 21, *б* показан заплеск волны на сушу при сходе подводного оползня объемом 12 км^3. Наибольший заплеск наблюдается в районе, отмеченном на рисунке красной рамкой, и достигает 100 м.

Как видно из рис. 21, полученные значения заплесков аналогичны результатам по высотам волн и показывают, что чем больше объем подводного оползня, тем больше дальность заплеска волн на побережье.

7. Заключение

В статье приводятся результаты численного моделирования гипотетического цунами, вызванного сходом подводного оползня в акватории Камчатского залива вблизи г. Усть-Камчатск, с учетом батиметрических данных. Для исследования используется гидродинамическая модель, основанная на трехмерных уравнениях Навье–Стокса. Для учета реологии оползневых масс модель дополнена реологическим соотношением, основанным на модели Бингама. Представленная модель позволяет моделировать сход оползня в рамках единой системы «воздух-вода-оползень», в которой оползень рассматривается как неньютоновская жидкость. Для моделирования волн в реальных акваториях используется оригинальный алгоритм, реализующий открытые граничные условия. Этот алгоритм основан на использовании демпфирующего приграничного слоя, который поглощает кинетическую энергию приходящей волны. Поглощение кинетической энергии приходящей волны учитывается с помощью дополнительного источника в уравнении момента импульса, который пропорционален скорости и аналогичен силе сопротивления, возникающей при течениях в пористых телах. Пропорциональность скорости определяется коэффициентом сопротивления, значение которого определяет интенсивность поглощения кинетической энергии волны. Предложен способ определения этого коэффициента методом численного моделирования и приведены его оптимальные значения. Предложенный метод является наиболее предпочтительным для решения практических задач, поскольку есть возможность его настройки за счёт выбора параметров демпфирования.

Приведены результаты численного моделирования оползневого цунами, вызванного сходом подводного оползня у побережья полуострова Камчатка. Приведены некоторые особенности построения расчетной сеточной модели на основе генеральной батиметрической карты океанов, покрывающей акваторию Тихого океана у побережья Камчатки. К таким особенностям можно отнести сгущение к поверхности раздела фаз (вода-воздух) и построение дополнительных блоков измельчения сетки в области предполагаемого схода оползня.

На основе полученных результатов проанализирована зависимость высот волн цунами от объема оползня в источнике и в нескольких точках у побережья, а также отмечены участки побережья (в частности, на острове Беринга), которые могут наиболее сильно пострадать при возникновении оползневых цунами в этой акватории. Показано, что высоты волн в источнике и высоты волн, дошедших до берега, измеренные в мареографах, в зависимости от объема сошедшего оползня меняются нелинейно.

Финансирование

Исследование выполнено в рамках научно-исследовательской работы «Численное моделирование генерации и распространения оползневых цунами с учетом рельефа дна акваторий, определяющих локальное увеличение высот заплеска», которая является составной частью научно-исследовательской работы, выполняемой Федеральным государственным бюджетным учреждением науки Институтом морской геологии и геофизики Дальневосточного отделения Российской академии наук (ИМГиГ ДВО РАН), а также при финансовой поддержке национального проекта «Наука и университеты» в рамках программы Минобрнауки РФ по созданию молодёжных лабораторий № FSWE-2021—0009 (научная тема: «Разработка численных методов, моделей и алгоритмов для описания гидродинамических характеристик жидкостей и газов в естественных природных условиях, и условиях функционирования индустриальных объектов в штатных и критических условиях на суперкомпьютерах петафлопсного класса») и при поддержке гранта Президента РФ по государственной поддержке ведущих научных школ РФ НШ-70.2022.1.5.

Funding

The study was carried out within the framework of the research work “Numerical modelling of generation and propagation of landslide tsunamis taking into account the bottom topography of water areas determining the local increase in splash heights”, which is a part of the research work carried out by the Federal State Budgetary Institution of Science, Institute of Marine Geology and Geophysics of the Far Eastern Branch of the Russian Academy of Sciences (IMG&G FEB RAS), as well as with the financial support of the national project “Science and Universities” under the programme of the Ministry of Education and Science of the Russian Federation on the creation of youth laboratories № FSWE-2021—0009 (scientific theme: “Development of numerical methods, models and algorithms to describe the hydrodynamic characteristics of liquids and gases in natural conditions, and the functioning of industrial facilities in normal and critical conditions on petaflops-class supercomputers”) and with the support of the grant of the President of the Russian Federation on the state support of leading scientific schools of the Russian Federation NSh-70.2022.1.5.

Литература

1. *Пелиновский Е.Н.* Гидродинамика волн цунами. Н. Новгород: Институт прикладной физики РАН, 1996. 276 с.
2. *Левин Б.В.*, *Носов М.А.* Физика цунами и родственных явлений в океане. М.: Янус-К, 2005. 360 с.
3. *Goto C.*, *Ogawa Y.*, *Shuto N.*, *Imamura N.* Numerical method of tsunami simulation with the leap-frog scheme (IUGG/IOC Time Project) // IOC Manuals and Guides. 1997. No. 35. P. 130.
4. *Wei G.*, *Kirby J.*, *Grilli S.*, *Subramanya R.* A fully nonlinear Boussinesq model for surface waves. Part 1. Highly nonlinear unsteady waves // Journal of Fluid Mechanics. 1995. Vol. 294. P. 71—92. doi:10.1017/S0022112095002813
5. *Pelinovsky E.*, *Zahibo N.*, *Dunkly P.*, *Edmonds M.*, *Herd R.*, *Talipova T.*, *Kozelkov A.S.*, *Nikolkina I.* Tsunami generated by the volcano eruption on July 12—13, 2003 at Montserrat, Lesser Antilles // Science of Tsunami Hazards. 2004. Vol. 22, No. 1. P. 44—57.
6. *Zahibo N.*, *Pelinovsky E.*, *Yalciner A.C.*, *Kurkin A.*, *Kozelkov A.*, *Zaitsev A.* Modelling the 1867 Virgin Island Tsunami // Natural Hazards and Earth System Sciences. 2003. Vol. 3, No. 5. P. 367—376. doi:10.5194/nhess-3-367-2003
7. *Mader C.H.*, *Gittings M.L.* Modeling the 1958 Lituya Bay mega tsunami, II // Science of Tsunami Hazards. 2002. Vol. 20, No. 5. P. 241—250.
8. *Козелков А.С.* Методика численного моделирования цунами оползневого типа на основе уравнений Навье-Стокса // Вычислительная механика сплошных сред. 2016. Т. 9, № 2. С. 218—236. doi:10.7242/1999—6691/2016.9.2.19
9. *Kozelkov A.S.*, *Kurkin A.A.*, *Pelinovsky E.N.*, *Tyatyushkina E.S.*, *Kurulin V.V.*, *Tarasova N.V.* Landslide-type tsunami modelling based on the Navier-Stokes Equations // Science of Tsunami Hazards, Journal of Tsunami Society International. 2016. Vol. 35, No. 3. P. 106—144.
10. *Ландау Л.Д.*, *Лифшиц Е.М.* Теоретическая физика: Учебное пособие. В 10 т. Т. 6. Гидродинамика. 3-е изд. М.: Наука, 1986. 736 с.
11. *Horrillo J.*, *Wood A.*, *Kim G.B.*, *Parambath A.* A simplified 3-D Navier-Stokes numerical model for landslide-tsunami: Application to the Gulf of Mexico // Journal of Geophysical Research: Oceans. 2013. Vol. 118, Iss. 12. P. 6934–6950. doi:10.1002/2012JC008689

12. *Козелков А.С.*, *Куркин А.А.*, *Пелиновский Е.Н.*, *Курулин В.В.* Моделирование цунами космогенного происхождения в рамках уравнений Навье-Стокса с источниками различных типов // Известия РАН. Механика жидкости и газа. 2015. № 2. С. 142–150.
13. *Qin X.*, *Motley M.*, *LeVeque R.*, *Gonzalez F.*, *Mueller K.* A comparison of a two-dimensional depth-averaged flow model and a three-dimensional RANS model for predicting tsunami inundation and fluid forces // Natural Hazards and Earth System Sciences. 2018. Vol. 18(9). doi:10.5194/nhess-18-2489-2018
14. *Делемень И.Ф.*, *Константинова Т.Г.* Оценка оползневой опасности на территории Петропавловска-Камчатского при ожидаемом сильном землетрясении // Труды Второй региональной научно-технической конференции «Проблемы комплексного геофизического мониторинга дальнего востока России». Петропавловск-Камчатский, 11–17 октября 2009 г. Обнинск: ФИЦ «Единая геофизическая служба РАН». 2010. С. 116–120.
15. *Ломтев В.Л.* Особенности строения и формирования Камчатского подводного каньона (тихоокеанская окраина Камчатки) // Геодинамика и тектонофизика. 2018. Т. 9, № 1. С. 177–197. doi:10.5800/GT-2018-9-1-0344
16. *Franco A.*, *Moernaut J.*, *Schneider-Muntau B.*, *Aufleger M.*, *Strasser M.*, *Gems B.* Lituya Bay 1958 Tsunami — detailed pre-event bathymetry reconstruction and 3D-numerical modelling utilizing the CFD software Flow-3D // Natural Hazards and Earth System Science. 2020. No. 20. P. 2255–2279. doi:10.5194/nhess-2019-285
17. *Hirt C.W.*, *Nichols B.D.* Volume of Fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries // Journal of Computational Physics. 1981. Vol. 39, Iss. 1. P. 201–225. doi:10.1016/0021-9991(81)90145-5
18. *Gerbeau J.F.*, *Vidrascu M.* A quasi-newton algorithm based on a reduced model for fluid-structure interaction problems in blood flows // ESAIM Mathematical Modelling and Numerical Analysis. 2003. Vol. 37, No. 4. P. 631–647. doi:10.1051/m2an:2003049
19. *Огибалов П.М.*, *Мирзаджанзаде А.Х.* Нестационарные движения вязкопластичных сред. М.: МГУ, 1977. 372 с.
20. *Храбрый А.И.*, *Зайцев Д.К.*, *Смирнов Е.М.* Численное моделирование течений со свободной поверхностью на основе метода VOF // Труды Крыловского государственного научного центра. 2003. № 78 (362). С. 53–64.
21. *Kozelkov A.S.*, *Lashkin S.V.*, *Efremov V.R.*, *Volkov K.N.*, *Tsibereva Yu.A.*, *Tarasova N.V.* An implicit algorithm of solving Navier–Stokes equations to simulate flows in anisotropic porous media // Computers and Fluids. 2018. Vol. 160. P. 164–174. doi:10.1016/j.compfluid.2017.10.029
22. *Chen Z.J.*, *Przekwas A.J.* A coupled pressure-based computational method for incompressible/compressible flows // Journal of Computational Physics. 2010. Vol. 229, Iss. 24. P. 9150–9165. doi:10.1016/j.jcp.2010.08.029
23. *Храбрый А.И.* Численное моделирование нестационарных турбулентных течений жидкости со свободной поверхностью: дисс. ... канд. физ.-мат. наук. Санкт-Петербург, 2014. 154 с.
24. *Ильгамов М.А.*, *Гильманов А.Н.* Неотражающие условия на границах расчетной области. М.: Физматлит, 2003. 242 с.
25. *Kar S.K.*, *Turco R.P.* Formulation of a lateral sponge layer for limited-area shallow-water models and an extension for the vertically stratified case // Monthly Weather Review. 1994. Vol. 123. P. 1542–1559. doi:10.1175/1520-0493(1995)123<1542: FOALSL>2.0.CO;2
26. *Подгорнова О.В.* Построение дискретных прозрачных граничных условий для анизотропных и неоднородных сред: дисс. ... канд. физ.-мат. наук. Москва, 2008. 109 с.
27. *Givoli D.*, *Neta B.* High-order nonreflecting boundary conditions for the dispersive shallow water equations // Journal of Computational and Applied Mathematics. 2003. Vol. 158. P. 49–60. doi:10.1080/1061856031000113608
28. *Овчарова А.С.* Метод расчёта стационарных течений вязкой жидкости со свободной границей в переменных вихрь-функция тока // Прикладная механика и техническая физика. 1998. Т. 39, № 2. С. 59–68.
29. *Fürst J.*, *Musil J.* Development of non-reflective boundary condition for free-surface flows // Proc. Topical Problems of Fluid Mechanics, Prague, 21–23 February, 2018, P. 97–104. doi:10.14311/TPFM.2018.013
30. *Тятюшкина Е.С.* Применение трехмерных уравнений Навье-Стокса, осредненных по Рейнольдсу, для моделирования волн цунами: дисс. ... канд. физ.-мат. наук. Нижний Новгород, 2021. 139 с.
31. *Козелков А.С.*, *Куркин А.А.*, *Шарипова И.Л.*, *Курулин В.В.*, *Пелиновский Е.Н.*, *Тятюшкина Е.С.*, *Мелешкина Д.П.*, *Лашкин С.В.*, *Тарасова Н.В.* Минимальный базис задач валидации методов расчета течений со свободной поверхностью // Труды НГТУ им. Р.Е. Алексеева. 2015. № 2 (109). С. 49–69.
32. *Tyatyushkina E.S.*, *Kozelkov A.S.*, *Kurkin A.A.*, *Pelinovsky E.N.*, *Kurulin V.V.*, *Plygunova K.S.*, *Utkin D.A.* Verification of the LOGOS software package for tsunami simulations // Geosciences. 2020. Vol. 10, No. 385. doi:10.3390/geosciences10100385
33. *Козелков А.С.*, *Курулин В.В.* Численная схема для моделирования турбулентных течений несжимаемой жидкости с использованием вихреразрешающих подходов // Вычислительная математика и математическая физика. 2015. Т. 55, № 7. С. 135–146. doi:10.7868/S0044466915070091
34. *Козелков А.С.*, *Курулин В.В.*, *Пучкова О.Л.*, *Тятюшкина Е.С.* Моделирование турбулентных течений вязкой несжимаемой жидкости на неструктурированных сетках с использованием модели отсоединенных вихрей // Математическое моделирование. 2014. Т. 26, № 8. С. 81–96.

35. *Козелков А.С.*, *Куркин А.А.*, *Крутякова О.Л.*, *Курулин В.В.*, *Тятюшкина Е.С.* Зонный RANS–LES подход на основе алгебраической модели рейнольдсовых напряжений // Известия РАН. Механика жидкости и газа. 2015. № 5. С. 24–33.
36. *Козелков А.С.*, *Куркин А.А.*, *Пелиновский Е.Н.* Влияние угла входа тела в воду на высоты генерируемых волн // Известия РАН. Механика жидкости и газа. 2016. № 2. С. 166–176.
37. *Козелков А.С.*, *Куркин А.А.*, *Пелиновский Е.Н.*, *Курулин В.В.*, *Тятюшкина Е.С.* Моделирование возмущений в озере Чебаркуль при падении метеорита в 2013 году // Известия РАН. Механика жидкости и газа. 2015. № 6. С. 134–143.
38. *Козелков А.С.* Методика численного моделирования цунами оползневого типа на основе уравнений Навье-Стокса // Вычислительная механика сплошных сред. 2016. Т. 9, № 2. С. 218–236. doi:10.7242/1999-6691/2016.9.2.19
39. General Bathymetric Chart of the Oceans. URL: https://www.gebco.net/ (дата обращения: 15.05.2021).
40. Спутниковая карта Камчатского края — Яндекс Карты. URL: https://yandex.ru/maps/11398/kamchatka-krai/sputnik/?ll=169.782981%2C61.350179&z=8 (дата обращения: 15.05.2021).
41. *Watts P.* Wavemaker curves for tsunamis generated by underwater landslides // Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering. 1998. Vol. 124, No. 3. P. 127–137.
42. *Watts P.* Tsunami features of solid block underwater landslides // Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering. 2000. Vol. 126, Iss. 3. P. 144–152. doi:10.1061/(ASCE)0733–950X(2000)126:3(144)
43. *Watts P.*, *Grilli St.T.*, *Tappin D.R.*, *Fryer G.J.* Tsunami generation by submarine mass failure. II: Predictive Equations and Case Studies // Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering. 2005. Vol. 131, No. 6. P. 298–310. doi:10.1061/(ASCE)0733–950X(2005)131:6(298)

References

1. *Pelinovsky E.N.* Hydrodynamics of Tsunami Waves. *N. Novgorod*, *Institute of Applied Physics of the Russian Academy of Sciences*,1996. 276 p. (in Russian).
2. *Levin B.V.*, *Nosov M.A.* Physics of Tsunami and Similar Phenomena in the Ocean. *Moscow*, *Yanus-K*, 2005. 360 p. (in Russian).
3. *Goto C.*, *Ogawa Y.*, *Shuto N.*, *Imamura N.* Numerical method of tsunami simulation with the leap-frog scheme (IUGG/IOC Time Project). *IOC Manuals and Guides.* 1997, 35, 130.
4. *Wei G.*, *Kirby J.*, *Grilli S.*, *Subramanya R.* A fully nonlinear Boussinesq model for surface waves. Part 1. Highly nonlinear unsteady waves. *Journal of Fluid Mechanics.* 1995, 294, 71–92. doi:10.1017/S0022112095002813
5. *Pelinovsky E.*, *Zahibo N.*, *Dunkly P.*, *Edmonds M.*, *Herd R.*, *Talipova T.*, *Kozelkov A.S.*, *Nikolkina I.* Tsunami generated by the volcano eruption on July 12–13, 2003 at Montserrat, Lesser Antilles. *Science of Tsunami Hazards*. 2004, 22, 1, 44–57.
6. *Zahibo N.*, *Pelinovsky E.*, *Yalciner A.*, *Kurkin A.*, *Kozelkov A.S.*, *Zaitsev A.* Modelling the 1867 Virgin Island Tsunami. *Natural Hazards and Earth System Sciences*. 2003, 3, 5, 367–376. doi:10.5194/nhess-3-367-2003
7. *Mader C.H.*, *Gittings M.L.* Modeling the 1958 Lituya Bay mega tsunami, II. *Science of Tsunami Hazards*. 2002, 20, 5, 241–250.
8. *Kozelkov A.S.* The numerical technique for the landslide tsunami simulations based on Navier-Stokes equations. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*. 2017, 58, 7, 1192–1210. doi:10.1134/S0021894417070057
9. *Kozelkov A.S.*, *Kurkin A.A.*, *Pelinovsky E.N.*, *Tyatyushkina E.S.*, *Kurulin V.V.*, *Tarasova N.V.* Landslide-type tsunami modelling based on the Navier-Stokes Equations. *Science of tsunami Hazards*, *Journal of Tsunami Society International*. 2016, 35, 3, 106–144.
10. *Landau L.D., Lifshits E.M.* Theoretical Physics: Textbook. In 10 vol. Vol. 6. Hydrodynamics. 3rd ed. *Moscow*, *Nauka*, 1986. 736 p.
11. *Horrillo J., Wood A.*, *Kim G.B.*, *Parambath A.* A simplified 3-D Navier-Stokes numerical model for landslide-tsunami: Application to the Gulf of Mexico. *Journal of Geophysical Research: Oceans*. 2013, 118, 6934–6950. doi:10.1002/2012JC008689
12. *Kozelkov A.S.*, *Kurkin A.A.*, *Pelinovsky E.N.*, *Kurulin V.V.* Modeling the Cosmogenic Tsunami within the Framework of the Navier-Stokes Equations with Sources of Different Types. *Fluid Dynamics*. 2015, 50(2), 306–313. doi:10.1134/S0015462815020143
13. *Qin X.*, *Motley M.*, *LeVeque R.*, *Gonzalez F.*, *Mueller K.* A comparison of a two-dimensional depth-averaged flow model and a three-dimensional RANS model for predicting tsunami inundation and fluid forces. *Natural Hazards and Earth System Sciences*. 2018, 18(9). doi:10.5194/nhess-18–2489–2018
14. *Delemen I.F.*, *Konstantinova T.G.* Assessment of the landslide risk on the Petropavlovsk-Kamchatsky territory during an expected large earthquake. *Proceedings of the Second Regional Scientific and Technical Conference* "*Problems of complex geophysical monitoring of the Russian Far East*". Petropavlovsk-Kamchatsky, 11–17 October 2009; Obninsk, FRC "Unified Geophysical Service of RAS". 2010, 116–120 (in Russian).

15. *Lomtev V.L.* Features of the structure and formation of the Kamchatka Canyon (The Pacific margin of Kamchatka). *Geodynamics & Tectonophysics*. 2018, 9(1), 177–197. doi:10.5800/GT-2018-9-1-0344 (in Russian).
16. *Franco A.*, *Moernaut J.*, *Schneider-Muntau B.*, *Aufleger M.*, *Strasser M.*, *Gems B.* Lituya Bay 1958 Tsunami — detailed pre-event bathymetry reconstruction and 3D-numerical modelling utilizing the CFD software Flow-3D. *Natural Hazards and Earth System Science*. 2020, 20, 2255–2279. doi:10.5194/nhess-2019-285
17. *Hirt C.W.*, *Nichols B.D.* Volume of Fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries. *Journal of Computational Physics*. 1981, 39, 201–225. doi:10.1016/0021-9991(81)90145-5
18. *Gerbeau J.F.*, *Vidrascu M.* A quasi-newton algorithm based on a reduced model for fluid-structure interaction problems in blood flows. *ESAIM Mathematical Modelling and Numerical Analysis*. 2003, 37, 4, 631–647. doi:10.1051/m2an:2003049
19. *Ogibalov P.M.*, *Mirzadzhanzade A.H. Unsteady* flows of viscoplastic media. *Moscow*, *MSU*, 1977, 372 p. (in Russian).
20. *Hrabry A.I.*, *Zaytsev D.K.*, *Smirnov E.M.* Numerical simulation of flows with a free surface based on the VOF method. *Scientific Works of the Krylov State Scientific Center*. *SPb.*, *Krylovsky State Scientific Center*. 2003, 78 (362), 53–64 (in Russian).
21. *Kozelkov A.S.*, *Lashkin S.V.*, *Efremov V.R.*, *Volkov K.N.*, *Tsibereva Yu.A.*, *Tarasova N.V.* An implicit algorithm of solving Navier–Stokes equations to simulate flows in anisotropic porous media. *Computers and Fluids*. 2018, 160, 164–174. doi:10.1016/j.compfluid.2017.10.029
22. *Chen Z.J.*, *Przekwas A.J.* A coupled pressure-based computational method for incompressible/compressible flows. *Journal of Computational Physics*. 2010, 229, 9150–9165. doi:10.1016/j.jcp.2010.08.029
23. *Hrabry A.I.* Numerical simulation of unsteady turbulent flows of a liquid with a free surface. *Thesis for the degree of Ph.D. in Physics and Mathematics*, *St Petersburg*, 2014, 154 p. (in Russian).
24. *Ilgamov M.A.*, *Gilmanov A.N.* Non-reflective conditions at the boundaries of the computational domain. *Moscow*, *Fizmatlit*, 2003, 242 p. (in Russian).
25. *Kar S.K., Turco R.P.* Formulation of a lateral sponge layer for limited-area shallow-water models and an extension for the vertically stratified case. *Monthly Weather Review*. 1994, 123, 1542–1559. doi:10.1175/1520-0493(1995)123<1542: FOALSL>2.0.CO;2
26. *Podgornova O.V.* Construction of discrete transparent boundary conditions for anisotropic and inhomogeneous media. *Thesis for the degree of Ph.D. in Physics and Mathematics*. Moscow, 2008, 109 p. (in Russian).
27. *Givoli D.*, *Neta B.* High-order nonreflecting boundary conditions for the dispersive shallow water equations. *Journal of Computational and Applied Mathematics*. 2003, 158, 49–60. doi:10.1080/1061856031000113608
28. *Ovcharova A.S.* A computational method for steady flows of a viscous fluid with a free boundary in stream function-vorticity variables. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*. 1998, 39(2), 59–68 (in Russian).
29. *Fürst J.*, *Musil J.* Development of non-reflective boundary conditions for free-surface flows. *Proc. Topical problems of fluid mechanics*, Prague, 21–23 February, 2018, 97–104. doi:10.14311/TPFM.2018.013
30. *Tyatyushkina E.S.* The use of three-dimensional Navier-Stokes Equations, offended by Reynolds, for modeling the waves of the tsunami. *Thesis for the degree of Ph.D. in Physics and Mathematics*, *N. Novgorod*, 2021, 139 p. (in Russian).
31. *Kozelkov A.S.*, *Kurkin A.A.*, *Sharipova I.L.*, *Kurulin V.V.*, *Pelinovsky E.N.*, *Tyatyushkina E.S.*, *Meleshkina D.P.*, *Lashkin S.V.*, *Tarasova N.V.* Minimal Basis of Problems for Validating Methods of Numerical Simulation of Turbulent Viscous Incompressible Flows. *Proceedings of the Nizhny Novgorod State Technical University n.a. R.E. Alekseev*. 2015, 2(109), 49–69 (in Russian).
32. *Tyatyushkina E.S., Kozelkov A.S., Kurkin A.A., Pelinovsky E.N., Kurulin V.V., Plygunova K.S., Utkin D.A.* Verification of the LOGOS Software Package for Tsunami Simulations. *Geosciences*. 2020, 10, 385. doi:10.3390/geosciences10100385
33. *Kozelkov A.S.*, *Kurulin V.V.* Eddy-resolving numerical scheme for simulation of turbulent incompressible flows. *Computational Mathematics and Mathematical Physics*. 2015, 55, 7, 1232–1241. doi:10.1134/S096554251507009X
34. *Kozelkov A.S.*, *Kurulin V.V.*, *Puchkova O.L.*, *Tyatyushkina E.S.* Detached Eddy Simulation of Turbulent Viscous Incompressible Flows on Unstructured Grids. *Mathematical Modeling*. 2014, 26(8), 81–96 (in Russian).
35. *Kozelkov A.S.*, *Kurkin A.A.*, *Krutyakova O.L.*, *Kurulin V.V.*, *Tyatyushkina E.S.* Zonal RANS–LES approach based on an algebraic Reynolds stress model. *RAS Proceedings. Mechanics of Liquid and Gas*, 2015, 5, 24–33 (in Russian).
36. *Kozelkov A.S.*, *Kurkin A.A.*, *Pelinovsky E.N.* Effect of the angle of water entry of a body on the generated wave heights. *Fluid Dynamics*. 2016, 51, 2, 288–298. doi:10.1134/S0015462816020162
37. *Kozelkov A.S.*, *Kurkin A.A.*, *Pelinovsky E.N.*, *Kurulin V.V.*, *Tyatyushkina E.S.* Modeling the disturbances in the Lake Chebarkul caused by the fall of the meteorite in 2013. *Fluid Dynamics*. 2015, 50(6), 828–840. doi:10.1134/S0015462815060137
38. *Kozelkov A.S.* The numerical technology for the landslide tsunami simulations based on Navier-Stokes equations. *Computational Continuum Mechanics*. 2016, 9(2), 218–236. doi:10.7242/1999–6691/2016.9.2.19 (in Russian).
39. General Bathymetric Chart of the Oceans. URL: https://www.gebco.net/ (date of access: 15.05.2021).
40. Satellite map of the Kamchatka Krai — Yandex map. URL: https://yandex.ru/maps/11398/kamchatka-krai/sputnik/?ll=169.782981%2C61.350179&z=8 (date of access: 15.05.2021).

41. *Watts P.* Wavemaker curves for tsunamis generated by underwater landslides. *Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering*. 1998, 124, 3, 127–137.
42. *Watts P.* Tsunami features of solid block underwater landslides. *Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering.* 2000, 126, 3, 144–152. doi:10.1061/(ASCE)0733–950X(2000)126:3(144)
43. *Watts P.*, *Grilli St.T.*, *Tappin D.R.*, *Fryer G.J.* Tsunami generation by submarine mass failure. II: Predictive equations and case studies. *Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering.* 2005, 131, 6, 298–310. doi:10.1061/(ASCE)0733–950X(2005)131:6(298)

Об авторах

КОЗЕЛКОВ Андрей Сергеевич, РИНЦ AuthorID: 133747, ORCID ID: 0000-0003-3247-0835, Scopus Author ID: 8310195500, Wos Researcher ID: P-8730–2017, askozelkov@mail.ru

БОГОМОЛОВ Леонид Михайлович, РИНЦ AuthorID: 18263, ORCID ID: 0000-0002-1685-3775, Scopus Author ID: 6603578865, Wos Researcher ID: K-5905–2018, bleom@mail.ru

СМАЗНОВ Владимир Викторович, независимый исследователь, тел.: 8(496)5456200

КУРУЛИН Вадим Викторович, РИНЦ AuthorID: 724833, ORCID ID: 0000-0002-1685-3775, Scopus Author ID: 56609303000 Wos Researcher ID: O-8661–2016, kurulin@mail.ru

ТЯТЮШКИНА Елена Сергеевна, РИНЦ AuthorID: 1007206, ORCID ID: 0000-0002-5234-0977, Scopus Author ID: 56755232200, Wos Researcher ID: AAT-4024–2021, leno4ka-07@mail.ru

DOI 10.59887/2073-6673.2023.16(3)-4

УДК 551.466.6

© *А. Ю. Белоконь*, Д. И. Лазоренко, В. В. Фомин*, 2023

Морской гидрофизический институт РАН, 299011, Севастополь, Капитанская ул., д. 2.
*aleksa.44.33@gmail.com

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЦУНАМИ В СИСТЕМЕ СЕВАСТОПОЛЬСКИХ БУХТ

Статья поступила в редакцию 10.03.2023, после доработки 05.06.2023, принята в печать 03.08.2023

Аннотация

В рамках численного моделирования выполнено исследование проникновения волн цунами в систему Севастопольских бухт. Для моделирования распространения цунами использовалась нелинейная гидродинамическая модель *SWASH*. Для определения краевых условий на жидкой границе расчетной области с помощью модели цунами Черного моря рассчитаны колебания уровня вблизи Севастополя в районе глубин 90 м при прохождении волн цунами из трех потенциально возможных очагов цунами, вызванных подводными землетрясениями магнитудой 7. Анализ результатов численных экспериментов показал, что при проникновении цунами в бухты Севастополя из ближнего очага подъем уровня моря в вершинах бухт может достигать 1–2 м. При этом максимальные амплитуды колебаний уровня получены для бухт Песочная и Карантинная, где они составили 2 м. В Севастопольской бухте подъемы уровня могут достигать около 0,5–1 м. Рассчитанные мареограммы демонстрируют, что наиболее интенсивные колебания происходят в первые 3–3,5 ч действия цунами. Показано, что от волн, приходящих из удаленных очагов, прибрежная зона Севастополя защищена мысом Херсонес. Численные эксперименты показали, что защитные молы на входе в Севастопольскую бухту не оказывают существенного влияния на вызванные цунами колебания уровня моря внутри бухты.

Ключевые слова: численное моделирование, цунами, *SWASH*, Севастопольская бухта, расчетные сетки, высокопроизводительные расчеты

© *A. Yu. Belokon**, *D. I. Lazorenko*, *V. V. Fomin*, 2023

Marine Hydrophysical Institute, Russian Academy of Sciences, Kapitanskaya Str., 2, Sevastopol, 299011, Russia
*aleksa.44.33@gmail.com

NUMERICAL SIMULATION OF TSUNAMI IN THE SYSTEM OF SEVASTOPOL BAYS

Received 10.03.2023, Revised 05.06.2023, Accepted 03.08.2023

Abstract

Within the framework of numerical simulation, a study was made of the penetration of tsunami waves into the system of Sevastopol bays. The non-linear SWASH hydrodynamic model was used to simulate the tsunami propagation. To determine the boundary conditions on the liquid boundary of the computational domain, using the Black Sea tsunami model, the level fluctuations near Sevastopol in the region of depths of 90 m were calculated during the passage of tsunami waves from three potential tsunami foci caused by underwater earthquakes of magnitude 7. It was found that in because of tsunami penetration into the bays of Sevastopol from the nearest focus, the rise in sea level in the tops of the bays could reach 1–2 m. The maximum amplitudes of level fluctuations were received in Pesochnaya and Karantinnaya bays, where they reached 2 m. In the Sevastopol Bay, the level rises were about 0.5–1 m. The most intense fluctuations were observed in the first 3–3.5 hours of the tsunami action. It is shown that the coastal zone of Sevastopol is protected from waves coming from distant foci by Cape Chersones. Numerical experiments have shown that the protective piers at the entrance to the Sevastopol Bay do not have a significant effect on the sea level fluctuations caused by the tsunami inside the bay.

Keywords: numerical simulation, tsunami, SWASH, Sevastopol Bay, computational grids, high-performance calculations

Ссылка для цитирования: *Белоконь А.Ю.*, *Лазоренко Д.И.*, *Фомин В.В.* Численное моделирование цунами в системе севастопольских бухт // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2023. Т. 16, № 3. С. 52–61. doi:10.59887/2073-6673.2023.16(3)-4

For citation: *Belokon A. Yu.*, *Lazorenko D.I.*, *Fomin V.V.* Numerical Simulation of Tsunami in the System of Sevastopol Bays. *Fundamental and Applied Hydrophysics*. 2023, 16, 3, 52–61. doi:10.59887/2073-6673.2023.16(3)-4

1. Введение

Известно, что цунами представляют наибольшую опасность при приближении к берегу, где их скорость распространения и длина уменьшаются, а высота значительно возрастает. Особенно это касается проникновения волн цунами в узкие бухты, проливы, каналы, устья рек, где наличие боковых границ может приводить к фокусировке волновой энергии и усилению высот волн.

Явление цунами свойственно не только акваториям океанов, но и акваториям внутренних морей, хоть и не с такими катастрофическими последствиями. В Черном море известно 50 случаев цунами, которые произошли за последние 3000 лет [1]. Большинство из них имели сейсмическую природу, некоторые — оползневую или метеорологическую. Исследованию цунами в акватории Черного моря с помощью численного моделирования посвящен ряд работ [2–9]. В основном, эти работы направлены на изучение динамики волн цунами во всей акватории Черного моря, однако, для более детального изучения характера распространения волн цунами и определения наиболее опасных районов возникает необходимость рассмотрения отдельных участков прибрежной зоны. Участки со сложной геометрией, в особенности бухты, заливы и проливы, требуют более детального исследования, так как при проникновении в них волн могут происходить значительные усиления колебаний уровня моря.

Согласно [10], во время сильного землетрясения магнитудой $M \geq 7$, произошедшего в 103 г. в районе Севастопольской бухты, вода отступила в сторону моря на расстояние до 3-4-х км, при этом высота пришедших волн составила не менее 2 м. В [1, 11] упоминается о землетрясении 29 апреля 1650 г. в северо-западной части Черного моря, которое вызвало волны высотой около 3-х м вблизи Севастополя. Разрушительное подводное землетрясение магнитудой $M \geq 6{,}5$ произошло в 11 сентября 1927 в 30-ти км к юго-востоку от г. Ялта. Подъемы уровня при штиле наблюдались в разных местах и после сильных толчков. Последующие более слабые толчки с очагами у Севастополя и Балаклавы сопровождались отходом воды от берега и накаты одиночных волн на берег [12]. 26 декабря 1939 г. сильное землетрясение $M = 8$ произошло в г. Фатса (побережье Турции). По свидетельствам очевидцев, море отступило на 50 м, а затем затопило побережье на 20 м. Волны цунами пересекли Черное море и были зарегистрированы мареографами в Севастополе, где высота волн составила 50 см [10]. Опасность проникновения цунами в бухты заключается также и в том, что цунами могут возбуждать в них сейшевые колебания. Задача генерации сейшевых колебаний в Балаклавской бухте рассмотрена в работе [13].

Район Севастополя отнесен к особо сейсмоопасной области вследствие того, что здесь проходит граница зон разной балльности землетрясений. Согласно своду правил проектирования в цунамиопасных районах [14] и строительства в сейсмических районах [15] для Севастопольского региона нормативная сейсмическая интенсивность шкалы MSK-64 для степеней сейсмической опасности 10, 5 и 1 % в течение 50-ти лет составляет 8, 9 и 9 баллов соответственно, что характеризуется как разрушительное (8 баллов) и опустошительное (9 баллов).

Прибрежная зона Севастополя имеет довольно сложную геометрию. Береговая линия изрезана множеством бухт и мысов, которые образуют систему, состоящую из главной бухты — Севастопольской, и ответвленных от нее бухт меньших размеров. Севастопольская бухта представляет собой акваторию эстуарного типа с ограниченным водообменом с открытым морем из-за наличия двух защитных молов [16]. Длина Севастопольской бухты составляет 7 км, ширина — около 1 км, глубина изменяется от 20-ти м на входе до 4-х м в вершине, средняя глубина около 12-ти м. В работе [17] показано, что во время ветрового волнения защитные молы, установленные на входе в Севастопольскую бухту, оказывают максимальный защитный эффект при западном ветре.

В настоящей работе приведены результаты численного моделирования проникновения волн цунами в систему севастопольских бухт. В качестве форсинга использованы три варианта гидродинамических очагов цунами в Черном море, вызванных подводными землетрясениями. Получены количественные оценки возможных повышений уровня моря при распространении цунами в бухтах Севастополя.

2. Математическая модель и входные данные

Для исследования цунами в системе севастопольских бухт использовалась нелинейная гидродинамическая модель *Simulating WAves till SHore* (*SWASH*) [13, 18]. Расчетная область (рис. 1) представляла собой бассейн с тремя жидкими границами, имеющий конфигурацию и рельеф дна прибрежной зоны Севастополя. Батиметрические данные взяты из оцифрованных крупномасштабных навигационных черноморских карт. На рис. 1 цифрами 1–21 показаны точки (виртуальные мареографы), в которых анализировались колебания уровня моря, вызванные цунами.

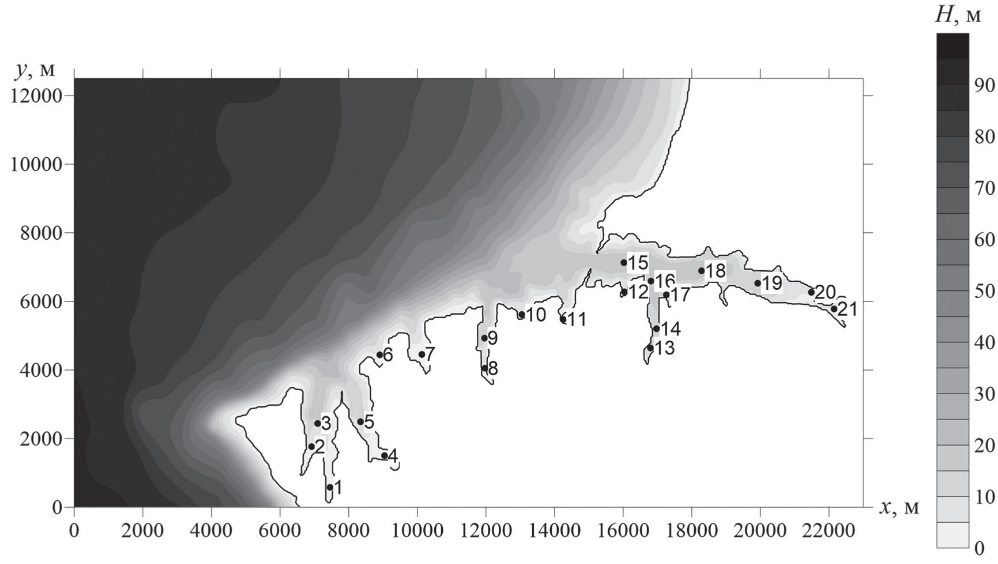


Рис. 1. Батиметрия дна в прибрежной зоне Севастополя и положение виртуальных мареографов 1–21 в системе севастопольских бухт. Точки 1–21 относятся к следующим бухтам: 1, 2, 3 — Казачья; 4, 5 — Камышовая; 6 — Абрамова; 7 — Круглая; 8, 9 — Стрелецкая; 10 — Песочная; 11 — Карантинная; 12 — Артиллерийская; 13, 14 — Южная; 15–21 — Севастопольская

Fig. 1. Bottom bathymetry in the coastal zone of Sevastopol and the position of virtual mariographs 1–21 in the system of Sevastopol bays. Points 1–21 refer to the following bays: 1, 2, 3 — Kazachya; 4, 5 — Kamyshovaya; 6 — Abramova; 7 — Kruglaya; 8, 9 — Streletskaya; 10 — Pesochnaya; 11 — Karantinnaya; 12 — Artillery; 13, 14 — South; 15–21 — Sevastopolskaya

На западной границе расчетной области ($x = 0$) задавались колебания уровня моря, полученные с помощью модели цунами для всего Черного моря [19], имеющей пространственное разрешение 500 м и шаг по времени 1 с. При моделировании использовались интерполированные батиметрические данные Азово-Черноморского бассейна с 30-секундным разрешением *General Bathymetric Chart of the Oceans Digital Atlas* (https://www.gebco.net/). Моделировалось три случая возникновения цунами в Черном море в результате подводного землетрясения с магнитудой 7. Параметры очагов генерации цунами определялись по эмпирическим формулам из [20]. Начальные смещения свободной поверхности моря, вызванные землетрясениями магнитудой 7, имеют высоту 1 м, большая и малая оси эллиптической области равны соответственно 50 и 29 км. Продольные оси эллипсов ориентированы вдоль изобаты 1500 м, поскольку все известные черноморские землетрясения, приведшие к цунами, происходили на материковом склоне на глубинах, не превышающих 1500 м. Положение рассматриваемых модельных очагов цунами представлено на рис. 2. Все они расположены в сейсмически активных зонах. Очаг 1 — наиболее близкий к Севастополю, очаг 2 подобен тому, который вызвал Ялтинское землетрясение 12 сентября 1927 г. Очаг 3 — удаленный очаг, который расположен сейсмически активной зоне вблизи турецкого побережья. Как показали расчеты, в процессе опускания начального возвышения уровня моря образуется кольцевая волна, которая распространяется с течением времени по всей акватории Черного моря, при выходе на шельф фронт цунами становится практически плоским. Таким образом, задание на западной границе расчетной области (рис. 1) краевых условий в виде полученных мареограмм вполне оправдано.

На южной и северной жидких границах расчетной области использовалось условие излучения. На твердых участках границы задавалось условие непротекания. Шероховатость дна учитывалась с помощью параметра Маннинга $n = 0{,}019$ с/м$^{1/3}$. Вращение Земли не учитывалось. Все расчеты выполнялись на период времени 5 ч с шагом 50 м по пространству и шагом по времени 0,2 с. Колебания уровня моря в бухтах фиксировались виртуальными мареографами 1–21 (рис. 1).

3. Обсуждение результатов численных экспериментов

Колебания уровня моря в прибрежной зоне Севастополя для трех очагов генерации цунами показаны на рис. 3 (западная граница расчетной области, глубина 90 м). Сопоставление графиков показывает, что для ближнего очага цунами (1 на рис. 2) максимальное повышение уровня моря на подходе к бухтам

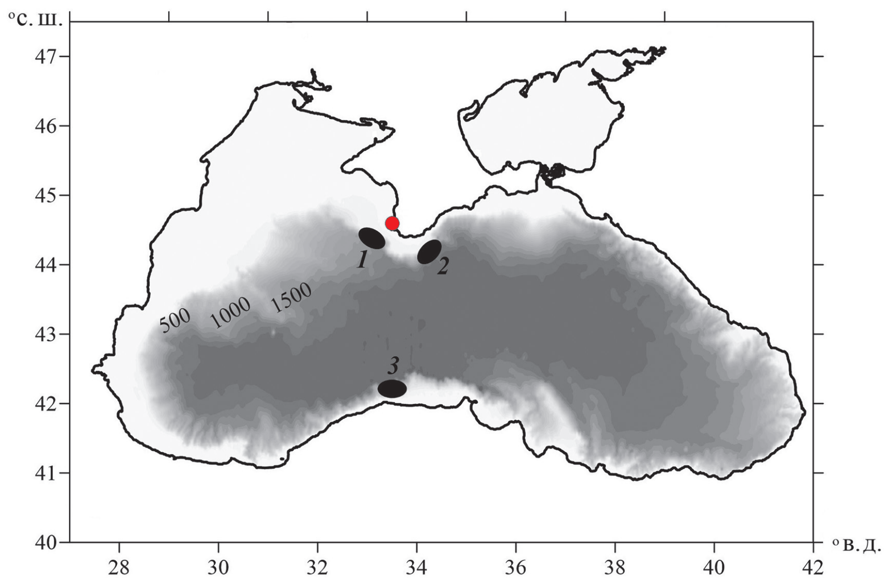


Рис. 2. Положение трех гипотетических очагов цунами в Черном море: 1 — ближний очаг по отношению к севастопольским бухтам; 2 — очаг, подобный очагу, вызвавшему Ялтинское землетрясение 12 сентября 1927 г.; 3 — удаленный очаг. Красным кружком отмечена область исследования

Fig. 2. The position of three hypothetical tsunami foci in the Black Sea: 1 — the nearest focus in relation to the Sevastopol bays; 2 — focus similar to that caused the Yalta earthquake on September 12, 1927; 3 — remote focus. The red circle marks the study area

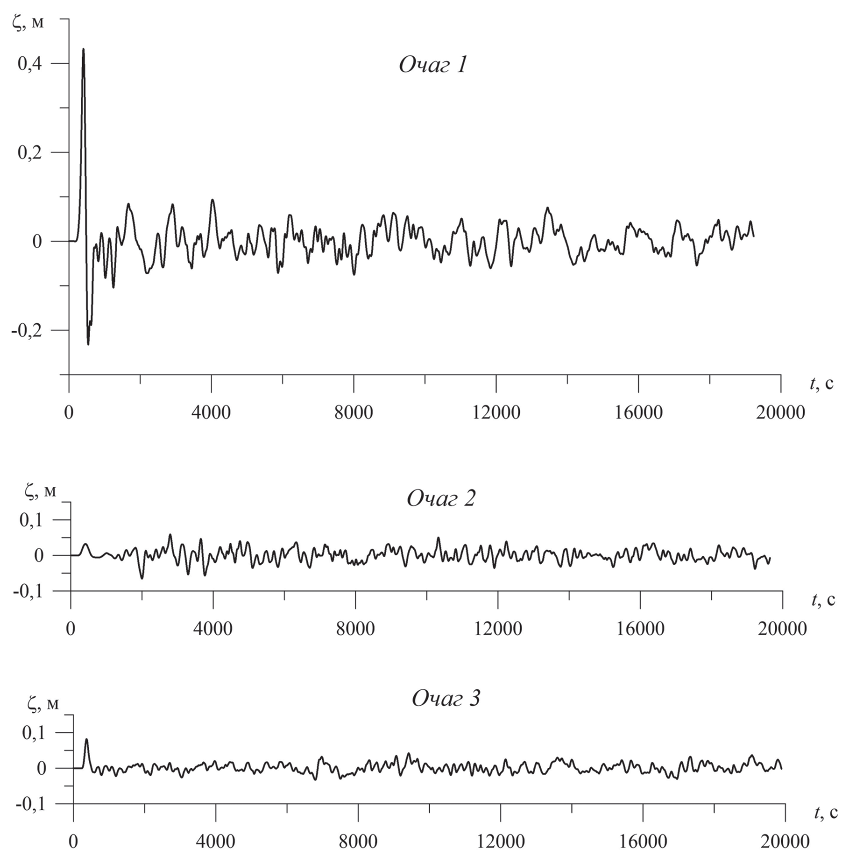


Рис. 3. Колебания уровня моря в прибрежной зоне Севастополя, вызванные очагами цунами 1–3

Fig. 3. Sea level fluctuations in the coastal zone of Sevastopol, caused by tsunami foci 1–3

составляет 0,44 м, максимальное понижение — 0,24 м; для очага, расположенного в Ялтинской сейсмически активной зоне, и удаленного очага цунами (2 и 3 на рис. 2) отклонения уровня моря составили около ±0,07 — ±0,09 м. Такие малые амплитуды колебаний уровня для очагов 2 и 3 объясняются тем, что взморье Севастополя защищено мысом Херсонес от волн, приходящих с юга и юго-востока. Таким образом, максимум энергии цунами от этих очагов приходится на южное побережье Крыма. Взморья Севастопольской бухты достигают только лишь волны, огибающие мыс Херсонес. В случае с ближним очагом 1 максимум энергии приходится на головную волну, за ней следуют колебания меньшей амплитуды.

Результаты расчета времени добегания волн до бухт Севастополя из трех очагов цунами показаны на рис. 4. Видно, что за исключением самой большой бухты — Севастопольской, это время составило 17–22 мин, 29–34 мин, 44–48 мин для очагов цунами 1–3 соответственно. Проникновение волн в Севастопольскую бухту происходит спустя 23–34 мин, 35–46 мин, 50–61 мин из очагов цунами *1–3* соответственно.

На основе данных виртуальных мареографов (рис. 1) рассчитаны максимальные повышения уровня моря в бухтах, вызванные проникновением цунами в бухты для трех гипотетических очагов (рис. 5). Установлено, что внутри бухт амплитуды волн возрастают более, чем в 2–4 раза по сравнению с амплитудами на

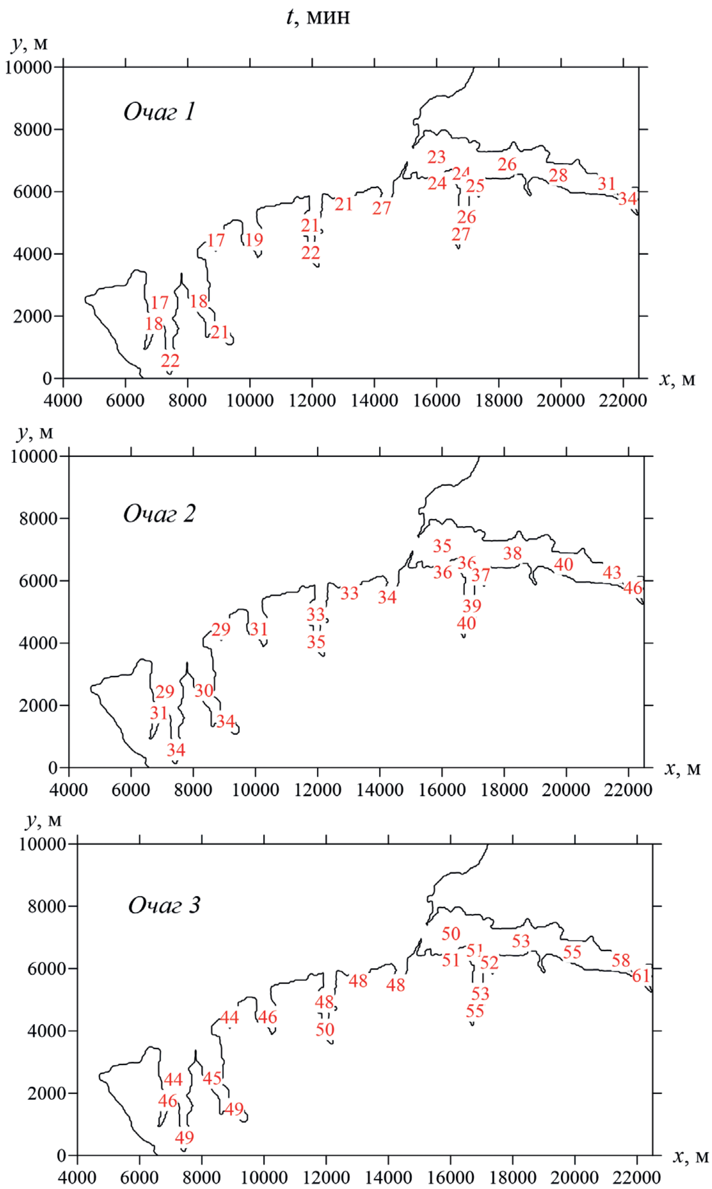


Рис. 4. Время добегания волн цунами (мин) до побережья севастопольских бухт из очагов цунами 1–3

Fig. 4. Time of tsunami waves propagation (min) to the coast of Sevastopol Bays from tsunami foci 1–3

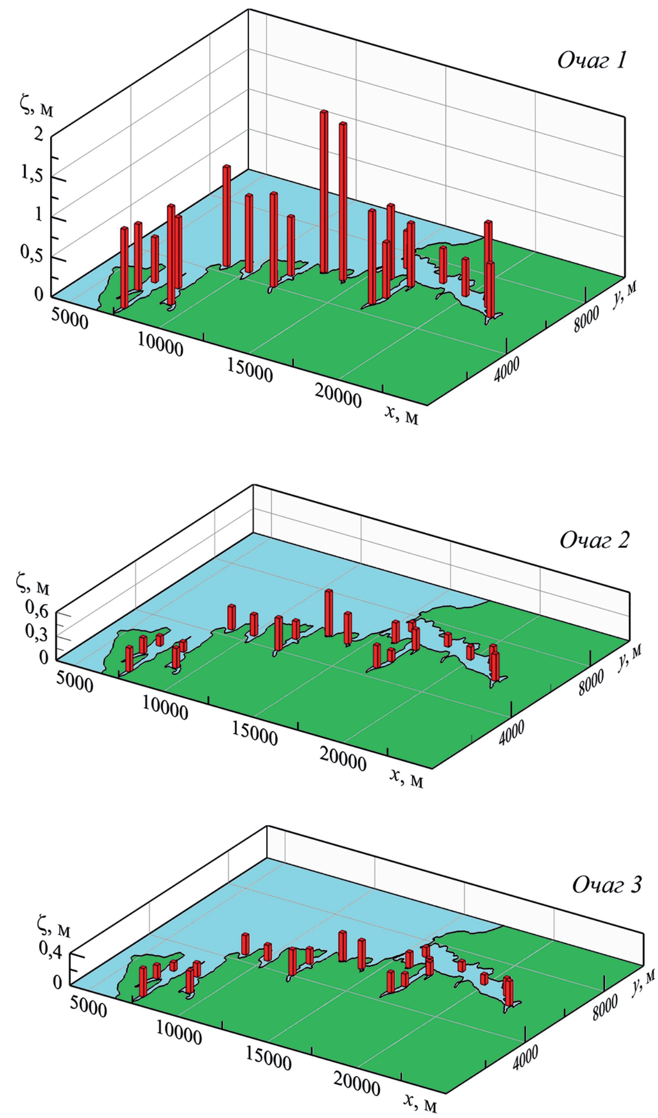


Рис. 5. Максимальные повышения уровня моря при распространении волн из очагов цунами 1–3 в точках, где расположены виртуальные мареографы

Fig. 5. Maximum sea level rise during the propagation of waves from tsunami foci 1–3 at the points where virtual mariographs are located

входе в расчетную область. Максимальные повышения уровня моря получены для бухт Песочная (точка 10 на рис. 1) и Карантинная (точка 11 на рис. 1), где они могут достигать 2 м в случае прихода волн из ближнего очага 1. В вершинах бухт Камышовая (точка 4 на рис. 1), Абрамова (точка 4 на рис. 1), Стрелецкая (точка *8* на рис. 1) и Южная (точка 13 на рис. 1), которая примыкает к Севастопольской бухте, повышения уровня могут достигать 1,2 м. В Казачьей (точка 1 на рис. 1) и Артиллерийской (точка 12 на рис. 1) бухтах амплитуда колебаний уровня составила около 1 м. В Севастопольской бухте подъемы уровня составили 0,5–1 м. В случае проникновения волн в бухты Севастополя из очага *2* амплитуды колебаний уровня внутри бухт не превысили 0,6 м, из очага 3 они составили не более 0,4 м.

На рис. 6 представлены рассчитанные мареограммы для некоторых бухт Севастополя при распространении цунами из ближнего очага 1. Видно, что после проникновения волн цунами в бухты максимальные колебания происходят в течение первых 3–3,5 часов действия цунами, затем их амплитуда начинает затухать.

Численные расчеты показали, что при отсутствии защитных молов на входе в Севастопольскую бухту амплитуды колебаний уровня могут увеличиваться не более, чем на 10 %. Таким образом, наличие молов не

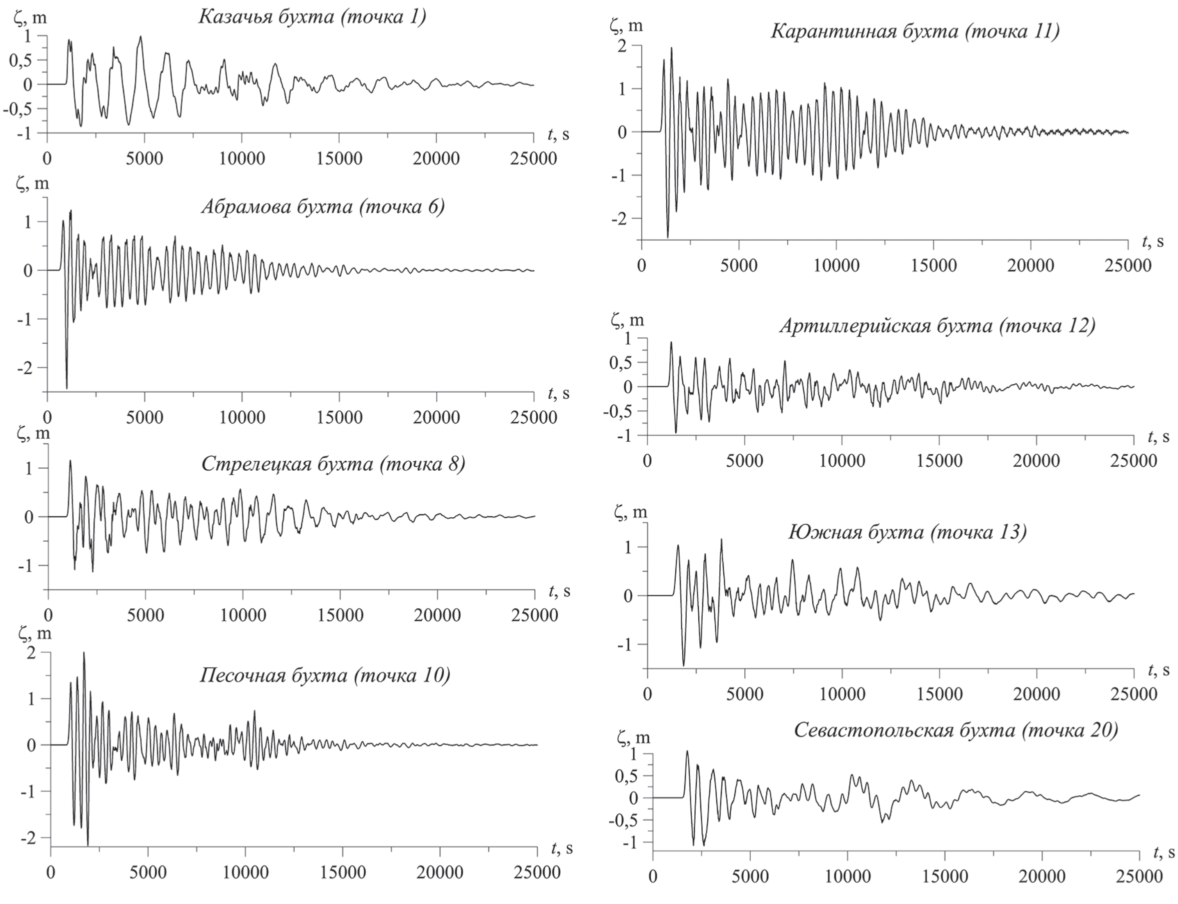


Рис. 6. Мареограммы в некоторых бухтах Севастополя при распространении цунами из очага 1

Fig. 6. Mareograms in some bays of Sevastopol during tsunami propagation from focus 1

приводит к существенным изменениям волнового поля и высот уровня моря при проникновении цунами внутрь бухты. Это связано с тем, что открытая и наиболее глубоководная часть входа в бухту является достаточно широкой, поэтому в бухту проникает значительная часть энергии цунами.

4. Заключение

Представлены результаты численного моделирования проникновения волн цунами в бухты Севастополя. На первом этапе с помощью модели цунами Черного моря исследовалась эволюция волн цунами из трех потенциально возможных очагов, вызванных подводными землетрясениями магнитудой 7. Рассчитаны зависимости от времени колебаний уровня моря вблизи Севастополя. На втором этапе полученные мареограммы использовались в качестве краевых условий на жидкой границе расчетной области, для которой с помощью модели *SWASH* выполнялось численное моделирование распространения волн цунами в прибрежной зоне Севастополя с проникновением волн в бухты.

Установлено, что время добегания волн цунами от ближнего очага до бухт Севастополя составляет около 17 мин, для удаленных очагов — от 30 мин и более. Согласно результатам численного моделирования максимальные повышения уровня моря при проникновении волн из ближнего очага в бухты Севастополя, за исключением крупнейшей бухты — Севастопольской, могут достигать 1,5–2 м, а непосредственно в самой Севастопольской бухте они не превышают 1 м. Наиболее интенсивные колебания уровня происходят в первые 3–3,5 ч действия цунами. В случае проникновения волн в бухты Севастополя из удаленных очагов амплитуды колебаний уровня внутри бухт не превысили 0,6 м, поскольку прибрежная зона Севастополя защищена мысом Херсонес с юга и юго-востока. Анализ проведенных расчетов показал, что наличие или отсутствие защитных молов на входе в Севастопольскую бухту не приводит к существенным изменениям волнового поля и подъемов уровня моря при распространении цунами внутри бухты.

Финансирование

Работа выполнялась в рамках научной темы МГИ № FNNN-2021–0005. Математическое моделирование выполнялись на вычислительном кластере МГИ (www.hpc-mhi.org).

Funding

The investigation was carried out within the framework of the state assignment on theme No FNNN-2021-0005. Mathematical modeling was performed on the MHI computing cluster (www.hpc-mhi.org).

Литература

1. *Никонов А.А., Гусяков В.К., Флейфель Л.Д.* Новый каталог цунами в Черном и Азовском морях в приложении к оценке цунамиопасности Российского побережья // Геология и геофизика. 2018. Т. 59, № 2. С. 240–255. doi:10.15372/GiG20180208
2. *Yalciner A., Pelinovsky E., Talipova T., Kurkin A., Kozelkov A., Zaitsev A.* Tsunamis in the Black Sea: Comparison of the historical, instrumental and numerical data // Journal of Geophysical Research. Oceans. 2004. Vol. 109, Iss. C12. C12023. doi:10.1029/2003JC002113
3. *Пелиновский Е.Н., Зайцев А.И.* Оценка и картирование опасности цунами на Черноморском побережье Украины // Труды Нижегородского государственного технического университета им. Р.Е. Алексеева. 2011. № 3 (90). С. 44–50. URL: https://cyberleninka.ru/article/n/otsenka-i-kartirovanie-opasnosti-tsunami-na-chernomorskom-poberezhie-ukrainy (дата обращения: 09.03.2023)
4. *Зайцев А.И., Пелиновский Е.Н., Ялченир А.* Прогноз высот волн цунами на Черноморском побережье России // Труды НГТУ им. Р.Е. Алексеева. 2011. № 1. URL: https://cyberleninka.ru/article/n/prognoz-vysot-voln-tsunami-na-chernomorskom-poberezhie-rossii (дата обращения: 09.03.2023)
5. *Доценко С.Ф.* Численное моделирование цунами в Черном, Азовском и Каспийском морях как необходимый элемент региональных систем раннего предупреждения о цунами // Экологическая безопасность прибрежной и шельфовой зон и комплексное использование ресурсов шельфа. 2012. Т. 2, Вып. 26. С. 287–300.
6. *Доценко С.Ф., Ингеров А.В.* Характеристика волн цунами сейсмического происхождения в бассейне Черного моря по результатам численного моделирования // Морской гидрофизический журнал. 2013. № 3. С. 25–34.
7. *Мазова Р.Х., Кисельман Б.А., Осипенко Н.Н., Колчина Е.А.* Анализ спектральных характеристик черноморских цунами // Труды Нижегородского государственного технического университета им. Р.Е. Алексеева. 2013. № 2 (99). С. 52–66. URL: https://cyberleninka.ru/article/n/analiz-spektralnyh-harakteristik-chernomorskih-tsunami (дата обращения: 09.03.2023).
8. *Лобковский Л.И., Мазова Р.Х., Баранова Е.А.* и др. Численное моделирование рас-пространения черноморских и азовоморских цунами через Керченский пролив // Морской гидрофизический журнал. 2018. Т. 34, № 2. С. 111–122. doi:10.22449/0233–7584–2018–2–111–122
9. *Баранова Е.А., Мазова Р.Х.* Цунамиопасность Крымского побережья Черного моря и Керченского пролива при катастрофических цунамигенных землетрясениях, близких по локализации к историческому Ялтинскому землетрясению 12 сентября 1927 года // Морской гидрофизический журнал. 2020. Т. 36, № 2. С. 123–138. doi:10.22449/0233–7584–2020–2–123–138
10. *Никонов А.А.* Повторяемость цунами на берегах Черного и Азовского морей // Физика Земли. 1997. Т. 33. С. 72–87.
11. *Никонов А.А.* Неизвестное землетрясение в Крыму // Природа. 1995. № 8. С. 88–93.
12. *Безушко Д.И., Мироненко И.Н., Мурашко А.В.* Цунами Черноморского побережья Украины // Вісник Одеського національного морського університету. 2015. № 1 (43). С. 82–90. URL: https://meb.com.ua/onmu/201543.pdf
13. *Фомин В.В., Белоконь А.Ю., Харитонова Л.В., Алексеев Д.В.* Численное моделирование проникновения волн цунами в Балаклавскую бухту // Морской гидрофизический журнал. 2022. Т. 38, № 4. С. 405–421. doi:10.22449/0233-7584-2022-4-405-421
14. СП 292.1325800.2017 Здания и сооружения в цунамиопасных районах. Правила проектирования. Москва, 2017. 147 с. URL: https://docs.cntd.ru/document/456088760
15. СП 14.13330.2018 Свод правил. Строительство в сейсмических районах, 2018. 238 с. URL: https://docs.cntd.ru/document/550565571
16. *Стокозов Н.А.* Морфометрические характеристики Севастопольской и Балаклавской бухт // Экологическая безопасность прибрежной и шельфовой зон и комплексное использование ресурсов шельфа. 2010. Вып. 23. С. 198–208.

17. *Алексеев Д.В., Иванов В.А., Иванча Е.В., Фомин В.В., Черкесов Л.В.* Оценка защитных молов на характеристики ветрового волнения в Севастопольской бухте // Метеорология и гидрология. 2013. № 4. С. 47–57.
18. SWASH User Manual. SWASH version 7.01 / The SWASH team. Delft: Delft University of Technology, 2012. 144 p.
19. *Базыкина А.Ю.*, *Михайличенко С.Ю.*, *Фомин В.В.* Численное моделирование цунами в Черном море, вызванного землетрясением 12 сентября 1927 г. // Морской гидрофизический журнал. 2018. Т. 34, № 4. С 318–328. doi:10.22449/0233-7584-2018-4-318-328
20. *Уломов В.И.*, *Полякова Т.П.*, *Шумилина Л.С.*, *Чернышева Г.В.*, *Медведева Н.С.,* *Саваренская О.Е.*, *Степанова М.В.* Опыт картирования очагов землетрясений // Сейсмичность и сейсмическое районирование Северной Евразии. Москва: Институт физики Земли РАН, 1993. Вып. 1. С. 99–108.

References

1. *Nikonov A.A.*, *Gusiakov V.K.*, *Fleifel L.D.* Assessment of the Tsunami Hazard on the Russian Coast Based on a New Catalogue of Tsunamis in the Black Sea and the Sea of Azov. *Russian Geology and Geophysics*. 2018, 59(2), 193–205. doi:10.1016/j.rgg.2018.01.016
2. *Yalciner A.*, *Pelinovsky E.*, *Talipova T.* et al. Tsunamis in the Black Sea: Comparison of the historical, instrumental and numerical data. *Journal of Geophysical Research. Oceans*. 2004, 109(C12), C12023. doi: 10.1029/2003JC002113
3. *Pelinovsky E.N.*, *Zaitsev A.I.* Assessment and mapping of tsunami hazard on the Black Sea coast of Ukraine. *Trudy Nizhegorodskogo Gosudarstvennogo Tekhnicheskogo Universiteta im. R.E. Alekseeva*. 2011, 3(90), 44–50. URL: https://cyberleninka.ru/article/n/otsenka-i-kartirovanie-opasnosti-tsunami-na-chernomorskom-poberezhie-ukrainy (Accessed 08.09.2023) (in Russian).
4. *Zaitsev A.I.*, *Pelinovsky E.N.*, *Yalciner A.* Forecast of tsunami wave heights on the Black Sea coast of Russia. *Trudy Nizhegorodskogo Gosudarstvennogo Tekhnicheskogo Universiteta im. R.E. Alekseeva*. 2011, 1, 35–43. URL: https://cyberleninka.ru/article/n/prognoz-vysot-voln-tsunami-na-chernomorskom-poberezhie-rossii (Accessed 08.09.2023) (in Russian).
5. *Dotsenko S.F.* Numerical modeling of tsunamis in the Black, Azov and Caspian seas as a necessary element of regional tsunami early warning systems. *Ekologicheskaya Bezopasnost' Pribrezhnykh i Shel'fovykh Zon i Kompleksnoe Ispol'zovanie Resursov Shel'fa*. 2012, 2(26), 287–300.
6. *Dotsenko S.F.*, *Ingerov A.V.* Characteristics of Tsunami Waves of Seismic Origin in the Black Sea Basin Based on the Results of Numerical Modeling. *Morskoy Gidrofizicheskiy Zhurnal*. 2013, 3, 25–34 (in Russian).
7. *Mazova R. Kh.*, *Kiselman B.A.*, *Osipenko N.N.*, *Kolchina E.A.* Analysis of spectral characteristics of Black Sea tsunami. *Trudy Nizhegorodskogo Gosudarstvennogo Tekhnicheskogo Universiteta im. R.E. Alekseeva*. 2013, 2(99), 52–66 (in Russian). URL: https://cyberleninka.ru/article/n/analiz-spektralnyh-harakteristik-chernomorskih-tsunami (Accessed 08.09.2023).
8. *Lobkovsky L.I.*, *Mazova R. Kh.*, *Baranova E.A.*, *Tugaryov A.M.* Numerical simulation of propagation of the Black Sea and the Azov Sea tsunami through the Kerch Strait. *Physical Oceanography*. 2018, 25(2), 102–113. doi:10.22449/1573-160X-2018-2-102-113
9. *Baranova E.A.*, *Mazova R. Kh.* Tsunami hazard for the Crimean Coast of the Black Sea and the Kerch Strait at the catastrophic tsunamigenic earthquakes, the locations of which are close to that of the historical Yalta earthquake on September 12, 1927. *Physical Oceanography*. 2020, 27(2), 110–125. doi:10.22449/1573-160X-2020-2-110-125
10. *Nikonov A.A.* Tsunami frequency on the shores of the Black and Azov Seas. *Fizika Zemli*. 1997, 33, 72–87 (in Russian).
11. *Nikonov A.A.* Unknown earthquake in Crimea. *Priroda*, 1995, 8, 88–93 (in Russian).
12. *Bezushko D.I.*, *Mironenko I.N.*, *Murashko A.V.* Tsunami of the Black Sea coast of Ukraine. *Vestnik Odesskogo Natsionalnogo Morskogo Universiteta*. 2015, 1(43), 82–90 (in Russian). URL: https://meb.com.ua/onmu/201543.pdf (Accessed 08.09.2023).
13. *Fomin V.V.*, *Belokon A. Yu.*, *Kharitonova L.V.*, *Alekseev D.V.* Numerical Simulation of Tsunami Wave Propagation to the Balaklava Bay. *Physical Oceanography*. 2022, 29(4), 379–394. doi:10.22449/1573-160X-2022-4-379-394
14. SP 292.1325800.2017. Buildings and Structures on Tsunami Hazardous Areas. Regulations of Design. Moscow, 147 p. (in Russian). URL: https://docs.cntd.ru/document/456088760 (Accessed 08.09.2023).
15. SP 14.13330.2018. Seismic Building Design Code. Moscow, 238 p. URL: https://docs.cntd.ru/document/550565571 (Accessed 08.09.2023) (in Russian).
16. *Stokozov N.A.* Morphometric characteristics of the Sevastopol and Balaklava bays. *Ekologicheskaya Bezopasnost' Pribrezhnykh i Shel'fovykh Zon i Kompleksnoe Ispol'zovanie Resursov Shel'fa*. 2010, 23, 198–208 (in Russian).
17. *Alekseev D.V.*, *Ivanov V.A.*, *Ivancha E.V.* et al. Estimation of the effect of protective piers on wind wave parameters in the Sevastopol Bay. *Russian Meteorology and Hydrology*. 2013, 38(4), 248–255. doi:10.3103/S1068373913040067
18. SWASH User Manual. SWASH version 7.01 / The SWASH team. Delft: Delft University of Technology. 2012, 144 p.
19. *Bazykina A. Yu.*, *Mikhailichenko S. Yu.*, *Fomin V.V.* Numerical simulation of tsunami in the Black Sea caused by the earthquake on September 12, 1927. *Physical Oceanography*. 2018, 25(4), 295–304. doi:10.22449/1573-160X-2018-4-295-304

20. *Ulomov V.I.*, *Polyakova T.P.*, *Shumilina L.S.* et al. Experience in mapping earthquake foci. Seismichnost i seismicheskoe rayonirovanie Severnoy Evrazii. *Moskva*, *Institut fiziki Zemli RAN*. 1993, 1, 99–108 (in Russian).

Об авторах

БЕЛОКОНЬ Александра Юрьевна, РИНЦ Author ID: 852404, ORCID ID: 0000-0002-1299-0983, WoS Researcher ID: M-6839–2018, aleksa.44.33@gmail.com

ЛАЗОРЕНКО Дмитрий Иванович, РИНЦ Author ID: 851086, ORCID ID: 0000-0001-7524-565X, WoS Researcher ID: J-1925–2015, d.lazorenko.dntmm@gmail.com

ФОМИН Владимир Владимирович, РИНЦ Author ID: 846690, ORCID ID: 0000-0002-9070-4460, WoS Researcher ID: H-8185–2015, v.fomin@ukr.net

DOI 10.59887/2073-6673.2023.16(3)-5

УДК 504.4

© *А. И. Зайцев*[1]*, *Е. Н. Пелиновский*[2,3], 2023

[1]Специальное конструкторское бюро средств автоматизации морских исследований ДВО РАН, 693023, г. Южно-Сахалинск, ул. А.М. Горького, д. 25.
[2]Федеральное государственное бюджетное научное учреждение «Федеральный исследовательский центр Институт прикладной физики Российской академии наук», 603950, г. Нижний Новгород, БОКС-120, ул. Ульянова, 46.
[3]Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», Нижний Новгород, 603155, г. Нижний Новгород, ул. Большая Печерская, 25/12.
*aizaytsev@mail.ru

МОДЕЛИРОВАНИЕ ФУНКЦИЙ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВЫСОТ ВОЛН ЦУНАМИ ВДОЛЬ ВОСТОЧНОГО ПОБЕРЕЖЬЯ ОСТРОВА САХАЛИН

Статья поступила в редакцию 14.03.2023, после доработки 11.06.2023, принята в печать 30.08.2023

Аннотация

Изучаются функции распределение высот волн цунами вдоль восточного побережья острова Сахалин от источников, расположенных вдоль Курильских островов. Приводятся известные сведения о цунами на Сахалине. Многие из них моделировались численно, что позволяло оценить опасность волн цунами. В настоящей работе сделан упор на функциях распределения высот волн цунами, которые ранее вообще не рассчитывались для этого региона. С этой целью выполнены расчеты распространения волн цунами от гипотетических сильных землетрясений с M = 8,2, расположенных в районах Северных, Средних и Южных Курильских островов. Эти расчеты проведены с помощью вычислительного кода НАМИ-ДАНС, решающего нелинейные уравнения мелкой воды с использованием вложенных сеток с минимальным шагом около 9 м. Не имея достоверной прибрежной топографии, моделирование было выполнено до глубины около 3 м. Результаты расчетов подтвердили, что рассчитанные функции распределения высот волн цунами вдоль восточного побережья Сахалина хорошо аппроксимируются логнормальной функцией. Параметры этих распределений зависят от местоположения очага даже при одинаковых параметров землетрясения, что лишний раз подчеркивает существенную роль батиметрии морского дна на характеристики цунами на берегу.

Ключевые слова: Цунами, численное моделирование, логнормально распределение, Охотское море

© *A. I. Zaytsev*[1]*, *E. N. Pelinovsky*[2,3], 2023

[1]Special Design Bureau for Marine Research Automation of RAS Far Eastern Branch, 693023, Yuzhno-Sakhalinsk, Russian Federation, Str. A.M. Gor'kogo, 25, Russia
[2]Institute of Applied Physics RAS, 603950, Nizhny Novgorod, Box-120, Ulyanova Street, 46, Russia
[3]National Research University — Higher School of Economics, 603155 Nizhny Novgorod, Str. Bolshaya Pecherskaya, 25/12, Russia
*aizaytsev@mail.ru

MODELING OF TSUNAMI WAVE HEIGHT DISTRIBUTION FUNCTIONS ALONG THE EAST COAST OF SAKHALIN ISLAND

Received 14.03.2023, Revised 11.06.2023, Accepted 30.08.2023

Abstract

The functions of the distribution of tsunami wave heights along the eastern coast of Sakhalin Island from sources located along the Kuril Islands are being studied. Known information about the tsunami on Sakhalin is given. Many of them were modeled numerically, which made it possible to assess the hazard of tsunami waves. The present work focuses on the functions of distributing the heights of tsunami waves, which were not previously calculated for this region at all. To this case, calculations were made of the propagation of tsunami waves from hypothetical strong earthquakes with M = 8.2 located in the regions of the Northern, Middle and Southern Kuril Islands. These calculations were carried out using the NAMI-DANCE computational code, which solves

Ссылка для цитирования: *Зайцев А.И.*, *Пелиновский Е.Н.* Моделирование функций распределения высот волн цунами вдоль восточного побережья острова Сахалин // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2023. Т. 16, № 3. С. 62–71. doi:10.59887/2073–6673.2023.16(3)-5

For citation: *Zaytsev A.I.*, *Pelinovsky E.N.* Modeling of Tsunami Wave Height Distribution Functions along the East Coast of Sakhalin Island. *Fundamental and Applied Hydrophysics*. 2023, 16, 3, 62–71. doi:10.59887/2073–6673.2023.16(3)-5

non-linear shallow water equations using nested grids with a minimum grid is about 9 m. Having no reliable coastal topography, the modeling was carried out to a depth of about 3 m. The results of the calculations confirmed that the calculated functions of the distribution of tsunami wave heights along the eastern coast of Sakhalin are well approximated by the lognormal function. The parameters of these distributions depend on the location of the source even with the same earthquake parameters, which once again emphasizes the significant role of seabed bathymetry on the characteristics of a tsunami on the shore.

Keywords: Tsunami, numerical modeling, lognormal distribution, Sea of Okhotsk

1. Введение

В последнее время проводится активная работа по цунамирайонированию побережья России. Ранее известная детерминированная карта цунами опасности Тихоокеанского побережья России [1] сейчас дополнена вероятностными оценками [2, 3], и она может использоваться для практических оценок высот цунами в различных точках побережья. В частности, такого рода оценки входят в разработанный официальный документ СП 292.1325800.2017 «Здания и сооружения в цунамиопасных районах. Правила проектирования», утвержденный Министерством строительства Российской Федерации.

Важное место для анализа распределения высот волн цунами вдоль побережья отводится аппроксимациям функций распределения: см., например, недавние обзоры [4, 5], которые позволяют оценить соотношение между большими и малыми значениями высот волн, предсказать вероятность аномально больших заплесков, а также дать усредненные характеристики явления. Особо отметим здесь известное определение магнитуды цунами, для которого необходимо знать среднюю высоту цунами на определенном участке побережья [6]. Разумеется, для аппроксимации данных могут использоваться различные распределения (Гаусса, Вейбула, Порето и др.), однако наибольшую популярность получило логнормальное распределение, предложенное еще в работах Ван Дорна [7] и Каджиуры [8]. Оно выводится строго с помощью центральной предельной теоремы, учитывая случайный характер донной батиметрии и изрезанной береговой линии в предположении их статистической однородности и линейной теории волн [9–11]. В частности, отметим хорошую пригодность логнормального распределения для описания катастрофических цунами этого тысячелетия: 2004 года в Индийском океане [12], 2011 года в Японии [13] и 2018 года на острове Сулавеси [5].

Настоящая работа посвящена анализу функций распределения высот волн цунами вдоль восточного побережья острова Сахалин, получаемых в результате расчетов динамики волн от источников, расположенных около Курильских островов. Сразу заметим, что исторические данные о цунами на Сахалине собраны в различных каталогах [14–18] и в разделе 2 кратко воспроизводятся. Многие из реальных событий моделировались численно, что позволяло уточнить очаги цунами и исследовать цунами опасность различных участков побережья [1–3]. Между тем функции распределения высот волн вдоль побережья Сахалина фактически еще не изучались. В настоящей работе для выяснения общих свойств функций распределения мы решили не использовать результаты расчетов конкретных событий, а рассчитать несколько модельных событий, помещая очаги принципиально в разные части Курильских островов. Используемая математическая модель описана в разделе 3. Результаты расчетов трех сценариев приведены в разделе 4. Анализ функций распределения выполнен в разделе 5, и он позволил показать, что теоретический логнормальный закон является хорошей аппроксимацией рассчитанных высот вне зависимости от локализации очага цунами в районе Курильских островов. Полученные результаты суммированы в Заключении.

2. Краткая сводка исторических цунами, наблюдавшихся на восточном побережье острова Сахалин

Остров Сахалин, как известно, находится в Охотском море и отделяется от Тихого океана проливами Курильских островов. Тихий океан и сами Курильские острова расположены в зоне сильной сейсмической активности; здесь подводные землетрясения вызывают цунами, в том числе сильные, которые распространяются по Тихому океану. Обзор исторических цунами, зарегистрированных на Дальнем Востоке России, содержится в [14–18]. Тихоокеанские цунами проникают в акваторию Охотского моря достаточно ослабленными в силу экранирующих свойств Курильских островов. С другой стороны, подводные землетрясения происходят и в акваториях Охотского и Японского морей, вызывая цунами, достигающие острова Сахалин.

Большинство цунами, источники которых расположены далеко от Сахалина, проявились на восточном побережье острова. Высоты волн на острове Сахалин от удаленных землетрясений по данным наблюдений составляли 0,1–1,2 м. Цунами, источники которых расположены с тихоокеанской стороны южных и центральных Курильских островов, в разной степени проявились на всем побережье о-ва Сахалин. Это связано с тем, что волны цунами проникают в Охотское море через разные проливы Курильских островов, что влияет на их высоту, а в Японское море через пролив Лаперуза и частично через проливы Японских островов.

Курильские острова экранируют не только удаленные цунами, эпицентры которых расположены далеко от Тихоокеанского побережья России, но и в случае генерации цунами непосредственно на Курилах. Курильские острова расположены в сейсмически активной зоне и здесь землетрясения часто вызывают цунами. На рис. 1. представлены очаги цунами, расположенные в районе Курильских островов [19]. Уже в этом столетии произошло несколько цунамигенных землетрясений, вызвавших, в частности, Симуширские цунами 2006-го и 2007 годов [19–20] и Северокурильское событие 2020 года [21]. Источники цунами, волны от которых распространились по акватории Охотского моря и проявились на острове Сахалин в основном были сосредоточены с тихоокеанской стороны центральных и южных Курильских островов.

На рис. 2 показаны высоты волн цунами, проявившиеся на побережье Сахалина и Курильских островов, источники которых расположены с тихоокеанской стороны Курильских островов. Цифрам соответствуют цунами: 1–06.11.1958; 2–13.10.1963; 3–20.10.1963; 4–29.01.1968; 5–11.08.1969; 6–10.06.1975; 7–23.03.1978; 8–24.03.1978; 9–04.12.1995; 10–15.11.2006; 11–13.01.2007. Из рис. 2 видно, что наблюдаемые высоты волн цунами (инструментальные данные) и высоты заплесков (наблюдательные данные) различные. Однако основные высоты цунами находятся в пределах 2-х м, так что средняя высота цунами на Курильских островах за рассматриваемый период равна 1,7 м (без учета заплесков 2006 года). С учетом максимальных высот заплесков, приведенных в [22], средние значения высот волн цунами составляют 2,5 м. На о-ве Сахалин средняя высота от цунами, источники которых расположены в районе Курильских островов, составляет всего 0,16 м. Таким образом, согласно данным наблюдений высоты цунами на побережье о-ва Сахалин примерно в 10 раз меньше, чем на побережье Курильских островов, что объясняется экранирующими свойствами Курильских островов.

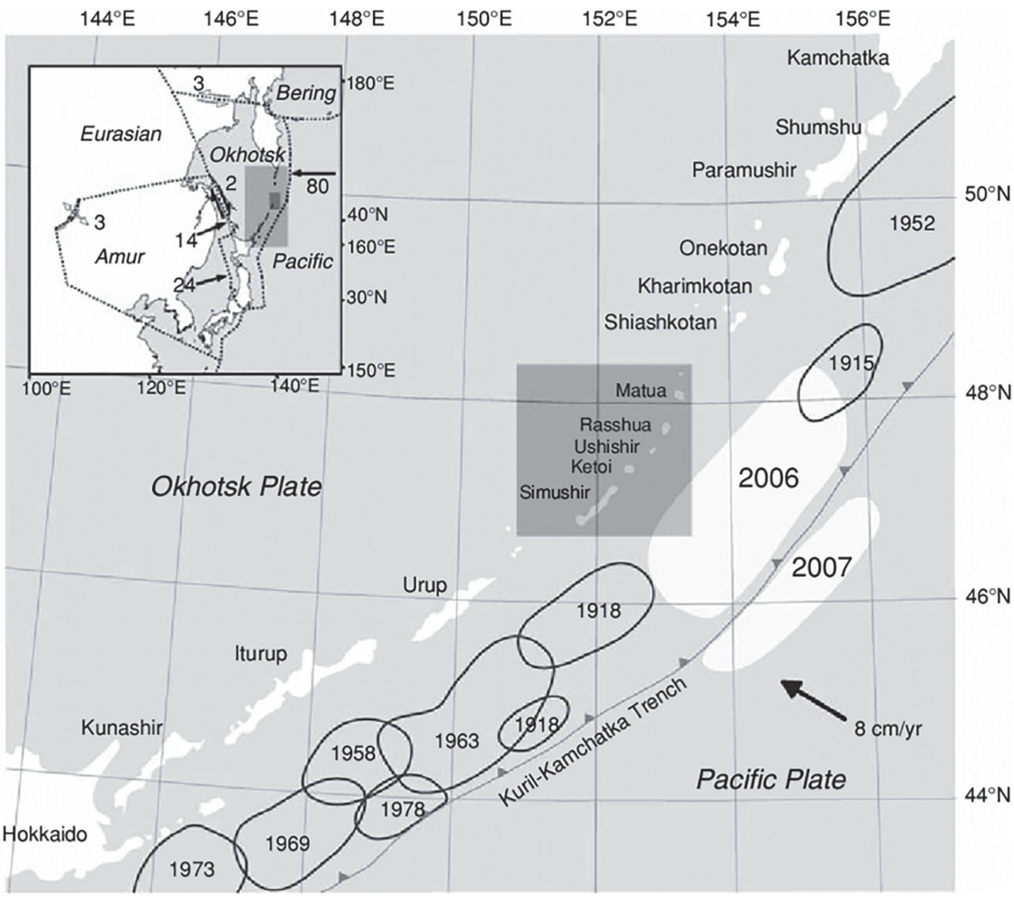


Рис. 1. Карта исторических очагов цунами в Курило-Камчатской зоне [19]

Fig. 1. Map of historical tsunami sources at Kuril-Kamchatka zone [19]

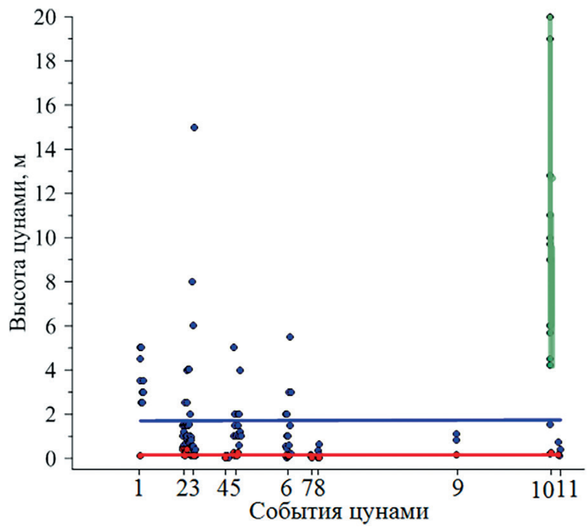


Рис. 2. Высоты волн цунами, проявившиеся на побережье о. Сахалин и Курильских островов от источников, расположенных с тихоокеанской стороны Курильских островов (синие точки — цунами на Курильских островах; красные точки — цунами на Сахалине; зеленые линии — высоты заплесков для побережья Курильских островов от цунами 2006 года [22]; красная линия — среднее значение высот цунами на Сахалине; синяя линия — среднее значение высот цунами на Курильских островах (без учета заплесков цунами 2006 года))

Fig. 2. Tsunami wave heights manifested on the coast of Sakhalin Island and the Kuril Islands from sources located on the Pacific side of the Kuril Islands (blue dots — tsunamis on the Kuril Islands; red dots — tsunami on Sakhalin; green lines — the height of the patches for the coast of the Kuril Islands from the tsunami of 2006 [22]; red line — average value of tsunami heights on Sakhalin; blue line — the average value of the tsunami heights in the Kuril Islands (excluding the 2006'th tsunami runup))

Наиболее сильное воздействие на побережье о-ва Сахалин оказало цунами, вызванное землетрясением 13 октября 1963 года в районе о. Уруп. Магнитуда землетрясения, спровоцировавшего образование цунами, равна 8,1. Его расположение вблизи крупных проливов Курильской гряды Фриза и Буссоль способствовало большему проникновению волн цунами в Охотское море. В настоящей работе мы фокусируемся именно на такого рода событиях, когда очаги цунами расположены в районе Курильских островов.

3. Математическая модель распространения цунами

Для расчетов распространения волн цунами на большие расстояния необходимо учитывать вращение Земли и ее сферичность. В приближении «шарообразной» Земли нелинейная система уравнений мелкой воды принимает следующий вид:

$$\frac{\partial M}{\partial t}+\frac{1}{R\cos\theta}\frac{\partial}{\partial\lambda}\left(\frac{M^2}{D}\right)+\frac{1}{R\cos\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\frac{MN\cos\theta}{D}\right)+\frac{gD}{R\cos\theta}\frac{\partial\eta}{\partial\lambda}+\frac{gn^2}{D^{7/3}}M\sqrt{M^2+N^2}=fN, \tag{1}$$

$$\frac{\partial N}{\partial t}+\frac{1}{R\cos\theta}\frac{\partial}{\partial\lambda}\left(\frac{MN}{D}\right)+\frac{1}{R\cos\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\frac{N^2\cos\theta}{D}\right)+\frac{gD}{R}\frac{\partial\eta}{\partial\theta}+\frac{gn^2}{D^{7/3}}N\sqrt{M^2+N^2}=-fM, \tag{2}$$

$$\frac{\partial\eta}{\partial t}+\frac{1}{R\cos\theta}\left[\frac{\partial M}{\partial\lambda}+\frac{\partial}{\partial\theta}\left(N\cos\theta\right)\right]=0, \tag{3}$$

где η — смещение водной поверхности, t — время, M и N — компоненты расхода воды вдоль долготы λ и широты θ, f — параметр Кориолиса ($f = 2\Omega \sin\theta$) и Ω — частота вращения Земли (период вращения 24 часа), R — радиус Земли, $D = h(\lambda, \theta) + \eta$ — полная глубина бассейна, где $h(\lambda, \theta)$ — невозмущенная глубина воды, предполагаемая известной и не меняющейся во времени. Гиперболическая система уравнений (1)–(3) записана в полных потоках, обеспечивая выполнение законов сохранения, что наиболее удобно для учета эффектов обрушения волн большой амплитуды.

Эта модель реализована в вычислительном комплексе НАМИ-ДАНС, и она описана в деталях в статьях [23–25].

4. Результаты численных расчетов

Для численного моделирования характеристик цунами в прибрежной зоне нами использована детальная батиметрия прибрежной зоны восточного побережья острова Сахалин. Батиметрия открытой части Охотского моря взята из атласа GEBCO (шаг 0,5 мин). На практике, при расчёте наката волн цунами в реальных акваториях необходимо иметь очень хорошую батиметрию морского дна. Современные цифровые карты батиметрии, например, GEBCO, не обеспечивают адекватное воспроизведение рельефа дна в численных моделях распространения волн, что может приводить к существенным ошибкам при оценке максимальных заплесков цунами на побережье. Поэтому расчеты проводились на вложенных сетках. Самый большой домен включает в себя всю акваторию Охотского моря и Курильские острова, шаг около 1 км. Средний домен содержит восточную часть острова Сахалин, шаг по пространству приблизительно 200 м.

Малый домен имеет шаг около 9 м. Численная модель и шаг цифровой карты позволяют проводить расчеты наката волн на берег. Не имея достоверной прибрежной топографии, моделирование было выполнено до глубины около 3 м.

В качестве источника возможного цунами выбрано гипотетическое землетрясение магнитудой 8,2 в районе центральных Курильских островов с параметрами, близкими к Симуширским землетрясениям 2006 и 2007 года [22]. В наших расчетах использованы следующие параметры землетрясения: глубина фокуса 20 км, длина разрыва 300 км, его ширина 80 км и смещение по разрыву (slip) 9 м, угол разлома с меридианом (strike) –135°, угол смещения плиты вглубь от разлома (dip) 10° и вдоль разлома (rake) 110°. Мы рассмотрели три различных положения эпицентра землетрясения: 1) на Северных островах (координаты 154,5°в.д.45,42°с.ш. 154,5°в.д.45,42°с.ш.), 2) на Средних островах (координаты 149,93°в.д.45,27°с.ш.), и 3) на Южных островах (координаты 147,5°в.д.43,38°с.ш.). Начальное смещение уровня воды в океане рассчитывалось с помощью модели Окада [26].

Распределение высот цунами в Охотском море показано на рис. 3–5 (расчет произведен с учетом стандартного коэффициента шероховатости $n = 0{,}015$ м$^{-1/3}$с). Как видно из рисунков, во всех сценариях основной удар волны цунами принимает на себя северо-восточная часть побережья острова Сахалин.

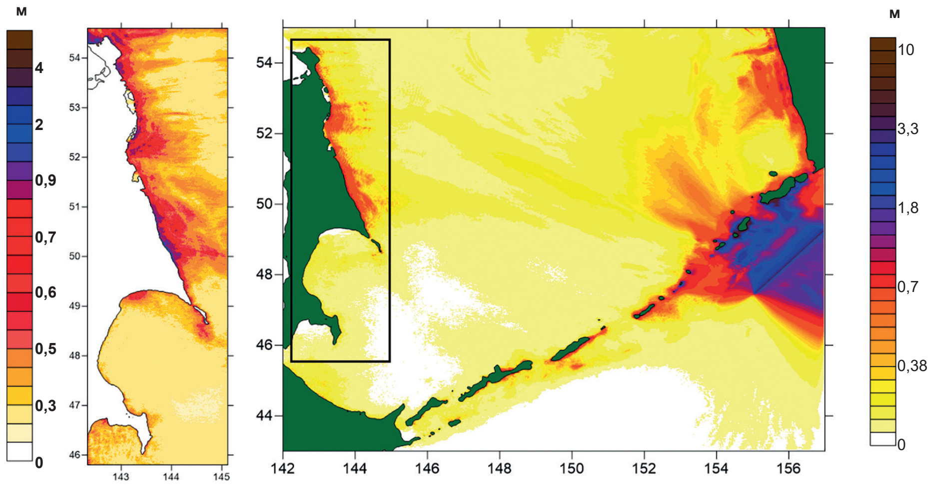


Рис. 3. Пространственное распределение максимальных амплитуд волн (источник — северные Курильские острова). По осям отложены долгота и широта в градусах

Fig. 3. Spatial distribution of maximum wave amplitudes (source — northern Kuril Islands). Longitude and latitude in degrees are deposited along the axes

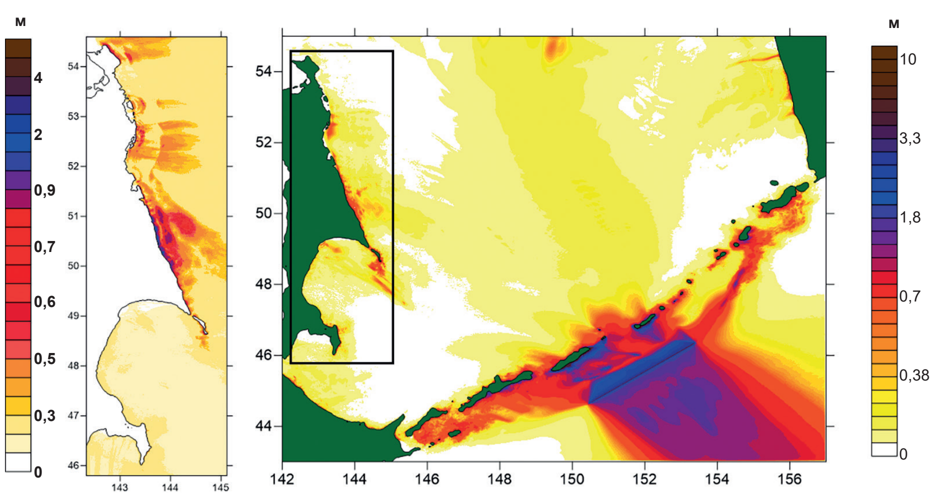


Рис. 4. Пространственное распределение максимальных амплитуд волн (источник — центральные Курильские острова). По осям отложены долгота и широта в градусах

Fig. 4. Spatial distribution of maximum wave amplitudes (sources — central Kuril Islands). Longitude and latitude in degrees are deposited along the axes

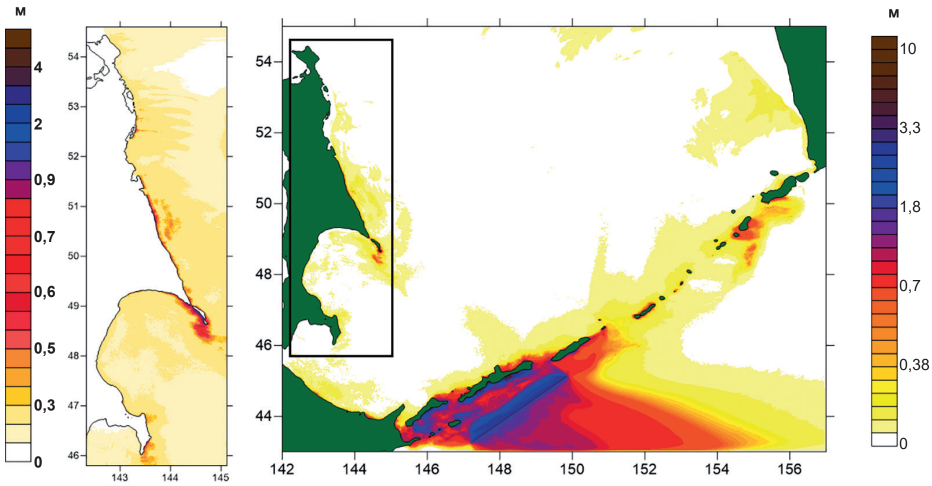


Рис. 5. Пространственное распределение максимальных амплитуд волн (источник — южные Курильские острова). По осям отложены долгота и широта в градусах

Fig. 5. Spatial distribution of maximum wave amplitudes (source — southern Kuril Islands). Longitude and latitude in degrees are deposited along the axes

Рассчитанное распределение высот цунами вдоль восточного побережья Сахалина представлено на рис. 6. Наибольшие значения высоты цунами достигаются при расположении очага цунами на Средних Курильских островах, и это обстоятельство необходимо учитывать в оценках цунами риска для населенных пунктов Сахалина.

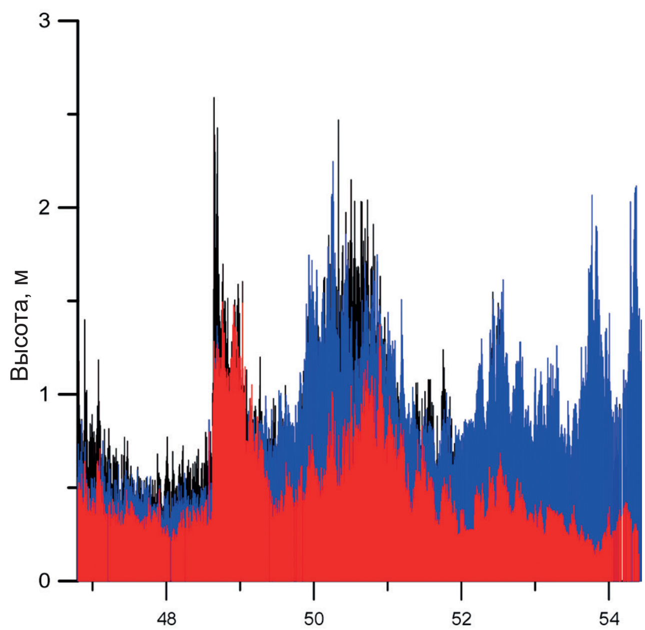


Рис. 6. Распределение высот волн цунами вдоль восточного побережья острова Сахалин (красный — источник «южные Курильские острова»; черный — источник «центральные Курильские острова»; синий — источник «северные Курильские острова»). По вертикальной оси широта вдоль восточного побережья о. Сахалин

Fig. 6. Distribution of tsunami wave heights along the eastern coast of Sakhalin Island (red — source "southern Kuril Islands"; black — the source "central Kuril Islands"; blue — source "Northern Kuril Islands"). Along the vertical axis, latitude along the east coast of Sakhalin Island

5. Функции распределения высот волн

Рассчитанные высоты волн использованы для построения функции распределения высот заплесков вдоль побережья, определяющей вероятность превышения высоты волны заданного значения. Она задается расчетной формулой

$$P(H) = \begin{cases} 1, & H < H_1, \\ \dfrac{N-k}{N}, & H_1 < H < H_N, \\ 0, & H > H_N, \end{cases} \tag{4}$$

где N — число пунктов рассчитанных высот волн для каждого цунами и k — число пунктов, где высота волны превышает заданное значение или равна ему. Предусмотрено также построение теоретического логнормального распределения высот волн цунами вдоль побережья (Choi et al, 2002, 2017).

$$F(H) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\ln 10\sigma}\int_H^\infty \exp\left(-\frac{(\lg h - a)^2}{2\sigma^2}\right)\frac{dh}{h}, \tag{5}$$

где параметры распределения вычислены по наблюдаемым данным с помощью стандартных формул математической статистики

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(\lg H_i - a)^2}, \quad a = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\lg H_i. \tag{6}$$

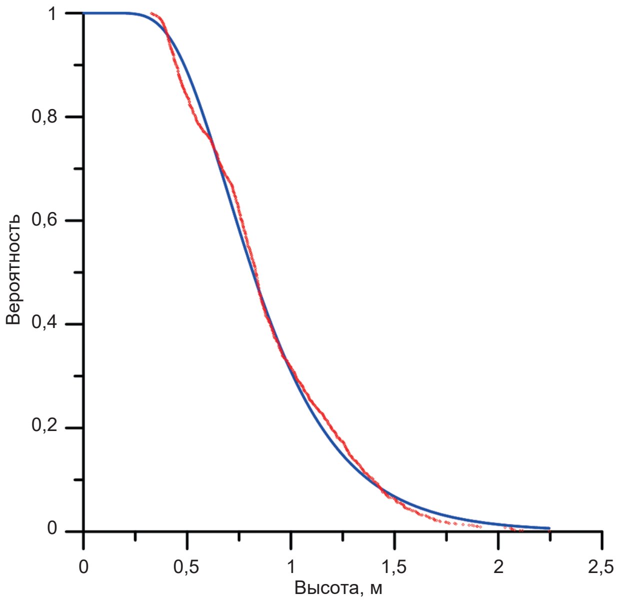


Рис. 7. Функции распределения высот волн цунами вдоль восточного побережья острова Сахалин, синяя линия — логнормальная кривая (источник «северные Курильские острова») σ = 0,177013

Fig. 7. Tsunami wave height distribution functions along the east coast of Sakhalin Island, blue line — lognormal lurve (northern Kuril Islands source), σ = 0,177013

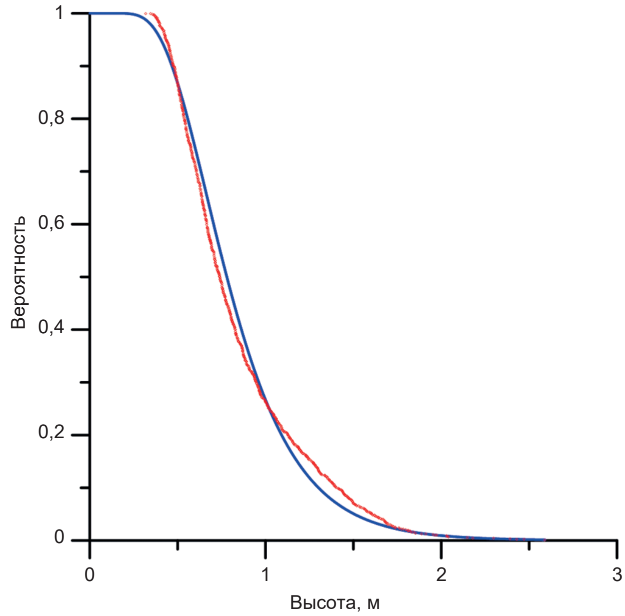


Рис. 8. Функции распределения высот волн цунами вдоль восточного побережья острова Сахалин, синяя линия — логнормальная кривая (источник «центральные Курильские острова), σ = 0,17405

Fig. 8. Tsunami wave height distribution functions along the eastern coast of Sakhalin Island, blue line — lognormal curve (source "central Kuril Islands), σ = 0,17405

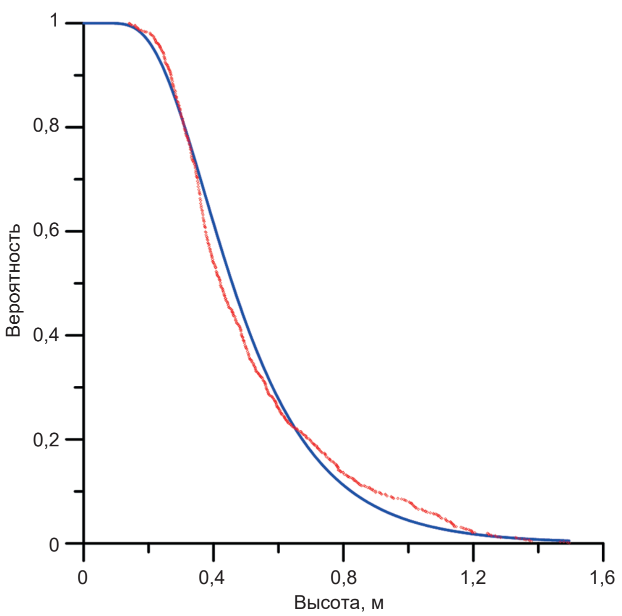


Рис. 9. Функции распределения высот волн цунами вдоль восточного побережья острова Сахалин, синяя линия — логнормальная кривая (источник «южные Курильские острова), σ = 0,200199

Fig. 9. Tsunami wave height distribution functions along the eastern coast of Sakhalin Island, blue line — lognormal curve (source "southern Kuril Islands), σ = 0,200199

Результаты расчетов функций распределения представлены на рис. 7—9. Синий линией здесь показана логнормальная кривая (5), а красной — данные расчетов. В целом можно сказать, что логнормальная кривая хорошо аппроксимирует данные численных расчетов, и этот вывод не зависит от положения очага вблизи Курильских островов. Параметры этих распределений, конечно, зависят от местоположения очага даже при одинаковых параметров землетрясения, что лишний раз подчеркивает существенную роль батиметрии морского дна в в характеристики цунами на берегу. Тем не менее, функции распределения остаются логнормальные.

6. Выводы

Выполнены численные расчеты распространения волн цунами от гипотетического сильного землетрясения с магнитудой 8,3 в районе Курильских островов. Параметры землетрясения выбраны одинаковыми в различных расчетах, а вот положение очага цунами менялось вдоль Курильских островов. Демонстрируется, что высоты волн на восточном побережье острова Сахалин максимальны при расположении очага цунами в районе Средних Курил. Во всех сценариях рассчитанные функции распределения высот волн вдоль восточного побережья острова Сахалин хорошо описываются логнормальным законом, который может использоваться для оценки сравнительного вклада волн разных высот.

Финансирование

Работа поддержана госзаданием СКБ САМИ ДВО РАН тема № 123012000050-6 (раздел «Краткая сводка исторических цунами, наблюдавшихся на восточном побережье острова Сахалин»), госзаданием ИПФ РАН тема № 0030-2021-0007 (раздел «Функции распределения высот волн»), и гранта РНФ № 23-27-00325 (разделы «Математическая модель распространения цунами» и «Результаты численных расчетов»).

Funding

The work was supported by the state assignment of the SRB AMR FEB RAS topic No. 123012000050-6 (section "Brief summary of historical tsunamis observed on the eastern coast of Sakhalin Island"), the state assignment of the IAP RAS topic No. 0030-2021-0007 (section "Wave height distribution functions"), and the grant of the Russian National Research Fund No. 23-27-00325 (sections "Mathematical model of tsunami propagation" and "Results of numerical calculations")

Литература

1. *Го Ч.Н.*, *Кайстренко В.М.*, *Пелиновский Е.Н.*, *Симонов К.В.* Количественная оценка цунамиопасности и схема цунамирайонирования. // Тихоокеанское побережье СССР. Тихоокеанский ежегодник. Владивосток: ДВО АН СССР, 1988. С. 9–17.
2. *Гусяков В.К.*, *Кихтенко В.А.*, *Чубаров Л.Б.*, *Шокин Ю.И.* Построение обзорных карт цунамирайонирования дальневосточного побережья РФ в рамках методики PTHA // Вычислительные технологии. 2019. Т. 24, № 1. С. 55–72. doi:10.25743/ICT.2019.24.1.005
3. *Шокин Ю.И.*, *Гусяков В.К.*, *Кихтенко В.А.*, *Чубаров Л.Б.* Методика построения карт цунамиопасности и её реализация для Дальневосточного побережья Российской Федерации // Доклады Академии наук. 2019. Т. 489, № 4. С. 419–423. doi:10.31857/S0869-56524894419-423
4. *Choi B.H.*, *Pelinovsky E.* Tsunamis along the coast. Hanrimwon Publishing Company, Korea. 2016. 206 p.
5. *Didenkulova I.*, *Zaitsev A.*, *Pelinovsky E.* Tsunami distribution functions along the coast: extended. // Journal of Marine Science and Engineering. 2022. Vol. 10, No. 8. P. 1137. doi:10.3390/jmse10081137
6. *Соловьев С.Л.* Повторяемость землетрясений и цунами в Тихом океане // Труды СахКНИИ.1972. Вып. 29. С. 7–47.
7. *Van Dorn W.G.* Tsunamis // Advances in Hydroscience, (Ed. V.T. Chow), Acad. Press, London, 1965. Vol. 2. P. 1–48.
8. *Kajiura K.* Some statistics related to observed tsunami heights along the coast of Japan // Tsunamis — Their science and engineering. TERRAPUB, Tokyo. 1983. P. 131–145.
9. *Go C.N.* Statistical properties of tsunami runup heights on the coasts of the Kuril Isles and Japan // Tsunami along the Coast; Choi, B.H., Pelinovsky, E., Eds.; Seoul, Korea: Hanrimwon Publishing Co., 2016. P. 155–180.
10. *Пелиновский Е.Н.*, *Рябов И.А.* Функции распределения высот заплесков цунами (по данным международных экспедиций 1992–1998 гг.) // Океанология. 2000. Т. 40, № 5. С. 645–652;
11. *Kim D.*, *Kim B.J.*, *Lee S.-O.*, *Cho Y.-S.* Best-fit distribution and log-normality for tsunami heights along coastal lines // Stochastic Environmental Research and Risk Assessment. 2014. Vol. 28. P. 881–893. doi:10.1007/s00477-013-0778-y
12. *Choi B.H.*, *Hong S.J.*, *Pelinovsky E.* Distribution of runup heights of the December 26, 2004 tsunami in the Indian Ocean. // Geophysical Research Letters. 2006. Vol. 33, No. 13. L13601. doi:10.1029/2006GL025867
13. *Choi B.H.*, *Min B.I.*, *Pelinovsky E.*, *Tsuji Y.*, *Kim K.O.* Comparable analysis of the distribution functions of runup heights of the 1896, 1933 and 2011 Japanese Tsunamis in the Sanriku Area // Natural Hazards and Earth System Sciences. 2012. Vol. 12. P. 1463–1467. doi:10.5194/nhess-12-1463-2012
14. *Соловьев С.Л.* Основные данные о цунами на Тихоокеанском побережье СССР // Изучение цунами в открытом океане. М.: Наука, 1978. С. 61–138.
15. *Соловьев С.Л.*, *Го Ч.Н.*, *Ким Х.С.* Каталог цунами в Тихом океане, 1969–1982. М.: Межведомственный геофизический комитет, 1986. 164 с.
16. *Ким Х.С.*, *Рабинович А.Б.* Цунами на северо-западном побережье Охотского моря // Природные катастрофы и стихийные бедствия в дальневосточном регионе. Сборник научных трудов. Владивосток, 1990. Т. 1. С. 206–218.
17. *Зайцев А.И.*, *Костенко И.С.*, *Куркин А.А.*, *Пелиновский Е.Н.* Цунами на острове Сахалин: Наблюдения и численное моделирование. Нижний Новгород, 2016. 122 с.
18. *Заякин Ю.А.* Цунами на Дальнем Востоке России. Петропавловск-Камчатский: Камшат, 1996. 88 с.
19. *MacInnes B.T.*, *Bourgeois J.*, *Pinegina T.K.* et al. Field survey geological effects of the 15 november 2006 Kuril Tsunami in the middle Kuril Islands // Pure and Applied Geophysics. 2009. Vol. 166, No. 1–2. P. 9–36. doi:10.1007/978-3-0346-0064-4_2

20. *Злобин Т.К.*, *Левин Б.В.*, *Полец А.Ю.* Первые результаты сопоставления катастрофических Симуширских землетрясений 15 ноября 2006 г. (М = 8.3) и 13 января 2007 г. (М = 8.1) и глубинного строения земной коры центральных Курил // Доклады Академии наук. 2008. Т. 420, № 1. С. 111–115.
21. *Zaytsev A.I.*, *Dogan G.G.*, *Dolgikh G.I.*, *Dolgikh S.G.*, *Yalciner A.C.*, *Pelinovsky E.N.* The 25 March 2020 tsunami at the Kuril Islands: analysis and numerical simulation // Science of Tsunami Hazards. 2020. Vol. 39, No. 4. P. 243–253.
22. *Левин Б.В.*, *Кайстренко В.М.*, *Рыбин А.В.* и др. Проявления цунами 15 ноября 2006 г. на центральных курильских островах и результаты моделирования заплесков // Доклады Академии наук. 2008. Т. 419, № 1. С. 118–122.
23. *Zaytsev A.*, *Kurkin A.*, *Pelinovsky E.*, *Yalciner A.C.* Numerical tsunami model NAMI-DANCE // Science of Tsunami Hazards. 2019. Vol. 38, No. 4. P. 151–168.
24. *Ozer Sozdinler C.*, *Yalciner A.C.*, *Zaytsev A.* Investigation of tsunami hydrodynamic in inundation zones with different structural layouts // Pure and Applied Geophysics. 2015. Vol. 172, No. 3–4. P. 931–952. doi:10.1007/s00024-014-0947-z
25. *Ozer Sozdinler C.*, *Yalciner A.C.*, *Zaytsev A.*, *Suppasri A.*, *Imamura F.* Investigation of hydrodynamic parameters and the effects of breakwaters during the 2011 Great East Japan tsunami in Kamaishi Bay // Pure and Applied Geophysics. 2015. Vol. 172, No. 12. P. 3473–3491. doi:10.1007/s00024-015-1051-8
26. *Okada Y.* Surface deformation due to shear and tensile faults in a half-space // Bulletin of the Seismological Society of America. 1985. Vol. 75. No. 4. P. 1135–1154.

References

1. *Go Ch. N.*, *Kaistrenko V.M.*, *Pelinovsky E.N.*, *Simonov K.V.* Quantitative assessment of tsunami hazard and tsunimironation scheme. Pacific coast of the USSR. Pacific Yearbook. *Vladivostok*, *DVO Academy of Sciences of the USSR*, 1988, 9–17 (in Russian).
2. *Gusyakov V.K.*, *Kikhtenko V.A.*, *Chubarov L.B.*, *Shokin Yu.I.* Regional tsunami hazard maps for the Far East coast of the Russian Federation built in the framework of the PTHA methodology. *Computing Technologies*. 2019, 24, 1, 55–72. doi 10.25743/ICT.2019.24.1.005 (in Russian)
3. *Shokin Y.I.*, *Kikhtenko V.A.*, *Chubarov L.B.*, *Gusiakov V.K.* A methodology for mapping tsunami hazards and its implementation for the far eastern coast of the Russian Federation. *Doklady Earth Sciences*. 2019, 489, 2, 1444–1448. doi:10.1134/S1028334X19120092
4. *Choi B.H.*, *Pelinovsky E.* Tsunamis along the coast. *Hanrimwon Publishing Company*, *Korea*. 2016, 206 p.
5. *Didenkulova I.*, *Zaitsev A.*, *Pelinovsky E.* Tsunami distribution functions along the coast: extended. *Journal of Marine Science and Engineering*. 2022, 10, 8, 1137. doi:10.3390/jmse10081137
6. *Soloviev S.L.* Recurrence of earthquakes and tsunamis in the Pacific Ocean. *Proceedings of SakhKNII*, 1972, 29, 7–47 (in Russian).
7. *Van Dorn W.G.* Tsunamis. *Advances in Hydroscience* (Ed. V.T. Chow), *Acad. Press*, *London*, 1965, 2, 1–48.
8. *Kajiura K.* Some statistics related to observed tsunami heights along the coast of Japan. *Tsunamis — Their science and engineering*, 1983. *TERRAPUB*, *Tokyo*, 131–145.
9. *Go C.N.* Statistical properties of tsunami runup heights on the coasts of the Kuril Isles and Japan. *Tsunami along the Coast*; Choi, B.H., Pelinovsky, E., Eds.; *Hanrimwon Publishing Co.*, *Seoul*, *Korea*, 2016, 155–180.
10. *Pelinovsky E.N.*, *Ryabov I.A.* Functions of distribution of tsunami spatula heights (according to international expeditions 1992–1998). *Oceanology*. 2000, 40, 5, 645–652.
11. *Kim D., Kim B.J., Lee S.-O., Cho Y.-S.* Best-fit distribution and log-normality for tsunami heights along coastal lines. *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*. 2014, 28, 881–893. doi:10.1007/s00477-013-0778-y
12. *Choi B.H.*, *Hong S.J.*, *Pelinovsky E.* Distribution of runup heights of the December 26, 2004 tsunami in the Indian Ocean. *Geophysical Research Letters*. 2006, 33, 13, L13601. doi:10.1029/2006GL025867
13. *Choi B.H.*, *Min B.I.*, *Pelinovsky E.*, *Tsuji Y.*, *Kim K.O.* Comparable analysis of the distribution functions of runup heights of the 1896, 1933 and 2011 Japanese Tsunamis in the Sanriku Area. *Natural Hazards and Earth System Sciences*. 2012, 12, 1463–1467. doi:10.5194/nhess-12-1463-2012
14. *Soloviev S.L.* Basic data on the tsunami on the Pacific coast of the USSR. In the book: Studying the tsunami in the open ocean. *M.*, *Nauka*, 1978, 61–138 (in Russian).
15. *Soloviev S.L., Guo C.H.*, *Kim H.S.* Pacific Tsunami Catalogue, 1969–1982. *M.*, *Interdepartmental Geophysical Committee*, 1986. 164 p. (in Russian).
16. *Kim H.S.*, *Rabinovich AB.* Tsunami on the northwestern coast of the Sea of Okhotsk. *Natural disasters and natural disasters in the Far Eastern region*. *Collection of scientific works*. *Vladivostok*, 1990, 1, 206–218 (in Russian).
17. *Zaitsev A.I.*, *Kostenko I.S.*, *Kurkin A.A.*, *Pelinovsky E.N.* Tsunami on Sakhalin Island: Observations and numerical modeling. *Nizhny Novgorod*, 2016. 122 p. (in Russian).

18. *Zayakin Yu.A.* Tsunami in the Russian Far East. *Petropavlovsk-Kamchatsky*, *Kamshat*, 1996. 88 p. (in Russian).
19. *MacInnes B.T., Bourgeois J., Pinegina T.K.* et al. Field survey geological effects of the 15 november 2006 Kuril Tsunami in the middle Kuril Islands. *Pure and Applied Geophysics*. 2009, 166, 1–2, 9–36. doi:10.1007/978-3-0346-0064-4_2
20. *Zlobin T.K.*, *Levin B.W.*, *Polets A. Yu.* First results of the comparison of Catastrophic Simushir earthquakes on November 15, 2006 (M = 8.3), and Junuary 13, 2007 (M = 8.1), with the deep structure of the Earth's crust in the central Kuril Islands. *Doklady Earth Sciences*. 2008, 420, 1, 615–619.
21. *Zaytsev A.I.*, *Dogan G.G.*, *Dolgikh G.I.*, *Dolgikh S.G.*, *Yalciner A.C.*, *Pelinovsky E.N.* The 25 March 2020 tsunami at the Kuril Islands: analysis and numerical simulation. *Science of Tsunami Hazards*. 2020, 39, 4, 243–253.
22. *Levin B.W.*, *Kaistrenko V.M.*, *Rybin A.V.* et al. Manifestations of the Tsunami on November 15, 2006, on the central Kuril Islands and results of the runup heights modeling. *Doklady Earth Sciences*. 2008, 419, 1, 335–338.
23. *Zaytsev A.*, *Kurkin A.*, *Pelinovsky E.*, *Yalciner A.C.* Numerical tsunami model NAMI-DANCE. *Science of Tsunami Hazards*. 2019, 38, 4, 151–168.
24. *Ozer Sozdinler C., Yalciner A.C., Zaytsev A.* Investigation of tsunami hydrodynamic in inundation zones with different structural layouts. *Pure and Applied Geophysics*. 2015, 172, 3–4, 931–952. doi:10.1007/s00024-014-0947-z
25. *Ozer Sozdinler C.*, *Yalciner A.C.*, *Zaytsev A.*, *Suppasri A.*, *Imamura F.* Investigation of hydrodynamic parameters and the effects of breakwaters during the 2011 Great East Japan tsunami in Kamaishi Bay. *Pure and Applied Geophysics.* 2015, 172, 12, 3473–3491. doi:10.1007/s00024-015-1051-8
26. *Okada Y.* Surface deformation due to shear and tensile faults in a half-space. *Bulletin of the Seismological Society of America*. 1985, 75(4), 1135–1154.

Об авторах

ЗАЙЦЕВ Андрей Иванович, РИНЦ Author ID: 133746, ORCID ID: 0000-0002-1383-363X, Scopus Author ID: 36866694500, WoS Researcher ID: A-1772–2014, aizaytsev@mail.ru

ПЕЛИНОВСКИЙ Ефим Наумович,РИНЦ Author ID: 103314, ORCID ID: 0000-0002-5092-0302, Scopus Author ID: 7004951110, WoS Researcher ID: I-3670–2013, pelinovsky@ipfran.ru

DOI 10.59887/2073-6673.2023.16(3)-6

УДК 551.465

© *В. Г. Гневышев*[1], *Т. В. Белоненко*[2]*, 2023
[1]Институт океанологии им. П.П. Ширшова РАН, 117997, Москва, Нахимовский проспект, д. 36.
[2]Санкт-Петербургский государственный университет, 199034, Россия, Санкт-Петербург, Университетская наб., д. 7–9.
*btvlisab@yandex.ru

ДОПЛЕРОВСКИЙ ЭФФЕКТ И ВОЛНЫ РОССБИ В ОКЕАНЕ: КРАТКИЙ ЭКСКУРС В ИСТОРИЮ И НОВЫЕ ПОДХОДЫ

Статья поступила в редакцию 23.12.2022, после доработки 28.03.2023, принята в печать 08.08.2023

Аннотация

Представленная обзорная статья посвящена волнам Россби в океане. Сегодня существует множество научных работ по этой теме, в которых авторы по-разному подходят к изложению материала. Для исследователей, которые не слишком подробно занимались представленными вопросами, анализ таких источников часто воспринимается как совокупность разрозненной и противоречивой информации, не позволяющей получить адекватное представление по предмету. В статье на основе анализа основных тематических публикаций систематизированы основные представления по различным аспектам, а также проведено сравнение различных подходов. Особое внимание уделяется обзору дисперсионных соотношений волн Россби при наличии фонового потока с акцентом на наличие либо отсутствие доплеровской добавки к частоте. Хотя рассматриваемые постановки задач и дисперсионные соотношения, как правило, являются общеизвестными, однако у многих авторов они изложены существенно по-разному, что часто приводит к непониманию и путанице. Мы обращаем внимание читателя на ключевые спорные моменты и приводим различные подходы в единую стройную систему. Если длинные волны Россби не «чувствуют» течения, то это справедливо для модели «мелкой воды» и является следствием галилеевской неинвариантности дисперсионного соотношения. Рассматривая различные подходы, мы показываем, что строгого дисперсионного соотношения для галилеево-неинвариантного дисперсионного соотношения нет. Всегда добавляются некие не совсем строгие предположения и допущения, такие как формальное существование вертикальных границ или зависимость баротропного радиуса от переменной поперечной координаты. Выводы дисперсионного соотношения с недоплеровским сдвигом содержат также некие асимптотические разложения, сопровождаемые анализом теории размерностей. Используя общую терминологию, мы соединяем основные аналитические результаты по теме и излагаем их в единой логике.

Ключевые слова: волны Россби, дисперсионное соотношение, доплеровский сдвиг, галилеевская неинвариантность

© *V. G. Gnevyshev*[1], *T. V. Belonenko*[2]*, 2023
[1]Shirshov Institute of Oceanology, Russian Academy of Sciences, 36 Nakhimovsky Prosp., Moscow 117997, Russia
[2]St. Petersburg State University, 7–9 Universitetskaya Emb., St. Petersburg, 199034, Russia
*btvlisab@yandex.ru

DOPPLER EFFECT AND ROSSBY WAVES IN THE OCEAN: A BRIEF HISTORY AND NEW APPROACHES

Received 23.12.2022, Revised 28.03.2023, Accepted 08.08.2023

Abstract

The review is devoted to Rossby waves in the ocean. Currently, there are many monographs and scientific articles on this topic, in which the authors approach the presentation of the material in different ways. For researchers who have not delved too deeply into this topic, the analysis of these sources is often perceived as a collection of disparate and often contradictory information that does not allow an adequate understanding of the subject. The review is based on the analysis of the main publications on this topic, and it systematizes the main ideas in various aspects. We also give the readers a comparison of different approaches in this area. Particular attention is paid to the review of the dispersion relations of Rossby waves in the presence of a background flow with an emphasis on the

Ссылка для цитирования: *Гневышев В.Г.*, *Белоненко Т.В.* Доплеровский эффект и волны Россби в океане: краткий экскурс в историю и новые подходы // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2023. Т. 16, № 3. С. 72–92. doi:10.59887/2073-6673.2023.16(3)-6
For citation: *Gnevyshev V.G.*, *Belonenko T.V.* Doppler Effect and Rossby Waves in the Ocean: A Brief History and New Approaches. *Fundamental and Applied Hydrophysics*. 2023, 16, 3, 72–92. doi:10.59887/2073-6673.2023.16(3)-6

presence or absence of a Doppler additive to the frequency. Although the problem statements and variance ratios under consideration are generally well-known, however, they are presented in significantly different ways by many authors, which often leads to misunderstanding and confusion. We draw the reader's attention to the key controversial points and bring various approaches into a single coherent system. If long Rossby waves do not "feel" the flow, then this is true for the "shallow water" model and is a consequence of the Galilean non-invariance of the dispersion relation. Considering various approaches, we show that there is no strict dispersion relation for the Galilean-non-invariant dispersion relation. Some not quite strict assumptions and assumptions are always added, such as the formal existence of vertical boundaries or the dependence of the barotropic radius on the variable transverse coordinate. The derivation of the dispersion relation with the Doppler shift also contains some asymptotic expansions, accompanied by an analysis of the theory of dimensions. Using common terminology, we combine the main analytical results on the topic and present them in a single logic.

Keywords: Rossby waves, dispersion relation, Doppler shift, Galilean noninvariance

1. Введение

Теория низкочастотных волн в атмосфере и океане восходит к «приливным уравнениям» Лапласа. В 1890-е гг. было установлено [1–4], что уравнения Лапласа имеют решения, которые наряду с гравитационно-инерционными (колебания первого класса) содержат низкочастотные градиентно-вихревые волны (колебания второго класса), связанные с вращением и сферичностью Земли. Эта теория практически оставалась без приложения к задачам гидрометеорологии вплоть до конца 1930-х гг., когда Карл Россби [5] открыл в приближении «β-плоскости» низкочастотные волновые движения, а Б. Гаурвиц впервые отождествил волны Россби с лапласовскими колебаниями второго класса на сфере [6]. Интерес геофизиков к волнам Россби с каждым годом все возрастает. Во всех серьезных монографиях как по геофизической гидродинамике [7–13], так и по и механике сплошных сред [14–15] обязательным элементом видов волн на воде являются волны Россби. Изложение волн Россби в монографиях [7, 12, 15] идет в ключе общего подхода к волнам в океане: через классическое разделение переменных. В частности, применяется подход «лучи — в горизонтальной плоскости, мода — по вертикальной координате [16]. Общим ключевым моментом при этом является отсутствие фонового течения [7, 12, 15]. В монографии [7] есть следующее общее теоретическое утверждение, относящееся к любым видам линейных волн: для почти плоских волн, для которых можно написать лучевые уравнения Гамильтона [17], частота ω волны, двигающейся в среде со скоростью **U**, воспринимаемая неподвижным наблюдателем, равна

$$\omega = \sigma_0 + \mathbf{kU}, \tag{1}$$

где σ_0 — частота, измеренная в неподвижной среде, **k** — волновое число (вектор). Величина **kU** называется «доплеровским сдвигом». В отличие от [7], мы будем полагать для простоты изложения, что скорость фонового течения строго постоянная величина **U** — const. Для случая, когда **U** = U(**x**) можно построить ВКБ-приближение [18, 19] или ввести конвективные координаты для линейного поля скорости (для волн Россби это сделано в работах [20, 21].

Понимание физического смысла доплеровского сдвига не является тривиальным. Поэтому у исследователя, прочитавшего монографию [7], не знакомого со всеми *тонкими настройками* волн Россби [8], может сложиться впечатление, что волны Россби — это обычные диспергирующие волны, скорость фонового потока для которых, по крайней мере в линейной постановке, должна быть отражена через доплеровскую добавку к частоте. Однако, это утверждение о доплеровской добавке к частоте в целом не верно для волн Россби. Точнее говоря, доплеровская добавка к частоте ω может быть, а может и не быть, в зависимости от постановки задачи.

Принципиальным отличием волн Россби от других видов волн на воде является наличие большого количества факторов, которые определяют их динамику. Эти факторы определяют различные подходы или приближения, которые используются при исследовании волн Россби: стратифицированный или однородный по плотности океан, граничное условие — свободная поверхность или «твердая крышка», наличие топографических изменений или их отсутствие, рассматривается приближение *f*- или β-плоскости, отсутствие или наличие фонового потока, фоновый поток баротропный или бароклинный. Вывести единое дисперсионное соотношение с учетом всех перечисленных выше факторов в общем случае невозможно. В некотором смысле, волны Россби — это образ собирательный. В одних постановках для волн Россби имеется классический доплеровский сдвиг. В других постановках доплеровского сдвига, в чистом виде, нет.

Мы полагаем, что разные авторы часто говорят об одном и том же явлении, используя различную терминологию. Одни (см., например, [22]) говорят о галилеевской неинвариантности, понимая под этим нарушение соотношения (1). Другие, в более ранних работах, например [23, 24], используют термин «псевдо-бета-эффект» или говорят о «недоплеровском эффекте» [25, 26].

Отметим, что исторически, дисперсионные соотношения для волн Россби в разных постановках, которые дают доплеровский и не доплеровский сдвиг, были получены в одномерном случае еще в пионерской работе Россби 1939 г. [5]. Но никто из выше цитируемых авторов этого факта не замечает. Впоследствии, одномерные результаты галилеево-неинвариантного дисперсионного соотношения были обобщены Чарни и Обуховым [27, 28], и это уравнение иногда в литературе называется уравнением Чарни-Обухова.

Принципиально важно отметить, что геофизическая гидродинамика зародилась, как наука об атмосфере, и только потом были сделаны обобщения на случай океана. Исторически развитие шло от Бьеркнеса к Россби, Чарни, Обухову, Педлоски. Основные приближения наиболее лаконично сформулированы в работе Чарни 1948 года: «В поисках необходимого набора принципов ориентируются на опыт синоптиков-метеорологов, обнаруживших, что погода, вызывающая движения свободной атмосферы, может характеризоваться с использованием терминов: квазигидростатический, квазиадиабатический, квазигоризонтальный и квазигеострофический» [27].

Целью данной работы является обзор дисперсионных соотношений волн Россби при наличии фонового потока с акцентом на наличие, либо на отсутствие доплеровской добавки к частоте. При этом постановки и дисперсионные соотношения, излагаемые в данной статье, являются общеизвестными, но по-разному изложенные у разных авторов. Мы приводим имеющиеся в литературе различные подходы и основные аналитические результаты по дисперсионным соотношениям волн Россби в единую систему, излагая их в единой логике с использованием общей терминологии. Для лаконичности изложения мы избегаем повтора выводов хорошо известных дифференциальных уравнений, но даем соответствующие ссылки. При этом мы ограничимся случаем приближения β-плоскости. Дисперсионное соотношение для планетарных волн на сфере (случай сферических координат) в терминах присоединенных функций Лежандра можно найти в монографии [12] и соответствующей библиографии. Из западной литературы одной из важнейших можно назвать работу [29].

2. Стратифицированный океан

2.1. Нелинейная краевая задача

Уравнение квазигеострофической потенциальной завихренности на β- плоскости для стратифицированной несжимаемой жидкости имеет вид (см., например, [8] — уравнение (6.8.11); [7] — уравнение (44.40)):

$$\frac{d_h}{dt}\left[\nabla_h^2\Psi+\left(\frac{1}{S}\Psi_z\right)_z+\beta y\right]=0, \tag{2}$$

где приняты следующие стандартные обозначения:

$$\frac{d_h}{dt}=\left[\frac{\partial}{\partial t}+\frac{\partial\Psi}{\partial x}\frac{\partial}{\partial y}-\frac{\partial\Psi}{\partial y}\frac{\partial}{\partial x}\right],\quad \nabla_h^2=\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}, \tag{3}$$

ψ — давление, $S = N^2/f^2$, N — частота Вяйсяля-Брента, далее считается постоянной, f — удвоенная частота вращения Земли: $f = f_0 + \beta y$, $f_0 = 2\omega\sin\varphi_0$, $\beta = 2\omega\cos\varphi_0/R$, R — радиус Земли. Система координат правая: ось x направлена на восток, ось y — на север, ось z — вверх. Компоненты скорости находятся из соотношений $u=-\dfrac{\Psi_y}{\rho f}$, $v=\dfrac{\Psi_x}{\rho f}$, ρ — плотность воды. Уравнение (2) получается редукцией из уравнений для импульса и сохранения массы в адиабатическом приближении. В этом уравнении не учитываются молекулярная диффузия, трение, теплопроводность, источники тепла и соли. Так как жидкость считается несжимаемой, уравнение сохранение массы распадается на два уравнения — для плотности и скорости. Поле скорости является бездивергентным.

Для нахождения дисперсионного соотношения волн Россби в океане в случае стратифицированной жидкости к нелинейному уравнению завихренности необходимо добавить нелинейные граничные условия на свободной поверхности и дне (см. Приложение, формулы (А3-А5)). Для граничных условий не будут учитываться экмановские слои и ветровая накачка.

Однако, даже несмотря на сделанные предположения о граничных условиях, нелинейные граничные условия на свободной поверхности в стратифицированном океане аналитически не разрешимы. Так как само понятие «свободная поверхность» является следствием решения задачи об отражении ([7], стр. 93), то приходится делать дополнительные упрощающие предположения, такие как линеаризация уравнения завихренности и граничных условий, а также замена верхнего граничного условия на твердую поверхность (предположение о «твердой крышке»).

2.2. Линеаризация уравнения завихренности

На первом этапе предположим, что фоновое течение отсутствует. Тогда, отбрасывая квадратичные слагаемые, приводим уравнение (2) к виду:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left[\nabla_h^2\Psi+\left(\frac{1}{S}\Psi_z\right)_z+\beta\Psi_x\right]=0. \tag{4}$$

Решение для возмущений ищем в виде двойного интеграла Фурье:

$$\Psi(x,y,z,t)=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\tilde{\Psi}(k,l,z,\sigma)\exp\left[i(kx+ly-\sigma t)\right]dk\,d\sigma. \tag{5}$$

Подставляя (5) в (4) получаем уравнение:

$$\frac{1}{S}\tilde{\Psi}_{zz}-\left(\frac{\beta k}{\sigma}+k^2+l^2\right)\tilde{\Psi}=0. \tag{6}$$

Сначала рассмотрим линейные граничные условия на свободной поверхности без учета топографии (см. Приложение, формула (A11)).

$$\begin{aligned}&\tilde{\Psi}_z+\frac{N^2}{g}\tilde{\Psi}=0, \quad z=0,\\&\tilde{\Psi}_z=0, \quad z=-H,\end{aligned} \tag{7}$$

где H — глубина океана, g — ускорение свободного падения. Данная задача является задачей Штурма-Лиувилля. Будем искать решение в следующем виде:

$$\tilde{\Psi}=\cos m(z+H), \quad m^2=-S\left(\frac{\beta k}{\sigma}+k^2+l^2\right). \tag{8}$$

Оно автоматически удовлетворяет уравнению (6) и нижнему граничному условию (7). Подставляя (8) в верхнее граничное условие, получаем следующее уравнение

$$\tan mH=\frac{N^2}{gm}. \tag{9}$$

Важно отметить, что данное уравнение является трансцендентным и не имеет точных аналитических решений. Графический анализ данного уравнения дает следующие приближенные корни:

$$m_0^2\approx\frac{f^2}{gH}, \quad m_n\approx\frac{n\pi}{H}, \quad n=1,2,3,...$$

Окончательно получаем следующее приближенное решение краевой задачи:

$$\sigma_0\approx-\frac{\beta k}{k^2+l^2+F}, \quad F=\frac{f^2}{gH}, \quad \tilde{\Psi}\approx\text{const}. \tag{10}$$

$$\sigma_n\approx-\frac{\beta k}{k^2+l^2+(\pi n/L_r)^2}, \quad L_r=\frac{NH}{f}, \quad n=1,2,3,... \tag{11}$$

где k и l — зональное и меридиональное волновые числа, σ — частота. Первую моду σ_0 называют баротропной волной Россби. Бесконечный счетный набор мод σ_n принято называть бароклинными волнами Россби. Важно отметить, что знака равенства в уравнениях (10) и (11) нет, и вместо точных используются приближенные значения.

Оценки внешнего r_e и внутреннего r_i радиусов деформации: $r_e=F^{-1/2}\approx 2000$ км $r_i=L_r^{-1}\approx 100$ км. (В расчетах приняты оценки $N=2\times10^{-3}$ рад/с, $g=10$ м/с^2, $H=5\times10^3$ м). Эти оценки показывает сильную разнесенность типичных масштабов баротропных и бароклинных волн Россби, что является основанием рассчитывать на их независимое аналитическое изучение.

Собственная функция баротропной моды, принимающая значение 1 на дне, практически не изменяется, достигая поверхности океана: изменение фазы всего 10^{-2}. Поэтому собственная функция приблизительно равна константе. Горизонтальные компоненты скорости в первом порядке не зависят от вертикальной координаты, а возмущения плотности и вертикальной скорости пренебрежимо малы.

В отличие от баротропной, бароклинная мода связана с наличием в среде стратификации. Этим бароклинная мода напоминает обычные внутренние волны в океане, однако имеются и принципиальные отличия. Согласно теории, для заданной фиксированной частоты волн Россби существует конечное множество вертикальных собственных функций, в то время как в реальном бароклинном океане их может и не быть вовсе [18, 19, 30, 31–33]. Баротропный (внешний) и бароклинный (внутренний) радиусы деформации Россби — это характерные пространственные горизонтальные масштабы, которые используются при рассмотрении множества волновых процессов. Когда масштабы волн сравнимы с радиусом деформации, часто используется геострофическое приближение. Если в динамике сплошной среды движение происходит в направлении градиента давления, то во вращающейся системе координат геострофическое движение — это движение перпендикулярно градиенту давления. В этом и состоит главная особенность геострофического приближения.

Возникает вопрос: можно ли получить не приближенное, а точное дисперсионное соотношение волн Россби? Ответ на этот вопрос следующий. Одновременно заменить приближенное выражение на точное равенство в баротропном и бароклинном дисперсионных соотношениях нельзя. Однако, это можно сделать по отдельности. Сначала улучшим бароклинное дисперсионное соотношение. Для этого перейдем к более простым граничным условиям: от свободной поверхности к «твердой крышке». Одновременно добавим в задачу баротропное фоновое зональное течение. А впоследствии (см. раздел 3), наоборот, оставим нелинейную свободную поверхность и топографию, но при этом придется убрать стратификацию.

2.3. Линейное уравнения завихренности на зональном баротропном течении. «Твердая крышка»

Предположим, что на фоне баротропного зонального течения U имеются малые возмущения. Для функции тока в виде

$$\Psi(x,y,z,t) = -Uy + \varepsilon\hat{\Psi}(x,y,z,t), \tag{12}$$

где ε — малый параметр, характеризующей отношение амплитуд возмущений к фоновому течению. Подставив (12) в (2), получаем следующее уравнение в линейном приближении:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + U\frac{\partial}{\partial x}\right)\left[\nabla_h^2\hat{\Psi} + \left(\frac{1}{S}\hat{\Psi}_z\right)_z + \beta\hat{\Psi}_x\right] = 0. \tag{13}$$

Снова ищем решение в волновом представлении

$$\hat{\Psi}(x,y,z,t) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\tilde{\Psi}(k,l,z,\sigma)\exp\left[i(kx + ly - \sigma t)\right]dk\,d\sigma. \tag{14}$$

Подставляя (14) в (13), получаем уравнение

$$\frac{1}{S}\tilde{\Psi}_{zz} - \left(\frac{\beta k}{\sigma - kU} + k^2 + l^2\right)\tilde{\Psi} = 0, \tag{15}$$

с граничными условиями «твердая крышка» (см. Приложение). При добавлении зонального потока линеаризованные граничные условия не изменились:

$$\begin{aligned} &\tilde{\Psi}_z = 0, \quad z = 0, \\ &\tilde{\Psi}_z = 0, \quad z = -H. \end{aligned} \tag{16}$$

Решение, автоматически удовлетворяющее уравнению (15) и нижнему граничному условию (16), имеет вид

$$\tilde{\Psi} = \cos m(z + H), \quad m^2 = -S\left(\frac{\beta k}{\sigma - kU} + k^2 + l^2\right). \tag{17}$$

Подставляя (17) в верхнее граничное условие (16), получаем следующее уравнение на собственные значения:

$$\tan mH = 0. \tag{18}$$

Это уравнение уже имеет точные решения $m_0^2 = 0$, $m_n = \dfrac{n\pi}{H}$, $n = 1, 2, 3, \ldots$ Окончательно получаем следующее точное решение линейной краевой задачи для стратифицированного океана с верхним граничным условием «твердая крышка»:

$$\sigma = -\frac{\beta k}{k^2 + l^2} + kU, \quad \tilde{\Psi} = \text{const}, \tag{19}$$

$$\sigma_n = -\frac{\beta k}{k^2 + l^2 + \left(\dfrac{\pi n}{L_r}\right)^2} + kU, \quad L_r = \frac{NH}{f}, \quad n = 1,2,3,... \tag{20}$$

Первую моду σ назовем бездивергентной волной Россби. Педлоски ([8], стр. 460, формула (6.12.10a)) и Salmon ([9], уравнение (21.23)) называют эту моду баротропной. Для этой моды возмущения плотности и вертикальная скорость строго равны нулю, а горизонтальные скорости не зависят от вертикальной координаты. Моды σ_n называются бароклинными. Эти моды имеют вертикальную структуру и обладают всеми свойствами классической задачи Штурма-Лиувилля (n — количество узлов по вертикали).

Таким образом, в стратифицированном океане в линейной постановке с верхним граничным условием «твердая крышка» дисперсионные соотношения для бароклинных и бездивергентных волн Россби на зональном потоке имеют классическую Доплеровскую добавку. Остается нерешенным вопрос: «твердая крышка» отфильтровывает баротропную моду или трансформирует ее в бездивергентную?

Так как типичные размеры океанских вихрей — это ~150 км, а баротропный радиус Россби r_e ~ 2000 км, то практически отсутствует (крайне мала) разница между баротропной и безивергентной модой для океана в данной постановке.

Заметим, что непосредственной проверкой можно убедиться, что если в решении типа «плоская волна на течении» (12) не делать предположения о малости ε, а считать это неким амплитудным параметром, тогда решение (12) будет точным решением нелинейного уравнения завихренности (2) с нелинейными граничными условиями в виде «твердой крышки». Заметим, что в работе [34] показано, что вихри могут дрейфовать на запад со скоростью, аналогичной фазовой скорости линейных волн Россби.

Для анализа баротропной моды нужно отфильтровать бароклинные (внутренние) моды, источником которых является стратификация. На первом этапе мы не рассматриваем стратификацию и переходим к модели однородного по плотности океана.

3. Океан однородной плотности. «Мелкая вода»

Для однородного по плотности океана удается перейти к квазидвумерной задаче. Принципиально важным является следующий момент. Полные нелинейные граничные условия будут проинтегрированы и включены в само дифференциальное уравнение. Этот факт сильно упрощает математический анализ.

3.1. Интегрирование по вертикали

В однородном по плотности океане уравнение гидростатики сразу интегрируется с использованием динамического граничного условия для давления на верхней свободной поверхности: $p = -\rho g\left[\eta(x,y,t) - z\right]$, откуда следует, что горизонтальные градиенты давления не зависят от вертикальной координаты z. Из уравнений для импульса также следует, что горизонтальные компоненты скорости не зависят от вертикальной переменной ζ: $u = u(x, y, t)$, $v = v(x, y, t)$ и, следовательно, уравнение для дивергенции скорости можно проинтегрировать по вертикальной координате в явном виде:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \quad \leftarrow \quad \int\limits_{-H(x,y)}^{\eta(x,y,t)} dz. \tag{21}$$

В итоге получим

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\left[u\left(H + \eta\right)\right] + \frac{\partial}{\partial y}\left[v\left(H + \eta\right)\right] = 0, \tag{22}$$

где $H = H$ (x, y) — глубина океана, $\eta(x, y, t)$ — возмущение свободной поверхности. Таким образом, в теории «мелкой воды» производные по вертикальной переменной уходят вместе с автоматическим выполнением нелинейных граничных кинематических и динамических условий.

В стратифицированном океане граничные условия — это основная проблема, в нелинейной постановке (кроме «твердой крышки»), практически не разрешимая. В нестратифицированном океане этот вопрос снимается поразительно легко. Далее, стандартной процедурой, которая изложена во многих монографиях (см., например, [7–10]), нахождения ротора от уравнений импульса для горизонтальных координат получается нелинейное уравнение сохранения интегральной (баротропной) потенциальной завихренности

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\zeta+f}{H+\eta}\right)=0,\quad \zeta=v_x-u_y,\quad \frac{d}{dt}=\frac{\partial}{\partial t}+u\frac{\partial}{\partial x}+v\frac{\partial}{\partial y}. \tag{23}$$

Если решение искать в виде плоских волн (аналогичный результат получается и в случае стратифицированного океана), тогда для собственных значений получается кубическое уравнение, которое всегда имеет действительные корни. Однако точных выражений для этих корней нет. Уравнение не раскладывается на множители. Ситуация напоминает баротропную и бароклинную моду. Можно снова прибегнуть к графическому анализу и получить следующий приближенный результат. Здесь бы хотелось подчеркнуть, что нет никакого четкого разделения, про которое пишет Педлоски [8]. В данном случае имеются две высокочастотные ($\sigma > f$) гравитационные волны, дисперсионное соотношение которых имеет вид $\sigma=\pm\left[f^2+gH\left(k^2+l^2\right)\right]^{1/2}$, их называют волнами Пуанкаре (иногда под волнами Пуанкаре понимают частный случай при наличии горизонтальных границ). И третий корень — это низкочастотная мода, с частотой меньше инерционной частоты ($\sigma < f$) — волна Россби. Поэтому, заранее зная ответ, можно изначально сделать дополнительное упрощающее предположение о том, что интересующие нас решения являются низкочастотными. Этот низкочастотный фильтр при условии «твердой крышки» позволяет ввести массовую функцию тока, которую иногда называют функцией потока. Чарни [27] называл эту процедуру «filter out the noise» (отфильтровать шум).

3.2. «Мелкая вода» в приближении «твердой крышки». Топографические волны Россби на течении в океане

Низкочастотный фильтр, предположение что $\sigma << f$, приводит к появлению термина «квазигеострофика». Следуя [7], для океана в уравнении (23) вторым из двух слагаемых в сумме ($H + \eta$) можно пренебречь и перейти к аппроксимации «твердая крышка» ($\eta = 0$). Тогда при асимптотическом построении решения для величин первого порядка предполагается выполнение геострофических соотношений

$$H(x,y)u(x,y,t)=-\Psi_y(x,y,t),\quad H(x,y)v(x,y,t)=\Psi_x(x,y,t). \tag{24}$$

Тогда для волновых возмущений вида

$$\Psi(x,y,t)=\Psi(y)\exp ik(x-ct) \tag{25}$$

уравнение баротропной потенциальной завихренности, линеаризованное на фоне зонального потока, для топографии, имеющей меридиональное направление изменчивости, в приближении «твердой крышки» имеет вид ([7], формула (45.6)):

$$(U-c)\left[\left(\frac{\Psi_y}{H}\right)_y-\frac{k^2}{H}\Psi\right]+\left(\frac{f}{H}\right)_y\Psi=0. \tag{26}$$

Второе слагаемое можно преобразовать в виде, так называемого, эффективного β:

$$\beta^*=\beta-\frac{f\,H_y}{H}. \tag{27}$$

Нетрудно заметить, что отношение четвертого слагаемого в формуле (27) к третьему есть число Кибеля-Россби Ro = U/fL [17, 35, 36]. Далее, стандартной заменой переменных $\tilde{\Psi}(y)=\sqrt{H(y)}\Psi(y)$ в уравнении (26) можно исключить первую производную. Для простоты изложения примем экспоненциальный профиль топографии. Самый удобный и наиболее часто используемый в топографических моделях океана — экспоненциальный профиль топографии шельфа-материкового склона $H(y)=H_0\exp(-\alpha y)$, тогда для $\Psi\sim\exp(ily)$ получим явное дисперсионное соотношение

$$\sigma=-\frac{(\beta+\alpha f)k}{k^2+l^2+\frac{1}{4}\alpha^2}+kU. \tag{28}$$

Отметим следующие факты: 1) топография входит как в числитель (эффективное β), так и в знаменатель; 2) «твердая крышка» снова устранила баротропный радиус Россби в знаменателе; 3) при стремлении изменения топографии к нулю ($\alpha \to 0$) дисперсионное соотношение (28) переходит в дисперсионное соотношение для бездивергентных волн Россби (19); 4) и, самое главное, скорость фонового потока входит только через Доплеровскую добавку.

Проявления топографических волн Россби крайне разнообразны, что обуславливает необходимость различных подходов при их анализе. Имеются топографические шельфовые волны, внутренние шельфовые волны, желобовые волны, волны Кельвина и двойные волны Кельвина как предельные случаи [37–39]. В эффективном бета (β^*) топография сравнивается с β-параметром при уклонах донной топографии порядка 10^{-3}. Вдоль континентальных склонов и особенно в океанских желобах превалирует топографическая составляющая β^*.

Таким образом, в модели однородного по плотности океана в приближении «твердой крышки» топография присутствует, как в числителе, так и знаменателе дисперсионного соотношения, а скорость течения учитывается через классический Доплеровский сдвиг.

3.3. «Мелкая вода» в приближении свободной поверхности. Случай атмосферы

Впервые учет отклонения свободной поверхности для атмосферы был проанализирован в работе Россби в 1939 г. [5]. В приближении свободной поверхности функция тока вводится следующим образом:

$$\Psi\left(x,y,t\right)=\frac{g\eta}{f_0}. \tag{29}$$

(сравните с (24)). При этом поле скорости: $u = -\Psi_y$, $v = \Psi_x$. Далее, предполагается, что существует некая средняя глубина H_0 и есть одновременно изменения топографии $h = H_0 - H$ и свободной поверхности η, которые много меньше средней глубины: $\eta << H_0,\;\; h << H_0$ и имеют один порядок малости. Далее, выражение для интегральной потенциальной завихренности в приближении геострофики раскладывается в ряд Тейлора с точностью до первых слагаемых:

$$\frac{\xi+f}{H+\eta}=\frac{f_0}{H_0}\frac{1+\dfrac{\beta y}{f_0}+\dfrac{\Delta\Psi}{f_0}+\ldots}{1+\dfrac{f_0\Psi}{gH_0}-\dfrac{h}{H_0}+\ldots}\approx\frac{f_0}{H_0}\left(1+\frac{\beta y}{f_0}+\frac{\Delta\Psi}{f_0}-\frac{f_0\Psi}{gH_0}+\frac{h}{H_0}\right). \tag{30}$$

Вопрос с последним слагаемым (с топографией) не совсем понятный, обсуждение его с применением более полного анализа методом масштабов можно найти в монографиях [8, 9]. Педлоски [8] утверждает, что топография может быть произвольная, однако Salmon [9] считает, что даже в приближении малости топографии возникают серьезные проблемы с законами сохранения. Добавим, что если дополнительно учесть и уравнение неразрывности в интегральной форме (22), то появляется еще больше вопросов, чем ответов. Мы склоняемся к точке зрения Salmon [9]. К этому вопросу мы вернемся ниже при анализе линейной постановки.

Уравнение квазигеострофической потенциальной завихренности в теории «мелкой воды» на β-плоскости в отсутствие топографии со свободной поверхностью имеет вид

$$\frac{d_h}{dt}\left[\nabla_h^2\Psi-F\Psi+\beta y\right]=0, \tag{31}$$

где сохраняются принятые обозначения (см. (10)). Уравнение (31) также называют уравнением Обухова-Чарни.

По аналогии с стратифицированным океаном (12) будем искать решение в виде суммы фонового зонального течения и плоской волны Россби:

$$\Psi\left(x,y,t\right)=-Uy+A\hat{\Psi}\left(x,y,t\right),\quad \hat{\Psi}\left(x,y,t\right)=\cos(kx+ly-\omega t). \tag{32}$$

Предположения о малости волн нет, A — произвольный амплитудный параметр, ω — частота. Подставляя (32) в (31) после несложных вычислений ([8], п. 3.18), получаем следующее дисперсионное соотношение:

$$\omega=\frac{k\left[U\left(k^2+l^2\right)-\beta\right]}{k^2+l^2+F}=-\frac{\beta k}{k^2+l^2+F}+kU-\frac{kFU}{k^2+l^2+F}. \tag{33}$$

Данное дисперсионное соотношение имеет, помимо классической Доплеровской добавки к частоте kU, еще одно слагаемое $\frac{kFU}{k^2+l^2+F}$. Нетрудно видеть, что в длинноволновом приближении $k^2 + l^2 \to 0$ два последних слагаемых в формуле (33) сокращаются, и мы получаем следующий, часто цитируемый результат: длинные волны Россби в длинноволновом пределе в модели «мелкой воды» не «чувствуют» течения. В одномерном случае данное дисперсионное соотношение впервые получил Россби в 1939 [5]. Важно отметить, что это свойство относится только к модели «мелкой воды» и неверно для случая непрерывно стратифицированного океана.

Предположение, что жидкость не является стратифицированной, дает неожиданно сильный прогресс в математическом анализе уравнений. Краевые условия на удивление легко интегрировались в дифференциальное уравнение, при этом сами уравнения вместо трехмерных стали еще и двумерными, и все проблемы с верхним граничным условием исчезли. Однако, с физической точки зрения предположение об однородности океана слишком сильно выхолащивает задачу. Поэтому в дальнейшем мы попытаемся вернуть стратификацию и введем бароклинность течения для улучшения физической адекватности постановки. Обобщение задачи на два слоя жидкости с различной однородной плотностью будет рассмотрено в следующем разделе. Отметим, что помимо многослойных моделей существуют и многоуровневые модели [9].

3.4. Приближение «мелкой воды» при наличии свободной поверхности и топографии на β-плоскости. Линейная постановка. Случай океана

Линеаризованные уравнения «мелкой воды» для вращающейся жидкости на фоне однородного течения в направлении x-координаты $\vec{U} = (U,0,0)$ и одномерной топографии, изменяющейся в y-направлении $H(y)$, имеют вид:

$$u_t + Uu_x - fv = -g\eta_x, \tag{34}$$

$$v_t + Uv_x + fu = -g\eta_y, \tag{35}$$

$$(Hu)_x + (Hv)_y + \eta_t + U\eta_x = 0. \tag{36}$$

Течение стационарно во времени и однородно в зональном (продольном) направлении. Решение можно искать в виде интеграла Фурье. Полагаем:

$$u,v,\eta \sim \exp i(kx - \omega t). \tag{37}$$

Тогда уравнения (34), (35), (36) примут вид:

$$i(kU - \omega)u - fv = -gik\eta, \tag{38}$$

$$i(kU - \omega)v + fu = -g\eta_y, \tag{39}$$

$$ikHu + (Hv)_y + i(kU - \omega)\eta = 0. \tag{40}$$

Система уравнений галилеево-инвариантна. И это крайне важный момент.

Несложными преобразованиями из (38) и (39) получаем:

$$\left[f^2 - (kU-\omega)^2\right]u = g\left[k(kU-\omega)\eta - f\eta_y\right], \tag{41}$$

$$\left[f^2 - (kU-\omega)^2\right]v = ig\left[fk\eta - (kU-\omega)\eta_y\right]. \tag{42}$$

Введем обозначение $\omega_d = kU - \omega$. Сначала проанализируем попарно влияние трех факторов: свободная поверхность, топография и β-параметр.

3.4.1. Приближение f-плоскости

Полагаем $f = \text{const}$, учитываются также изменения топографии и свободной поверхности. Подставляя (41) и (42) в (40), получаем обобщенное уравнение топографических волн Россби на «мелкой воде» (свободная поверхность, баротропный случай) при постоянном течении:

$$(H\eta_y)_y + \left(\frac{\omega_d^2 - f^2}{g} - Hk^2 + \frac{fk}{\omega_d}H_y\right)\eta = 0. \tag{43}$$

Далее заменой переменных $\eta(y) = H^{-1/2}(y)s(y)$ уравнение (43) приводится к виду [40]:

$$s_{yy} + \left(\frac{\omega_d^2 - f^2}{gH} - k^2 + \frac{kf}{\omega_d} \frac{H_y}{H} - \frac{1}{2\sqrt{H}} \left(\frac{H_y}{\sqrt{H}} \right)_y \right) s = 0. \tag{44}$$

Важно отметить, что даже в низкочастотном приближении, полагая ($\omega < f$) и принимая экспоненциальный профиль топографии $H = H_0 \exp(2by)$, получаем уравнение (44) в виде:

$$s_{yy} + \left(\frac{2kbf}{\omega_d} + \frac{\omega_d^2 - f^2}{gH(y)} - k^2 - b^2 \right) s = 0. \tag{45}$$

В приближении свободной поверхности оно не является уравнением с постоянными коэффициентами, и, как следствие, нельзя искать решение в виде $s \sim \exp(ily)$ и получить дисперсионное соотношение вида

$$\omega = \frac{2kbf}{k^2 + l^2 + b^2 + \dfrac{f^2}{gH(y)}} + kU. \tag{46}$$

Причина в наличии верхней свободной поверхности, которая в совокупности с топографией не дает возможности получить дисперсионное соотношение. Нужны или некие оправдания, почему в знаменателе стоит функция от поперечной координаты, или нужно избавиться от этой зависимости. В работе [40] вместо переменной топографии берется некая средняя глубина по склону — полусумма в верхней и нижней точке:

$$H(y) \to \frac{H_1 + H_2}{2}. \tag{47}$$

На наш взгляд — это слишком радикальное приближение. Однако данное приближение является востребованным, и активно цитируется в современных исследованиях по северным морям.

3.4.2. Приближение β*-плоскости и свободной поверхности без топографии*

Теперь предположим, что топография, наоборот, не изменяется ($H = H_0 = \mathrm{const}$), однако учитывается меридиональное изменение параметра f. Примем приближение β-плоскости, полагая $f = f_0 + \beta y$; в дальнейшем опускаем нижний индекс у частоты f. Подставляя (41), (42) в (40), имеем

$$\eta_{yy} - \left(\frac{f^2}{gH_0} + k^2 + \frac{\beta k}{\omega_d} \right) \eta = 0. \tag{48}$$

В итоге получаем точное дисперсионное соотношение для баротропных волн Россби с учетом свободной поверхности на течении:

$$\omega = -\frac{\beta k}{k^2 + l^2 + \dfrac{f^2}{gH_0}} + kU. \tag{49}$$

3.4.3. Приближение β*-плоскости с учетом изменений свободной поверхности и топографии*

Совместный учет влияния β, изменений топографии и свободной поверхности приводит к следующему уравнению:

$$\left(H\eta_y\right)_y + \left(\frac{\omega_d^2 - f^2}{g} - Hk^2 + \frac{fk}{\omega_d} H_y + \frac{\beta H}{\omega_d} \left[k - \frac{2f^2 k}{f^2 - \omega_d^2} \right] \right) \eta - \frac{2f\beta H}{f^2 - \omega_d^2} \eta_y = 0. \tag{50}$$

В низкочастотном приближении на β-плоскости с учетом топографии и свободной верхней поверхности получаем:

$$\left(H\eta_y\right)_y + H\left(-\frac{f^2}{gH} - k^2 + \frac{k}{\omega_d} \left[\beta - f\frac{H_y}{H} \right] \right) \eta = 0. \tag{51}$$

Следовательно, свободная поверхность сильно затрудняет получение точного дисперсионного соотношения при наличии совместного учета сразу нескольких параметров, например, изменений топографии и β-параметра. Но отбрасывание свободной поверхности сильно усложняет вопрос с предельным переходом в длинноволновом пределе для двойных волн Кельвина. Поэтому учет свободной поверхности — это, скорее, мера вынужденная, как с практической точки зрения, так и с теоретической.

4. Двухслойная модель Филлипса

4.1. Основные уравнения

Одной из моделей, описывающей бароклинные стратифицированные стационарные течения в отсутствии трения и топографии, является двухслойная модель Филлипса, которая описывается следующими уравнениями (см. [8], п. 7.9):

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}+\frac{\partial\Psi_n}{\partial x}\frac{\partial}{\partial y}-\frac{\partial\Psi_n}{\partial y}\frac{\partial}{\partial x}\right)\left[\Delta\Psi_n-F_n(-1)^n(\Psi_2-\Psi_1)+\beta y\right]=0, \qquad (52)$$

где $n = 1$ — верхний слой, $n = 2$ — нижний, Δ — двумерный оператор Лапласа. Двухслойная модель с учетом топографии рассмотрена в работах [9 (раздел 21), 41–43]. Результаты по нелинейной двухслойной модели можно найти в работе [44] и имеющейся там библиографии. Обозначим:

$$F_1=\frac{f^2}{g\left(\frac{\delta\rho}{\rho}\right)D_1},\quad F_2=\frac{f^2}{g\left(\frac{\delta\rho}{\rho}\right)D_2},\quad \frac{\delta\rho}{\rho}=\frac{\rho_2-\rho_1}{\rho},\quad \rho_2>\rho_1, \qquad (53)$$

где ρ_1 и ρ_2 — плотность в верхнем и нижнем слоях, соответственно, ρ_0 — средняя плотность воды. Рассматриваются пространственные горизонтальные масштабы много меньше внешнего радиуса деформации Россби (~2000км). Поэтому не учитываются колебания свободной поверхности и, как следствие, принимается приближение верхней «твердой крышки». Тогда единственным источником бароклинных возмущений является внутренняя граница раздела между слоями. Для океана такая граница раздела принимается, как правило, за положение нижней границы термоклина.

В двухслойной модели плотность в каждом слое постоянна и присутствует постоянное зональное течение, которое также постоянно в пределах каждого слоя. Если скорости в разных слоях не совпадают, тогда имеется наклон поверхности раздела. Данный факт приводит к вынужденному предположению наличия твердых стенок по поперечной координате $y=\pm L_0$. Граничные условия непротекания приводят к квантованию поперечного волнового числа l. В результате получается $l = l_j = (j + 1/2)\,\pi/L_0$, $j = 1, 2, ...$

Решение линеаризованных уравнений (52) ищется в следующем виде

$$\Psi_n(x,y,z,t)=-U_n y+\varepsilon A_n\cos(l_j y)\cos\left[k(x-ct)\right]. \qquad (54)$$

Модель Филлипса — это линейная модель; здесь принимается предположение о малости волн: $\varepsilon << 1$. В результате получаются два собственных значения для фазовой скорости (более полные выкладки можно найти в монографии ([8], пп. 7.9–7.10):

$$c_{1,2}=U_2+\frac{U_sK^2\left(K^2+2F_2\right)-\beta\left(2K^2+F_1+F_2\right)}{2K^2\left(K^2+F_1+F_2\right)}\pm$$
$$\pm\frac{\left[\beta^2\left(F_1+F_2\right)^2+2\beta U_sK^4\left(F_1-F_2\right)-K^4U_s^2\left(4F_1F_2-K^4\right)\right]^{1/2}}{2K^2\left(K^2+F_1+F_2\right)}, \qquad (55)$$

где $K^2=k^2+l_j^2$, $U_s = U_1 - U_2$. Соотношение для амплитуд волн в разных слоях находятся из соотношений (см. [8], п. 7.11)

$$A_1\left[(c-U_1)\left(K^2+F_1\right)+\beta+F_1U_s\right]-A_2(c-U_1)F_1=0, \qquad (56)$$

$$A_2\left[(c-U_2)\left(K^2+F_2\right)+\beta-F_2U_s\right]-A_1(c-U_2)F_2=0. \qquad (57)$$

(Отметим, что в монографии [8] в формуле (7.11.23) опечатка).

В отсутствие сдвига скорости фонового течения между слоями получаем следующие дисперсионные соотношения для бездивергентной (знак «+» в формуле (55)) и бароклинной моды (знак «–» в формуле (55)):

$$\sigma = -\frac{\beta k}{k^2 + l_j^2} + kU, \quad A_1 = A_2, \tag{58}$$

$$\sigma_1 = -\frac{\beta k}{k^2 + l_j^2 + F_1 + F_2} + kU, \quad A_1 / A_2 = -F_1 / F_2 = -D_2 / D_1; \tag{59}$$

(58) — это дисперсионное соотношение для бездивергентной моды, что косвенно говорит о том, что для верхнего слоя используется приближение «твердой крышки»; (59) — это дисперсионное соотношение для бароклинной моды. Внутренний радиус деформации имеет вид:

$$r_i = \frac{1}{\sqrt{F_1 + F_2}} = \frac{\sqrt{g\left(\frac{\delta\rho}{\rho}\right)}}{f}\sqrt{\frac{H_1 H_2}{H_1 + H_2}}. \tag{60}$$

Если принять следующие параметры двуслойной модели океана: $H_1 = 500$ м, $H_2 = 3000$ м, $\frac{\delta\rho}{\rho} = 2 \times 10^{-3}$, получим оценку внутреннего радиуса деформации r_i =40 км [9].

Таким образом, в отсутствии сдвига скорости по вертикали фонового потока (баротропное течение) дисперсионное соотношение в двухслойной модели Филлипса имеет классическую Доплеровскую добавку к частоте.

Изначально, модель Филлипса появилась как модель для изучения неустойчивости. Так как в выражении для фазовой скорости (55) имеется квадратный корень, то в случае отрицательного подкоренного выражения собственное значение (фазовая скорость) становится комплексным. Однако кривая нейтральной устойчивости показывает, что при небольших сдвигах скорости собственные моды остаются строго вещественны. Есть типичная для волн Россби асимметрия величины сдвига от направления сдвига скорости (восточное, западное течение). Минимальные сдвиги скорости фонового потока, когда появляются неустойчивости, определяются величинами $U_{c+} = \beta / F_2$, $U_{c-} = \beta / F_1$. (Более подробно см. [8], п. 7.11; [45]).

Двухслойную модель можно использовать, как предельный переход к другой модели. Изначально, идею такой модели, которая называется «полуторная» или «модель с редуцированной гравитацией», высказал Россби в 1938 г. [46].

4.2. Предельный переход. Бесконечно глубокий легкий верхний слой. Атмосфера

Сделаем небольшое примечание. Возможно, чтобы модель «мелкой воды» оставалась таковой, при увеличении толщины верхнего слоя нужно одновременно увеличивать и ширину канала по оси y: $L_0 \to \infty$. Тогда, возможно, $K^2 \to k^2$, а уравнение уже будет не двумерным, а одномерным, как в оригинальной работе Россби [5]. Однако, согласно [13], во вращающейся системе координат модель «мелкой воды» работает и без предположения о малости отношения вертикального масштаба к горизонтальному. В других монографиях по геофизической гидродинамике про предельный переход ничего не говорится.

Для атмосферы $D_1 \to \infty$, $\delta\rho \to \infty\ \rho$, $F_1 \to 0$ предельный переход дает следующий результат:

$$c_3 = -\frac{\beta}{K^2} + U_1 = -\frac{\beta - U_s K^2}{K^2} + U_2. \tag{61}$$

Связь амплитуд задается следующим соотношением:

$$A_1 F_2\left(U_s K^2 - \beta\right) = A_2\left(U_s K^4 - \beta F_2\right), \tag{62}$$

c_3 — это модифицированная (предельная) баротропная мода;

$$c_4 = -\frac{\beta - U_s F_2}{K^2 + F_2} + U_2 = -\frac{\beta + U_s K^2}{K^2 + F_2} + U_1, \quad \frac{A_1}{A_2} \to 0. \tag{63}$$

c_4 — это модифицированная (предельная) бароклинная мода.

Так как амплитуда в верхнем слое стремится к нулю, то из уравнения для нижнего слоя мы снова получаем уравнение (31). Верхним слоем является стратосфера, где плотность воздуха пренебрежимо мала и, как следствие, редуцированная гравитация становится просто гравитацией, $F_2 \to F$, где F — баротропный радиус Россби. Если положить скорость потока в верхнем слое равной нулю ($U_1 = 0$), тогда из (63) получим дисперсионное соотношение (33).

Двухслойная модель для атмосферы применяется для тропосферы средних широт с верхней «твердой крышкой», соответствующей тропопаузе.

4.3. Предельный переход. Бесконечно глубокий тяжелый нижний слой. Океан

Рассмотрим случай бесконечно глубокого океана: $D_2 \to \infty$. Следовательно, предельный переход при $F_1 \to 0$, $F_1 = f^2/g(\delta\rho/\rho)D_1$.

$$c_5 = -\frac{\beta - U_s K^2}{K^2 + F_1} + U_2 = -\frac{\beta + U_s F_1}{K^2 + F_1} + U_1, \quad \frac{A_2}{A_1} \to 0. \tag{64}$$

c_5 — это модифицированная (предельная) баротропная мода. Данный результат имеет и практическое применение в океане и называется «псевдо-β-эффектом» [25, 26]. В двухслойной модели возникает наклон границы раздела плотностей. В длинноволновом пределе из формулы (64) при условии равенства нулю скорости фонового потока в верхнем слое ($U_1 = 0$) получаем следующее дисперсионное соотношение:

$$c_{51} = -\frac{\beta}{F_1} + U_2. \tag{65}$$

Такое аномальное дисперсионное соотношение, когда фазовая скорость в верхнем слое определяется через скорость потока в нижнем слое, используется, например, в работе [47] для объяснения аномального распространения океанических вихрей на северо-восток (в верхнем неподвижном слое волна движется не на запад, а на северо-восток, возможно, благодаря донному течению, направленному на северо-восток). Можно увидеть, что при предельном переходе для бесконечно глубокого океана с неподвижным нижним слоем снова получается уравнение (31) и дисперсионное соотношение (33), но уже с редуцированной гравитацией [22].

Отметим, что некоторые авторы, опираясь на то, что баротропный радиус Россби для океана — это тысячи километров, ставят под сомнение применимость в данном случае уравнений «мелкой воды» (Обухова-Чарни) для океана [13]. Однако за счет редукции гравитации данная модель может применяться и для океана.

Второй корень дает следующую асимптотику:

$$c_6 = -\frac{\beta}{K^2} + U_2 = -\frac{\beta + U_s K^2}{K^2} + U_1. \tag{66}$$

Отношение амплитуд

$$A_2 F_1\left(U_s K^2 + \beta\right) = A_1\left(U_s K^4 + \beta F_1\right). \tag{67}$$

c_6 — это модифицированная (предельная) баротропная мода.

5. Верификация дисперсионных соотношений в океане

С развитием методов дистанционного зондирования Земли и альтиметрических наблюдений [48] появились и работы по верификации существующих теоретических результатов. Первоначально скорость волн Россби оценивалась по длинноволновому приближению с помощью спектрального или вейвлет-анализа [49]. Результаты теории и альтиметрические наблюдения высоты поверхности моря для фазовой скорости расходились иногда в два раза. Альтиметрия давала завышенные оценки. При этом линейная теория работала лучше в низких широтах и хуже в высоких широтах. В дальнейшем научным сообществом предпринимались различные попытки уменьшить это расхождение. В качестве факторов, способных сблизить результаты, принимался учет изменений топографии и бароклинности фоновых течений. Однако идея того, что волны Россби зарождаются на восточном побережье и затем, вследствие вращения Земли, двигаются на запад, пересекая океан, оказалась нерабочей. Решения уравнений Ньютона (геометрическая оптика, расчеты трассировки лучей по наблюдаемой гидрографии) не соответствовали этой гипотезе, т. е. волны не пересекают океан. Как следствие, появился новый подход, называемый «локальным приближением», смысл которого заключается в том, Мировой океан разбивается на квадраты со стороной в 1° (ячейки), и скорость волн Россби определяется в каждой локальной точке (квадрате) численно, как решение вертикальной задачи на собственные значения. При этом, естественно, предполагается плавная зависимость от горизонтальных координат. Отметим, что такой подход является новым. Его появление стало возможным благодаря развитию компьютерных технологий, способствующих развитию гидродинамических моделей океана. С другой стороны, прогресс в области дистанционного зондирования Земли, в частности, спутниковой альтиметрии, развитие новых методов исследования океана — системы дрейфующих буев и профилирующих буев Argo, применение глайдеров и т. д., позволяет сегодня не только осуществлять мониторинг океана в режиме реального времени, но и ассимилировать данные измерений в гидродинамических моделях и создавать различные продукты для исследования океана.

Но тогда возникает вопрос: если не брать за основу длинноволновое приближение, то какое волновое число брать для расчета фазовой скорости? Ответ может показаться неожиданным. Фактически решается обратная задача, которую можно сформулировать так: какое должно быть волновое число для оптимального соответствия фазовой скорости, получаемой из линейной теории для первой бароклинной моды, и оценок фазовой скорости по альтиметрии? Этот подход также является новым, получившим развитие в последние годы. Для лучшего знакомства с этим вопросом мы рекомендуем работы [50–54].

Отметим самый важный недостаток изложенной в них теории. Во всех аналитических результатах делается предположение не только о стационарности, но самое главное, о плоско-параллельности течений, в то время как в реальном океане течения — это гораздо более сложные структуры, имеющие как зональную, так и меридиональную компоненты скорости, являющиеся независимыми функциями глубины. Как правило, поверхностные течения ослабевают уже на глубине порядка километра. В этом плане теория «мелкой воды» с редуцированной гравитацией кажется выходом из положения. Однако, множество последних исследований по динамике мезомасштабных вихрей показывает, что в действительности динамический сигнал вихрей прослеживается на гораздо больших глубинах, что не соответствует идее двухслойной модели с бесконечно глубоким тяжелым нижним слоем.

6. Заключение

Основная причина галилеевской неинвариантности дисперсионного соотношения волн Россби хорошо видна в двухслойной модели, где имеется наклон пикноклина из-за вертикального сдвига скорости между верхним и нижним слоями против градиента планетарной завихренности, который часто называется псевдо-β-эффектом [25, 26]. Однако, мы обращаем внимание на тот факт, что строгого дисперсионного соотношения для галилеево-неинвариантного дисперсионного соотношения нет. Всегда добавляются некие не совсем строгие предположения и допущения, такие как формальное существование вертикальных границ или зависимость баротропного радиуса от переменной поперечной координаты. Другие выводы дисперсионного соотношения с недоплеровским сдвигом содержат также некие асимптотические разложения, сопровождаемые анализом теории размерностей.

Если переписать галилеево-неинвариантное дисперсионное соотношение (33) в следующей форме:

$$\omega = -\frac{\left(\beta + FU\right)k}{k^2 + l^2 + F} + kU, \tag{68}$$

то может возникнуть желание получить этот результат простым способом через эффективное топографическое β^*, см. формулу (27). Далее, следуя работам Незлина [55] и Хелда [23], предположим, что течение является чисто топографическим и выполняется следующее соотношение:

$$g\frac{\partial H}{\partial y} = -fU. \tag{69}$$

Подставляя (69) в (68) и, следуя Незлину [55], прибавляя доплеровскую добавку, получаем следующее дисперсионное соотношение:

$$\sigma = -\frac{\left(\beta + \frac{f^2}{gH}U\right)k}{k^2 + l^2 + \frac{f^2}{gH}} + kU. \tag{70}$$

В таком случае, возникает следующий вопрос: в соотношении (69) справа стоит константа, а слева — первая производная по меридиональной координате. Значит, топография должна быть линейной функцией от меридиональной координаты $H = H(y)$. А так как это H стоит в знаменателе выражения $F = \dfrac{f^2}{gH}$, следовательно, дисперсионное соотношение (70) не совсем «законное», так как содержит неявную функциональную зависимость от поперечной координаты. Как же выйти из положения и попробовать исправить ситуацию?

Как правило, здесь говорят о том, что в функции, описывающей топографию, есть некая большая константа и более малая переменная часть $H = H_0 + \varepsilon h(y)$. Далее, переписывая это соотношение как $H = H_0\left(1 + \varepsilon h(y) / H_0\right)$ и разлагая в ряд Тейлора, получаем, что первые слагаемые будут константы. И тогда мы имеем некое оправдание данного дисперсионного соотношения (70). Получается нечто, напоминающее приближение Буссинеска: когда видим плотность (топографию), тогда это константа. А если она дифференцируется, то это переменная. Таким образом, в соотношении (69) $H = H(y)$, а в соотношении (70) $H = \text{const}$. Этот вывод обнажает все неточности и приближенность результата, который прячется за методом масштабов и неких асимптотических разложений.

В заключении приведем следующую цитату из книги Salmon (1998): «Возможно, лучшее, что мы можем сказать о масштабном анализе, это то, что он заставляет нас последовательно навязывать свои предубеждения» [9]. Поэтому читатель должен понимать, что все эти уравнения в некотором смысле основываются *на вере* (фраза из монографии [8]).

Основной момент, который мы еще раз хотим подчеркнуть: известное утверждение, что длинные волны Россби не «чувствуют» течения — это справедливо для модели «мелкой воды» и является следствием галилеевской неинвариантности дисперсионного соотношения. Галилеевская неинвариантность работы [22], по-видимому, была известна еще 50 лет назад и называлась «недоплеровский эффект» [23, 24, 56, 32, 33, 57, 58]. Данные исследования показали, что никакого взаимодействия волн Россби и крупномасштабного течения не происходит, если средний поток имеет форму первой невозмущенной моды (эффект недоплеровского сдвига).

Причина, вызывающая недоплеровский эффект, по-видимому, была первым предложена в работе [24], и она состоит в бароклинности течения — зависимости поля скорости от вертикальной координаты. Это объяснение вполне резонно и хорошо согласуется с другими известными работами ([59, 60], уравнение (3.77)), где найдены явные дисперсионные соотношения волн на сдвиговых по вертикали течениях не обладающие галилеевской инвариантностью. Важно отметить, что данный краткий обзор посвящен эволюции волн Россби на течении. Динамику локализованных вихрей на течении можно найти в замечательном обзоре [61].

ПРИЛОЖЕНИЕ. Граничные условия

П1. *Нелинейные граничные условия в общей постановке*

На верхней границе, в отсутствие экмановских слоев и касательного напряжения ветра, принимается непрерывность давления и смещений. Центральным моментом при постановке верхнего граничного условия в океане является постулирование существования некой *возмущенной* поверхности моря, которая описывается функциональной зависимостью $z = \eta(x, y, t)$ и является достаточно гладкой (т. е. существуют хотя бы первые производные).

Динамическое граничное условие имеет следующий вид

$$p_0 = p_a,\ z = \eta, \tag{A1}$$

где p_a — атмосферное давление, которое считается постоянным, p_0 — давление в океане. Соотношение (A1) можно переписать в следующем виде:

$$p_s + p(x, y, \eta, t) = p_a, \tag{A2}$$

где p_s — гидростатическое давление, $p(x, y, \eta, t)$ — возмущение давления.

Кинематическое условие имеет следующий вид:

$$\frac{D}{Dt}\left(z - \eta\right) = 0, \quad z = \eta. \tag{A3}$$

Отметим, что условие непрерывности смещений (A3) является нелинейным. Далее, принимая во внимание что $\dfrac{Dz}{Dt} = w$ (кинематическое соотношение), где w — вертикальная компонента скорости, перепишем (A3) в развернутом виде:

$$w\left(x, y, \eta, t\right) = \eta_t + u\eta_x + v\eta_y. \tag{A4}$$

Нижнее граничное условие имеет вид

$$w = uh_x + vh_y, \quad z = -H + h(x, y), \tag{A5}$$

где H — средняя глубина океана, $h(x, y)$ — донная топография, неровности дна. Фактически (A5) — это то же самое соотношение (A4) при условии неподвижности нижней границы

$$h_t = 0.$$

Для динамического условия на верхней границе океана используется приближение гидростатики: поля плотности ρ и давления p записываются в следующем виде:

$$\rho = \rho_s + \rho', \quad p = p_a + \int_{-H}^{0} g\rho_s(z)dz + \rho', \quad \rho' / \rho_s << 1, \tag{A6}$$

где ρ_s — равновесная гидростатическое поле плотности, ρ' — возмущение поля плотности. В дальнейшем верхние штрихи у возмущений плотности и давления опускаем.

Уравнение для непрерывности плотности (которое, вообще говоря, не является граничным условием, но необходимо для замыкания граничных условий в стратифицированной жидкости) имеет вид:

$$\rho_t + u\rho_x + v\rho_y - \frac{\rho_s}{g}N^2 w = 0, \quad N^2 = -\frac{g}{\rho_s}\frac{d\rho_s}{dz}, \tag{A7}$$

где N — частота Вяйсяля-Брента в приближении несжимаемости, которая считается в данной работе постоянной, g — ускорение свободного падения.

Отметим, уравнение (A7) является приближенным, так как в нем, в силу малости по сравнению с другими слагаемыми, отсутствует слагаемое с вертикальной скоростью $w(\partial\rho/\partial z)$.

Принципиально важно, что уравнение для плотности (A7), играющее ключевую роль при постановке граничных условий для стратифицированной жидкости, полностью утрачивает свою роль в задаче с постоянной плотностью. При этом никаких предельных переходов не имеется в принципе. Задача для нестратифицированной жидкости решается принципиально другим способом. Казалось бы, так как возмущения плотности для океана невелики, примерно две сотых процента, можно взять предельный переход и получить решение для однородной жидкости. Однако это не так. В этом и есть одна из специфических особенностей физики океана.

П2. ***Линейные граничные условия***

Линеаризация граничных условий происходит при классическом предположении малости фазовой скорости по отношению к скорости частиц. На этом основании отбрасываются нелинейные слагаемые в уравнениях. Однако также делается и дополнительное предположение о малости отклонений свободной поверхности от общей глубины океана. Оно служит основанием для сноса граничных условий на горизонтальную поверхность: вместо $z = \eta$ берется $z = 0$. При этом вместо переменной η появляется новая переменная ξ — малое отклонение от горизонтальной равновесной поверхности.

В отсутствии фонового течения линеаризованное динамическое уравнение с учетом гидростатики имеет вид:

$$p = \rho_s g\xi. \tag{A8}$$

Кинематическое линеаризованное граничное условие:

$$w = \xi t. \tag{A9}$$

Линеаризованное уравнение для плотности:

$$w = -\frac{p_{zt}}{\rho_s N^2}. \tag{A10}$$

Из уравнений (A8), (A9) и (A10) получаем линейные граничные условия для возмущения давления в отсутствии фонового течения и топографии для стратифицированной жидкости:

– для свободной поверхности:

$$\begin{aligned} &p_z + \frac{N^2}{g}p = 0, \quad z = 0, \\ &p_z = 0, \quad z = -H; \end{aligned} \tag{A11}$$

– в приближении «твердой крышки»:

$$\begin{aligned} p_z &= 0, \quad z = 0, \\ p_z &= 0, \quad z = -H. \end{aligned} \tag{A12}$$

Для «твердой крышки» уравнения (A8), (A9) не нужны, и работает только уравнение для плотности (A10) и гидростатика. При наличии фонового течения линеаризация уравнения (A7) приводит к следующему соотношению:

$$w = -\left(\partial_t + U\partial_x\right)\frac{p_z}{\rho_s N^2}, \tag{A13}$$

где U — зональное фоновое течение. И мы снова получаем условие (A12). Таким образом, уравнение «твердой крышки» не изменяется при добавлении стационарного фонового потока для стратифицированной жидкости.

Финансирование

Работа выполнена по теме государственного задания 0128-2021-0003, а также при финансовой поддержке гранта СПбГУ № 94033410 и гранта РНФ 22-27-00004.

Funding

The publication was made with the financial support of State assignment theme No. 0128-2021-0003, the St Petersburg State University Grant No. 94033410, and RSF Grant No. 22-27-00004.

Литература

1. *Margules M.* Luftbewegungen in einer rotierenden Splı̈aroidschale // Sitzungsberichte der Kaiserliche Akad. Wiss. Wien, IIA. 1893. Vol. 102. P. 11–56.
2. *Hough S.S.* On the application of harmonic analysis to the dynamical theory of the tides. Part 11. On the general integration of Laplace's dynamical equations // Philosophical Transactions of the Royal Society A. 1898. Vol. 191. P. 139–185.
3. *Lamb H.* Hydrodynamics, 2nd edition. Cambridge, University Press. Dynamics of rotating fluids: a survey // Journal of Fluid Mechanics. 1895. Vol. 26. P. 411–431.
4. *Platzman G.W.* Waves of Rossby // Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society. 1968. Vol. 94. No. 401. doi:10.1002/qj.49709440102
5. *Rossby C.G.,* et al. Relation between variations in the zonal circulation of the atmosphere and the displacements of the semi-permanent centers of action // Journal of Marine Research. 1939. Vol. 2. P. 38–55.
6. *Haurwitz B.* The motion of atmospheric disturbances // Journal of Marine Research. 1940. Vol. 3. P. 35–50.
7. *Ле Блон П., Майсек Л.* Волны в океане, в 2-х частях / Пер. с англ. М.: Мир, 1981. 846 с.
8. *Педлоски Дж.* Геофизическая гидродинамика. В 2-х томах. М.: Мир, 1984. Том 1–398 с., Том 2–416 с.
9. *Salmon R.* Lectures on Geophysical Fluid Dynamics. NY, Oxford: Oxford University Press, 1998, 400 p.
10. *Гилл А.* Динамика атмосферы и океана. В 2-х томах / Пер. с англ. В.Э. Рябинина, А.Н. Филатова / Под ред. Г.П. Курбаткина. Москва: Мир, 1986. Том 1–396 с., Том 2–415 с.
11. *Гринспен Х.П.* Теория вращающихся жидкостей. Ленинград: Гидрометеоиздат, 1975. 304 с.
12. Физика океана. Т. 2. Гидродинамика океана / Ред. Каменкович В.М., Монин А.С. М.: Наука, 1978. 435 с.
13. *Должанский Ф.В.* Лекции по геофизической гидродинамике. Москва: Изд-во ИВМ РАН, 2006, 378 с.
14. *Бреховских Л.М.* Волны в слоистых средах. М.: Наука, 1973, 343 с.
15. *Бреховских Л.М.*, *Гончаров В.В.* Введение в механику сплошных сред (в приложении к теории волн). М.: Наука, 1982. 337 с.
16. *Булатов В.В.* Новые задачи математического моделирования волновой динамики стратифицированных сред. М.: Издательство «ОнтоПринт», 2021. 277 с.
17. *Гневышев В.Г.*, *Белоненко Т.В.* Аналитическое решение лучевых уравнений Гамильтона для волн Россби на стационарных сдвиговых потоках // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2022. Т. 15, № 2. С. 8–18. doi:10.59887/fpg/4eh4-83zr-r1fm
18. *Gnevyshev V.G.*, *Badulin S.I.*, *Belonenko T.V.* Rossby waves on non-zonal currents: structural stability of critical layer effects // Pure and Applied Geophysics. 2020. Vol. 177. No. 11, 5585–5598. doi:10.1007/s00024-020-02567-0
19. *Gnevyshev V.G.*, *Badulin S.I.*, *Koldunov A.V.*, *Belonenko T.V.* Rossby waves on non-zonal flows: vertical focusing and effect of the current stratification // Pure and Applied Geophysics. 2020. Vol. 178, No. 8. P. 3247–3261. doi:10.1007/s00024-021-02799-8

20. *Yamagata T.* On the propagation of Rossby waves in a weak shear flow // Journal of the Meteorological Society of Japan. 1976. Vol. 54, No. 2. P. 126–127. doi:10.2151/jmsj1965.54.2_126
21. *Yamagata T.* On trajectories of Rossby wave-packets released in a lateral shear flow // Journal of the Oceanographic. Society of Japan. 1976. Vol. 32. P. 162–168. doi:10.1007/BF02107270
22. *Kravtsov S.*, *Reznik G.* Monopoles in a uniform zonal flow on a quasi-geostrophic -plane: effects of the Galilean non-invariance of the rotating shallow-water equations // Journal of Fluid Mechanics. 2020. Vol. 909, A23. doi:10.1017/jfm.2020.906
23. *Held I.M.* Stationary and quasi-stationary eddies in the extratropical troposphere: Theory. // Large-Scale Dynamical Processes in the Atmosphere, B.J. Hoskins, and R.P. Pearce, Eds. Academic Press, 1983. P. 127–168.
24. *Killworth P.D.*, *Chelton D.B.*, *Szoeke R.A.* The speed of observed and theoretical long extra-tropical planetary waves // Journal of Physical Oceanography. 1997. Vol. 27. P. 1946–1966. doi:10.1175/1520-0485(1997)027<1946: TSOOAT>2.0.CO;2
25. *Morel Y.G.* The influence of an upper thermocline current on intrathermocline eddies // Journal of Physical Oceanography. 1995. Vol. 25. P. 3247–3252. doi:10.1175/1520-0485(1995)025<3247: TIOAUT>2.0.CO;2
26. *Morel Y.G.*, *J. McWilliams.* Evolution of isolated interior vortices in the ocean // Journal of Physical Oceanography. 1997. Vol. 27. P. 727–748. doi:10.1175/1520-0485(1997)027<0727: EOIIVI>2.0.CO;2
27. *Charney J.G.* On the scale of atmospheric motion // Geofysiske publikasjoner. 1948. Vol. 17, No. 2.
28. *Обухов А.М.* Турбулентность и динамика атмосферы. Л.: Гидрометеоиздат, 1988. 414 с.
29. *Longuet-Higgins M.S.* Planetary Waves on a Rotating Sphere // Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences. 1964. Vol. 279, No. 1379. P. 446–473. doi:10.1098/rspa.1964.0116
30. *Гневышев В.Г.*, *Белоненко Т.В.* Вихревой слой на β-плоскости в формулировке Майлса–Рибнера. Полюс на действительной оси // Морской гидрофизический журнал. 2021. Т. 37, № 5. Р. 525–537. doi:10.22449/0233-7584-2021-5-525-537
31. *Гневышев В.Г.*, *Белоненко Т.В.* Аномальное поведение вертикальной структуры волн Россби на незональных сдвиговых течениях в окрестности фокуса // Морской гидрофизический журнал. 2022. Т. 38, № 6. С. 585–604. EDN FTWOAV. doi:10.22449/0233-7584-2022-6-585-604
32. *Killworth P.D.*, *Blundell J.R.* Long extratropical planetary wave propagation in the presence of slowly varying mean flow and bottom topography. Part I: The local problem // Journal of Physical Oceanography. 2003. Vol. 33, No. 4. P. 784–801. doi:10.1175/1520-0485(2003)33<784: LEPWPI>2.0.CO;2
33. *Killworth P.D.*, *Blundell J.R.* The dispersion relation for planetary waves in the presence of mean flow and topography. Part II: Two-dimensional examples and global results // Journal of Physical Oceanography. 2005. Vol. 35. P. 2110–2133. doi:10.1175/JPO2817.1
34. *McWilliams J.C.*, *Flierl G.R.* On evolution of isolated non-linear vortices // Dynamics of Atmospheres and Oceans. 1979. Vol. 5. P. 43–66.
35. *Гневышев В.Г.*, *Фролова А.В.*, *Колдунов А.В.*, *Белоненко Т.В.* Топографический эффект для волн Россби на зональном сдвиговом потоке // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2021. Т. 14, № 1. С. 4–14. doi:10.7868/S2073667321010019
36. *Гневышев В.Г.*, *Фролова А.В.*, *Кубряков А.А.*, *Собко Ю.В.*, *Белоненко Т.В.* Взаимодействие волн Россби со струйным потоком: основные уравнения и их верификация для Антарктического циркумполярного течения // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. 2019. Т. 55, № 5. С. 39–50. doi:10.31857/S0002-351555539-50
37. *Травкин В.С.*, *Белоненко Т.В.*, *Кочнев А.В.* Топографические волны в Курильском районе // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. 2022. Т. 19, № 5. С. 222–234. doi:10.21046/2070-7401-2022-19-5-222-234
38. *Гневышев В.Г.*, *Травкин В.С.*, *Белоненко Т.В.* Топографический фактор и предельные переходы в уравнениях для субинерционных волн // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2023. Т. 16, № 1. С. 8–23. doi:10.48612/fpg/92rg-6t7h-m4a2
39. *Гневышев В.Г.*, *Травкин В.С.*, *Белоненко Т.В.* Групповая скорость и дисперсия шельфовых волн Бухвальда и Адамса. Новый аналитический подход // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2023. Т. 16, № 2. С. 8–20. doi:10.59887/2073-6673.2023.16(2)-1
40. *Drivdal M.*, *Weber J.E.H.*, *Debernard J.B.* Dispersion Relation for Continental Shelf Waves When the Shallow Shelf Part Has an Arbitrary Width: Application to the Shelf West of Norway // Journal of Physical Oceanography. 2016. Vol. 46, No. 2. P. 537–549. doi:10.1175/jpo-d-15-0023.1
41. *Chen C.*, *Kamenkovich I.* Effects of Topography on Baroclinic Instability // Journal of Physical Oceanography. 2013. Vol. 43, No. 4. P. 790–804. doi:10.1175/jpo-d-12-0145.1
42. *Benilov E.S.* Baroclinic instability of two-layer flows over one-dimensional bottom topography // Journal of Physical Oceanography. 2001. Vol. 31. P. 2019–2025. doi:10.1175/1520-0485(2001)031<2019: BIOTLF>2.0.CO;2
43. *Leng H.*, *Bai X.* Baroclinic Instability of Nonzonal Flows and Bottom Slope Effects on Propagation of the Most Unstable Wave // Journal of Physical Oceanography. 2018. Vol. 48. P. 2923–2936. doi:10.1175/JPO-D-18-0087.1
44. *Sutyrin G.G.*, *Radko T.*, *McWilliams J.C.* Contrasting eddy-driven transport in baroclinically unstable eastward currents and subtropical return flows // Physics of Fluids. 2022. Vol. 34. 126605. doi:10.1063/5.0130044

45. *Анненков С.Ю.*, *Шрира В.И.* О зональных волноводах для волн Россби в Мировом океане // Океанология. 1992. Т. 32, № 1. С. 5–12.
46. *Rossby C.G.* On the mutual adjustment of pressure and velocity distributions in certain simple current systems. II // Journal of Marine Research. 1938. Vol. 2. P. 239–263.
47. *Yasuda I.*, *Ito S.-I.*, *Shimizu Y.*, et al. Cold-core anticyclonic eddies south of the Bussol' Strait in the northwestern subarctic Pacific // Journal of Physical Oceanography. 2000. Vol. 30. P. 1137–1157. doi:10.1175/1520-0485(2000)030<1137: CCAESO>2.0.CO;2
48. *Altimetry for the future: Building on 25 years of progress*. International Altimetry Team // Advances in Space Research. 2021. Vol. 68. P. 319–363. doi:10.1016/j.asr.2021.01.022
49. *Белоненко Т.В.*, *Кубряков А.А.*, *Станичный С.В.* Спектральные характеристики волн Россби Северо-западной части Тихого океана // Исследование Земли из космоса. 2016. № 1–2. С. 43–52. doi:10.7868/S0205961416010036
50. *LaCasce J.H.* The prevalence of oceanic surface modes // Geophysical Research Letters. 2017. Vol. 44. P. 11,097–11,105. doi:10.1002/2017GL075430
51. *Tulloch R.*, *Marshall J.*, *Smith K.S.* Interpretation of the propagation of surface altimetric observations in terms of planetary waves and geostrophic turbulence // Journal of Geophysical Research. 2009. Vol. 114. C02005. doi:10.1029/2008JC005055
52. *Wunsch C.* Modern observational physical oceanography: Understanding the global ocean Princeton, NJ: Princeton University Press. 2015, 493 pp.
53. *Tailleux R.*, *McWilliams J.C.* The effect of bottom pressure decoupling on the speed of extratropical, baroclinic Rossby waves // Journal of Physical Oceanography. 2001. Vol. 31. P. 1461–1476. doi:10.1175/1520–0485(2001)031<1461: TEOBPD>2.0.CO;2
54. *Schlax M.G.*, *Chelton D.B.* The influence of mesoscale eddies on the detection of quasi-zonal jets in the ocean // Geophysical Research Letters. 2008. Vol. 35. L24602. doi:10.1029/2008GL035998
55. *Незлин М.В.* Солитоны Россби // УФН. 1986. Т. 150, № 1. С. 3–60.
56. *Colin de Verdière A.*, *Tailleux R.* The interaction of a baroclinic mean flow with long Rossby waves // Journal of Physical Oceanography. 2005. Vol. 35. P. 865–879. doi:10.1175/JPO2712.1
57. *Killworth P.D.*, *Blundell J.R.* Planetary wave response to surface forcing and instability in the presence of mean flow and topography // Journal of Physical Oceanography. 2007. Vol. 35. P. 1297–1320. doi:10.1175/JPO3055.1
58. *Samelson R.M.* An effective-b vector for linear planetary waves on a weak mean flow // Ocean Modelling. 2010. Vol. 32. P. 170–174. doi:10.1016/j.ocemod.2010.01.006
59. *Степанянц Ю.А.*, *Фабрикант А.Л.* Распространение волн в сдвиговых потоках. Москва: Наука, Изд. фирма «Физ.-мат. лит.», 1996. 240 с.
60. *Gnevyshev V.V.*, *Frolova A.V.*, *Belonenko T.V.* Topographic effect for Rossby waves on non-zonal shear flow // Water Resources. 2022. Vol. 49, No. 2. P. 240–248. doi:10.1134/S0097807822020063
61. *Резник Г.М.* Динамика локализованных вихрей на бета-плоскости // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. 2010. Т. 46, № 6. С. 846–860.

References

1. *Margules M.* Luftbewegungen in einer rotierenden Sph¨aroidschale. *Sitzungsberichte der Kaiserliche Akad. Wiss. Wien*, IIA, 1893,102, 11–56.
2. *Hough S.S.* On the application of harmonic analysis to the dynamical theory of the tides. Part 11. On the general integration of Laplace's dynamical equations. *Philosophical Transactions of the Royal Society A*. 1898, 191, 139–185.
3. *Lamb H.* Hydrodynamics, 2nd edition. Cambridge, University Press. Dynamics of rotating fluids: a survey. *Journal of Fluid Mechanics*. 1895, 26, 411–431.
4. *Platzman G.W.* Waves of Rossby. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*. 1968, 94, N 401. doi:10.1002/qj.49709440102
5. *Rossby C.G.,* et al. Relation between variations in the zonal circulation of the atmosphere and the displacements of the semi-permanent centers of action. *Journal of Marine Research*. 1939, 2, 38–55.
6. *Haurwitz B.* The motion of atmospheric disturbances. *Journal of Marine Research*. 1940, 3, 35–50.
7. *LeBlond P.H., Mysak L.A.* Waves in the Ocean. *Elsevier Oceanography Series*, Vol. 20. 1981, 602 p.
8. *Pedlosky J.* Geophysical Fluid Dynamics. *Berlin*, *Springer*, 1979. 624 p.
9. *Salmon R.* Lectures on Geophysical Fluid Dynamics, *NY*, *Oxford*, *Oxford University Press,* 1998, 400 p.
10. *Gill A.* Atmosphere-Ocean Dynamics. *Academic Press*, 1st edition. 1982, 680 pp.
11. *Greenspan H.P.* The Theory of Rotating Fluids. *Cambridge University Press*. 1968, 327 p.
12. *Physics of the ocean*. Vol. 2. Ocean hydrodynamics. Ed. Kamenkovich V.M., Monin A.S. *M.*, *Nauka*, 1978, 455 p.
13. *Dolzhansky F.V.* Lectures on geophysical hydrodynamics. *Moscow*, *Publishing House of the IVM RAS*, 2006, 378 p. (in Russian).

14. *Brekhovskikh L.* Waves in Layered Media. 2nd Edition — May 28. 1976, 520 p.
15. *Brekhovskikh L.*, *Goncharov V.* Mechanics of continued and wave dynamics. *Springer-Verlag*, 1994, 342 p.
16. *Bulatov V.V.* New problems of mathematical modeling of wave dynamics of stratified media. *Moscow*, *Publishing house “OntoPrint”*. 2021, 277 p. (in Russian).
17. *Gnevyshev V.G.*, *Belonenko T.V.* Analytical Solution of the Ray Equations of Hamilton for Rossby Waves on Stationary Shear Flows. *Fundamental and Applied Hydrophysics*. 2022, 15, 2, 8–18. doi:10.48612/fpg/4eh4-83zr-r1fm
18. *Gnevyshev V.G.*, *Badulin S.I.*, *Belonenko T.V.* Rossby waves on non-zonal currents: structural stability of critical layer effects. *Pure and Applied Geophysics*. 2020, 177(11), 5585–5598. doi:10.1007/s00024-020-02567-0
19. *Gnevyshev V.G.*, *Badulin S.I.*, *Koldunov A.V.*, *Belonenko T.V.* Rossby waves on non-zonal flows: vertical focusing and effect of the current stratification. *Pure and Applied Geophysics*. 2020, 178(8), 3247–3261. doi:10.1007/s00024-021-02799-8
20. *Yamagata T.* On the propagation of Rossby waves in a weak shear flow. *Journal of the Meteorological Society of Japan*. 1976, 54, 2, 126–127. doi:10.2151/jmsj1965.54.2_126
21. *Yamagata T.* On trajectories of Rossby wave-packets released in a lateral shear flow. *Journal of the Oceanographic*. *Society of Japan*. 1976, 32, 162–168. doi:10.1007/BF02107270
22. *Kravtsov S., Reznik G.* Monopoles in a uniform zonal flow on a quasi-geostrophic -plane: effects of the Galilean non-invariance of the rotating shallow-water equations. *Journal of Fluid Mechanics*. 2020, 909. A23. doi:10.1017/jfm.2020.906
23. *Held I.M.* Stationary and quasi-stationary eddies in the extratropical troposphere: Theory. *Large-scale Dynamical Processes in the Atmosphere*. Edited by Brian Hoskins and Robert Pearce. *Academic Press*, *New York*, 1983, 127 p.
24. *Killworth P.D.*, *Chelton D.B.*, *de Szoeke R.A.* The speed of observed and theoretical long extra-tropical planetary waves. *Journal of Physical Oceanography*. 1997, 27, 1946–1966. doi:10.1175/1520-0485(1997)027<1946: TSOOAT>2.0.CO;2
25. *Morel Y.G. T*he influence of an upper thermocline current on intrathermocline eddies. *Journal of Physical Oceanography*. 1995, 25, 3247–3252. doi:10.1175/1520-0485(1995)025<3247: TIOAUT>2.0.CO;2
26. *Morel Y.G.*, *J. McWilliams.* Evolution of isolated interior vortices in the ocean. *Journal of Physical Oceanography*. 1997, 27, 727–748. doi:10.1175/1520-0485(1997)027<0727: EOIIVI>2.0.CO;2
27. *Charney J.G.* On the scale of atmospheric motion. *Geofysiske publikasjoner*. 1948, 17, 2.
28. *Obukhov A.M.* Turbulence and dynamics of the atmosphere. *Leningrad*, *Hydrometeoizdat*, 1988, 414 p. (in Russian).
29. *Longuet-Higgins M.S.* Planetary Waves on a Rotating Sphere. *Proceedings of the Royal Society A*: *Mathematical, Physical and Engineering Sciences*. 1964, 279(1379), 446–473. doi:10.1098/rspa.1964.0116
30. *Gnevyshev V.G.*, *Belonenko T.V.* Vortex Layer on the β-Plane in the Miles–Ribner Formulation. Pole on the Real Axis. *Physical Oceanography*. 2021, 28(5), 486–498. doi:10.22449/1573-160X-2021-5-486-498
31. *Gnevyshev V.G.*, *Belonenko T.V.* Anomalous Behavior of the Vertical Structure Rossby Waves on Non-Zonal Shear Flow in the Vicinity of the Focus. *Physical Oceanography*. 2022, 29(6), 567–586. doi:10.22449/1573-160X-2022-6-567-586
32. *Killworth P.D., Blundell J.R.* Long extratropical planetary wave propagation in the presence of slowly varying mean flow and bottom topography. Part I: The local problem. *Journal of Physical Oceanography*. 2003, 33(4), 784–801. doi:10.1175/1520-0485(2003)33<784: LEPWPI>2.0.CO;2
33. *Killworth P.D.*, *Blundell J.R.* The dispersion relation for planetary waves in the presence of mean flow and topography. Part II: Two-dimensional examples and global results. *Journal of Physical Oceanography*. 2005, 35, 2110–2133. doi:10.1175/JPO2817.1
34. *McWilliams J.C.*, *Flierl G.R.* On evolution of isolated non-linear vortices. *Dynamics of Atmospheres and Oceans*. 1979, 5, 43–66.
35. *Gnevyshev V.G.*, *Frolova A.V.*, *Koldunov A.V.*, *Belonenko T.V.* Topographic effect for Rossby waves on a zonal shear flow. *Fundamentalnaya i Prikladnaya Gidrofizika*. 2021, 14, 1, 4–14. doi:10.7868/S2073667321010019
36. *Gnevyshev V.G.*, *Frolova A.V.*, *Kubryakov A.A.*, *Sobko Yu.V.*, *Belonenko T.V.* Interaction between Rossby waves and a jet flow: Basic equations and verification for the Antarctic Circumpolar Current. *Izvestiya, Atmospheric and Oceanic Physics*. 2019, 55(5), 412–422. doi:10.1134/S0001433819050074
37. *Travkin V.S.*, *Belonenko T.V.*, *Kochnev A.V.* Topographic waves in the Kuril region. *Modern Problems of Remote Sensing of the Earth from Space*. 2022, 19(5), 222–234. doi:10.21046/2070-7401-2022-19-5-222-234 (in Russian).
38. *Gnevyshev V.G.*, *Travkin V.S.*, *Belonenko T.V.* Topographic factor and limit transitions in the equations for subinertial waves. *Fundamental and Applied Hydrophysics*. 2023, 16, 1, 8–23. doi:10.48612/fpg/92rg-6t7h-m4a2
39. *Gnevyshev V.G.*, *Travkin V.S.*, *Belonenko T.V.* Group velocity and dispertion of Buchwald and Adams shelf waves. A new analytical approach. *Fundamental and Applied Hydrophysics*. 2023, 16, 2, 8–20. doi:10.59887/2073–6673.2023.16(2)-1 (in Russian)
40. *Drivdal M.*, *Weber J.E.H.*, *Debernard J.B.* Dispersion relation for continental shelf waves when the shallow shelf part has an arbitrary width: Application to the shelf west of Norway. *Journal of Physical Oceanography*. 2016, 46(2), 537–549. doi:10.1175/jpo-d-15-0023.1

41. *Chen C., Kamenkovich I.* Effects of Topography on Baroclinic Instability. *Journal of Physical Oceanography*. 2013, 43(4), 790–804. doi:10.1175/jpo-d-12–0145.1
42. *Benilov E.S.* Baroclinic instability of two-layer flows over one-dimensional bottom topography. *Journal of Physical Oceanography*. 2001, 31, 2019–2025. doi:10.1175/1520-0485(2001)031<2019: BIOTLF>2.0.CO;2
43. *Leng H., Bai X.* Baroclinic Instability of Nonzonal Flows and Bottom Slope Effects on Propagation of the Most Unstable Wave. *Journal of Physical Oceanography*. 2018, 48, 2923–2936. doi:10.1175/JPO-D-18-0087.1
44. *Sutyrin G.G., Radko T., McWilliams J.C.* Contrasting eddy-driven transport in baroclinically unstable eastward currents and subtropical return flows. *Physics of Fluids*. 2022, 34, 126605. doi:10.1063/5.0130044
45. *Annenkov S.Y., Shrira V.I.* On zonal waveguides for Rossby waves in the World Ocean. *Okeanologiya*. 1992, 32(1), 5–12. (in Russian).
46. *Rossby C.G.* On the mutual adjustment of pressure and velocity distributions in certain simple current systems. II. *Journal of Marine Research*. 1938, 2, 239–263.
47. *Yasuda I., Ito S.-I., Shimizu Y., Ichikawa K.* et al. Cold-core anticyclonic eddies south of the Bussol' Strait in the northwestern subarctic Pacific. *Journal of Physical Oceanography*. 2000, 30, 1137–1157. doi:10.1175/1520-0485(2000)030<1137: CCAESO>2.0.CO;2
48. *Altimetry for the future: Building on 25 years of progress*. International Altimetry Team. *Advances in Space Research*. 2021, 68, 319–363. doi:10.1016/j.asr.2021.01.022
49. *Belonenko T.V., Kubrjakov A.A., Stanichny S.V.* Spectral characteristics of Rossby waves in the Northwestern Pacific based on satellite altimetry. *Izvestiya, Atmospheric and Oceanic Physics*. 2016, 52(9), 920–928. doi:10.1134/S0001433816090073
50. *LaCasce J.H.* The prevalence of oceanic surface modes. *Geophysical Research Letters*. 2017, 44, 11,097–11,105. doi:10.1002/2017GL075430
51. *Tulloch R., Marshall J., Smith K.S.* Interpretation of the propagation of surface altimetric observations in terms of planetary waves and geostrophic turbulence. *Journal of Geophysical Research*. 2009, 114, C02005. doi:10.1029/2008JC005055
52. *Wunsch C.* Modern observational physical oceanography: Understanding the global ocean. *Princeton, NJ., Princeton University Press*, 2015, 493 p.
53. *Tailleux R., McWilliams J.C.* The effect of bottom pressure decoupling on the speed of extratropical, baroclinic Rossby waves. *Journal of Physical Oceanography*. 2001, 31, 1461–1476. doi:10.1175/1520–0485(2001)031<1461: TEOBPD>2.0.CO;2
54. *Schlax M.G., Chelton D.B.* The influence of mesoscale eddies on the detection of quasi-zonal jets in the ocean. *Geophysical Research Letters*. 2008, 35, L24602. doi:10.1029/2008GL035998
55. *Nezlin M.V.* Rossby solitons (Experimental investigations and laboratory model of natural vortices of the Jovian Great Red Spot type). *Soviet Physics Uspekhi*. 1986, 29807–842.
56. *Colin de Verdière A., Tailleux R.* The interaction of a baroclinic mean flow with long Rossby waves. *Journal of Physical Oceanography*. 2005, 35, 865–879. doi:10.1175/JPO2712.1
57. *Killworth P.D., Blundell J.R.* Planetary wave response to surface forcing and instability in the presence of mean flow and topography. *Journal of Physical Oceanography*. 2007, 35, 1297–1320. doi:10.1175/JPO3055.1
58. *Samelson R.M.* An effective-b vector for linear planetary waves on a weak mean flow. *Ocean Modelling*. 2010, 32, 170–174. doi:10.1016/j.ocemod.2010.01.006
59. *Stepanyants Yu.A., Fabricant A.L.* Propagation of waves in shear flows. *Moscow, Nauka, Phys. & Math. Literature Publ. Company*, 1996, 240 p.
60. *Gnevyshev V.V., Frolova A.V., Belonenko T.V.* Topographic effect for Rossby waves on non-zonal shear flow. *Water Resources*. 2022, 49, 2, 240–248. doi:10.1134/S0097807822020063
61. *Reznik G.M.* Dynamics of localized vortices on the beta plane. *Izvestiya, Atmospheric and Oceanic Physics*. 2010, 46, 6, 784–797.

Об авторах

ГНЕВЫШЕВ Владимир Григорьевич, РИНЦ Author ID: 298530, ORCID ID: 0000-0001-6654-5570, Scopus Author ID: AAZ-6352–2021, WoS ResearcherID: 6507346231, avi9783608@gmail.com

БЕЛОНЕНКО Татьяна Васильевна, РИНЦ Author ID: 66026, ORCID ID: 0000-0003-4608-7781, Scopus Author ID: 6507005889, WoS ResearcherID: K-2162–2013, btvlisab@yandex.ru

DOI 10.59887/2073-6673.2023.16(3)-7

УДК 627.52

© *И. Г. Кантаржи*[1]*, *И. О. Леонтьев*[2], *А. В. Куприн*[1], 2023

[1]Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет, 129337, Москва, Ярославское шоссе, д. 26.
[2]Институт океанологии им. П.П. Ширшова РАН, 117997, Москва, Нахимовский проспект, д. 36.
*kantardgi@yandex.ru

АНАЛИТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ДИНАМИКИ «КАРМАННОГО ПЛЯЖА»

Статья поступила в редакцию 22.02.2023, после доработки 01.06.2023, принята в печать 24.07.2023

Аннотация

Исследуется динамика пляжа, расположенного между естественными или искусственными поперечными преградами. Рассматривается пляж, расположенный в северо–восточной части Невской губы Финского залива. В западной части пляжа располагается валунная дамба, которая, однако, не обеспечивает защиту пляжа от размыва, вызванного вдольбереговым переносом наносов. Для обеспечения устойчивости пляжа в рамках проекта «База водных видов спорта в Приморском районе» планируется построить поперечные пляжеудерживающие сооружения. Целью данной работы является прогнозирование динамики береговых процессов рассматриваемого пляжа в новых условиях на срок ближайших двадцати лет. Рассчитан баланс наносов, который для рассматриваемого карманного пляжа состоит из трёх составляющих: объем эрозии, объём аккумуляции и объём байпассинга. По результатам расчетов выяснено, что в новых условиях вдольбереговой поток наносов со временем заметно уменьшается, что обусловлено разворотом контура берега и уменьшением угла волновой равнодействующей относительно береговой нормали. Было получено, что процессы размыва и аккумуляции в новых условиях со временем замедляются. Выдвижение берега в первые годы после строительства демонстрирует высокую скорость, замедляясь со временем. Отступание берега происходит более равномерно, также со временем замедляясь. Строительство рассматриваемых пляжеудерживающих сооружений позволяет замедлить процессы размыва береговой части «Парка 300–летия Санкт-Петербурга», однако данных мер недостаточно для полной остановки процесса размыва.

Ключевые слова: карманный пляж, вдольбереговой перенос наносов, эволюция берега, аккумуляция, байпассинг, берегозащита

© *I. G. Kantarzhi*[1]*, *I. O. Leont'ev*[2], *A. V. Kuprin*[1], 2023

[1]Moscow State University of Civil Engineering (National Research University) (MSUCE), 26 Yaroslavl highway, Moscow, 129337, Russia
[2]Shirshov Institute of Oceanology, Russian Academy of Sciences, 36 Nakhimovsky Prosp., Moscow 117997, Russia
*kantardgi@yandex.ru

ANALYTICAL STUDIES OF THE DYNAMICS OF POCKET BEACH

Received 22.02.2023, Revised 01.06.2023, Accepted 24.07.2023

Abstract

The beach site is located in the utmost northeastern part of the Nevskaya Bay. A boulder dam is built on the western side, which, however, fails to protect the beach from the effects of waves that cause longshore sediment transport. The planned construction of transverse beach–retaining structures outlines in the "Water Sports Base in Primorsky District" initiative, might change the current situation. This study objective is to predict the evolution of the coastal contour resulting from the planned construction in the next few decades. A natural analogue of such an artificial structure could be a pocket beach located between two natural promontories. The sediment equilibrium at this study location includes three main components: volumes of erosion, accumulation and bypassing. The results include the computed wave patterns and the movement of sediment along the shoreline. The lateral sediment transport diminishes notably over time, driven by the alteration of the shoreline contour and the reduction in the angle between the wave equilibrium and the coastal resultant. The erosion and accumulation volumes increase over time, but their rates slow down. The shoreline displacement becomes more prominent over time; however, the rates of erosion differ from

Ссылка для цитирования: *Кантаржи И.Г.*, *Леонтьев И.О.*, *Куприн А.В.* Аналитические исследования динамики «карманного пляжа» // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2023. Т. 16, № 3. С. 93–105. doi:10.59887/2073-6673.2023.16(3)-7
For citation: *Kantarzhi I.G.*, *Leont'ev I.O.*, *Kuprin A.V.* Analytical Studies of the Dynamics of Pocket Beach. *Fundamental and Applied Hydrophysics*. 2023, 16, 3, 93–105. doi:10.59887/2073-6673.2023.16(3)-7

accumulation. The shoreline is moving particularly fast in the first years after construction, and then the process slows down gradually. The introduction of artificial beach protection structures in the 300th Anniversary Park of St. Petersburg will considerably reduce both the pace of beach erosion and the affected area. However, the erosion process will not be completely halted.

Keywords: pocket beach, longshore sediment transport, shore evolution, accumulation, bypassing, shore protection

1. Введение

Карманный пляж, который рассматривается в нашей работе, располагается в крайнем северо-восточном районе Невской губы. С западной стороны построена валунная дамба (по сути, буна). Однако это обеспечивает защиту пляжа от воздействий волн, вызывающих вдольбереговой транспорт наносов (рис. 1) [1]. Так как с восточной стороны пляж не ограничен, материал выносится за его пределы, и берег довольно быстро отступает. Расстояние между штилевым урезом и подпорной стенкой набережной, опоясывающей пляж, значительно уменьшилось в последние годы, что создает угрозу разрушений при штормовых нагонах.

Планируемое строительство поперечных пляжеудерживающих сооружений, предусмотренных проектом «База водных видов спорта в Приморском районе» (далее — бун), может изменить существующее положение. Наиболее важная роль в этом будет принадлежать буне № 3, которая ограничит пляж с восточной стороны и воспрепятствует выносу материала (рис. 1). Изменение баланса наносов, очевидно, вызовет существенную морфологическую перестройку берега. Цель данной работы заключается в прогнозировании эволюции контура берега в новых условиях на период ближайших десятилетий.

Рис. 1. Современный снимок пляжа. Зеленая линия показывает урез воды в 2009 г.

Fig. 1. Modern image of the beach. The green line shows the water's edge in 2009

При подготовке были проанализированы предыдущие работы по данной теме. В этой работе не ставилась задача подробного анализа влияния поперечных сооружений на динамику прилегающего пляжа, на эту тему опубликованы многие работы, в том числе обзор в книге Леонтьева И.О. [2]. Работы Hanson H. [3, 4] содержат материалы по теме взаимного воздействия между волной, сооружением и донными осадками. Сведения о защите берега от волн с применением численного моделирования содержатся в работе Кантаржи И.Г и др. [5]. В статьях [6, 7] рассматривается модель для прогнозирования изменений берега под влиянием наиболее распространённых типов сооружений в прибрежной зоне — бун, волноломов и портовых молов. Также учитывается работа [8], где для оценки влияния проектируемых берегозащитных сооружений на изменение прибрежных процессов используется подход с совместным применением методов моделирования и мониторинга.

2. Материалы и методы

Природным аналогом такого рассматриваемого искусственного объекта может служить так называемый карманный пляж, расположенный между двумя коренными мысами или искусственными поперечными барьерами (рис. 2).

Рис. 2. Пляж Клеопатры, Турция, Эгейское море

Fig. 2. Cleopatra's Beach, Turkey, Aegean Sea

Карманные пляжи — это небольшие пляжи, которые образуются между мысами и в бухтах вдоль скалистых береговых линий. Они могут состоять из смеси валунов, гальки, песка и ила, поэтому такие пляжи обладают атрибутами комбинации типов береговой линии. Их эволюция зависит от волнового воздействия и морфологических характеристик. Наиболее часто наблюдаемой динамикой является поворот пляжа в зависимости от преобладающего направления волн [9].

Морфологическая эволюция этих систем определяется волновыми условиями, которые влияют как на гидродинамику на побережье [10], так и на процессы формирования пляжа. Также известно, что морфологическое поведение этих пляжей определяется формой пляжа, типом и наклоном пляжного откоса, размером зерен пляжеобразующего материала и наличием или отсутствием прибрежных отмелей.

Карманные пляжи могут быть чрезвычайно чувствительны к низкочастотным или высокоэнергетическим штормовым явлениям, что продемонстрировали некоторые пляжи на острове Эльба [11]. Карманные пляжи часто подпитываются небольшими водотоками, характеризующимися низкими расходами твердого выноса.

Пляжные отложения, откладываемые местными ручьями в заливах, часто грубые и несортированные [12]. Они находятся в береговых отложениях, которые не могут быть размыты доступной энергией волн [13]. Их особенность в том, что береговой контур со временем ориентируется перпендикулярно к направлению равнодействующей волнений. В результате вдольбереговые перемещения противоположных направлений компенсируют друг друга, и берег сохраняет устойчивость.

Очевидно, и в случае искусственного карманного пляжа, его эволюция будет следовать по тому же пути. Если равнодействующая волнений направлена под углом Θ_R к береговой нормали, то его контур будет со временем разворачиваться таким образом, чтобы данный угол уменьшался и результирующий вдольбереговой перенос затухал (рис. 3). Как видно из рис. 3, полная длина пляжа, а также размеры областей аккумуляции и размыва характеризуются величинами l, l_{Ac} и $(l - l_{Ac})$, соответственно. Средние смещения береговой линии в указанных областях обозначены как E и A, а максимальные — как E_m и A_m.

Баланс наносов в рассматриваемом случае включает три основных составляющих: объемы эрозии (размыва) Er, аккумуляции Ac и байпассинга (выноса материала в обход головы сооружения) Bp:

$$Er = Ac + Bp, \tag{1}$$

причем величину Ac можно выразить в виде:

$$Ac = Er\left(1 - f_{Bp}\right), \;\; f_{Bp} = \frac{Bp}{Er}, \tag{2}$$

где f_{Bp} — коэффициент байпассинга, выражающий долю материала, покидающего литодинамическую систему.

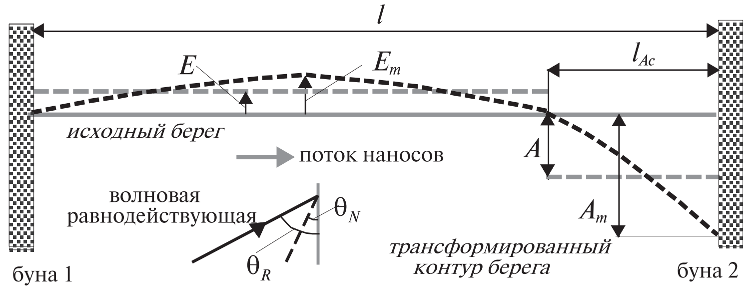


Рис. 3. Изменения контура берега, расположенного между двумя поперечными сооружениями

Fig. 3. Contour changes of a shoreline situated between two transverse structures

Пусть Q_{l0} — годовой результирующий вдольбереговой поток наносов до строительства буны 2 (рис. 3). Поток Q_l в последующие годы должен уменьшаться в силу отмеченных изменений контура берега, т.е.

$$Q_l = f_\Theta Q_{l0}, \tag{3}$$

где $f_\Theta \leq 1$. Величина f_Θ должна зависеть от угла поворота береговой нормали Θ_N относительно начального положения. По мере приближении Θ_N к Θ_R (к углу волновой равнодействующей в начальный момент), значение f_Θ должно стремиться к нулю. Текущее значение Θ_N можно оценить, исходя из достигнутых максимальных смещений береговой линии E_m и A_m. В результате приходим к соотношениям:

$$f_\Theta = \frac{\Theta_R - \Theta_N}{\Theta_R}, \;\; \Theta_N = \operatorname{arctg}\left(\frac{E_m + A_m}{0{,}5\left(l + l_{Ac}\right)}\right). \tag{4}$$

В дальнейшем будем использовать значение $\Theta_R = \Theta_{R*}$ на глубине h_*, маркирующей морскую границу потока наносов (которая определяется позже).

Объем размыва за период времени T после строительства определится как:

$$Er = \int_0^T Q_l dt = Q_{l0} T^*, \;\; T^* = \int_0^T f_\Theta dt, \tag{5}$$

где $T^* < T$ имеет смысл виртуального периода времени (при $Q_l = Q_{l0}$ мы имели бы $T^* = T$).

Далее используется понятие активного профиля берега, в пределах которого концентрируются потоки наносов и морфологические изменения дна (рис. 4). Активный профиль располагается между максимальным возвышением пляжа z_m и глубиной замыкания h_*, ограничивающей область существенных штормовых

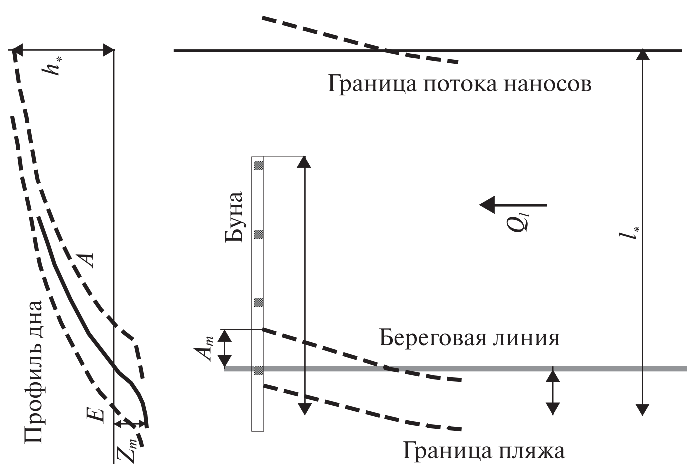


Рис. 4. Параметры активного берегового профиля и его смещения в ходе эволюции

Fig. 4. Parameters of the active coastal profile and its displacement during evolution

деформаций. В пределах длины профиля l_* выделяются: надводный пляж шириной l_b и его подводная часть $l_* - l_b$ (рис. 4). Предполагается, что изменение положения береговой линии сопровождается перемещением всего активного профиля берега как единого целого [14]. Это позволяет определить средние смещения береговой линии E и A в сегментах размыва и аккумуляции в следующем виде:

$$E = \frac{Er}{\left(h_* + z_m\right)\left(l - l_{Ac}\right)}, \quad A = \frac{Ac}{\left(h_* + z_m\right) l_{Ac}}. \tag{6}$$

В первом приближении контур берега $S(x)$ можно представить в зоне размыва полуволновой синусоиды, а в зоне аккумуляции — наклонной прямой [15]:

$$S\left(x\right) = E_m \sin 2\pi \frac{x}{l - l_{Ac}}, \quad 0 \le x \le l - l_{Ac}, \quad E_m = \frac{\pi}{2} E,$$

$$S\left(x\right) = -A_m \frac{x - \left(l - l_{Ac}\right)}{l_{Ac}}, \quad l - l_{Ac} \le x \le l\ , \ A_m = 2A, \tag{7}$$

где максимальные смещения E_m и A_m определены из геометрических соотношений.

Глубина h_* в (6) выражается через значительную высоту волн H_{s012}, характеризующуюся превышением не более 12 ч в году. Кроме того, h_* зависит от заданного порога деформаций дна Δh_c и при $\Delta h_c = 0{,}1$ м может быть найдена из соотношения [24]:

$$h_* = \bar{K} H_{s012}, \quad \bar{K} = \left[0{,}32 \left(\frac{H_0}{L_0} \right)^{-4/15} + 0{,}99 \left(\frac{H_0}{L_0} \right)^{4/55} \right], \tag{8}$$

где H_0/L_0 — крутизна волн (в типичном случае $h_* = \left(1{,}5 \div 1{,}6\right) H_{s012}$).

Протяженность области аккумуляции l_{Ac} связана с масштабом зоны влияния сооружения Λ, который зависит как от длины сооружения l_G, так и от ширины потока наносов l_* [3]:

$$\Lambda = \sqrt{l_* l_G} \ \text{ при } \ l_G \le l_*; \ \ \Lambda = l_* \ \text{ при } \ l_G > l_*. \tag{9}$$

Длина l_G, как и l_*, отсчитывается от верхней границы пляжа (отметки z_m, рис. 4). В условиях достаточно протяженного пляжа область аккумуляции расширяется со временем t, следуя зависимости $l_{Ac} = \Lambda\sqrt{t}$. Однако при ограниченной длине пляжа величине l_{Ac} некуда увеличиваться, и она должна стабилизироваться на значениях (1 ÷ 2) Λ. В дальнейших расчетах принято:

$$l_{Ac} = 1{,}5\Lambda. \tag{10}$$

По мере выдвижения берега у головной части буны 2 объем задержанного материала должен уменьшаться, а объем байпассинга — возрастать. Соответственно коэффициент байпассинга f_{Bp}. в (2) можно определить как (рис. 4):

$$f_{Bp} = \frac{l_* - (l_G - A_m)}{l_*}. \tag{11}$$

Очевидно, $f_{Bp} \to 1$ при $A_m \to l_G$. Следует также принять во внимание соотношение между длиной сооружения l_G и шириной потока наносов на подводном склоне l_*, (рис. 4). Здесь выделяются случаи короткого сооружения, когда $l_G \le l_*$, и длинного сооружения, когда $l_G > l_*$. В первом случае соотношение (11) применимо непосредственно. Во втором случае оно применимо при дополнительном условии $A_m > l_G - l_*$. Если же $A_m \le l_G - l_*$, то $f_{Bp} = 0$.

Таким образом, приведенные зависимости полностью определяют рассматриваемую литодинамическую систему.

Основой для расчетов волнения послужили данные многолетних наблюдений ветрового режима на станции Невская–Порт [16]. Для основных волноопасных направлений составлена табл. 1, где отражены повторяемости наиболее значимых ситуаций со скоростью ветра более 9 м/с.

Повторяемость относится к безледному периоду (апрель–декабрь). Также указаны длины разгона волн и средние глубины акватории для основных направлений.

При использовании рекомендованных формул [17] были рассчитаны средние параметры волн, переведенные затем в значительные высоты H_s и ассоциированные периоды волн T_s. Полученные результаты приведены в табл. 2. В крайней правой колонке указана продолжительность действия данной волновой ситуации t_w в течение года.

Таблица 1

Table 1

Исходные данные по ветру

Initial data on wind

Скорость ветра, м/с	Повторяемость, %		
	Ю	ЮЗ	З
9–10 (9,5)	0,298	1,183	4,329
11–12 (11,5)	0,064	0,207	1,216
13–14 (13,5)		0,049	0,350
15–16 (15,5)		0,012	0,052
17–20 (18,5)			0,018
Длина разгона, км	11	16	22
Средняя глубина, м	2,5	4	4

Таблица 2

Table 2

Расчетные параметры волн

Calculated wave parameters

W, м/с	Направление	$\bar{H}$, м	$\bar{T}$, с	H_s, м	T_s, с	t_w, ч
9,5	Ю	0,28	2,12	0,45	2,55	19,7
	ЮЗ	0,38	2,56	0,60	3,07	78,1
	З	0,39	2,63	0,63	3,15	286
11,5	Ю	0,32	2,18	0,50	2,61	4,2
	ЮЗ	0,43	2,65	0,69	3,18	13,7
	З	0,45	2,71	0,71	3,25	80,3
13,5	Ю	–	–	–	–	–
	ЮЗ	0,48	2,71	0,76	3,26	3,2
	З	0,49	2,76	0,78	3,31	23,1
15,5	Ю	–	–	–	–	–
	ЮЗ	0,52	2,76	0,83	3,31	0,8
	З	0,53	2,80	0,84	3,35	3,4
18,5	Ю	–	–	–	–	–
	ЮЗ	–	–	–	–	–
	З	0,58	2,83	0,92	3,40	1,2

Определение волновой равнодействующей основывается на подсчете потоков энергии по волноопасным направлениям. Элементарный поток энергии F равен:

$$F = EC_g \approx 10^3 H^2 T \text{ [дж/м/с]}, \tag{12}$$

где $E = \frac{1}{8}\rho g H^2$ — энергия волн на единицу площади, $C_g = \frac{1}{2} gT / 2\pi$ — скорость переноса энергии (групповая скорость), ρ — плотность воды, g — ускорение силы тяжести. Меридианная F_{cross} и широтная F_{long} составляющие годовых потоков энергии, а также азимут волновой равнодействующей α_R определяются соотношениями:

$$F_{cross} = \sum_j \sum_i \left(Ft_w\right)_{ij} \cos\alpha_j, \quad F_{long} = \sum_j \sum_i \left(Ft_w\right)_{ij} \sin\alpha_j, \quad \tan\alpha_R = \frac{F_{cross}}{F_{long}}, \tag{13}$$

где индексы j и i относятся к данному направлению и данной высоте (и периоду) волн, соответственно.

В данном случае азимут волновой равнодействующей равен $\alpha_R = 261°$. Азимут рассматриваемого берега близок к 300°, а азимут его нормали $\alpha_N = 210°$. Следовательно, угол равнодействующей относительно береговой нормали составляет $\Theta_R = \alpha_R - \alpha_N = 51°$.

Согласно данным табл. 2, значительная высота волн $H_{s012} = 0{,}8$ м, а ассоциированный период $T_{s012} = 3{,}3$ с. Тогда глубина замыкания, согласно (8), равна $h_* = 1{,}2$ м. Расчет рефракции волн (с периодом T_{s012}) дает величину угла волновой равнодействующей на глубине замыкания $\Theta_{R*} = 30°$.

Таблица 3

Table 3

Вдольбереговые потоки наносов, 10^3 м^3/год

Longshore sediment fluxes, 10^3 m^3/year

Румб	Ю	ЮЗ	З
Θ_0, град.	–30	15	60
$\Sigma Q_i t_{wi}$	–0,06 (–0,05))	0,35 (0,28)	2,38 (1,90)
Θ_{net}	2,67 (2,13)		

Вдольбереговой расход наносов Q, выраженный в м^3/ч, можно определить по формуле [18]:

$$Q = 0{,}005\mu_h\left(0{,}8 + 0{,}02\frac{\sqrt{gh_B}}{w_g}\right)H^2_{rmsB}\sqrt{gh_B}\sin\Theta_B\cos\Theta_B, \tag{14}$$

где $\mu_h = 3600\left[\left(\rho_g/\rho - 1\right)\left(1-\sigma\right)\right]^{-1}$, ρ_g/ρ — отношение плотности твердых частиц к плотности воды, σ — пористость песчаного грунта, g — ускорение силы тяжести, w_g — скорость осаждения твердых частиц (гидравлическая крупность), H_{rmsB} —среднеквадратичная высота на глубине обрушения h_B, где угол подхода волн характеризуется значением Θ_B.

Результирующий поток наносов Q_{net} рассчитывается как

$$Q_{net} = \sum_j\sum_i\left(Qt_w\right)_{ij}, \tag{15}$$

где t_w — продолжительность действия данного расхода (в часах в год), а индексы i и j относятся к данной высоте волн и их направлению, соответственно.

Результаты расчетов потоков наносов представлены в табл. 3. Расчеты проведены для двух характерных размеров песка на рассматриваемом пляже — 0,3 и 0,4 мм (для последнего значения даны в скобках). Далее используем среднюю величину потока 2,410^3 м^3/год.

3. Результаты и обсуждение

В среднем интенсивность размыва пляжа составляет 4,5 м/год. Таким образом, в естественном состоянии пляж может быть полностью размыт уже через 10 лет до подпорной стенки (променада). Все исходные данные для прогноза отражены в табл. 4 [19], Характерный береговой профиль, на основе которого оценены параметры пляжа, показан на рис. 5.

Таблица 4

Table 4

Исходные параметры для расчетов

Initial parameters for calculations

Θ_{R^*}, град.	Q_{l0}, 10^3 м^3/год	l, м	h_*, м	z_m, м	l_*, м	l_G, м	Λ, м
30	2,4	600	1,2	2,0	120	120	120

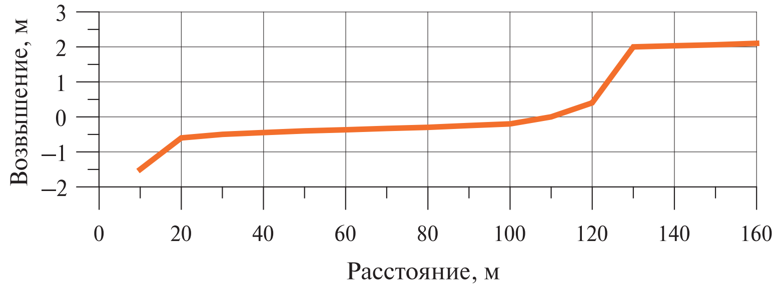


Рис. 5. Типичный профиль берега в районе исследования

Fig. 5. Typical coastal profile in the study area

Полученные результаты представлены в табл. 5. Здесь отражены прогнозируемые изменения основных динамических показателей в течение ближайших 20 лет, а именно, вдольберегового потока наносов, объемов размыва, аккумуляции и байпассинга, а также максимальных смещений береговой линии в областях размыва и аккумуляции, Эти результаты также показаны в графической форме на рис. 6—8.

Как видно на рис. 6, вдольбереговой поток наносов со временем заметно уменьшается, что обуславливается разворотом контура берега и уменьшением угла волновой равнодействующей относительно береговой нормали. Объемы размыва и аккумуляции увеличиваются со временем, скорость процессов размыва и аккумуляции замедляется (рис. 7).

За 20 лет размыв достигнет величины 28 тыс. м^3, а аккумуляция у сооружения (буны 3) — 15,4 тыс. м^3. Соответственно вынос материала с пляжа в обход головы сооружения (байпассинг) составит 12,6 тыс. м^3. Причем, из рис. 7 видно, что объем байпассинга растет со временем почти линейно.

Что касается смещений береговой линии, то они также увеличиваются со временем, но скорость процесса в зонах размыва и аккумуляции различна. Берег выдвигается у сооружения особенно быстро в первые годы после строительства. Затем процесс постепенно замедляется, но за 20 лет берег выдвинется более чем на 50 м. Отступание берега в зоне размыва происходит более равномерно — замедляется со временем. За 20 лет отступание берега составит около 30 м.

На рис. 9 показаны изменения контура берега, ожидаемые в течение ближайших 20—30-ти лет в условиях создаваемых сооружений (буна 2 и буна 3). Очевиден разворот берега по часовой стрелке, что обусловлено стремлением контура к равновесному положению по отношению к волновой равнодействующей. Скорость размыва пляжа снижается, зона размыва локализуется в центральной части между бунами 2 и 3. Полный размыв данной локальной части пляжа прогнозируется через 20—30 лет.

Таблица 5

Table 5

Прогнозируемые показатели эволюции пляж

Predicted indicators of beach evolution

Годы	Поток наносов, 10^3 м^3/год	Объем размыва, 10^3 м^3	Объем аккумул., 10^3 м^3	Объем байпасс., 10^3 м^3	Отступ. берега, м	Выдвиж. берега, м
1	2,30	2,30	2,17	0,13	2,7	7,5
3	2,09	6,34	5,38	0,96	7,4	18,7
5	1,94	9,84	7,68	2,16	11,5	26,7
7	1,85	13,0	9,45	3,52	15,1	32,8
10	1,70	17,3	11,5	5,66	20,0	39,8
13	1,58	20,8	13,0	7,81	24,3	45,2
15	1,54	23,1	13,8	9,21	26,9	48,1
18	1,44	26,2	14,9	11,3	30,6	51,8
20	1,39	28,0	15,4	12,6	32,7	53,7

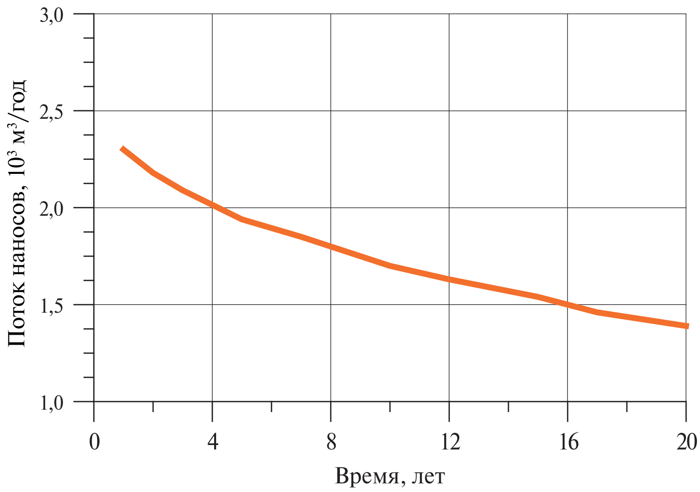


Рис. 6. Прогнозируемые изменения вдольберегового потока наносов

Fig. 6. Predicted changes in longshore sediment flow

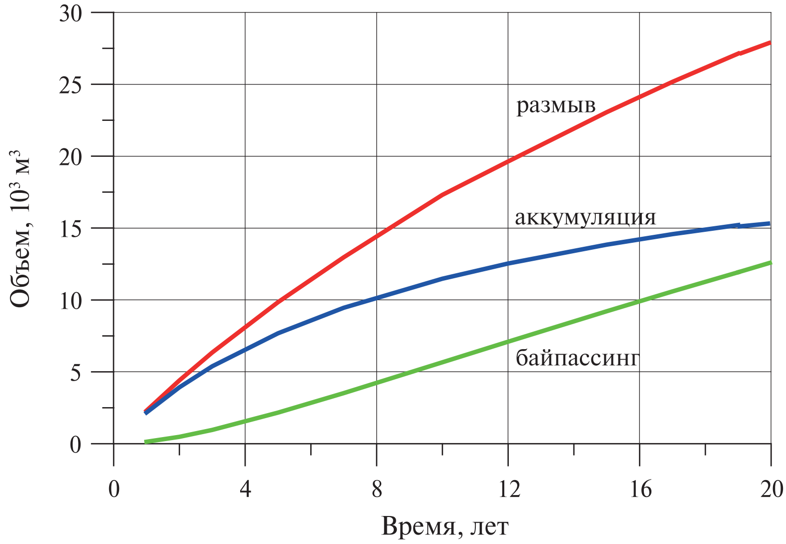


Рис. 7. Прогнозируемые объемы размыва, аккумуляции и байпассинга

Fig. 7. Predicted scour, accumulation, and bypass volumes

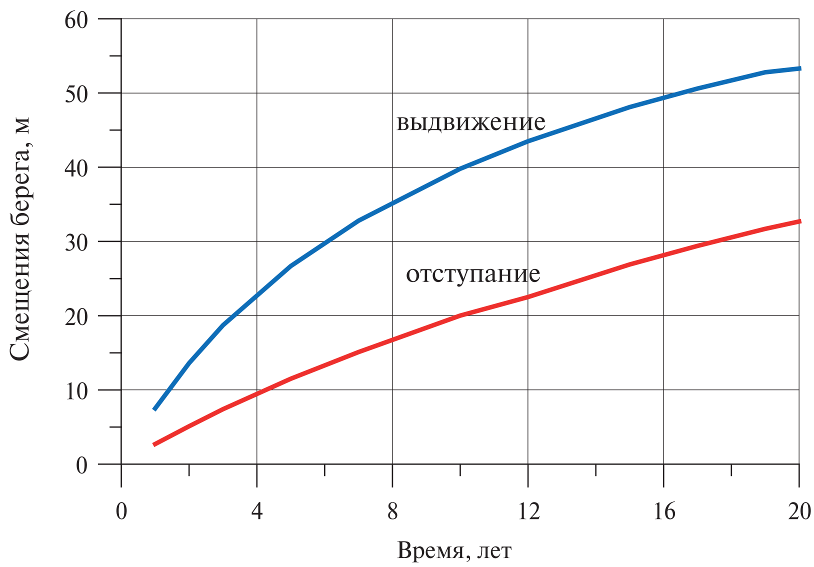


Рис. 8. Максимальные смещения береговой линии в функции времени

Fig. 8. Maximum shoreline displacements as a function of time

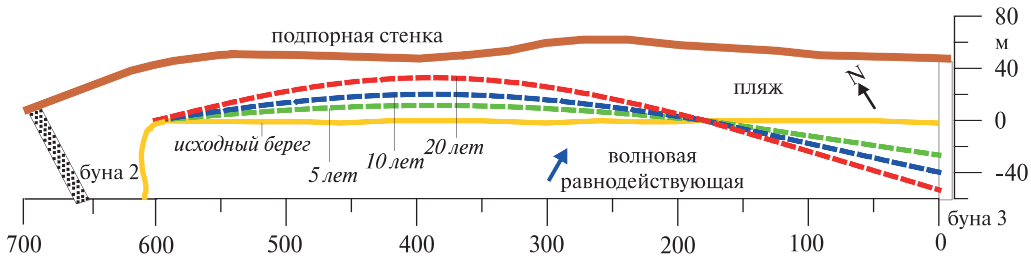


Рис. 9. Ожидаемая эволюция контура берега

Fig. 9. Expected evolution of the coastal contour

Таким образом, планируемое строительство сооружений существенно замедлит процесс размыва пляжа и локализует зону интенсивного размыва, хотя и не сможет полностью прекратить процесс размыва. Безвозвратный вынос материала значительно уменьшится, одновременно будет запущен процесс перестройки контура пляжа, который будет сопровождаться локальным отступанием уреза в центральной части пляжа и накоплением материала в районе бун 2 и 3.

Район строительства находится в 5-балльной сейсмической зоне, и поэтому на глубину и интенсивность размыва может оказывать влияние разжижение грунта, которое может произойти при повышении порового давления при сейсмических нагрузках в грунтах. Существует два типа механизмов разжижения в грунте морского дна: мгновенное разжижение и остаточное разжижение [20]. Мгновенное разжижение может происходить только в очень плотном песке. Его влияние на устойчивость сооружений незначительно. Однако мгновенное разжижение может усилить размыв грунта морского дна вокруг сооружений. Остаточное разжижение в основании морского дна оказывает негативное влияние на устойчивость сооружений.

Глубина разжижения может составлять до половины высоты волны [21], что непременно скажется на устойчивости берегозащитных сооружений, а также профиле береговой линии. В дальнейшем требуется сделать оценку возможного разжижения грунта по методике, описанной в [22]. С учетом полученных результатов необходимо выполнить пересчет результатов данного исследования, если это будет обосновано. Деградация рассматриваемой размываемой части берега связана главным образом с действием заметного вдольберегового транспорта наносов. Следовательно, для ослабления негативных явлений необходимо уменьшить вдольбереговой поток.

Для развития вдольберегового потока требуется определенный участок «разгона», на котором он постепенно насыщается наносами. Если длина берега l_l, где поток может беспрепятственно развиваться, значительно превышает ширину потока l_*, то поток достигает насыщения. Если же показатели l_l и l_* сравнимы по величине, то поток не в состоянии набрать силу. Следовательно, поток можно регулировать с помощью литодинамических барьеров — сооружений, ограничивающих участок «разгона». К ним относятся, например, буны и волноломы.

Одним из вариантов дальнейшей (перспективной) защиты берега, вероятно, могло бы быть строительство волноломов из каменной наброски, расположенных вдоль берега с определенным интервалом, масштабом которого, вероятно, может служить ширина вдольберегового потока l_*. В рассматриваемом случае $l_* = 120$ м. С учетом общей длины пляжа около 600 м, при выборе шага порядка l_* достаточно было бы пары волноломов, расположенных в зоне потенциального размыва (рис. 10). Длина волноломов, по–видимому, также может быть связана с шириной потока наносов l_*, а глубина расположения — с глубиной замыкания h_* (в данном случае 1,2 м).

Также не исключен вариант с бунами, которые перехватывают поток наносов в пропорции отношения их длины l_G к ширине потока l_*. Согласно [23], расстояние между бунами не должно превышать величину 2Λ, где Λ — область влияния сооружения (формула (9)). Тогда при длине сооружений $l_G = l_*$ было бы достаточно построить две буны в зоне потенциального размыва.

Очевидно, выбор варианта берегозащиты нуждается в дальнейшем обосновании, в том числе, и экономическом. Независимо от этого, насущной задачей является пополнение запаса материала на пляже, который значительно истощился за последнее десятилетие.

4. Заключение

По результатам исследования можно сделать следующие выводы:

– строительство гидротехнических сооружений в рамках проекта «База водных видов спорта в Приморском районе» позволит существенно снизить скорость размыва пляжа «Парка 300-летия Санкт-Петербурга»

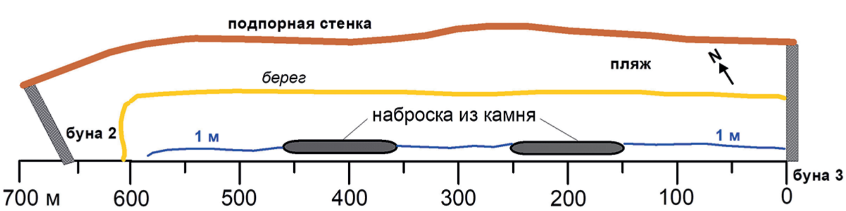


Рис. 10. Один из возможных вариантов берегозащиты

Fig. 10. One of the possible options for bank protection

и уменьшить (локализовать) зону размыва. При этом полностью процесс размыва остановлен не будет. Прогнозируемый срок размыва локальной центральной зоны пляжа до подпорной стенки — до 30-ти лет (вместо 10-ти лет в существующих условиях);

– строительство указанных сооружений, в комплексе с дополнительными мерами, может стабилизировать состояние рассматриваемой береговой части «Парка 300-летия Санкт-Петербурга».

В качестве основных вариантов мероприятий для такой стабилизации рекомендуется:

– строительство сооружений и регулярное пополнение (восстановление) пляжа песчаным материалом в локальной центральной размываемой зоне;

– строительство сооружений и строительство в перспективе локальных волноломов из каменной наброски длиной около 200 м.

Литература

1. Отчет 1290–2020.ИГМИ. Технический отчет по результатам инженерно–гидрометеорологических изысканий. АО «Фирма УНИКОМ, 2020.
2. *Леонтьев И.О.*, *Хабидов А.Ш.* Моделирование динамики береговой зоны. Обзор современных исследований. Институт океанологии им. П.П. Ширшова РАН, Институт водных и экологических проблем СО РАН. Новосибирск: Издательство Сибирского отделения РАН, 2009. 90 с.
3. *Hanson H.*, *Baquerizo Azofra A.*, *Falqué A.*, *Lomonaco P.*, *Payo A.* Contour–line models as tools for long–term coastal evolution // Jornadas sobre Avances en Ingenieria Ingenieria de Costas y Oceanografia Operacional, Real Academia de Ingenieria. 2004. P. 17–52. doi:10.13140/RG.2.1.4089.5524
4. *Hanson H.* GENESIS: a generalized shoreline changes numerical model // Journal of Coastal Research. 1989. Vol. 5, No. 1. P. 1–27.
5. *Kantarzhi I.*, *Mordvintsev K.*, *Gogin A.* Numerical analysis of the protection of a harbor against waves // Power Technology and Engineering. 2019. Vol. 53. doi:10.1007/s10749-019-01092-y1
6. *Леонтьев И.О.* Изменения береговой линии моря в условиях влияния гидротехнических сооружений // Океанология. 2007. Т. 47, № 2. С. 940–946.
7. *Badiei P.*, *Kamphuis J.W.*, *Hamilton D.G.* Physical experiments on the effects of groins on shore morphology // 24th Int. Conf. on Coastal Eng. Kobe, Japan. 1994. P. 1782–1796. doi:10.1061/9780784400890.129
8. *Kantarzhi I.*, *Zheleznyak M.*, *Leont'yev I.* Modeling and monitoring of the processes in the coastal zone of Imeretinka lowland, black sea, Sochi // Proceedings of Managing risks to coastal regions and communities in a changing world conference. 2017. doi:10.31519/conferencearticle_5b1b943667afd8.23141830
9. *Baloui Y.*, *Belon R.* Evolution of Corsican pocket beaches // Journal of Coastal Research. 2014. Vol. 70, No. 10070. P. 96–101. doi:10.2112/SI70-017.1
10. *Short A.D.*, *Masselink G.* Embayed and structurally controlled beaches // Handbook of beach and shoreface dynamics. Chichester, England: John Wiley and Sons. 1999. 392 p.
11. *Pranzini E.*, *Rosas V.*, *Jackson N.L.*, *Nordstrom K.F.* Beach changes due to sediment delivered by streams to pocket beaches during a major flood // Geomorphology. 2013. Vol. 199. P. 36–47. doi:10.1016/j.geomorph.2013.03.034
12. *Izumi N.*, *Shuto N.*, *Tanaka H.* Instability of River Mouth locations in pocket beaches // American Society of Civil Engineers. Coast. Sed. 1999. P. 628–643.
13. *Pranzini E.*, *Rosas V.* Pocket beach response to high energy e low frequency floods (Elba Island, Italy) // Journal of Coastal Research. 2007. SI 50. P. 969–977.
14. *Bruun P.* The Bruun rule of erosion by sea–level rise: a discussion on large-scale two- and three-dimensional usages // Journal of Coastal Research. 1988. Vol. 4, No. 4. P. 627–648.
15. *Леонтьев И.О.* Изменения контура берега, вызванные поперечным сооружением в береговой зоне моря // Геоморфология. 2018. № 3. С. 32–39. doi:10.7868/S0435428118030033
16. Отчет о НИР «Математическое моделирование нагонов, течений, волнения и размывов дна в Невской губе и устье реки Невы». Санкт-Петербург: ООО «КАРДИНАЛ софт», 2016.
17. *Лаппо Д.Д.*, *Стрекалов С.С.*, *Завьялов В.К.* Нагрузки и воздействия ветровых волн на гидротехнические сооружения. Ленинград: ВНИИ гидротехники им. Б.Е. Веденеева, 1990. 432 с.
18. *Леонтьев И.О.* Морфодинамические процессы в береговой зоне моря. Saarbrücken: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2014. 251 с.
19. ФГБУ «ВСЕГЕИ» Экспертное мнение по строительству объекта «База водных видов спорта в Приморском районе». Санкт-Петербург, 2021.
20. *Kuprin A.V.*, *Novakov A.D.*, *Kantarzhi I.G.*, *Gubina N.A.* Local and general scours caused by tsunami waves // Power Technology and Engineering. 2021. Vol. 54, No. 6. P. 836–840. doi:10.1007/s10749-021-01296-1

21. *Куприн А.В.*, *Кантаржи И.Г.* Типы размывов от волн цунами, воздействующих на гидротехнические сооружения // Гидротехника. 2020, № 4(61). С. 48–50.
22. *Ishihara K.*, *Yamazaki A.* Analysis of wave–induced liquefaction in seabed deposits of sand // Soils Found. 1984. Vol. 24, No. 3. P. 85–100. doi:10.3208/sandf1972.24.3_85
23. *Леонтьев И.О.*, *Акивис Т.М.* О воздействии системы бун на песчаный берег // Океанология. 2020. Т. 60, № 3. С. 474–484. doi:10.31857/S0030157420030041
24. *Леонтьев И.О.* К определению глубины замыкания у песчаного берега // Океанология. 2022. Т. 62, № 2. С. 301–308. doi:10.31857/S0030157422020101

References

1. Report 1290–2020.IGMI. Technical report on the results of engineering and hydrometeorological surveys. AO «Firma UNIKOM, 2020 (in Russian).
2. *Leont'ev I.O.*, *Khabidov A. Sh.* Modeling the dynamics of the coastal zone. A review of current research. P.P. Shirshov Institute of Oceanology RAS, Institute of Water and Ecological Problems SB RAS. *Novosibirsk*, *Izdatel'stvo Sibirskogo otdeleniya RAN*, 2009, 90 p. (in Russian).
3. *Hanson H.*, *Baquerizo Azofra A.*, *Falqué A.*, *Lomonaco P.*, *Payo A.* Contour–line models as tools for long–term coastal evolution. *Jornadas sobre Avances en Ingenieria Ingenieria de Costas y Oceanografia Operacional, Real Academia de Ingenieria*. 2004, 17–52. doi:10.13140/RG.2.1.4089.5524
4. *Hanson H.* GENESIS: A generalized shoreline changes numerical model. *Journal of Coastal Research*. 1989, 5(1), 1–27.
5. *Kantarzhi I.*, *Mordvintsev K.*, *Gogin A.* Numerical Analysis of the Protection of a Harbor Against Wave. *Power Technology and Engineering*. 2019, 53. doi:10.1007/s10749-019-01092-y1
6. *Leont'yev I.O.* Changes in the shoreline caused by coastal structures. *Oceanology*. 2007, 47, 877–883. doi:10.1134/S0001437007060124
7. *Badiei P.*, *Kamphuis J.W.*, *Hamilton D.G.* Physical experiments on the effects of groins on shore morphology. *24th Int. Conf. on Coastal Eng. Kobe, Japan*. 1994, 1782–1796. doi:10.1061/9780784400890.129
8. *Kantarzhi I.*, *Zheleznyak M.*, *Leont'yev I.* Modeling and monitoring of the processes in the coastal zone of Imeretinka lowland, Black Sea, Sochi. *Proceedings of Managing risks to coastal regions and communities in a changing world conference*, 2017. doi:10.31519/conferencearticle_5b1b943667afd8.23141830
9. *Baloui Y.*, *Belon R.* Evolution of Corsican pocket beaches. *Journal of Coastal Research*. 2014, 70(10070), 96–101. doi:10.2112/SI70-017.1
10. *Short A.D.*, *Masselink G.* Embayed and structurally controlled beaches. *Handbook of beach and shoreface dynamics. Chichester*, *England*: *John Wiley and Sons*. 1999, 392 p.
11. *Pranzini E.*, *Rosas V.*, *Jackson N.L.*, *Nordstrom K.F.* Beach changes due to sediment delivered by streams to pocket beaches during a major flood. *Geomorphology*. 2013, 199, 36–47. doi:10.1016/j.geomorph.2013.03.034
12. *Izumi N.*, *Shuto N.*, *Tanaka H.* Instability of River Mouth locations in pocket beaches. *American Society of Civil Engineers. Coast. Sed.* 1999, 628–643.
13. *Pranzini E.*, *Rosas V.* Pocket beach response to high energy e low frequency floods (Elba Island, Italy). *Journal of Coastal Research*. 2007, SI 50, 969–977.
14. *Bruun P.* The Bruun rule of erosion by sea–level rise: a discussion on large–scale two– and three–dimensional usages. *Journal of Coastal Research*. 1988, 4, 4, 627–648.
15. *Leont'yev I.O.* Changes in shoreline contour due to cross–shore structure in the sea coastal zone. *Geomorfologiya*. 2018, 3, 32–39. doi:10.7868/S0435428118030033
16. Report on research "Mathematical modeling of surges, currents, waves and bottom scouring in the Neva Bay and the mouth of the Neva River". *OOO "KARDINAL soft"*, *St. Petersburg*, 2016 (in Russian).
17. *Lappo D.D.*, *Strekalov S.S.*, *Zav'yalov V.K.* Loads and effects of wind waves on hydraulic structures. *Leningrad*, *VNII gidrotekhniki im. B.E. Vedeneeva*, 1990. 432 p. (in Russian).
18. *Leont'ev I.O.* Morphodynamic processes in the coastal zone of the sea. *Saarbrücken: LAP LAMBERT Academic Publishing*. 2014. 251 p. (in Russian).
19. Expert opinion on the construction of the facility "Water Sports Base in Primorsky District". *Vserossijskij nauchno–issledovatel'skij geologicheskij institut im. A.P. Karpinskogo*, *St. Petersburg*, 2021 (in Russian).
20. *Kuprin A.V.*, *Novakov A.D.*, *Kantarzhi I.G.*, *Gubina N.A.* Local and general scours caused by tsunami waves. *Power Technology and Engineering*. 2021, 54, 6, 836–840. doi:10.1007/s10749-021-01296-1
21. *Kuprin A.V.*, *Kantarzhi I.G.* Types of scour from tsunami waves affecting hydraulic structures. *Gidrotekhnika*. 2020, 4(61), 48–50 (in Russian).

22. *Ishihara K.*, *Yamazaki A.* Analysis of wave–induced liquefaction in seabed deposits of sand. *Soils Found*. 1984, 24 (3), 85–100. doi:10.3208/sandf1972.24.3_85
23. *Leont'yev I.O.*, *Akivis T.M.* The effect of a groin field on a sandy beach. *Oceanology*. 2020, 60(3), 412–420. doi:10.1134/S0001437020030042
24. *Leont'yev I.O.* Evaluation of depth of closure on a sandy coast. *Oceanology*. 2022, 62(2), 258–264. doi:10.1134/S0001437022020102

Об авторах

КАНТАРЖИ Измаил Григорьевич, РИНЦ Author ID: 1086368, ORCID ID: 0000-0002-0587-4722, Scopus Author ID: 6602848417, 57200265787, WoS Researcher ID: A-1922–2014, kantardgi@yandex.ru

ЛЕОНТЬЕВ Игорь Олегович, РИНЦ Author ID: 58658, ORCID ID: 0000-0002-5010-6239, Scopus Author ID: 6603383591, WoS Researcher ID: R-8051–2016, igor.leontiev@gmail.com

КУПРИН Александр Васильевич, РИНЦ Author ID: 1101401, ORCID ID: 0000-0002-4186-2753, Scopus Author ID: 57222865129, rtyter55@gmail.com

DOI 10.59887/2073-6673.2023.16(3)-8

УДК 627.22+627.52

© *А. Г. Гогин**, *И. Г. Кантаржи*, 2023

Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет, 129337, Москва, Ярославское шоссе, д. 26.
*alex.gogin@bk.ru

РАЗВИТИЕ МЕТОДА ПАРАБОЛИЧЕСКОГО ПРИБЛИЖЕНИЯ В ЗАДАЧАХ ДИФРАКЦИИ МОРСКИХ ВОЛН НА АКВАТОРИИ ПОРТА

Статья поступила в редакцию 06.03.2023, после доработки 04.06.2023, принята в печать 24.07.2023

Аннотация

Получены аналитические выражения метода параболического приближения для расчета дифракции морских волн за сходящимися оградительными сооружениями, расположенными под углом к подходящим волнам. Для этого использован способ линейной суперпозиции результатов, полученных отдельно для каждого из молов. На основе сравнения результатов, получаемых этим методом, с результатами физических (в волновом бассейне) и численных (с помощью DHI MIKE 21 BW) экспериментов при разных постановках задачи (всего 40) сделан вывод о допустимости применения полученных выражений. Результаты исследования позволяют рекомендовать полученные выражения для прикладного использования при прогнозировании параметров волнового режима на акватории морских портов, где сильны дифракционные явления. Комплексность используемой в методе параболического уравнения функции становится причиной появления «лепестков» изолиний коэффициента дифракции на защищаемой акватории. Представлены аппроксимативные выражения для сглаживания осцилляций функции комплексной амплитуды по линиям, параллельным и перпендикулярным оси оградительных сооружений. В результате получено, что комплексность используемой функции является причиной получения ошибки при определении коэффициента дифракции, оцениваемой в среднем в пределах от 2 до 5%. Максимальная амплитуда осцилляций коэффициента дифракции составила 12,5% от значения, полученного с помощью аппроксимативного выражения.

Ключевые слова: морской порт, волновой режим, морские волны, ветровые волны, дифракция, параболическое уравнение, параболическое приближение, диффузия волновой амплитуды

© *A. G. Gogin**, *I. G. Kantarzhi*, 2023

Moscow State University of Civil Engineering (National Research University), 26 Yaroslavskoe shosse, Moscow, 129337, Russia
*alex.gogin@bk.ru

DEVELOPMENT OF THE PARABOLIC EQUATION FOR CALCULATION OF SEA WAVES DIFFRACTION IN PORT AREA

Received 06.03.2023, Revised 04.06.2023, Accepted 24.07.2023

Abstract

Application method of parabolic equations is presented in this paper for calculating diffraction of sea waves behind converging breakwaters, which entrance is not parallel to front of approaching waves. For this, the method of linear superposition of results obtained separately for each breakwater was used. Based on a comparison of results obtained by this method with results of physical (obtained in a wave basin) and numerical (obtained using DHI MIKE 21 BW) model experiments with different settings (40 models in total), a conclusion about using allowability of the obtained equations was made. Results of the study make it possible to recommend the obtained equations for practical use in studies of seaports wave regimes, where diffraction phenomena are strong. Complexity of a function used in the parabolic method causes appearance of "petals" of diffraction coefficient isolines in protected water area. Approximate equations are presented for smoothing the oscillations of the complex amplitude function along lines parallel and perpendicular to axis of breakwaters. It is shown that associated error in obtaining diffraction coefficient varies on average within 2–5%, and maximum error obtained was 12.5%.

Keywords: seaport, wave regime, sea waves, wind waves, diffraction, parabolic equation, wave amplitude diffusion

Ссылка для цитирования: *Гогин А.Г.*, *Кантаржи И.Г.* Развитие метода параболического приближения в задачах дифракции морских волн на акватории порта // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2023. Т. 16, № 3. С. 106–119. doi:10.59887/2073–6673.2023.16(3)-8

For citation: *Gogin A.G.*, *Kantarzhi I.G.* Development of the Parabolic Equation for Calculation of Sea Waves Diffraction in Port Area. *Fundamental and Applied Hydrophysics*. 2023, 16, 3, 106–119. doi:10.59887/2073–6673.2023.16(3)-8

1. Введение

Прогнозирование параметров ветрового волнения на акватории проектируемого порта является первоочередной задачей для обоснованного принятия решений о компоновке защитных (оградительных) сооружений морского порта. Оградительные сооружения — самые дорогостоящие сооружения морского порта, что делает их расчет одним из самых важных аспектов технико-экономического обоснования проекта. Связанные с этим расчеты остаточного волнового режима на защищаемой акватории часто становятся определяющими для принятия решений о целесообразности реализации всего проекта [1]. Определяющей для волнового режима является дифракция волн за входным створом, образуемым в разрыве между оградительными сооружениями.

Задача дифракции морских волн на практике сегодня решается одним из известных способов: физическим моделированием в волновом бассейне [2, 3], численным моделированием с помощью гидродинамических моделей [4, 5] или инженерным нормативным расчетом. Каждый из способов имеет свои преимущества и недостатки, но разброс результатов часто весьма велик [6]. В последние годы также отмечается отсутствие теоретико-аналитических подходов к задаче дифракции при реализации проектов морских портов. Тем не менее, развитие таких методов остается востребованным в связи с необходимостью верификации используемых численных моделей, а также при определении погрешностей вышеперечисленных методов в качестве независимого эталона.

Одним из независимых теоретико-аналитических методов расчета дифракции волн является метод поперечной диффузии волновой амплитуды. Термин «метод поперечной диффузии» был введен Малюжинцом [7] на основе сходства явления дифракции с обычной диффузией и теплопроводностью и является обобщением параболического уравнения Леонтовича-Фока [8–10] (изначально выведенного для электромагнитных волн) для волн различной физической природы в неоднородных средах. Кроме того, уравнение для комплексной амплитуды волнового пакета схоже с уравнением Шредингера в квантовой механике.

Впоследствии метод параболического приближения получил развитие для расчета дифракции морских волн в работах Ю.М. Крылова с соавторами [11], которые оперируют понятием «метод поперечной диффузии волновой амплитуды», и Н.Н. Загрядской [12, 13], в которых используется термин «метод параболического приближения», и позволил получить некоторые надежные результаты в ряде классических модельных задач. За рубежом основное внимание в части задачи дифракции морских волн было уделено методу Зоммерфельда [14], который в конце XIX века вывел основные выражения для расчета на основе явления дифракции электромагнитных волн. В дальнейшем метод Зоммерфельда получил свое развитие в методе Пенни и Прайса [15], разработанном для исследований дифракции морских волн и верифицированном большим количеством лабораторных экспериментов. Однако на сегодняшний день отмечается отсутствие научного и практического интереса к методу параболического приближения. Возможными причинами этого являются, в том числе, неясные граничные условия и неочевидные криволинейные координаты расчетной области, а также интенсивное внедрение численного моделирования. Исключением являются лишь редкие работы [16, 17].

Тем не менее, использование метода параболического приближения позволяет получить решение задачи дифракции, которое может применяться для более глубокого изучения процессов трансформации волн на исследуемой акватории. В настоящей работе предлагается использовать способ суперпозиции решений метода параболического приближения для расчета дифракции волн за сходящимися оградительными сооружениями, которые расположены на одной линии под произвольным углом к фронту набегающих волн. Предлагаемый способ не является точным решением даже в рамках параболического уравнения, поэтому для подтверждения возможности его использования проведен ряд модельных экспериментов с помощью физического и численного моделирования.

Комплексный вид параболического уравнения является причиной получения «расчетных» осцилляций амплитуды волны, которые далеки от физики явления и не подтверждаются в натуре. Представлены выражения для сглаживания осцилляций, с помощью которых возможно определить среднее значение коэффициента дифракции. На основе сравнения абсолютных и средних значений коэффициента дифракции оценена погрешность результатов, которые могут быть получены с помощью метода параболического уравнения.

2. Методы

2.1. Развитие метода параболического приближения

Согласно [11], классическое уравнение метода параболического приближения для расчета комплексной волновой амплитуды за оградительным сооружением на плоском дне в зоне света имеет вид:

$$\frac{\partial A}{\partial x} = \frac{i}{2k}\frac{\partial^2 A}{\partial y^2}, \tag{1}$$

а в зоне тени — вид:

$$\frac{\partial A}{\partial r}=\frac{i}{2k}\frac{\partial^2 A}{\partial l^2}-\frac{A}{2r},\tag{2}$$

где $A(x, y)$ (или $A(r, \theta)$ в полярных координатах) — безразмерная комплексная амплитуда волны; $l = r\theta$ — длина дуги; $k = 2\pi/\lambda$ — волновое число; λ — длина подходящих волн. Здесь и далее координаты отнесены к длине исходных волн. Переход к термину коэффициента дифракции, k_d, представляющим собой отношение высот подходящих и дифрагированных волн и характеризующим остаточную высоту волн на акватории, осуществляется с помощью выражения:

$$k_d = |A(x, y)|.\tag{3}$$

Практическое использование уравнений метода параболического приближения в явном виде возможно как для одиночного мола, так и для сходящихся молов, но при условии параллельности фронта волн и входного створа. Согласно [11], при подходе к одиночному молу фронта волн с единичной амплитудой (рис. 1, слева) волновую амплитуду за сооружением можно найти с помощью следующего выражения:

$$A\left(x,y,\theta_0\right)=\frac{1}{2}\left\{1+\Phi\left(\frac{1}{\sqrt{i}}y\sqrt{\frac{\pi}{x}}\right)+\exp\left[-i4\pi\theta_0\left(y+\theta_0 x\right)\right]\times\left[1-\Phi\left(\frac{1}{\sqrt{i}}\left(y+2\theta_0 x\right)\sqrt{\frac{\pi}{x}}\right)\right]\right\},\tag{4}$$

где $\Phi\left(\frac{1}{\sqrt{i}}z\right)=\frac{2}{\sqrt{i}}\left[C\left(z\right)+iS\left(z\right)\right]$, а $C(z)$ и $S(z)$ — табулированные интегралы Френеля. Функцию $\Phi\left(\frac{1}{\sqrt{i}}z\right)$ также можно выразить следующим образом:

$$\Phi\left(\frac{1}{\sqrt{i}}z\right)=\frac{2}{\sqrt{\pi i}}\int_0^z e^{it^2}dt.\tag{5}$$

Введем $z_1=y\sqrt{\frac{\pi}{x}}$; $z_2=\left(y+2\theta_0 x\right)\sqrt{\frac{\pi}{x}}$. Тогда функцию $A(x, y, \theta_0)$ можно записать следующим образом:

$$A\left(x,y,\theta_0\right)=\frac{1}{2}+\frac{1}{\sqrt{\pi i}}\int_0^{z_1}e^{it^2}dt\pm\frac{1}{2}\exp\left[-i4\pi\theta_0\left(y+\theta_0 x\right)\right]\times\left(1-\frac{2}{\sqrt{\pi i}}\int_0^{z_2}e^{it^2}dt\right).\tag{6}$$

Применение выражений (6) и (3) позволяет получить распределение коэффициента дифракции на акватории за одиночным молом.

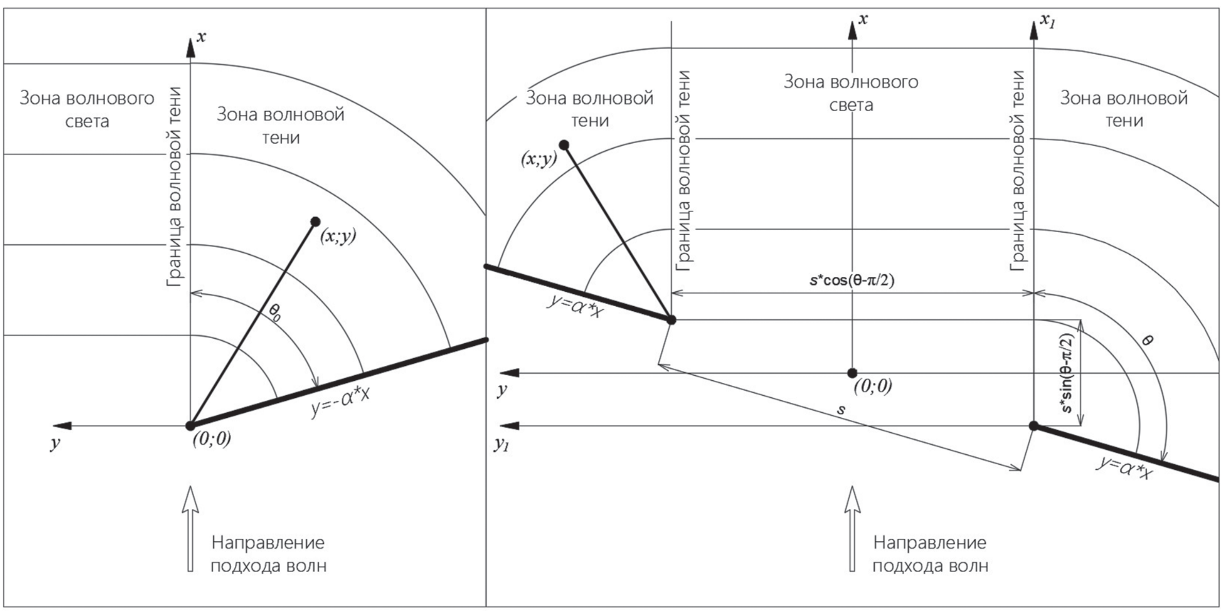


Рис. 1. Схемы к расчету дифракции волн

Fig. 1. Scheme for wave diffraction calculation

Решение задачи дифракции волн за сходящимися молами, створ между которыми расположен на линии, параллельной фронту волн, также получено в [11] в явном виде. Не повторяя сказанного там, приведем выражение для функции $A(x, y, s, \theta_1, \theta_2)$ с упомянутыми выше допущениями и вспомогательными функциями, в которых символ степени обозначает левый, «I», и правый, «II», мол:

$$A(x,y,s,\theta_1,\theta_2)=\frac{1}{\sqrt{\pi i}}\int_0^{Z_1^I} e^{it^2}dt+\frac{1}{\sqrt{\pi i}}\int_0^{Z_1^{II}} e^{it^2}dt\pm\frac{1}{2}\exp\left(-i4\pi\theta_1\left(\frac{s}{2}+y+\theta_1 x\right)\right)\times$$
$$\times\left[1-\frac{2}{\sqrt{\pi i}}\int_0^{Z_2^I} e^{it^2}dt\right]\pm\frac{1}{2}\exp\left(-i4\pi\theta_2\left(\frac{s}{2}-y+\theta_2 x\right)\right)\times\left[1-\frac{2}{\sqrt{\pi i}}\int_0^{Z_2^{II}} e^{it^2}dt\right], \tag{7}$$

где θ_1 и θ_2 — угол между границей волновой тени и осью левого и правого оградительного сооружения соответственно.

Далее, аналогичными преобразованиями получим выражение для расчета дифракции за сходящимися оградительными сооружениями, когда створ между ними не параллелен фронту подходящих волн (рис. 1, справа).

Для начала преобразуем выражение (6) в новых координатах для первого по ходу движения волны мола:

$$A\left(x_1,y_1,\theta\right)=\frac{1}{2}+\frac{1}{\sqrt{\pi i}}\int_0^{z_1} e^{it^2}dt\pm\frac{1}{2}\exp\left[-i4\pi\theta_1\left(y_1+\theta x_1\right)\right]\times\left(1-\frac{2}{\sqrt{\pi i}}\int_0^{z_2} e^{it^2}dt\right), \tag{8}$$

где вспомогательные функции выражаются как: $z_1=y_1\sqrt{\dfrac{\pi}{x_1}};\ z_2=\left(y_1+2\theta x_1\right),$ а получаемые коэффициенты дифракции будут решением на промежутке $0<x_1\le s\cdot\sin\left(\theta-\pi/2\right)$.

Начальным условием для второго по ходу движения волны мола будет отличное от единичного распределение амплитуды. Но в таком случае получить уравнение в явном виде не удается. Расположение оградительных сооружений на одной линии позволяет пренебречь взаимовлиянием молов друг на друга и рассмотреть задачу дифракции на втором моле как на одиночном, к котором подходит волна единичной амплитуды с шириной фронта: $s_2 = s\cdot\cos(\theta - \pi/2)$. Решением задачи дифракции за сооружениями в таком случае станет линейная суперпозиция решений для первого и второго мола. Выразив координаты для второго по ходу движения волны мола:

$$x_1=x+\frac{s\cdot\sin(\theta-\pi/2)}{2};\ \ y_1=y+\frac{s\cdot\cos(\theta-\pi/2)}{2}, \tag{9}$$

получим за сооружениями:

$$A(x,y,s,\theta)=\frac{1}{\sqrt{\pi i}}\int_0^{Z_1^I} e^{it^2}dt+\frac{1}{\sqrt{\pi i}}\int_0^{Z_1^{II}} e^{it^2}dt\pm\frac{1}{2}\exp\left(-i4\pi\theta_1\left(\frac{s\cdot\cos(\theta-\pi/2)}{2}+y+\theta\left(x+\frac{s\cdot\sin(\theta-\pi/2)}{2}\right)\right)\right)\times$$
$$\times\left[1-\frac{2}{\sqrt{\pi i}}\int_0^{Z_2^I} e^{it^2}dt\right]\pm\frac{1}{2}\exp\left(-i4\pi\theta_2\left(\frac{s\cdot\cos(\theta-\pi/2)}{2}-y+\theta\left(x-\frac{s\cdot\sin(\theta-\pi/2)}{2}\right)\right)\right)\times\left[1-\frac{2}{\sqrt{\pi i}}\int_0^{Z_2^{II}} e^{it^2}dt\right], \tag{10}$$

где вспомогательные функции z выражаются как:

$$z_1^I=\left(\frac{s\cdot\cos(\theta-\pi/2)}{2}-y\right)\sqrt{\frac{\pi}{x+\dfrac{s\cdot\sin(\theta-\pi/2)}{2}}}, \tag{11}$$

$$z_1^{II}=\left(\frac{s\cdot\cos(\theta-\pi/2)}{2}+y\right)\sqrt{\frac{\pi}{x-\dfrac{s\cdot\sin(\theta-\pi/2)}{2}}}, \tag{12}$$

$$z_2^I=\frac{s\cdot\cos(\theta-\pi/2)}{2}+y+2\theta\left(x+\frac{s\cdot\sin(\theta-\pi/2)}{2}\right)\sqrt{\frac{\pi}{x+\dfrac{s\cdot\sin(\theta-\pi/2)}{2}}}, \tag{13}$$

$$z_2^{II}=\frac{s\cdot\cos(\theta-\pi/2)}{2}-y+2\theta\left(x-\frac{s\cdot\sin\left(\theta-\pi/2\right)}{2}\right). \tag{14}$$

Таким образом, с помощью выражений (10)–(14) может быть получено решение задачи дифракции за двумя сходящимися сооружениями, расположенными на одной линии под углом к фронту набегающих волн. Переходя к системе координат для первого по ходу движения волны мола, (x_1, x_2), на интервале $0 < x_1 \leq s \cdot \sin(\theta - \pi/2)$ решение находится с помощью выражения (8), а на интервале $x_1 > s \cdot \sin(\theta - \pi/2)$ — с помощью выражения (10). Подобное использование способа линейной суперпозиции решений для сходящихся молов в отдельности не является точным решением даже в рамках параболического уравнения, но на практике позволяет получить достаточно надежные результаты, что подтверждается ниже сравнением получаемых результатов с результатами физического и численного моделирования.

2.2. Влияние комплексности параболического уравнения на точность решения

Основные уравнения метода параболического приближения, (1) и (2), содержат мнимый коэффициент, что делает их комплексными. Как показано в фундаментальной работе Малюжинца [7], это приводит к тому, что диффузия амплитуды волн в зону волновой тени происходит со сдвигом фаз, из-за чего в этих областях наблюдаются осцилляции функции $|A|$. При использовании метода параболического приближения на практике это приводит к физически неясным осцилляциям коэффициента дифракции на акватории и последующему образованию «лепестков» изолиний коэффициента дифракции (рис. 2, слева). Кроме этого, уравнение Зоммерфельда, которое легло в основу метода Пенни и Прайса, также является комплексным, что становится причиной получения лепестков в зонах волновой тени (рис. 2, справа).

Для того чтобы определить причину появления осцилляций, разложим уравнение (7) на составляющие функции $h(z)$:

$$h_1(x,y,s) = \frac{1}{2}\left[\Phi\left(\frac{1}{\sqrt{i}}\left(\frac{s}{2}+y\right)\sqrt{\frac{\pi}{x}}\right) + \Phi\left(\frac{1}{\sqrt{i}}\left(\frac{s}{2}-y\right)\sqrt{\frac{\pi}{x}}\right)\right], \quad (15)$$

$$h_2^I(x,y,s,\theta_1) = \frac{1}{2}\exp\left(-i4\pi\theta_1\left(\frac{s}{2}+y+\theta_1 x\right)\right) \times \left[1 - \Phi\left(\frac{1}{\sqrt{i}}\left(\frac{s}{2}+y+2\theta_1 x\right)\sqrt{\frac{\pi}{x}}\right)\right], \quad (16)$$

$$h_2^{II}(x,y,s,\theta_2) = \frac{1}{2}\exp\left(-i4\pi\theta_2\left(\frac{s}{2}-y+\theta_2 x\right)\right) \times \left[1 - \Phi\left(\frac{1}{\sqrt{i}}\left(\frac{s}{2}-y+2\theta_2 x\right)\sqrt{\frac{\pi}{x}}\right)\right]. \quad (17)$$

Здесь h_1 — выражение для дифракционного эффекта «излучающей полосы» в зоне света; h_2^I — дифракционный эффект левого мола; h_2^{II} — дифракционный эффект правого мола. Анализ полученных функций показал, что наибольший вклад в распределение комплексной амплитуды за сооружениями вносит первое слагаемое, выраженное функцией $h_1(x, y, s)$. В этой же функции и проявляются исследуемые осцилляции. Преобразуя выражение (15) аналогично выражению (7), получим:

$$h_1(x,y,s) = \frac{1}{\sqrt{\pi i}}\int_0^{z^I} e^{it^2}\,dt + \frac{1}{\sqrt{\pi i}}\int_0^{z^{II}} e^{it^2}\,dt. \quad (18)$$

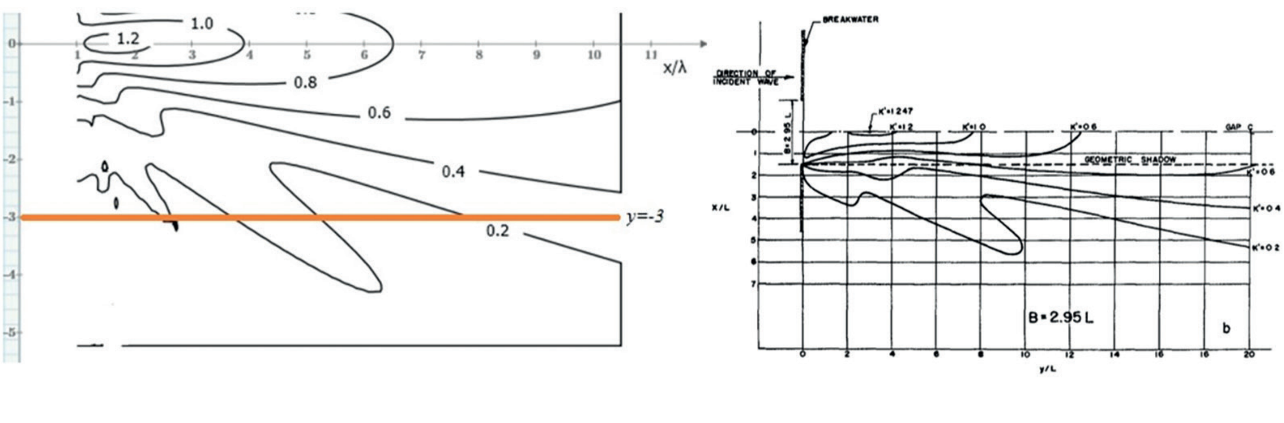


Рис. 2. Примеры появления «лепестков» при решении задачи дифракции методом параболического приближения (слева) и методом Зоммерфельда в [18] (справа)

Fig. 2. Examples of obtaining of “petals” by diffraction calculation using the parabolic equation method (left) and the Sommerfeld method in [18] (right)

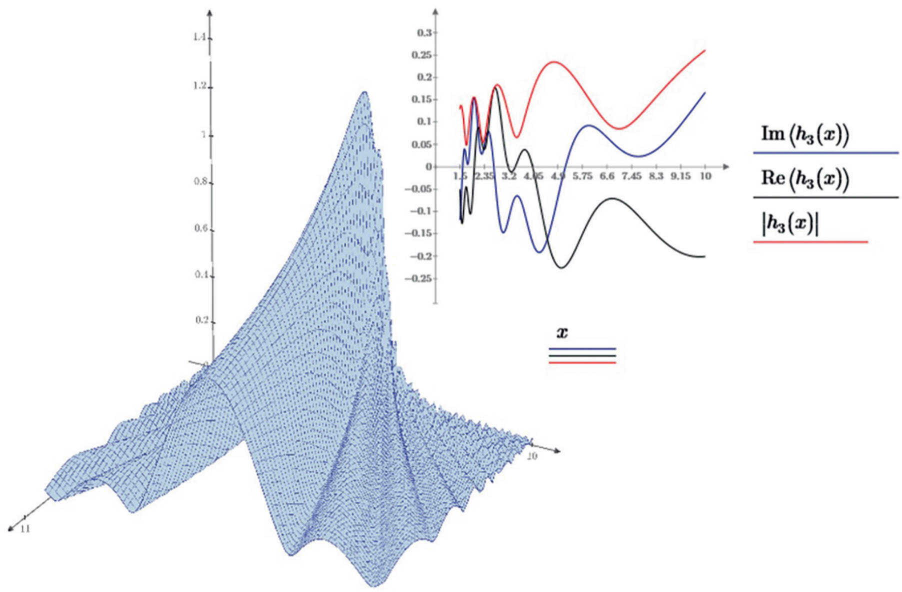


Рис. 3. Трехмерный вид графика комплексной функции $h_1(x, y)$ и ее график при $y = -3$

Fig. 3. 3D view of the complex function $h_1(x, y)$ and her graph by $y = -3$

Поведение функции (18) при $s = 2$ представлено на рис. 3, на котором наглядно проявляются осцилляции комплексной функции. На этом же рисунке представлено поведение функции по линии $y = -3$, показанной выше на рис. 2 оранжевой линией. Поскольку рассматривается комплексная функция, графики функций $h_1(x)$ разделяются на мнимую ($\mathrm{Im}(h_1(x))$) и вещественную ($\mathrm{Re}(h_1(x))$) части. Значение коэффициента дифракции определяется как $k_{dif} = |(h_1(x)|$.

На графике заметны существенные осцилляции, а при дискретизации диапазонов проведения изолиний коэффициента дифракции в волновой тени увеличится и количество «лепестков». Таким образом, показано, что появление лепестков обусловлено комплексной формой используемой функции для «излучающей полосы». Дальнейшее разбиение функции $h_1(x, y, s)$ на составляющие покажет, что наибольший вклад в осцилляции вносит эффект «излучающей полосы» от ближнего к расчетной линии мола.

Таким образом, анализ выражений метода параболического приближения показал, что образование лепестков при построении изолиний коэффициента дифракции обусловлено исключительно математическим аппаратом метода, не учитывающим сдвиг фаз при диффузии амплитуды в зоне волновой тени. В работе [12] при анализе причин проявления лепестков авторы приходят к выводу о том, что возникновение осцилляций обусловлено интерференцией дифрагированных волн. Однако, этим не объясняется увеличение частоты осцилляций при приближении к молу, то есть при стремлении x к нулю.

Предварительный анализ графиков функции $h_1(x, y)$ по сечениям x и y показал, что получаемые методом параболического приближения результаты могут быть с достаточной точностью аппроксимированы с помощью функции гиперболического секанса и сложной составной функции соответственно. Например, рассмотрим поведение функции $h_1(x, y)$ по линиям, параллельным оси y (параллельно оградительным сооружениям). Аппроксимирующая функция в этом случае запишется следующим образом:

$$f(y) = A \cdot \left(\mathrm{sech}(B \cdot y)\right)^C, \tag{19}$$

где A, B и C — параметры аппроксимации. Подбор параметров аппроксимации может осуществляться, например, с помощью нелинейной регрессии по методу наименьших квадратов, реализуемого в современных программных комплексах.

Для демонстрации применения полученного выражения были построены графики функции $h_1(y)$ при $x = 1$; $x = 5$ и $x = 10$ с построением аппроксимирующих их функций (рис. 4).

Аналогично было получено выражение для аппроксимации поведения функции $h_1(x)$ по линиям, перпендикулярным оси оградительных сооружений, которое предлагается записывать в следующем виде:

$$f(x) = D \cdot \ln(x + E) + \frac{F}{G \cdot x^H} + \frac{K}{L \cdot x^M}, \tag{20}$$

где D, E, F, G, H, K, L, M — параметры аппроксимации. Примеры его использования показаны для функции $h_1(x)$ при $y = 0$; 1; 5; 10 на рис. 5.

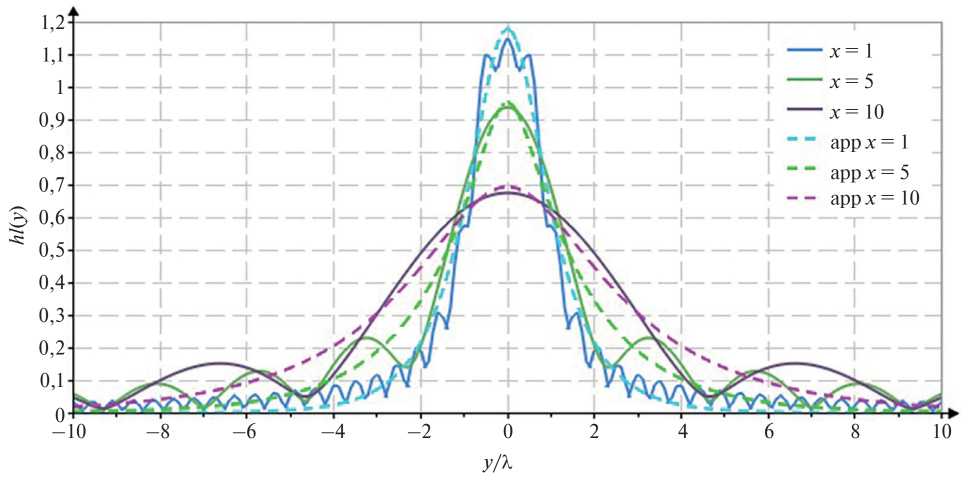


Рис. 4. Графики функции $h_1(y)$ при различных значениях x и $s = 2$ и их аппроксимирующие функции

Fig. 4. Graphs of the function $h_1(y)$ for various values of x and $s = 2$ and their approximating functions

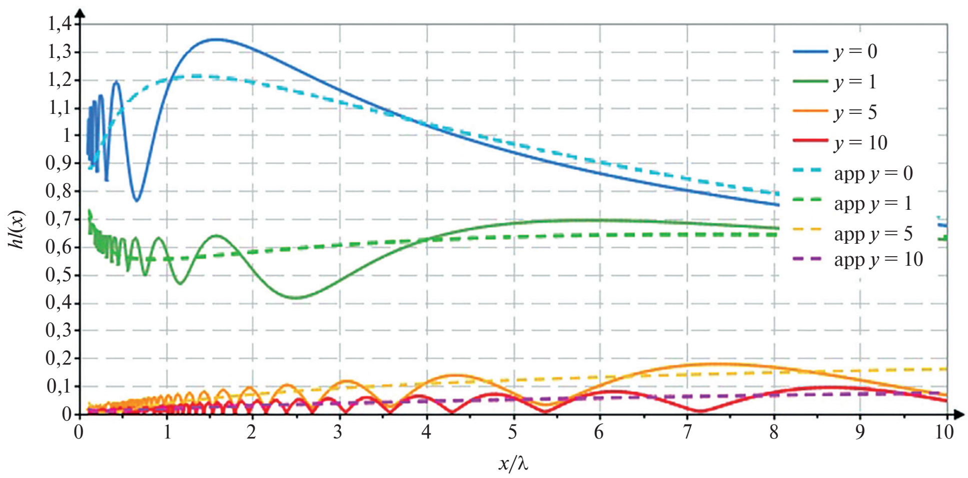


Рис. 5. Графики функции $h_1(x)$ при различных значениях y и $s = 2$ и их аппроксимирующие функции

Fig. 5. Graphs of the function $h_1(x)$ for various values of y and $s = 2$ and their approximating functions

В табл. 1 представлены полученные параметры аппроксимации рассмотренных выше функций, а также статистические показатели точности аппроксимации.

Таблица 1

Table 1

Параметры и точность аппроксимации комплексной функции $h_1(x, y)$ при некоторых значениях x и y и при $s = 2$

Parameters and accuracy of approximation of the complex function $h_1(x, y)$ при for some values of x and y and for $s = 2$

Функция $h_1(x, y)$ при:	A		B			C			Коэффициент корреляции
$x = 1$	1,179		1,569			0,697			0,993
$x = 5$	0,953		2,433			0,245			0,981
$x = 10$	0,693		0,702			0,574			0,975
	D	*E*	*F*	*G*	*H*	*K*	*L*	*M*	
$y = 0$	−2,17	2,11	4,11	1,14	−0,23	0,28	5,86	1	0,982
$y = 1$	−5,05	34,48	4,62	0,26	0,02	0,77	0,92	−0,5	0,944
$y = 5$	−0,16	141,34	1,11	1,35	−0,07	0,06	4,29	1	0,875
$y = 10$	−0,01	248,08	0,87	26,95	−0,45	0,01	1,57	1	0,940

В результате проведенного анализа было получено, что в среднем разброс результатов, которые могут быть получены с помощью метода параболического приближения, находится в пределах от 2 до 5%. Максимальная амплитуда осцилляций коэффициента дифракции составила 12,5% от значения, полученного с помощью аппроксимативного выражения.

3. Результаты

Для проверки надежности получаемых с помощью метода параболического приближения результатов был спроектирован и проведен модельный эксперимент, в котором дифракция волн играет решающее значение. В рамках эксперимента рассматривалась условная портовая акватория, ограниченная двумя сходящимися оградительными сооружениями. Глубина воды постоянна по всей акватории и принята равной 10 м. В рамках экспериментов было рассмотрено две ширины входного створа: 130 и 195 м. Кроме этого, варьировался также период (и связанная с ним длина) подходящих волн: 4,3; 5,7; 7,1; 8,5 и 9,9 с; а также угол подхода волн: 90° (нормальный подход волн к сооружениям); 67,5°; 45° и 22,5°. Амплитуда волн в данном случае имеет вторичное значение ввиду оперирования относительным коэффициентом дифракции.

Серия модельных экспериментов была проведена с помощью физического моделирования в волновом бассейне, расположенном в НИЦ «Морские берега», и смоделирована численно с помощью программного комплекса DHI MIKE 21 BW, который реализует фазоразрешающую волновую модель. Подробную информацию о численной модели можно найти в [19].

Масштаб физической модели в волновом бассейне составил 1:50. На рис. 6 представлена схема физической модели в бассейне, а также фотографии моделей.

Результаты физического моделирования определялись в контрольных точках, показанных на схеме эксперимента (рис. 6), путем отнесения получаемых высот волн в точках за сооружениями к высоте волн в точке, расположенной перед сооружениями.

Для численного моделирования серии модельных экспериментов была использована численная фазоразрешающая волновая модель, основанная на уравнениях Буссинеска. Моделирование выполнялось в натурном масштабе. Некоторые результаты численного моделирования представлены на рис. 7.

Постановки модельного эксперимента были также рассчитаны с помощью метода параболического приближения, в том числе, с использованием полученных в настоящей работе выражений для косого подхода волн к сооружениям. В качестве примера на рис. 8 показаны полученные изополя относительной амплитуды для створа шириной 195 м и подходящих под углом 90° и 45° волн с периодом 9,9 с.

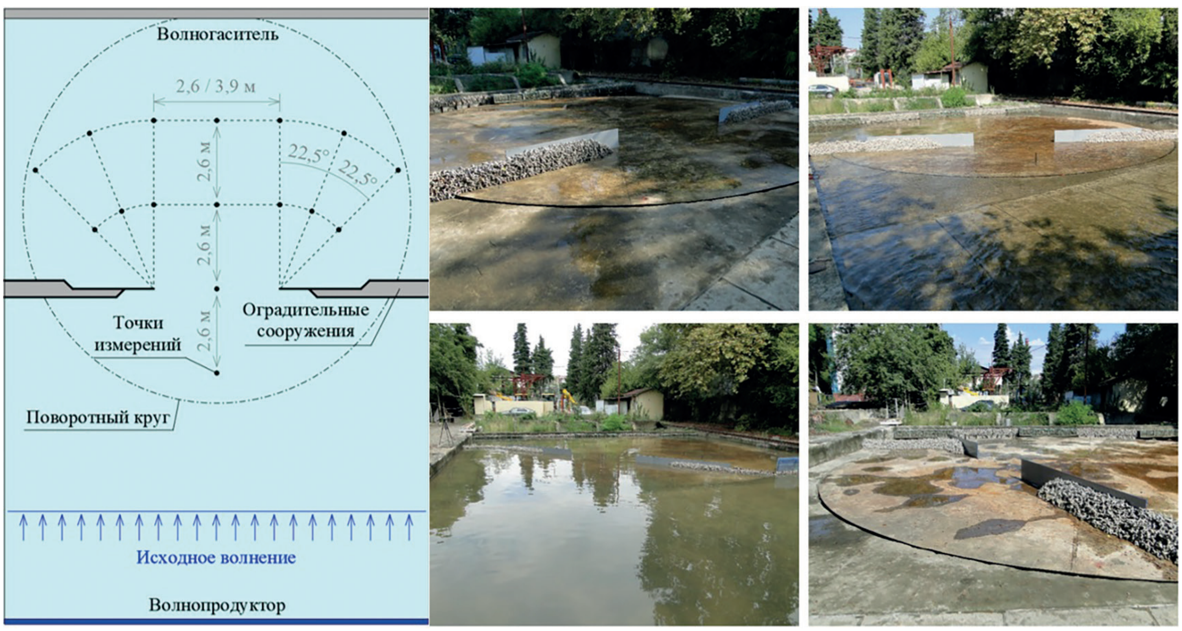


Рис. 6. Схема физической модели в бассейне и фотографии моделей

Fig. 6. Scheme of physical model in basin and model photos

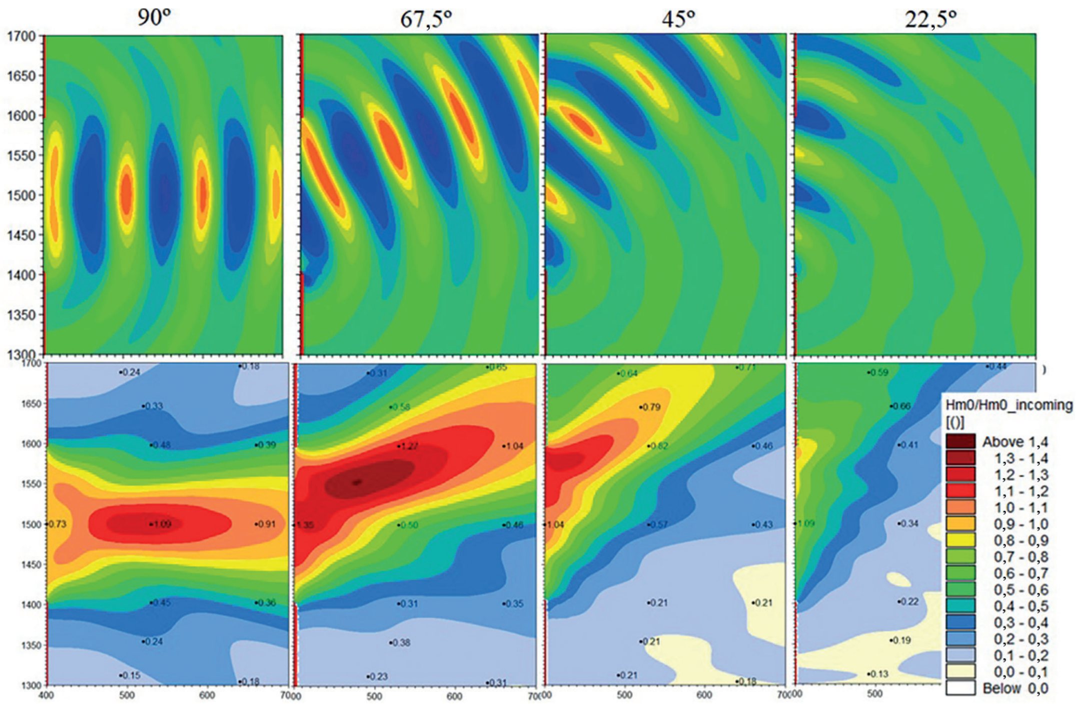


Рис. 7. Результаты численного моделирования для ширины створа 195 м при различных углах подхода волн с периодом 9,9 с. Сверху: изополя мгновенных отметок взволнованной поверхности. Снизу: изополя коэффициентов дифракции

Fig. 7. Results of numerical simulation for entrance width of 195 m at different angles of wave approach with period of 9.9 s. Top: isofields of instantaneous marks of elevation surface. Bottom: isofields of diffraction coefficients

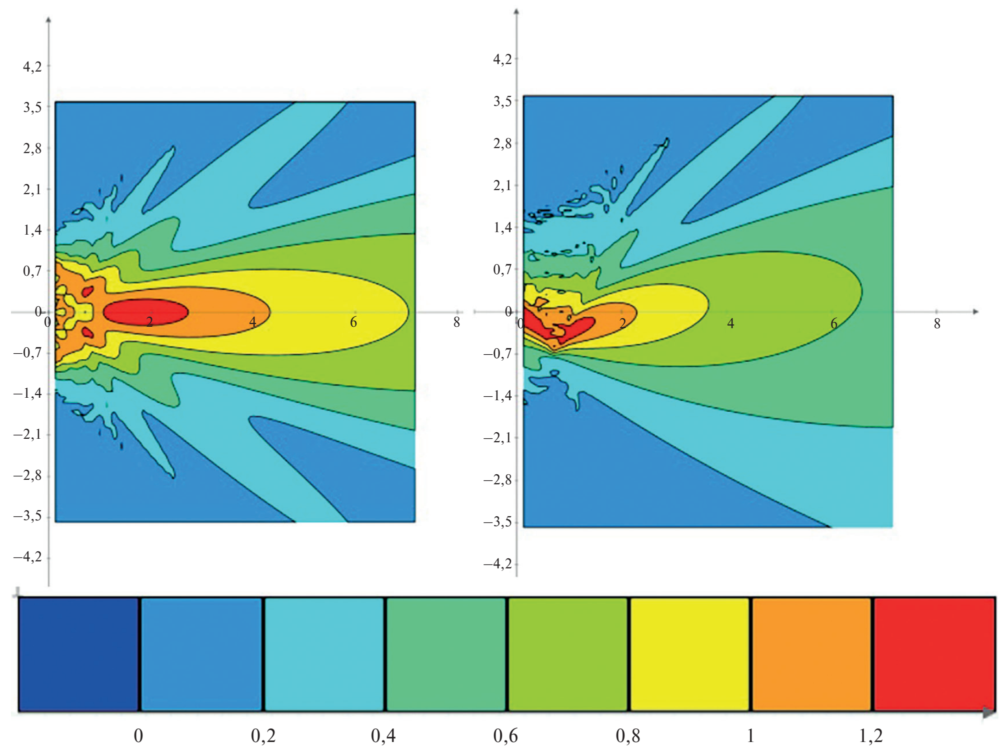


Рис. 8. Результаты аналитического расчета коэффициентов дифракции при ширине створа 195 м и подходящих под углом 90° (слева) и 45° (справа) волн с периодом 9,9 с

Fig. 8. Results of analytical calculation of diffraction coefficients for entrance width of 195 m and waves approaching at an angle of 90° (left) and 45° (right) with a period of 9.9 s

Сравнение результатов, полученных разными методами, было выполнено по двум линиям, проведенным через контрольные точки получения результатов в физическом моделировании (показаны пунктиром на рис. 6). Ближнюю к оградительным сооружениям линию обозначим «первой», дальнюю — «второй». Наглядные графики сравнения некоторых результатов представлены на рис. 9. На графиках синим цветом обозначены результаты по первой линии, зеленым — по второй. Сплошные линии соответствуют результатам, полученным с помощью метода параболического приближения; пунктирные — численному моделированию; точки — физическим экспериментам.

Подобные графики были построены для всех постановок модельных экспериментов, всего 40. Анализ приведенных графиков, а также аналогичных, полученных для других условий, позволяет отметить качественное совпадение полученных разными методами коэффициентов дифракции. При этом результаты, полученные с помощью метода параболического приближения, очень хорошо совпадают с результатами численного моделирования. Средняя разница между ними составила 6 % в зоне волнового света. Это позволяет говорить о том, что полученные выше выражения метода параболического приближения пригодны для решения задачи дифракции.

Сравнение с результатами физического моделирования показывает несколько большие различия. В первую очередь, это относится к зоне волнового света, где в волновом бассейне были получены более низкие коэффициенты дифракции по сравнению с полученными аналитическими вычислениями и численным моделированием. Средняя разница между результатами здесь составила около 18 %. Во вторую очередь, напротив, в зонах волновой тени «экспериментальные» коэффициенты дифракции больше «вычисленных», а средняя ошибка — около 10 %. При этом на границе волновой тени коэффициенты дифракции совпадают с хорошей точностью.

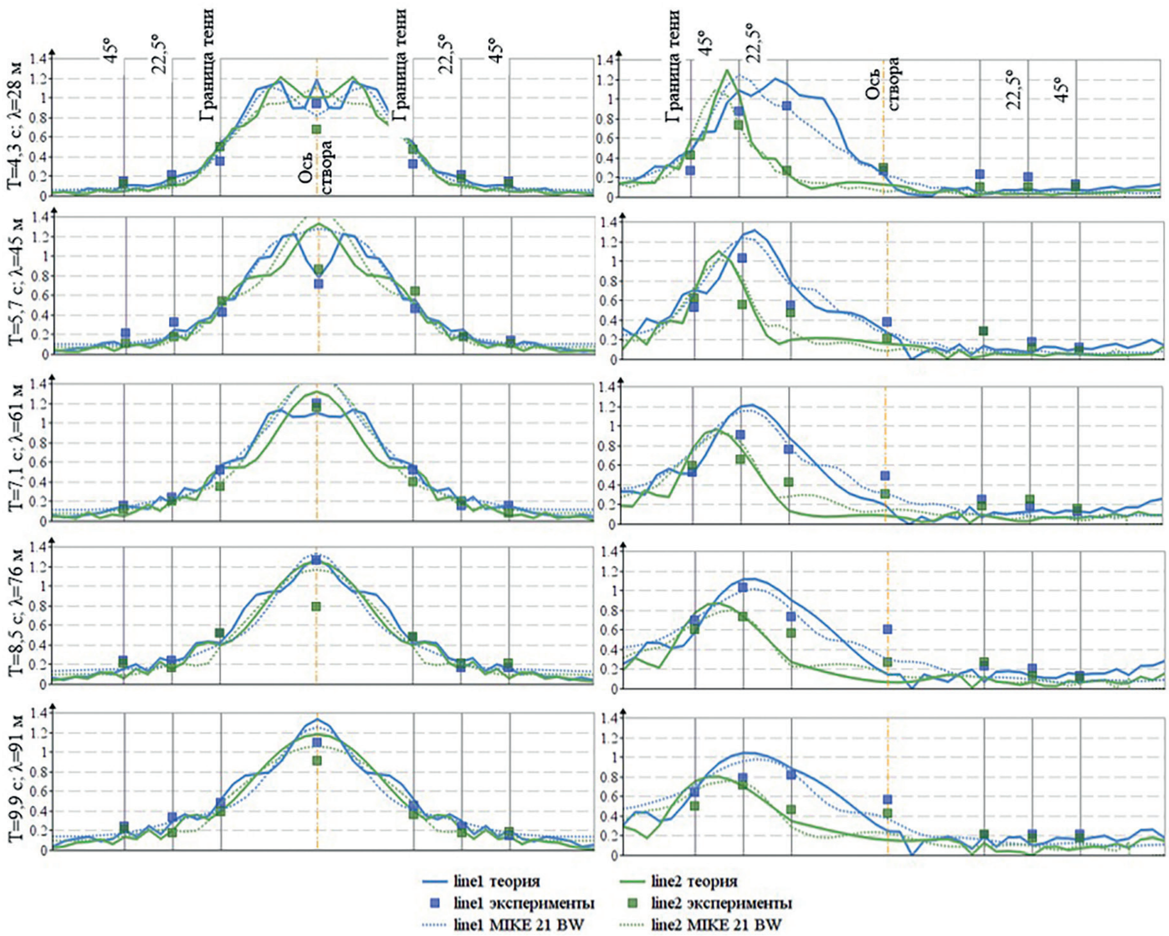


Рис. 9. Сравнение результатов, полученных разными методами, при ширине створа 195 м и подходящих под углом 90° (слева) и 45° (справа) волн различного периода

Fig. 9. Comparison of results obtained by different methods, for entrance width of 195 m and waves approaching at an angle of 90° (left) and 45° (right) of different periods

Таблица 2

Table 2

Результаты статистического анализа

Results of statistical analysis

Угол подхода волн	Створ	Абсолютное среднеквадратичное отклонение	Относительное среднеквадратичное отклонение	Коэффициент корреляции, R
90°	130 м	0,21	15%	0,93
	195 м	0,16	11%	0,96
67,5°	130 м	0,17	12%	0,92
	195 м	0,15	11%	0,95
45°	130 м	0,17	12%	0,91
	195 м	0,18	13%	0,92
22,5°	130 м	0,16	11%	0,90
	195 м	0,14	10%	0,94

Для количественного сопоставления полученных результатов был произведен расчет набора стандартных статистических показателей, используемых для верификации численных моделей. Результаты анализа представлены в табл. 2.

4. Обсуждение

Полученные решения задач дифракции методом параболического приближения при различных параметрах и углах подхода волн к сооружениям, а также при различной ширине входного створа, показывают очень близкие результаты с результатами численного моделирования. В сравнении с результатами физического моделирования метод параболического приближения дает ошибку в среднем от 10 до 15%. Но необходимо учитывать, что практически такую же ошибку дает и численное моделирование. Помимо этого, физическое моделирование как метод также имеет свои недостатки. Среди прочих, это и влияние границ бассейна на развитие вторичного волнения, и точность снятия результатов.

Вопрос о точности того или иного способа волн сложен, тут необходимо учитывать несколько факторов. Первый — среднее согласие точности результатов моделирования и натурных измерений с опубликованными работами при использовании различных моделей (см., например, [20—23]). Точность совпадения должна быть примерно в том же диапазоне, что была получена в аналогичных работах. Второй — оценка погрешности прогнозирования волн, допустимая при решении инженерных задач. Эти факторы дают примерную допустимую оценку точности моделирования в 10—15%. Кроме того, для нормативных методов расчета вопрос точности неизвестен вовсе. Поэтому представляется оправданным считать, что результаты, полученные в настоящей работе численным и аналитическим методом, с достаточной точностью верифицированы данными физических экспериментов.

Возвращаясь к осцилляциям комплексной функции, на которой основан метод параболического приближения, необходимо отметить, что полученные выражения для аппроксимации призваны только оценить влияние осцилляций функции на общие результаты, которые дает метод параболического приближения, но не уточняют абсолютных значений коэффициентов дифракции.

Следует также отметить, что в настоящей работе были рассмотрены только регулярные (двумерные, монохромные) волны. Однако реальное ветровое волнение имеет стохастический характер, а взволнованную поверхность формируют трехмерные нерегулярные волны. В более ранних работах авторов [24] были получены выражения для перехода от результатов расчета коэффициентов дифракции регулярных волн к коэффициентам дифракции нерегулярных волн, что также может быть легко применено к аналитическим методам, в том числе, к методу параболического приближения. В упомянутых работах показано, что расчеты коэффициента дифракции в регулярном и нерегулярном приближении могут давать сильно разнящиеся результаты.

5. Выводы

В работе предложено развитие метода параболического приближения для расчета дифракции волн за сходящимися оградительными сооружениями, которые расположены на одной линии, не параллельной фронту набегающих волн. Вывод полученных выражений основан на способе линейной суперпозиции решений для двух сходящихся молов в предположении отсутствия их взаимовлияния друг на друга.

На основе анализа сравнения полученных методом параболического приближения результатов с результатами физических и численных экспериментов, сделан вывод о принципиально возможном использовании полученных в работе выражений на практике. Коэффициент корреляции результатов для разных постановок модельных экспериментов (всего 40) составил от 0,90 до 0,96.

В работе предлагаются аппроксимативные функции для выравнивания осцилляций значений коэффициента дифракции, которые могут быть получены с помощью комплексного параболического уравнения. На основе сравнения исходной и аппроксимирующей ее функций получено количественное значение погрешности математического аппарата метода параболического приближения, в среднем составившее от 2 до 5%. Максимальная амплитуда осцилляций коэффициента дифракции составила 12,5%.

Финансирование

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 20-38-90169.

Funding

The reported study was particularly funded by RFBR, project number 20-38-90169.

Литература

1. *Кантаржи И.Г.*, *Мордвинцев К.П.*, *Гогин А.Г.* Численное исследование защищенности акватории порта // Гидротехническое строительство. 2019. Т. 5. С. 45–52. doi:10.1007/s10749-019-01092-y
2. *Шелушинин Ю.А.* Достоверность физического моделирования гидротехнических сооружений на примере объектов имеретинской низменности // Материалы XI Международной научно-практической конференции «Олимпийское наследие и крупномасштабные мероприятия: влияние на экономику, экологию и социокультурную сферу принимающих дестинаций». Сочи: СГУ, 2019. С. 260–264.
3. *Kantarzhi I.*, *Anshakov A., Gogin A.* Composite modelling of wind waves in designing of port hydraulic structures // Proceedings of the 31st International Offshore and Polar Engineering Conference. OnePetro, 2021. P. 2254–2261.
4. *Kantarzhi I.*, *Gogin A.* Calculation of wave conditions in water area with sharp bottom unevenness // MATEC Web of Conferences. EDP Sciences, 2018. Vol. 251. P. 04048. doi:10.1051/matecconf/201825104048
5. *Kleefsman K.M.T.*, *Fekken G.*, *Veldman A.E.P.*, *Iwanowski B.*, *Buchner B.* A volume-of-fluid based simulation method for wave impact problems // Journal of Computational Physics. 2005. Vol. 206, No. 1. P. 363–393. doi:10.1016/j.jcp.2004.12.007
6. *Кантаржи И.Г.* Композитное моделирование взаимодействия волновых процессов с портовыми гидротехническими сооружениями // Актуальные проблемы строительной отрасли и образования. 2020. С. 648–653.
7. *Малюжинец Г.Д.* Развитие представлений о явлениях дифракции (к 130-летию со дня смерти Томаса Юнга) // Успехи физических наук. 1959. Т. 69, № 10. С. 321–334.
8. *Леонтович М.А.* Об одном методе решения задач о распространении электромагнитных волн вдоль поверхности земли // Известия АН СССР. Физика. 1944. Т. 8, № 1. С. 16–22.
9. *Леонтович М.А.*, *Фок В.А.* Решение задачи о распространении электромагнитных волн вдоль поверхности Земли по методу параболического уравнения // Журнал экспериментальной и теоретической физики. 1946. Т. 16. С. 557–573.
10. *Фок В.А.* Проблемы дифракции и распространения электромагнитных волн. М.: Сов. радио, 1970. 517 с.
11. *Крылов Ю.М.* и др. Ветер, волны и морские порты. Л.: Гидрометиздат, 1986. 263 с.
12. *Загрядская Н.Н.* Морские волны на акваториях и у сооружений вертикального типа. СПб.: Издательство Политехнического университета, 2006. 224 с.
13. *Загрядская Н.Н.* Применение метода параболического приближения в задачах дифракции поверхностных волн // Журнал технической физики. 1995. Т. 65, № 8. С. 25–37.
14. *Sommerfeld A.* Mathematische theorie der diffraction // Mathematische Annalen. 1896. Vol. 47, No. 2. P. 317–374.
15. *Penney W.G.* et al. Part I. The diffraction theory of sea waves and the shelter afforded by breakwaters // Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences. 1952. Vol. 244, No. 882. P. 236–253.
16. *Попов А.В.* Работы Лаборатории дифракции ИЗМИРАН // Электромагнитные и плазменные процессы от недр Солнца до недр Земли. 2015. С. 97–115.
17. *Запуниди С.А.*, *Попов А.В.* Физическая картина излучения волн в клиновидной области: обобщение метода поперечной диффузии // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2007. Т. 47, № 9. С. 1576–1590.
18. *Johnson J.W.* Generalized wave diffraction diagrams // Coastal Engineering. 1951. No. 2. P. 6–23. doi:10.9753/icce.v2.2

19. MIKE21 — A Modelling System of Boussinesq Waves. Reference Manual. DHI Water Environment Health.— Denmark. 2008. 16 p.
20. *Zheng J., Tang Y.* Verifications of Diffraction Modeling Capability in a Coastal Spectral Wave Model // International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering. 2009. Vol. 43444. P. 1–6. doi:10.1115/OMAE2009-79004
21. *Booij N.*, *Ris R.C.*, *Holthuijsen L.H.* A third-generation wave model for coastal regions: 1. Model description and validation // Journal of Geophysical Research: Oceans. 1999. Vol. 104, No. C4. P. 7649–7666. doi:10.1029/98JC02622
22. *Ris R.C.*, *Holthuijsen L.H.*, *Booij N.* A third-generation wave model for coastal regions: 2. Verification // Journal of Geophysical Research: Oceans. 1999. Vol. 104, No. C4. P. 7667–7681. doi:10.1029/1998JC900123
23. *Zijlema M.* Computation of wind-wave spectra in coastal waters with SWAN on unstructured grids // Coastal Engineering. 2010. Vol. 57, No. 3. P. 267–277. doi:10.1016/j.coastaleng.2009.10.011
24. *Гогин А.Г.* Дифракция случайных ветровых волн через суперпозицию решений для регулярных гармоник // Системные технологии. 2022. № 42. С. 140–145. doi:10.55287/22275398_2022_1_140

References

1. *Kantarzhi I.G.*, *Mordvintsev K.P.*, *Gogin A.G.* Numerical Analysis of the Protection of a Harbor Against Waves. *Power Technology and Engineering*. 2019, 53, 410–416. doi:10.1007/s10749-019-01092-y
2. *Shelushinin Y.A.* Reliability of physical modeling of hydraulic structures on the example of objects of the Imereti lowland. *Proceedings of the XI International Scientific and Practical Conference “Olympic Legacy and Large-Scale Events: Impact on the Economy, Ecology and Socio-Cultural Sphere of Host Destinations”. Sochi, SSU,* 2019, 260–264.
3. *Kantarzhi I.*, *Anshakov A.*, *Gogin A.* Composite modelling of wind waves in designing of port hydraulic structures. *Proceedings of the 31st International Offshore and Polar Engineering Conference*. *OnePetro*, 2021, 2254–2261.
4. *Kantarzhi I.*, *Gogin A.* Calculation of wave conditions in water area with sharp bottom unevenness. *MATEC Web of Conferences. EDP Sciences*, 2018, 251, 04048. doi: 10.1051/matecconf/201825104048
5. *Kleefsman K.M.T.*, *Fekken G.*, *Veldman A.E.P.*, *Iwanowski B.*, *Buchner B.* A volume-of-fluid based simulation method for wave impact problems. *Journal of Computational Physics*. 2005, 206(1), 363–393. doi:10.1016/j.jcp.2004.12.007
6. *Kantarzhi I.G.* Composite modeling of the interaction of wave processes with port hydraulic structures. *Aktual’nye Problemy Stroitel’noj Otrasli i Obrazovaniya*. 2020, 648–653 (in Russian).
7. *Malyuzhinets G.D.* Development of ideas about the phenomena of diffraction (to the 130th anniversary of the death of Thomas Young). *Uspekhi Fizicheskih Nauk*. 1959, 69(10), 321–334 (in Russian).
8. *Leontovich M.A.* On one method for solving problems on the propagation of electromagnetic waves along the surface of the earth. *Izvestiya AN USSR*. 1944, 8(1), 16–22 (in Russian).
9. *Leontovich M.A., Fok V.A.* Solving the problem of propagation of electromagnetic waves along the surface of the Earth using the parabolic equation method. *Journal of Experimental and Theoretical Physics*. 1946, 16, 557–573 (in Russian).
10. *Fok V.A.* Problems of diffraction and propagation of electromagnetic waves. *Moscow*, *Soviet Radio*, 1970. 517 p. (in Russian).
11. *Krylov Y.M.* et al. Wind, waves and seaports. *Leningrad*, *Gidrometeoizdat*, 1986. 263 p. (in Russian).
12. *Zagryadskaya N.N.* Sea waves in water areas and near vertical structures. *St Petersburg*, *Izdatel’stvo Politekhnicheskogo Universiteta*, 2006. 224 p. (in Russian).
13. *Zagryadskaya N.N.* Application of the method of parabolic approximation in problems of diffraction of surface waves. *Technical Physics*. 1995, 65, 8, 25–37 (in Russian).
14. *Sommerfeld A.* Mathematische theorie der diffraction. *Mathematische Annalen*. 1896, 47(2), 317–374.
15. *Penney W.G.* et al. Part I. The diffraction theory of sea waves and the shelter afforded by breakwaters. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*. 1952, 244(882), 236–253.
16. *Popov A.V.* Research works of IZMIRAL Diffraction laboratory. *Elektromagnitnye i Plazmennye Processy ot Nedr Solnca do Nedr Zemli*. 2015, 97–115 (in Russian).
17. *Zapunidi S.A.*, *Popov A.V.* Physical pattern of wave emission in a wedge-shaped region: Generalization of the transverse diffusion method. *Computational Mathematics and Mathematical Physics*. 2007, 47(9), 1514–1527. doi:10.1134/S0965542507090126
18. *Johnson J.W.* Generalized wave diffraction diagrams. *Coastal Engineering*. 1951, 2, 6–23. doi:10.9753/icce.v2.2
19. MIKE21 — a Modelling System of Boussinesq Waves. Reference Manual. *DHI Water Environment Health, Denmark*. 2008. 16 p.
20. *Zheng J.*, *Tang Y.* Verifications of Diffraction Modeling Capability in a Coastal Spectral Wave Model. *International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering*. 2009, 43444, 1–6. doi:10.1115/OMAE2009-79004
21. *Booij N.*, *Ris R.C.*, *Holthuijsen L.H.* A third-generation wave model for coastal regions: 1. Model description and validation. *Journal of Geophysical Research*: *Oceans*. 1999, 104(C4), 7649–7666. doi:10.1029/98JC02622

22. *Ris R.C.*, *Holthuijsen L.H.*, *Booij N.* A third-generation wave model for coastal regions: 2. Verification. *Journal of Geophysical Research*: *Oceans*. 1999, 104(C4), 7667–7681. doi:10.1029/1998JC900123
23. *Zijlema M.* Computation of wind-wave spectra in coastal waters with SWAN on unstructured grids. *Coastal Engineering*. 2010, 57(3), 267–277. doi:10.1016/j.coastaleng.2009.10.011
24. *Gogin A.G.* Diffraction of wind waves via superposition of solutions for regular harmonics. *System Technologies*. 2022, 42, 140–145 doi:10.55287/22275398_2022_1_14 (in Russian)

Об авторах

ГОГИН Александр Григорьевич, РИНЦ Author ID: 994101, ORCID ID: 0000-0003-3894-3680, Scopus Author ID: 57192663878, WoS Researcher ID: HCH-8254–2022, alex.gogin@bk.ru

КАНТАРЖИ Измаил Григорьевич, РИНЦ Author ID: 60202, 1086368, ORCID ID: 0000-0002-0587-4722, Scopus Author ID: 6602848417, 57200265787, WoS Researcher ID: A-1922–2014, kantardgi@yandex.ru

DOI 10.59887/2073-6673.2023.16(3)-9

УДК 532.5:551.465

© *В. В. Булатов*[1]*, *И. Ю. Владимиров*[2], 2023

[1]Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, 119526, Москва, пр. Вернадского, д. 101–1.
[2]Институт океанологии им. П.П. Ширшова РАН, 117997, Москва, Нахимовский проспект, д. 36.
*internalwave@mail.ru

СИЛОВОЕ ВОЗДЕЙСТВИЕ ПОТОКА БЕСКОНЕЧНО ГЛУБОКОЙ ЖИДКОСТИ НА ИСТОЧНИК ПОД ЛЕДЯНЫМ ПОКРОВОМ

Статья поступила в редакцию 10.03.2023, после доработки 23.07.2023, принята в печать 30.08.2023

Аннотация

Характерным природным фактором полярных районов Мирового океана и замерзающих морских акваторий является наличие ледяного покрова. Плавающий ледяной покров, определяющий динамическое взаимодействие между океаном и атмосферой, влияет на динамику не только морской поверхности, но и подповерхностных вод, при этом в общем движении по вертикали участвует как ледяной покров, так и вся масса жидкости под ним. Решена задача о расчете силового воздействия потока бесконечно глубокой однородной жидкости на локализованный источник, находящийся под ледяным покровом. Предполагается, что ледяной покров является сплошным, то есть его горизонтальные масштабы превышают длины возбуждаемых волн и, при достаточно естественных условиях, моделируется тонкой упругой пластиной, деформации которой малы и пластина является физически линейной. В плоской постановке получено интегральное представление решения для волнового сопротивления и подъемной силы, которые возникают из-за наличия ледяного покрова и действуют на источник. Представлены результаты расчетов силового воздействия, действующего на локализованный источник, моделирующий затупленное полубесконечное тело конечной ширины, и диполь, моделирующий цилиндр, для различных значений скорости набегающего потока и глубины их погружения. Численные расчеты показывают, что по мере увеличения глубины погружения источника силовое воздействие потока жидкости, возникающее из-за наличия ледяного покрова, уменьшается. Зависимости волнового сопротивления и подъемной силы от скорости набегающего потока жидкости демонстрируют качественно разный характер поведения. Полученные результаты с различными значениями входящих в них физических параметров позволяют провести оценку характеристик возмущений ледяного покрова и его воздействия на различные источники возмущения природного и антропогенного характеров, наблюдаемых в реальных морских условиях.

Ключевые слова: ледяной покров, возвышение поверхности раздела, локализованный источник, силовое воздействие

© *V. V. Bulatov*[1]*, *I. Yu. Vladimirov*[2], 2023

[1]Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics RAS, Pr. Vernadskogo 101–1, Moscow, 119526, Russia
[2]Shirshov Institute of Oceanology, Russian Academy of Sciences, 36 Nakhimovsky Prosp., Moscow, 117997, Russia
*internalwave@mail.ru

FORCE IMPACT OF A FLOW OF AN INFINITELY DEEP LIQUID ON A SOURCE UNDER ICE COVER

Received 10.03.2023, Revised 23.07.2023, Accepted 30.08.2023

Abstract

A characteristic natural factor of the polar regions of the World Ocean and freezing sea areas is the presence of ice cover. The floating ice cover, which determines the dynamic interaction between the ocean and the atmosphere, affects the dynamics of not only the sea surface, but also subsurface waters, while both the ice cover and the entire mass of liquid beneath it participate in the general vertical movement. It is assumed that the ice cover is continuous, that is, its horizontal scales exceed the lengths of the excited waves and, under fairly natural conditions, is modeled by a thin elastic plate, the deformations of which are small and the plate is physically linear. The problem of calculating the force impact of a flow of an infinitely deep homogeneous liquid on a localized source under the ice cover is solved. The problem is solved for the two-dimensional case. Integral representation of the

Ссылка для цитирования: *Булатов В.В.*, *Владимиров И.Ю.* Силовое воздействие потока бесконечно глубокой жидкости на источник под ледяным покровом // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2023. Т. 16, № 3. С. 120–128. doi:10.59887/2073-6673.2023.16(3)-9

For citation: *Bulatov V.V.*, *Vladimirov I. Yu*. Force Impact of a Flow of an Infinitely Deep Liquid on a Source Under Ice Cover. *Fundamental and Applied Hydrophysics*. 2023, 16, 3, 120–128. doi:10.59887/2073-6673.2023.16(3)-9

solution for wave drag and lift is obtained, which arise due to the presence of an ice cover and act on the source. The results of calculations of the force action acting on a localized source, simulating a blunt semi-infinite body of finite width, and a dipole, simulating a cylinder, are presented for various values of the oncoming flow velocity and their immersion depth. Numerical calculations show that as the depth of the source immersion increases, the force effect of the fluid flow, which occurs due to the presence of an ice cover, decreases. The dependences of the wave resistance and lift force on the velocity of the incoming fluid flow demonstrate a qualitatively different behavior. The obtained results with different values of the physical parameters included in them make it possible to evaluate the characteristics of ice cover disturbances and its impact on various sources of natural and anthropogenic disturbances observed in real marine conditions.

Keywords: ice cover, interface elevation, force impact, localized source

1. Введение

Характерным природным фактором полярных районов Мирового океана и замерзающих морских акваторий является наличие ледяного покрова. Плавающий ледяной покров, определяющий динамическое взаимодействие между океаном и атмосферой, влияет на динамику не только морской поверхности, но и подповерхностных вод, при этом в общем движении по вертикали участвует как ледяной покров, так и вся масса жидкости под ним [1–6]. Причинами деформации ледяной поверхности в природных условиях могут быть, например, импульсные и периодические изменения давления, подводные источники различной физической природы (в том числе подводные взрывы), движущиеся по льду нагрузки постоянной и переменной интенсивности, локализованные возмущения морской поверхности [1, 5, 7–9]. Волновые процессы под ледяным покровом проявляются в его деформации, которая зависит от физико-механических свойств льда. Воздействием волн можно объяснить такие явления как образование трещин в сплошных ледяных полях, разрушение льда в прикромочных зонах, взламывание припая [2, 3, 6, 9].

Изучение волновых процессов в море с плавающим ледяным покровом актуально для исследования его реакции на различные гидродинамические возмущения, движущиеся надводные и подводные суда, процессы распада ледяных полей в интересах судоходства, а также совершенствования методов дистанционного зондирования поверхности ледяного покрытия. Практический интерес к воздействию ледяного покрова на подводные препятствия обусловлен тем, что при наличии водной толщи обтекаемое потоком препятствие генерирует волны на поверхности раздела льда и морской среды и, следовательно, оно испытывает дополнительное волновое сопротивление, расчет которого необходим при проектировании различных сооружений [2, 7, 9]. С другой стороны, эти поверхностные возмущения несут информацию, как о самих источниках возмущений, так и о характеристиках морской среды подо льдом, и они могут быть зарегистрированы с помощью специальных средств, прежде всего, радиолокационных и оптических систем [2, 10–12]. Для дальнейшего развития методов контролирующего мониторинга морских акваторий с ледяным покровом, основанных на данных, получаемых средствами дистанционного зондирования поверхности льда, важно знать, как, в частности, зависит характер силового воздействия морских течений на подводные источники различной физической природы от скорости потока, глубины погружения источника, иных существенных гидродинамических параметров [2, 7, 9].

Генерации волновых возмущений на границе льда и жидкости от обтекаемых подводных препятствий посвящены многочисленные исследования как в лабораторных опытах, так и в рамках теоретических работ. Современное состояние проблемы и подробный обзор работ содержится в [2, 9, 13–15]. Обычно предполагается, что ледяной покров является сплошным, то есть его горизонтальные масштабы превышают длины возбуждаемых волн и, при достаточно естественных условиях, моделируется тонкой упругой пластиной, деформации которой малы и пластина является физически линейной [9, 14–18]. Целью настоящей работы является решение ранее не рассмотренной задачи о расчете силового воздействия потока бесконечно глубокой однородной жидкости на источник под ледовым покровом.

2. Постановка задачи

Рассматривается поток идеальной несжимаемой бесконечно глубокой жидкости, который обтекает точечный источник массы мощности $q = q_0 e^{\varepsilon t}$, q_0, $\varepsilon = \text{const}$, $\varepsilon > 0$, далее в полученном решении ищется предел при $\varepsilon \to 0$. Сверху течение ограничено ледовым покровом толщиной l. Ось 0ξ совпадает с невозмущенной границей раздела жидкости плотности ρ_0 и льда с плотностью ρ_1. Скорость потока направлена вдоль оси ξ и равна V, источник расположен в точке $(0, -h)$, задача плоская. Предполагая течение потенциальным, поле горизонтальных скоростей $U(\xi, y)$ можно представить в виде [19–21]:

$$U(\xi, y, t) = V + q_0 e^{\varepsilon t} u_1(\xi, y) + q_0 e^{\varepsilon t} u(\xi, y), \tag{2.1}$$

$$u_1(\xi, y) = \frac{1}{2\pi}\left(\frac{\xi}{\xi^2 + (y+h)^2} + \frac{\xi}{\xi^2 + (y-h)^2}\right),$$

где $u_1(\xi, y)$ — горизонтальная скорость от системы двух источников единичной интенсивности, расположенных симметрично относительно оси 0ξ. Тогда в линейном приближении математическая постановка задачи для функции $u(\xi, y)$ формулируется следующим образом [9, 13, 15]:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0,$$

$$\frac{D^2 u}{Dt^2} + g\frac{\partial u}{\partial y} - C\frac{\partial^3 u}{\partial \xi^2 \partial y} + B\frac{\partial^5 u}{\partial \xi^4 \partial y} + A\frac{D^2}{Dt^2}\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right) = -\frac{D^2 u_1}{Dt^2}, \text{ при } y = 0, \tag{2.2}$$

$$u \to 0, \text{ при } y \to -\infty,$$

$$\frac{D}{Dt} = \varepsilon + V\frac{\partial}{\partial \xi}, \quad A = \frac{l\rho_1}{\rho_0}, \quad B = \frac{El^3}{12\rho_0(1-\nu^2)}, \quad C = \frac{\sigma l}{\rho_0},$$

где g — ускорение свободного падения, E — модуль Юнга льда, ν — коэффициент Пуассона, σ — начальное напряжение. Характерные значения этих величин в морских условиях равны [2, 3, 9]: $\rho_0 = 1025\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, $\rho_1 = 0{,}9\rho_0$, E = $3 \cdot 10^9$ Па, $\nu = 0{,}3$, $\sigma = 10^5$ Па. В терминах фурье-образа возмущения горизонтальной скорости

$$\Phi(k, y) = \int_{-\infty}^{\infty} u(\xi, y)\exp(ik\xi)d\xi$$

исходная задача (2.2) формулируется следующим образом:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} - k^2\Phi = 0$$

$$(\varepsilon - ikV)^2\Phi + \left(g + Ck^2 + Bk^4 + A(\varepsilon - ikV)^2\right)\frac{\partial \Phi}{\partial y} = -i(\varepsilon - ikV)^2 \operatorname{sign} k e^{-kh}, \text{ при } y = 0 \tag{2.3}$$

$$\Phi \to 0, \text{ при } y \to -\infty.$$

Решение задачи (2.3) имеет вид:

$$\Phi(k, y) = -\frac{i|k|(\varepsilon - ikV)^2\exp(|k|(y-h))}{k(A|k|+1)\left(T - (i\varepsilon + kV)^2\right)}, \quad T = \frac{|k|\left(g + Ck^2 + Bk^4\right)}{A|k|+1}.$$

Проведем обратное преобразование Фурье:

$$u(\xi, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{F(|k|)\exp(-ik\xi)dk}{k\left(\Omega^2(|k|) - (i\varepsilon + kV)^2\right)}, \tag{2.4}$$

$$F(k) = \frac{iV^2k^3\exp(k(y-h))}{2\pi(Ak+1)}, \quad \Omega^2(k) = \frac{k\left(g + Ck^2 + Bk^4\right)}{Ak+1},$$

здесь $\Omega(k)$ — дисперсионное соотношение для волн в неподвижной жидкости род ледовым покровом [9, 13, 15]. Отметим, что в числителе подынтегрального выражения в (2.4) выполнен предельный переход при $\varepsilon \to 0$. Малый параметр ε, для определения направления смещения полюсов подынтегральной функции с действительной оси, сохранен только в знаменателе.

3. Аналитические решения

Представим далее функцию $u(\xi, y)$ в виде суммы

$$u(\xi, y) = \int_0^{\infty} \frac{F(k)\exp(-ik\xi)dk}{k\left(\Omega^2(k) - (i\varepsilon + kV)^2\right)} - \int_0^{\infty} \frac{F(k)\exp(ik\xi)dk}{k\left(\Omega^2(k) - (i\varepsilon - kV)^2\right)}.$$

Из формулы (1.1) следует, что при $\varepsilon \to 0$ комплексно-сопряженную скорость течения $W(\zeta) = W(\xi + iy)$ можно представить в виде [—]

$$W(\zeta) = V + \frac{q_0}{2\pi}\left(\frac{1}{\zeta + ih} + \frac{1}{\zeta - ih}\right) + q_0 w(\zeta), \tag{3.1}$$

где $w(\zeta) = u(\xi, y) - iv(\xi, y)$ — регулярная в нижней полуплоскости функция, $v(\xi, y)$ — вертикальная скорость, функция $u(\xi, y)$ определена в (2.4). Тогда из условий Коши-Римана можно получить выражение для поля вертикальной скорости:

$$v(\xi, y) = \int_0^\infty \frac{iF(k)\exp(-ik\xi)dk}{k(\Omega^2(k) - (i\varepsilon + kV)^2)} + \int_0^\infty \frac{iF(k)\exp(ik\xi)dk}{k\left(\Omega^2(k) - (i\varepsilon - kV)^2\right)}.$$

Следовательно:

$$w(\zeta) = u(\xi, y) - iv(\xi, y) = 2\int_0^\infty \frac{F(k)\exp(-ik\xi)dk}{k\left(\Omega^2(k) - (i\varepsilon + kV)^2\right)}. \tag{3.2}$$

Для вычисления равнодействующей гидродинамических сил R, приложенных к источнику, воспользуемся формулой Чаплыгина [19, 20]

$$R = X - iY = \frac{i\rho_0}{2}\oint_K W^2(\zeta)d\zeta,$$

где X — горизонтальная реакция, Y — подъемная сила, интегрирование осуществляется по произвольному контуру K, расположенному в нижней полуплоскости и охватывающему источник. Поскольку функция $w(\zeta)$ регулярна в нижней полуплоскости, то из формулы (3.1) следует, что функция $W^2(\zeta)$ имеет в этой области единственную особую точку: $\zeta = -ih$ — полюс второго порядка. Применяя теорему о вычетах, находим [21]:

$$\oint_K W^2(\zeta)d\zeta = 2\pi i \operatorname*{res}_{\zeta=-ih} W^2(\zeta),$$

$$\operatorname*{res}_{\zeta=-ih} W^2(\zeta) = \frac{q_0}{\pi}\left(V + \frac{iq_0}{4\pi h} + q_0 w(-ih)\right),$$

Следовательно:

$$R = -\rho_0 q_0\left(V + \frac{iq_0}{4\pi h} + q_0 w(-ih)\right).$$

Далее будем рассматривать величину дополнительной силы $\Delta R = \Delta X + iY$ (ΔX — волновое сопротивление, Y — подъемная сила) к обобщенной силе силе Жуковского (реактивной силе), равной $-\rho_0 q_0 V$ и действующей на источник. Используя (3.2), можно получить:

$$\Delta R = -i\frac{\rho_0 q_0^2}{4\pi h} - \rho_0 q_0^2 w(-ih), \tag{3.3}$$

$$w(-ih) = \frac{iV^2}{\pi}\int_0^\infty \frac{G(k)dk}{\Omega^2(k) - (i\varepsilon + kV)^2}, \quad G(k) = \frac{k^2\exp(-2kh)}{Ak + 1}.$$

Дополнительная сила ΔR определяется полюсами подынтегрального выражения (3.3), расположенными вблизи действительной оси, то есть корнями уравнения

$$C^2(k) = \left(V + \frac{i\varepsilon}{k}\right)^2, \tag{3.4}$$

где $C(k) = \dfrac{\Omega(k)}{k}$ — фазовая скорость волн подо льдом [9]. Уравнение (3.4) при $\varepsilon = 0$ имеет ровно два положительных корня при условии $V > V_* = C(k_*)$, и не имеет действительных корней при $V < V_*$, где k_* — единственный положительный корень уравнения: $2ABk^5 + 3Bk^4 + Ck^2 - 2Agk - g = 0$ [13–15]. Кроме того, $C'(k) < 0$ при $0 < k < k_*$ и $C'(k) > 0$ при $k > k_*$. Далее, считая, что $V > V_*$, обозначим через k_1 и k_2 занумерованные в порядке возрастания действительных частей корни уравнения (3.4), соответствующие положительным корням невозмущенного уравнения $C(k) = V$. Представим какой-либо из корней $k_j (j = 1,2)$ уравнения (3.4) в виде: $k_j = K_j + \delta_j$, где K_j — соответствующий положительный корень невозмущенного уравнения. Тогда можно показать, что $\delta_j \sim \dfrac{i\varepsilon}{K_j C'(K_j)}$ при $\varepsilon \to 0$, следовательно полюс k_1 подынтегрального выражения в (3.3) смещен в нижнюю полуплоскость, а полюс k_2 в верхнюю. Поэтому при $\varepsilon \to 0$ полюс k_1 надо обходить по бесконечно малой полуокружности в верхней полуплоскости, а полюс k_2 по бесконечно малой полуокружности в нижней полуплоскости (рис. 1).

В результате можно получить:

$$w(-ih) = \frac{iV^2}{\pi}\left(i\pi(T_1 + T_2) + v.p.\int_0^\infty \frac{G(k)dk}{\Omega^2(k) - V^2k^2} \right),$$

$$T_j = (-1)^j \underset{k=K_j}{res} \frac{G(k)}{\Omega^2(k) - V^2k^2} (j = 1,2),$$

где интеграл понимается в смысле главного значения по Коши. В результате можно получить следующие выражения для волнового сопротивления ΔX и подъемной силы Y

$$\Delta R = \Delta X - iY = \rho_0 q_0^2 V^2 (T_1 + T_2) - i\left(\frac{\rho_0 q_0^2}{4\pi h} + \frac{\rho_0 q_0^2 V^2}{\pi} v.p.\int_0^\infty \frac{G(k)dk}{\Omega^2(k) - V^2k^2} \right).$$

Источник мощности q_0 моделирует затупленное полубесконечное тело шириной d, где $q_0 = Vd$ [19, 20]. Тогда окончательно имеем:

$$\Delta X = \rho_0 d^2 V^4 (T_1 + T_2),$$

$$Y = \frac{\rho_0 d^2 V^2}{4\pi h} + \frac{\rho_0 d^2 V^4}{\pi} v.p.\int_0^\infty \frac{G(k)dk}{\Omega^2(k) - V^2k^2}.$$

В аналогичной постановке можно рассмотреть задачу о диполе с моментом m, находящемся под ледовым покровом. Такой диполь, как известно, позволяет моделировать обтекание цилиндра радиуса $a = \sqrt{\dfrac{m}{2\pi V}}$ [19, 20]. В результате выражения для волнового сопротивления ΔX и подъемной силы Y можно получить в виде:

$$\Delta X = 4\pi^2 \rho_0 a^4 V^4 (D_1 + D_2),$$

$$D_j = (-1)^j \underset{k=K_j}{\mathrm{res}} \frac{k^2 G(k)}{\Omega^2(k) - V^2k^2} (j = 1,2),$$

$$Y = 4\pi\rho_0\, a^4 V^4 \mathrm{v.p.}\int_0^\infty \frac{k^2 G(k)dk}{\Omega^2(k) - V^2k^2} + \frac{\rho_0 a^4 V^2}{2h^3}.$$

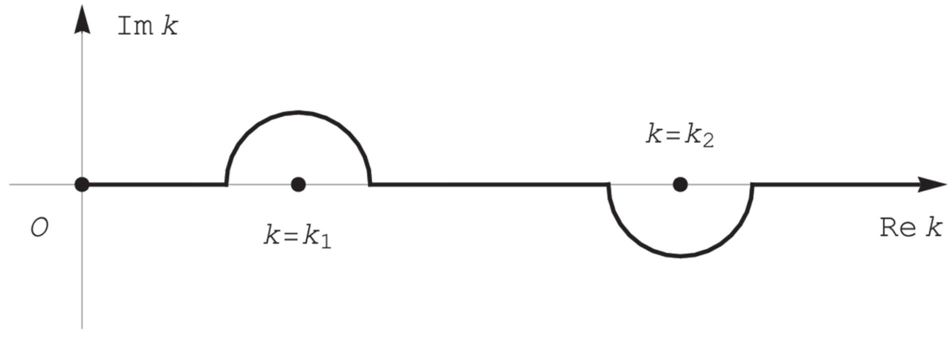


Рис. 1. Контур интегрирования в комплексной плоскости k

Fig. 1. Integration contour in the complex plane k

4. Численные результаты и обсуждение

При больших значениях скорости потока V полюса $K_j (j = 1,2)$ имеют асимптотики: $K_1 \sim \frac{g}{V^2},\ K_2 \sim V\sqrt{\frac{A}{B}}$.

Тогда соответствующие асимптотики величин T_j, $D_j (j = 1,2)$ имеют следующий вид: для источника $T_1 \sim \frac{g}{V^4}$, $T_2 \sim \frac{\exp\left(-2hV\sqrt{\frac{A}{B}}\right)}{2AV^2}$, и для диполя $D_1 \sim \frac{g^3}{V^8}$, $D_2 \sim \frac{\exp\left(-2hV\sqrt{\frac{A}{B}}\right)}{2B}$. Поэтому волновое сопротивление источника $\Delta X \to \rho_0 g d^2$ при $V \to \infty$, то есть имеет конечный предел, отличный от нуля. Волновое сопротивление диполя стремится к нулю $\Delta X \to 0$ при $V \to \infty$.

В данной постановке подъемная сила Y как для источника, так и для диполя имеет конечный предел при $V \to V_*$ справа, и стремится к бесконечности при $V \to V_*$ слева, то есть функция $Y(V)$ претерпевает разрыв второго рода при $V = V_*$. В самом деле, при $V \to V_*$, происходит слияние полюсов K_1 и K_2, причем если $V > V_*$, то эти полюса расположены на действительной оси, если $V < V_*$ — на комплексной плоскости. Вопрос о влиянии двух сливающихся полюсов на асимптотику $Y(V)$ при $V \to V_*$ можно исследовать, используя модельный интеграл

$$I(a) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2 - a},$$

где полюса сливаются при $a = 0$, и модельная функция $I(a) = \frac{\pi}{\sqrt{-a}}$, $a < 0$ имеет бесконечный предел при $a \to 0$ слева, и $I(a) = 0$, $a > 0$ имеет конечный предел при $a \to 0$ справа.

На рис. 2–5 представлены результаты расчетов волнового сопротивления ΔX, подъемной силы Y источника (рис. 2, 3) и диполя (рис. 4, 5) в зависимости от скорости набегающего потока V и различных значений глубины погружения источника h. Для рис. 2–5 линия 1 – h = 5 м, линия 2 – h = 6 м, линия 3 – h = 7 м, линия 4 – h = 8 м. Остальные параметры расчетов, характерные для реальных морских условий, были следующие [2, 3, 7]: толщина льда l = 0,25 м, радиус цилиндра, моделируемого диполем a = 0,5 м, ширина затупленного полубесконечного тела, моделируемого источником d = 1 м. Для этих параметров значение $V_* = 8{,}9\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$. Численные расчеты показывают, что по мере увеличения глубины погружения источника силовое воздействие потока жидкости, возникающее из-за наличия ледяного покрова, уменьшается. Зависимости волнового сопротивления и подъемной силы от скорости набегающего потока жидкости демонстрируют качественно разный характер поведения.

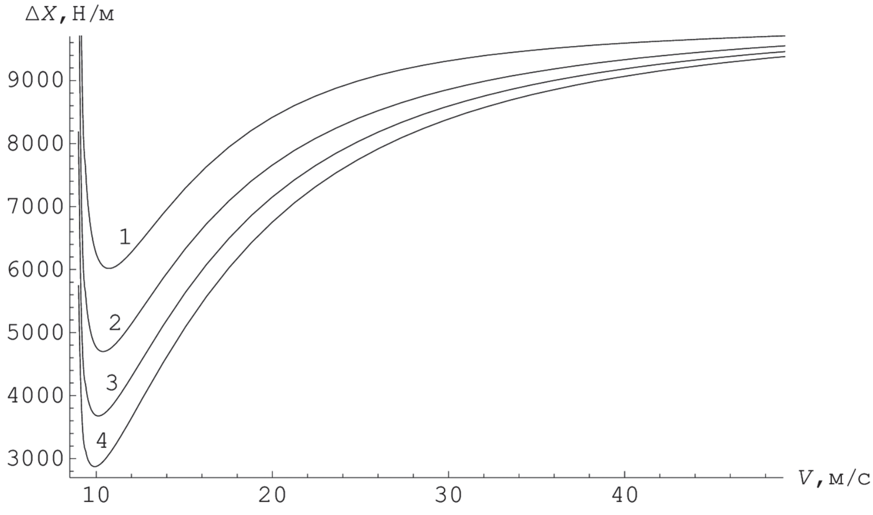


Рис. 2. Волновое сопротивление источника

Fig. 2. Source wave impedance

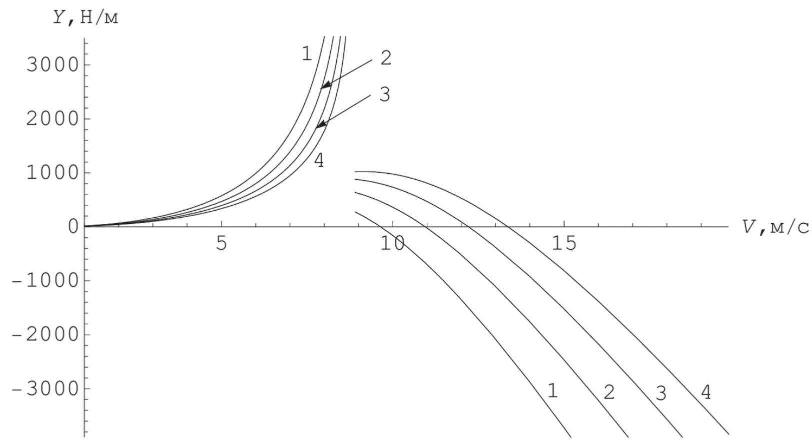


Рис. 3. Подъемная сила источника

Fig. 3. Lifting force of the source

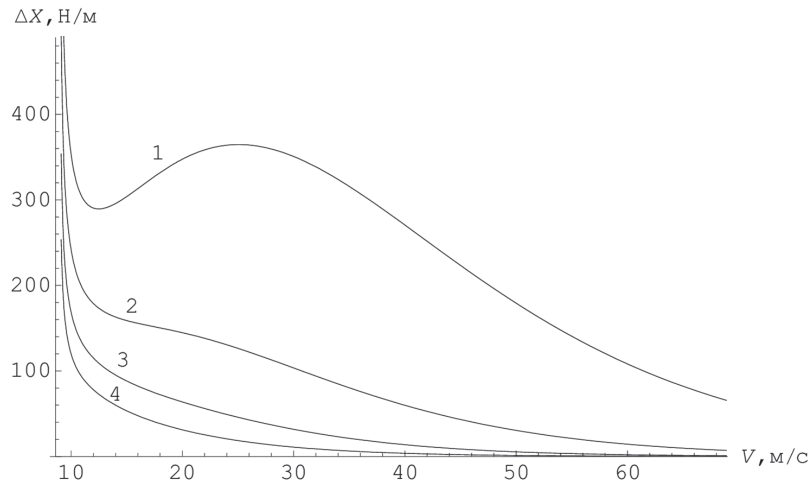


Рис. 4. Волновое сопротивление диполя

Fig. 4. Dipole wave impedance

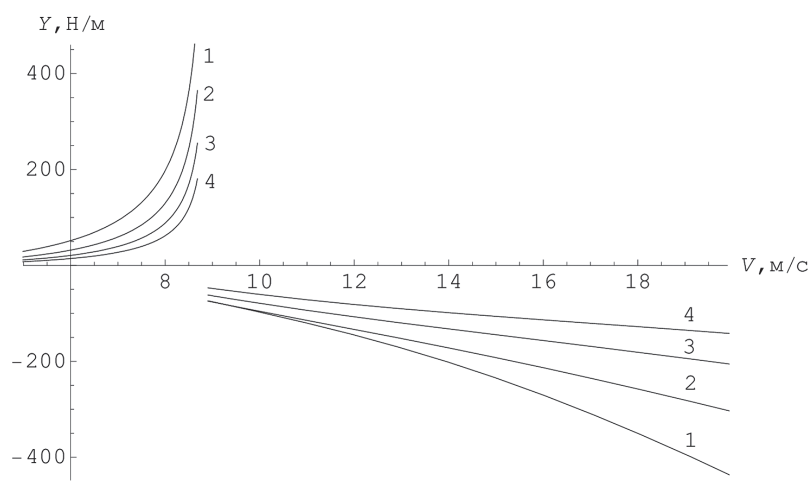


Рис. 5. Подъемная сила диполя

Fig. 5. Lifting force of the dipole

5. Заключение

В работе построены аналитические решения, описывающие силовое воздействие потока бесконечно глубокой однородной жидкости на локализованный источник, находящийся под ледяным покровом. Задача решена в плоской постановке. Получены выражения для волнового сопротивления и подъемной силы для точечного источника (моделирующего затупленное полубесконечное тело конечной ширины) и диполя (моделирующего цилиндр), которые возникают из-за наличия ледяного покрова и действуют на источник. Проведены численные расчеты силового воздействия, действующего на локализованный источник и диполь в зависимости от скорости набегающего потока и глубины погружения источника. Изучены зависимости волнового сопротивления и подъемной силы от скорости набегающего потока жидкости, которые демонстрируют качественно разный характер поведения. Волновое сопротивление источника при достаточно больших скоростях набегающего потока имеет конечный предел, отличный от нуля, при этом волновое сопротивление диполя стремится к нулю.

Подъемная сила как для источника, так и для диполя претерпевает разрыв второго рода при определенных значениях скоростей потока жидкости. Полученные результаты позволяют провести расчет характеристик возмущений ледяного покрова и его воздействия на различные источники возмущения природного и антропогенного характеров, наблюдаемых в реальных морских условиях, а также дают возможность оценить силовые нагрузки от ледяного покрова, действующие на нелокальные источники различной физической природы.

Финансирование

Работа выполнена по гранту РНФ № 23-21-00194.

Funding

The work was carried out under the RNF grant No. 23-21-00194.

Литература

1. Поверхностные и внутренние волны в арктических морях. СПб.: Гидрометеоиздат, 2002. 360 с.
2. *Mei C.C.*, *Stiassnie M.*, *Yue D.K.-P.* Theory and applications of ocean surface waves. Advanced series of ocean engineering. Vol. 42. London: World Scientific Publishing, 2018. 1240 p. doi:10.1142/10212
3. *Velarde M.G.*, *Tarakanov R. Yu.*, *Marchenko A.V.* (Eds.). The ocean in motion. Series: Springer Oceanography. Springer International Publishing AG, 2018. 625 p. doi:10.1007/978-3-319-71934-4
4. *Morozov E.G.* Oceanic internal tides: observations, analysis and modeling. Cham: Springer, 2018. 304 p. doi: 10.1007/978-3-319-73159-9
5. *Марченко А.В.*, *Морозов Е.Г.*, *Музылев С.В.*, *Шестов А.С.* Взаимодействие коротких внутренних волн с ледяным покровом в арктическом фиорде // Океанология. 2010. Т. 50, № 1. С. 23–31.
6. *Зырянов В.Н.* Сейши подо льдом // Водные ресурсы. 2011. Т. 38, № 3. С. 259–271.
7. *Золотухин А.Б.*, *Гудместад О.Т.*, *Ермаков А.И.* Основы разработки шельфовых месторождений и строительство морских сооружений в Арктике. М.: ГУП Издательство «Нефть и газ» РГУ нефти и газа им. И.М. Губкина, 2000. 770 с.
8. *Сидняев Н.И.* Теоретические исследования гидродинамики при подводном взрыве точечного источника // Инженерный журнал: наука и инновации. 2013. № 2. URL: https://engjournal.ru/catalog/appmath/hidden/614.html (дата обращения 09.03.2023)
9. *Букатов А.Е.* Волны в море с плавающим ледяным покровом. Севастополь: ФГБУН МГИ, 2017. 360 с.
10. Методы, процедуры и средства аэрокосмической радиотомографии приповерхностных областей Земли. Под ред. Нестерова С.В., Шамаева А.С., Шамаева С.И. М.: Научный мир, 1996. 272 с.
11. *Булатов В.В., Владимиров Ю.В.* Волны в стратифицированных средах. М.: Наука, 2015. 735 с.
12. *Свиркунов П.Н.*, *Калашник М.В.* Фазовые картины диспергирующих волн от движущихся локализованных источников // Успехи физических наук. 2014. Т. 184, № 1. С. 89–100. doi:10.3367/UFNr.0184.201401d.0089
13. *Ильичев А.Т.* Уединенные волны в моделях гидродинамики. М.: Физматлит, 2003. 256 с.
14. *Ильичев А.Т.* Эффективные длины волн огибающей на поверхности воды под ледяным покровом: малые амплитуды и умеренные глубины // Теоретическая и математическая физика. 2021. Т. 28, № 3. С. 387–408. doi:10.4213/tmf10092

15. *Савин А.С.*, *Савин А.А.* Пространственная задача о возмущениях ледяного покрова движущимся в жидкости диполем // Известия РАН. Механика жидкости и газа. 2015. № 5. С. 16–23.
16. *Стурова И.В.* Движение нагрузки по ледяному покрову с неравномерным сжатием // Известия РАН. Механика жидкости и газа. 2021. № 4. С. 63–72. doi:10.31857/S0568528121040125
17. *Dinvay E.*, *Kalisch H.*, *Parau E.I.* Fully dispersive models for moving loads on ice sheets // Journal of Fluid Mechanics. 2019. Vol. 876. P. 122–149. doi:10.1017/jfm.2019.530
18. *Sturova I.V.* Radiation of waves by a cylinder submerged in water with ice floe or polynya // Journal of Fluid Mechanics. 2015. Vol. 784. P. 373–395. doi:10.1017/jfm.2015.582
19. *Лойцянский Л.Г.* Механика жидкости и газа. М.: Физматлит, 1987. 784 с.
20. *Сретенский Л.Н.* Теория волновых движений жидкости. М.: Наука, 1977. 815 с.
21. *Лаврентьев М.А.*, *Шабат Б.В.* Методы теории функций комплексного переменного М.: Физматлит, 1987. 688 с.

References

1. Surface and internal waves in Arctic seas. *St. Petersburg*, *Gidrometeoizdat*, 2002. 360 p. (in Russian)
2. *Mei C.C.*, *Stiassnie M.*, *Yue D.K.-P.* Theory and applications of ocean surface waves. Advanced Series of Ocean Engineering. Vol. 42. *London*, *World Scientific Publishing*, 2018. 1240 p. doi:10.1142/10212
3. *Velarde M.G.*, *Tarakanov R. Yu.*, *Marchenko A.V.* (Eds.). The ocean in motion. *Springer Oceanography*. *Springer International Publishing AG*, 2018. 625 p. doi:10.1007/978-3-319-71934-4
4. *Morozov E.G.* Oceanic internal tides: observations, analysis and modeling. *Cham*, *Springer*, 2018. 304 p. doi:10.1007/978-3-319-73159-9
5. *Marchenko A.V.*, *Morozov E.G.*, *Muzylev S.V.*, *Shestov A.S.* Interaction of short internal waves with the ice cover in an Arctic fjord. *Oceanology*. 2010, 50(1), 18–27. doi:10.1134/S0001437010010029
6. *Zyryanov V.N.* Under-ice seiches. *Water Resources*. 2011, 38(3), 261–274 doi:10.1134/S0097807811020163
7. *Zolotukhin A.B.*, *Gudmestad O.T.*, *Ermakov A.I.* Fundamentals of offshore fields development and offshore structures construction in the Arctic. *Moscow*, *GUP Izdatelstvo Neft I Gaz RGU nefti I gaza im.I.M.Gubkina*, 2000. 770 p. (in Russian).
8. *Sidnjaev N.I.* Theoretical studies of hydrodynamics in an underwater explosion of a point source. *Inzenerny Zurnal: Nauka i Innovastii* 2013, 2, URL: https://engjournal.ru/catalog/appmath/hidden/614.html (Accessed 09.03.2023) (in Russian).
9. *Bukatov A.E.* Waves in the sea with floating ice. Sevastopol, FGBUN MGI. 2017. 360 p. (in Russian).
10. *Nesterov S.V., Shamajev A.S., Shamajev S.I.* Methods, procedures and means of aerospace radio tomography of near-surface regions of the Earth. *Moscow*, *Nauchnij Mir*, 1996. 272 p. (in Russian).
11. *Bulatov V.V.*, *Vladimirov Yu.V.* Wave dynamics of stratified mediums. *Moscow*, *Nauka Publishers*, 2012. 584 p.
12. *Svirkunov P.N., Kalashnik M.V.* Phase patterns of dispersive waves from moving localized sources. *Physics-Uspekhi*. 2014, 57(1), 80–91. doi: 10.3367/UFNe.0184.201401d.0089
13. *Il'ichev A.T.* Solitary waves in hydrodynamic models. *Moscow*, *Fizmatlit*, 2003. 256 p. (in Russian).
14. *Il'ichev A.T.* Effective wavelength of envelope waves on the water surface beneath an ice sheet: small amplitudes and moderate depths. *Theoretical and Mathematical Physics*. 2021, 208, 1182–1200. doi:10.1134/S0040577921090026
15. *Savin A.S.*, *Savin A.A.* Three-dimensional problem of disturbing a ice cover by a dipole moving in fluid. *Fluid Dynamics*. 2015, 50(5), 613–620. doi:0.1134/S0015462815050026
16. *Sturova I.V.* Motion of a load over an ice sheet with non-uniform compression. *Fluid Dynamics*. 2021, 56(4), 503–512. doi:10.1134/S0015462821040121
17. *Dinvay E.*, *Kalisch H.*, *Parau E.I.* Fully dispersive models for moving loads on ice sheets. *Journal of Fluid Mechanics*. 2019, 876, 122–149. doi:10.1017/jfm.2019.530
18. *Sturova I.V.* Radiation of waves by a cylinder submerged in water with ice floe or polynya. *Journal of Fluid Mechanics*. 2015, 784, 373–395. doi:10.1017/jfm.2015.582
19. *Loytsyansky L.G.* Fluid and gas mechanics. *Moscow*, *Fizmatlit*. 1987. 784 p. (in Russian).
20. *Sretensky L.N.* Theory of fluid wave motions. *Moscow*, *Nauka*. 1977. 815 p. (in Russian).
21. *Lavrentjev M.A.*, *Shabat B.V.* Methods of the theory of complex variable functions. *Moscow*, *Fizmatlit*, 1987. 688 p. (in Russian).

Об авторах

БУЛАТОВ Виталий Васильевич, ORCID0000-0002-4390-4013, internalwave@mail.ru
ВЛАДИМИРОВ Игорь Юрьевич, ORCID0000-0002-8251-2370, iyuvladimirov@rambler.ru

DOI 10.59887/2073-6673.2023.16(3)-10

УДК 551.466.8

© *Н. А. Санников*, *О. Е. Куркина*, *Е. А. Рувинская*, *А. А. Куркин**, 2023
Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева, 603950, г. Нижний Новгород, ул. Минина, д. 24.
*aakurkin@gmail.com

ПЕРЕСТРОЙКА ПОЛНОНЕЛИНЕЙНОГО БРИЗЕРОПОДОБНОГО ПАКЕТА ВНУТРЕННИХ ВОЛН НАД ДОННЫМ УСТУПОМ В СЛОИСТОЙ СРЕДЕ

Статья поступила в редакцию 14.03.2023, после доработки 13.08.2023, принята в печать 30.08.2023

Аннотация

Исследуется процесс трансформации локализованного волнового пакета над донным уступом в трехслойной жидкости, при этом высота уступа равна или превосходит толщину нижнего слоя, поэтому в мелководной зоне стратификация плотности становится двухслойной. В численных экспериментах варьировалась как высота ступеньки, так и ширина уступа. Задача решается в рамках полнонелинейной модели гидродинамики невязкой несжимаемой стратифицированной жидкости. Первичный анализ состоял в оценке значений безразмерных параметров, как правило используемых в задачах о накате: числа Фруда, Ирибаррена, отношения характерной длины волны к характерной ширине склона, отношения топографического уклона к характерному наклону волновых пучков. Поскольку линия «уреза» для нижнего пикноклина частично или полностью находится на ступеньке, можно было бы ожидать динамику, связаную с заплеском, обрушением или отражением волн, распространяющихся по нижнему пикноклину, однако этого не происходит. Показано, что отражение волнового пакета от уступа минимально при всех рассмотренных случаях, наблюдается сильное укручение волны, но при этом обрушения не происходит — волна на нижнем пикноклине при прохождении уступа быстро затухает. Анализ спектральных амплитуд и полей энергии позволяет сделать вывод, что происходит передача энергии с нижнего пикноклина на верхний. Бризер в двухслойной среде не может существовать, но сформировавшийся после его разрушения волновой пакет в верхнем пикноклине обладает значительно большей энергией, чем до уступа.

Ключевые слова: внутренние волны, бризер, волновой пакет, доступная потенциальная энергия, полнонелинейная модель гидродинамики, трехслойная жидкость

© *N. A. Sannikov*, *O. E. Kurkina*, *E. A. Rouvinskaya*, *A. A. Kurkin**, 2023
Nizhny Novgorod State Technical University n. a. R.E. Alekseev, 603950, Minin Street, 24, Nizhny Novgorod, Russia
*aakurkin@gmail.com

TRANSFORMATION OF A FULLY NONLINEAR BREATHER-LIKE PACKAGE OF INTERNAL WAVES OVER A BOTTOM STEP IN A LAYERED FLUID

Received 14.03.2023, Revised 13.08.2023, Accepted 30.08.2023

Abstract

In this paper, we study the process of transformation of a localized wave packet over a bottom step in a three-layer fluid, in which the height of the step is equal to or exceeds the thickness of the lower layer; therefore, density stratification becomes two-layer in the shallow water zone. In numerical experiments, both the height of the step and the width of the step were varied. The problem is solved in the framework of a fully nonlinear model of hydrodynamics of an inviscid incompressible stratified fluid. The primary analysis consisted in estimating the values of dimensionless parameters used, as a rule, in runup problems: the Froude and Iribarren numbers, the ratio of the characteristic wavelength to the characteristic slope width, the ratio of the topographic slope to the characteristic wave beam angle. Since the "cutoff" line for the lower pycnocline is partially or completely located on a step, one could expect the effects of run-up, breaking or reflection of waves propagating along the lower pycnocline, but this doesn't happen. It is shown that the reflection of the wave packet from the step is minimal in all cases considered, a strong steepening of

Ссылка для цитирования: *Санников Н.А.*, *Куркина О.Е.*, *Рувинская Е.А.*, *Куркин А.А.* Перестройка полнонелинейного бризероподобного пакета внутренних волн над донным уступом в слоистой среде // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2023. Т. 16, № 3. С. 129–141. doi:10.59887/2073-6673.2023.16(3)-10

For citation: *Sannikov N.A.*, *Kurkina O.E.*, *Rouvinskaya E.A.*, *Kurkin A.A.* Transformation of a Fully Nonlinear Breather-Like Package of Internal Waves over a Bottom Step in a Layered Fluid. *Fundamental and Applied Hydrophysics*. 2023, 16, 3, 129–141. doi:10.59887/2073-6673.2023.16(3)-10

the wave is observed, but no breaking occurs in this case — the wave then just quickly decays on the lower pycnocline. An analysis of the spectral amplitudes and energy fields allows us to conclude that there is a transfer of energy from the lower pycnocline to the upper one. The breather in a two-layer fluid cannot exist, but the wave packet formed in the upper pycnocline after its destruction has much higher energy than it has before the step.

Keywords: internal waves, breather, wave packet, available potential energy, fully nonlinear hydrodynamic model, three-layer fluid

1. Введение

В последние десятилетия стремительное развитие океанологической техники способствовало возрастанию интереса к тематике внутренних волн и появлению пусть и не многочисленных, но крайне интересных с научной точки зрения исследований, посвященных натурным наблюдениям трансформирующихся и обрушающихся внутренних волн в шельфовой зоне и над континентальным склоном и сопутствующих процессов, индуцированных этими волнами. Показан их важнейший вклад в процессы турбулентного рассеяния и перераспределения энергии и массы в океане (см., например, [1–3]). Научные изыскания по этой тематике обычно сфокусированы на анализе конкретных условий, приводящих к обрушению внутренних волн и эффектов, связанных с этим процессом, которые детально исследуются как в рамках численных моделей [4–6], так и в лабораторных экспериментах [6–8]. Однако, в отличие от хорошо проработанной теории наката и обрушения длинных поверхностных волн, для внутренних волн изучены лишь отдельные сценарии, как правило, в рамках упрощенных слоистых моделей (в основном — двухслойных) и для очень ограниченного диапазона волновых возмущений — в первую очередь, солитонов и солиборов. Расширение наших знаний о трансформации различных типов волн в слоистых средах — важный этап для понимания тех процессов, которые оказывают влияние на экосистему стратифицированного морского шельфа.

Настоящая работа посвящена исследованию трансформации над модельным дном в виде уступа такого малоизученного типа внутренних волн, как бризероподобные волновые пакеты, в рамках полнонелинейной системы уравнений гидродинамики невязкой несжимаемой стратифицированной жидкости. Их существование было предсказано слабонелинейной теорией [9], подтверждено численными экспериментами для различных моделей вычислительной гидродинамики [10–14], однако, идентификация таких волн в записях океанографических регистраторов представляет сложность, поскольку необходимо отследить волновое поле в динамике — при переходе из точки в точку. Простейшей стратификацией плотности морской воды, в которой существование бризеров возможно, является трехслойная жидкость, которая при этом является подходящей моделью для многих зон стратифицированного океана (см., например, [15]). В настоящей работе в качестве фоновой стратификации задана «симметричная» трехслойная среда для описания динамики внутренних волн, в которой в слабонелинейном пределе может быть использовано модифицированное уравнение Кортевега-де Вриза (мКдВ) [16] и его обобщения, а локализованные неизлучающие решения этого уравнения представлены солитонами и бризерами. Наше исследование является закономерным продолжением как работ, посвященных этой тематике, выполненных в нашей лаборатории, так и работ, в том числе зарубежных исследователей, посвященных изучению полнонелинейных волновых процессов в трехслойной среде в целом. В статье [11] изучалась трансформация над наклонным дном бризеров с «узким» и «широким» спектром в трехслойной жидкости, близкой по типу стратификации условиям в южной части Балтийского моря как в рамках уравнения Гарднера, так и в полнонелинейной модели. В работе [13] исследовалась трансформация бризера над ступенькой, высота которой была меньше толщины нижнего слоя, с помощью полнонелинейного подхода. В статье [14] эта же задача решалась с помощью уравнения мКдВ для бризеров с разными параметрами. Хотелось бы отметить серию работ [17, 18], где подробно описаны характеристики полнонелинейных бризеров в трехслойной симметричной среде, а также проведено сравнение параметров полнонелинейных и слабонелинейных волн. Кроме того, исследованы эффекты, возникающие при взаимодействии полнонелинейных бризероподобных волновых пакетов друг с другом. Также отметим работу [12], где показан один из возможных механизмов генерации бризероподобного пакета: в численных расчетах такая волна генерируется при взаимодействии солитона второй моды с уступом дна). Специфика задачи состоит в том, что мы повышаем высоту ступеньки так, что трехслойная среда становится за ступенькой двухслойной, и бризер по предсказаниям слабонелинейной теории не может больше существовать. Мы анализируем особенности «наката» волнового пакета на ступеньку — как на верхнем, так и на нижнем пикноклине (интерфейсе, который из-за особенности численной модели не является линией, а представляет собой переходный слой шириной 8 м, что, впрочем, лучше соответствует природным водоемам): и если в случае, когда ступенька не достает до нижней границы раздела слоев, проходящая волна на обоих интерфейсах трансформируется сходным образом, то предельный случай, когда линия уреза для нижнего интерфейса находится на ступеньке, а по верхнему интерфейсу продолжает распространяться волна, представляет собой пример крайне интересной и нетипичной динамики, показывающей богатство динамических эффектов в стратифицированной среде. Поскольку целью работы было первичное исследование этих эффектов, то мы выбрали один бризер (формирующийся в полнонелинейной модели из слабонелинейного бризерного решения модифицированного уравнения Кортевега–де Вриза [16]) с приемлемой для проведения численных расчетов шириной огибающей и скоростью распространения.

Во втором разделе статьи представлена постановка задачи, описана математическая модель и начальные условия. В третьем разделе проанализированы результаты моделирования. В заключении сформулированы основные выводы.

2. Постановка задачи и математическая модель

Исследуется динамика полнонелинейного бризера, распространяющегося в симметричной трехслойной жидкости и трансформирующегося над ступенькой, высота которой равна или превосходит толщину нижнего слоя. На рис. 1 представлена схема проводимых экспериментов, которая качественно соответствует также постановке задаче в работах [13, 14] с точностью до значений параметров, которые выбраны иными в соответствии с целью работы.

Для моделирования динамики внутренних волн применяется программный комплекс, реализующий процедуру численного интегрирования полностью нелинейной двумерной (вертикальной плоскости) системы уравнений гидродинамики невязкой несжимаемой стратифицированной жидкость в приближении Буссинеска с учетом влияния баротропного прилива [19]:

$$\vec{V}_t + \left(\vec{V}\nabla\right)\vec{V} - f\vec{V}\times\vec{k} = -\nabla P - \vec{k}\rho g, \tag{1}$$

$$\rho_t + \vec{V}\nabla\rho = 0, \tag{2}$$

$$\nabla\vec{V} = 0, \tag{3}$$

$$\rho = \frac{\rho_f - \rho_0}{\rho_0}, \tag{4}$$

где $\vec{V}$ (u, v, w) — вектор скорости, ∇ — оператор трехмерного векторного градиента, нижний индекс t обозначает производную по времени, ρ_f — плотность морской воды, ρ_0 — постоянная характерная плотность (возникает в силу предположения, что плотность воды в исследуемом бассейне меняется незначительно,

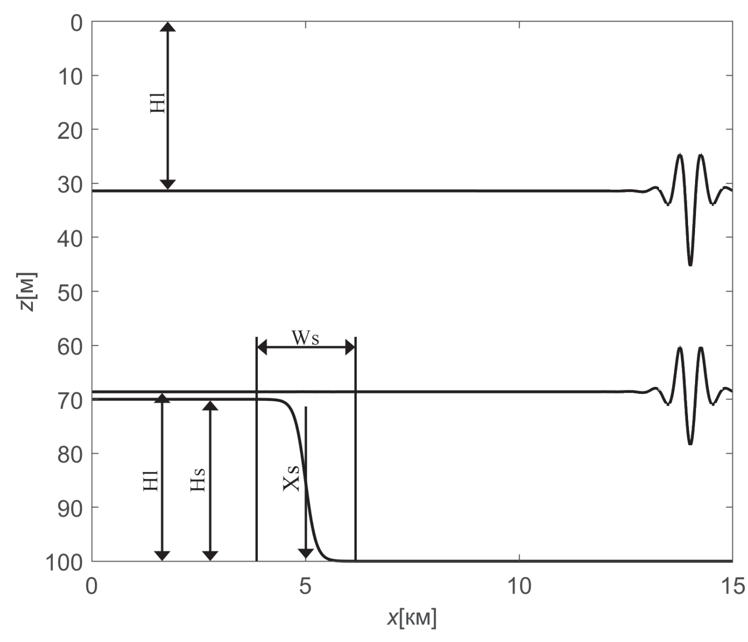


Рис. 1. Схема численных экспериментов

Fig. 1. Scheme of numerical experiments

т.е. в силу приближения Буссинеска: $\rho_f = \rho_0\,(1+\rho)$, ρ — безразмерная величина (аномалия плотности), g — гравитационное ускорение, f — параметр Кориолиса (в нашей задаче $f \equiv 0$), $\vec{i}$ и $\vec{k}$ — единичные орты по осям x и z. Волны распространяются в направлении x, ось y перпендикулярна движению волны, а z — вертикальная координата.

Нормальная к плоскости распространения волны (поперечного сечения) скорость включена в модель, но никакое изменение по координате y не допускается. Это достигается пренебрежением частными производными по y в принципиально трехмерных уравнениях (1)–(4). Уравнения преобразуются в так называемой сигма-координатной сетке по вертикали, и решаются в области, ограниченной снизу батиметрией $h(x)$ (заданной пользователем) и жесткой крышкой на поверхности. Для инициализации модели необходимо задать топографию дна (функцию $h(x)$), горизонтально-однородное невозмущенное поле плотности морской воды $\rho_{mean}(z)$, а так же начальное возмущение поля плотности в форме $\rho(x, z, t = 0) = \rho_{mean}(z - \eta(x))$ и начальное распределение скоростей, которое выбирается исходя из линейной теории длинных волн в соответствии с возмущением плотности. Шаги численной схемы в пространстве и времени выбираются так, чтобы удовлетворять критерию устойчивости Куранта–Фридриха–Леви. Процедура численного решения системы основана на неявной предиктор-корректорной двухшаговой конечно-разностной схеме.

Сглаженная трехслойная стратификация плотности до ступеньки характеризуется одинаковыми толщинами верхнего и нижнего слоя ($H_1 = 30$ м при полной глубине в 100 м) с полушириной пикноклинов, равной 4 м, и задается функцией вида:

$$\rho_{mean}(z) = -0{,}005\cdot\tanh\left(\frac{z - z_{\text{рус}1}}{4{,}0}\right) - 0{,}005\tanh\left(\frac{z - z_{\text{рус}2}}{4{,}0}\right), \tag{5}$$

где $z_{\text{рус}1} = -30$ м, $z_{\text{рус}2} = -70$ м.

Неоднородное дно бассейна с уступом задано выражением:

$$h(x) = \frac{H_s}{2}\tanh\left(-\frac{x - x_s}{\frac{W_s}{2}}\right) + \frac{H_s}{2}. \tag{6}$$

Параметр H_s в серии экспериментов принимает значения 30 и 40, а параметр W_s — 500 и 5000 м при общей длине трассы — 40000 м, $x_s = 5000$ м.

Поле смещений задается выражением:

$$\eta(x, z, t = 0) = A(x, t = 0)\Phi(z), \tag{7}$$

где $\Phi(z)$ — вертикальная структура моды, которая определяется из решения краевой задачи:

$$\frac{d^2\Phi}{dz^2} + \frac{N^2(z)}{c^2}\Phi = 0,\ \Phi(0) = \Phi(H) = 0, \tag{8}$$

$$N^2(z) = -\frac{g}{\rho(z)}\frac{d\rho(z)}{dz}, \tag{9}$$

где g — ускорение свободного падения, $\rho(z)$ — профиль плотности (от уступа он будет меняться за счет изменения глубины дна), c — фазовая скорость распространения длинных волн, которая, как и вертикальная структура моды зависит от фоновой стратификации плотности; $A(x, t)$ — волновая функция, описывающая смещение одного из интерфейсов в слоистой жидкости, на котором достигается максимальное значение модовой функции $\Phi_{\max}(z) = 1$. В наших экспериментах волновая функция $A(x, t)$ в (7) задается, как бризер мКдВ (более подробно см., например, в [20]):

$$\frac{A(x,t)}{A_0} = -4a\,\mathrm{sech}\,\theta\cdot\left[\frac{\cos\varphi + (a/b)\sin\varphi\cdot\tanh\varphi}{1 + (a/b)^2\sin^2\varphi\cdot\mathrm{sech}^2\varphi}\right], \tag{10}$$

где $\theta = -2b\dfrac{x}{\xi} - 8b\left(b^2 - 3a^2\right)\dfrac{t}{\tau} + \theta_0$, $\varphi = 2a\dfrac{x}{\xi} + 8a\left(3b^2 - a^2\right)\dfrac{t}{\tau} + \varphi_0$, $\xi = \dfrac{1}{|A_0|}\sqrt{\dfrac{6\beta}{\alpha_1}}$, $\tau = \left(\dfrac{6}{\alpha_1}\right)^{3/2}\dfrac{\sqrt{\beta}}{|A_0|^3}$, a и b — параметры, θ_0 и φ_0 — фазовые сдвиги. Значения параметров: $t = 0$, $A_0 = 7$, $a = 0{,}5$, $b = 1{,}15$, $\theta_0 = 0$ и $\varphi_0 = 0$, а значения коэффициентов кубической нелинейности $\alpha_1 = 0{,}002$ (м · с)$^{-1}$, дисперсии $\beta = 783$ м^3/с, а также $c = 1{,}64$ м/с и модовой функции для такой симметричной трехслойной стратификации (в области до ступеньки) вычислялись ранее в [20].

Горизонтальная и вертикальная составляющие скорости задаются в линейном приближении (более подробно про структуру поля скорости, а также траектории частиц внутри бризера в слабонелинейной модели можно прочитать в нашей статье [11]) как:

$$u(x,z,t=0)=cA(x,t=0)\frac{d\Phi(z)}{dz}, \tag{11}$$

$$w(x,z,t=0)=-c\Phi(z)\frac{dA(x,t=0)}{dx}. \tag{12}$$

Сетка Ox × Oz для всех экспериментов имела разрешение 2000 × 200 точек.

3. Анализ результатов численного моделирования

Первая стадия анализа состояла в классификации и определении значений параметров подобия для рассчитанных волновых полей и конфигурации расчетной области. Поскольку условия задачи таковы, что бризер не просто трансформируется в плавно неоднородной среде — происходит накат на уступ, который может приводить к отражению части волновой энергии, обрушению волн, то необходимо проанализировать общепринятые критерии и оценить возможные динамические эффекты. Вычислялись значения чисел Ирибаррена для внутренних волн [21]:

$$\xi = s/\sqrt{a/\lambda}, \tag{13}$$

где a — амплитуда волны, λ — ширина волны, s — значение тангенса угла наклона дна. Оно характеризует тип возможного обрушения на шельфе. Так, при малых значениях ($\xi < 0{,}5$, пологий склон или высокая крутизна волны) реализуется обрушение типа «разлив» («скользящий бурун» в терминологии поверхностных волн), при $\xi < 1$ наблюдается обрушение «ныряющего» типа («ныряющий бурун»), при $\xi \in (1,\ 1{,}5)$ — коллапсирующее обрушение (схлопывание), при $\xi > 1{,}5$ — пульсирующее обрушение [22].

Поведение внутренних волн, накатывающихся на склон, можно предсказать по α — отношению топографического уклона к характерному углу волновых пучков:

$$\alpha = \frac{s_{topogr}}{s_{wave}} = \frac{\left|\dfrac{dH}{dx}\right|}{\left(\dfrac{\omega^2 - f^2}{N^2 - \omega^2}\right)^{1/2}}, \tag{14}$$

где $H(x)$ — глубина дна, x — горизонтальная пространственная координата, ω — угловая частота волны, f — инерционная частота ($f = 0$), $N(z)$ — частота плавучести. При $\alpha < 1$ (докритические значения) волны будут распространяться на шельф. Если $\alpha > 1$ (сверхкритические значения), волны будут частично отражаться обратно в море. Если $\alpha = 1$ (критическое значение), линейная теория не работает, что приводит к нелинейным эффектам, обрушению волн и турбулентному перемешиванию (см., например, [23]).

В наиболее общепринятом понимании число Фруда Fr представляет собой отношение скоростей, с которыми два процесса, а именно, адвективный и волновой, переносят информацию о возмущении в среде. Локально число Фруда также представляет собой соотношение кинетической и потенциальной энергии потока и определяет поток как докритический или сверхкритический. Для стратифицированных жидкостей существует множество формулировок этого критерия, в том числе в зависимости от типа волнового процесса (см., более подробно в работе [24]). Число Фруда для набегающей на ступеньку внутренней волны может быть рассчитано как:

$$Fr(x,t) = \frac{\left|\max\limits_{z} u(x)\right|}{c(x)}, \tag{15}$$

где c — фазовая скорость длинных линейных волн первой моды. Критерием линейной устойчивости в терминах чисел Фруда здесь являются значения $Fr < 1$. Также существует критерий Фруда для отраженной волны [23].

В работе [25] количественная оценка эффективности перемешивания для обрушающихся солитонов внутренних волн связана с параметром:

$$\tilde{L} = \frac{L_w}{L_s}, \tag{16}$$

то есть отношением характерной длины волны к характерной ширине склона. При $\tilde{L} \to 0$ склон можно считать очень плавным — волна постепенно трансформируется над ним, обрушение не интенсивное; при $\tilde{L} \to \infty$ взаимодействие волны и склона происходит быстро, большая часть энергии отражается. Максимальная эффективность перемешивания достигается при $\tilde{L} \to 0{,}5$. В работе [23] обратная к (16) величина названа эффективной шириной склона, и малые значения этой величины характеризуют сверхкритические наклоны.

Таблица 1
Table 1

Значения ξ и $\tilde{L}$ для проведенных экспериментов

Values of ξ and $\tilde{L}$ for the performed experiments

№	Параметры ступеньки H_s и W_s, м	ξ		$\tilde{L}$	
		несущая	огиб.	несущая	огиб.
1	30 и 500	0,6	0,8	1	4
2	30 и 5000	0,06	0,08	0,1	0,4
3	40 и 500	0,8	1	1	4
4	40 и 5000	0,08	0,1	0,1	0,4

Для генерируемого полнонелинейного бризера ширина волны огибающей составляет 2000 м, а средняя ширина несущих волн — 560 м; период огибающей — 0,5 ч, а период несущей — в среднем 0,11 ч. Как видно из табл. 1, во 2 и 4 эксперименте (ширина уступа большая — 5000 м) значения числа Ирибаррена малы, что свидетельствует о возможной нестабильности на заднем фронте волн, при этом данный режим характеризуется низкой эффективностью перемешивания. Значения параметра $\tilde{L}$ в экспериментах 2 и 4 также мало, что свидетельствует о докритическом режиме и минимальном отражении. Для экспериментов 1 и 3 значения ξ как для несущей, так и для огибающей больше 0,5. В экспериментальных работах было показано, что для ξ, близкого 0,6, характерно опрокидывание волн с образованием «ядра» из перемешанной жидкости, распространяющегося вверх по склону. В этом случае гравитационная неустойчивость способствует повышенной эффективности перемешивания [26].

На рис. 2 представлены диаграмма значений параметра α, критическое значение $\alpha = 1$ выделено белой линией.

В верхней зоне склона (разные изопикны пикноклина взаимодействуют со ступенькой на разной глубине) суперкритический режим достигается для волн с периодами более 9 мин (средняя «длина» несущей составляет 6,5 мин).

На рис. 3 показана $x - t$ диаграмма значений чисел Фруда для одного из экспериментов (номер 1 в табл. 1). Как видно из рисунка, значения, близкие к критическим (но меньшие, чем 1), достигаются также в верхней зоне уступа с приходом несущей волны максимальной амплитуды.

В заключении анализа параметров, характеризующих возможные динамические режимы, хотелось бы отметить: не все предсказанные эффекты наблюдаются при взаимодействии волны с уступом дна — во многом это связано с ограничениями, накладываемыми численной моделью (без вязкости), а также не полной универсальностью самих критериев.

Вторая стадия анализа заключалась в непосредственном исследовании динамических особенностей процесса трансформации бризера над уступом. На рис. 4 на примере эксперимента 1 показаны поле плотности в разные моменты времени, а также x — t диаграммы смещений изопикн, расположенных в верхнем и нижнем пикноклине. Волны, распространяющиеся на нижнем пикноклине, взаимодействуя со ступенькой, сильно укручаются, а затем быстро затухают и перестают существовать, что отчетливо видно, как на пространственно-временной диаграмме смещений, так и на фотографиях поля аномалии плотности. При этом волны на верхнем пикноклине «усиливаются» после уступа, хотя бризер предсказуемо разрушается. Также можно заметить, что отражение волн от уступа фактически отсутствует. Кроме того, из рис. 4, *а* видно, что накат волнового пакета на уступ сопровождается разрушением вертикальной модовой структуры волнового поля, что свидетельствует о нарастании нелинейных эффектов; волна на нижнем пикноклине в промежутке времени от $t = 1{,}7$ ч до 2 ч распадается на дискретные «болюсы» — объемы плотной воды из нижнего слоя, проникающие в двухслойную жидкость над уступом. При разрушении болюсов процесс не ограничивается придонным слоем, вовлекая в движение и весь толстый средний однородный слой жидкости, приводя в результате к существенному усилению волнового пакета на верхнем пикноклине.

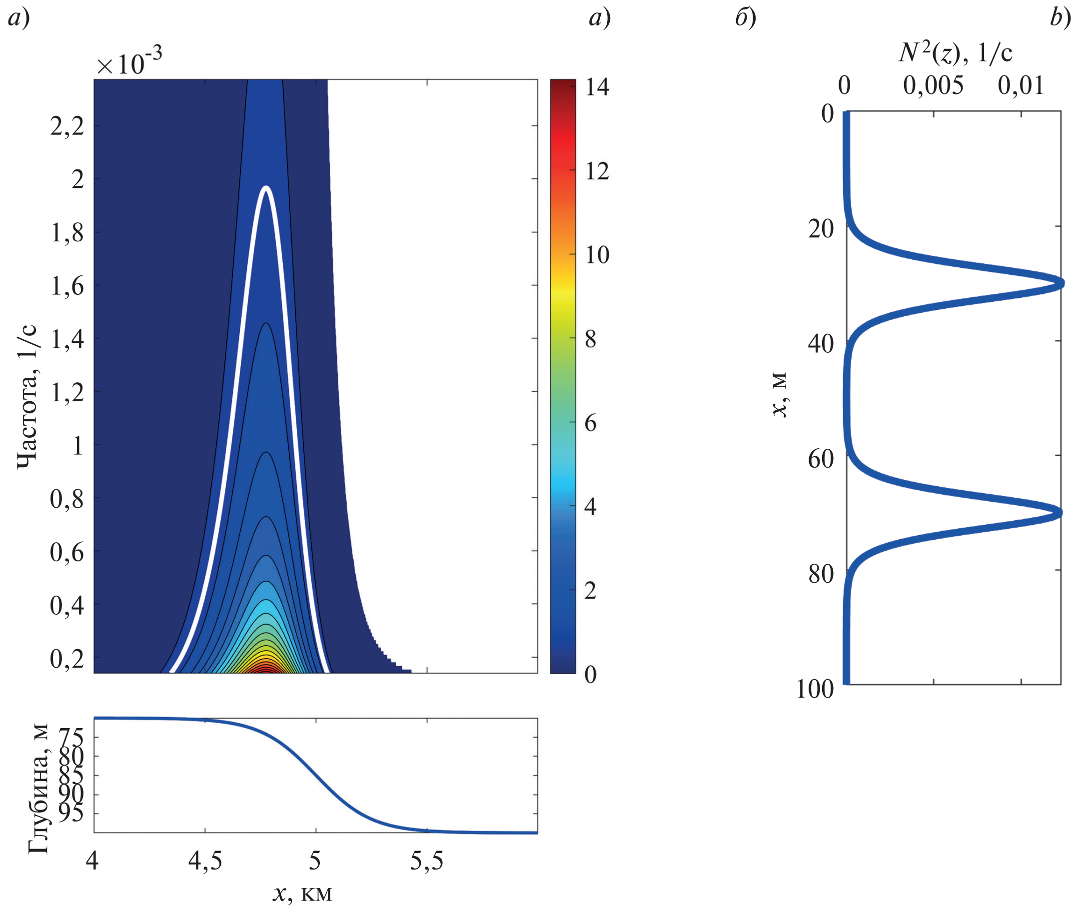


Рис. 2. *а* — значения параметра α для диапазона периодов от 7 мин до 2 ч в эксперименте 3; *б* — квадрат частоты Вяйсяля-Брента

Fig. 2. *a* — values of the parameter α for the range of periods from 7 min to 2 h in experiment 3; *b* — Väisälä-Brent frequency squared

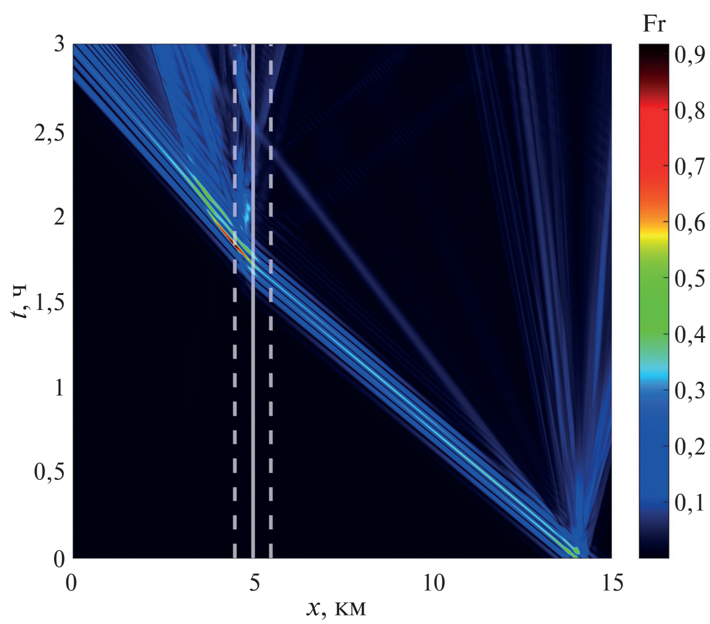


Рис. 3. *X* — *t* диаграмма значений чисел Фруда для эксперимента 1

Fig. 3. *X* — *t* diagram of Froude number values for experiment 1

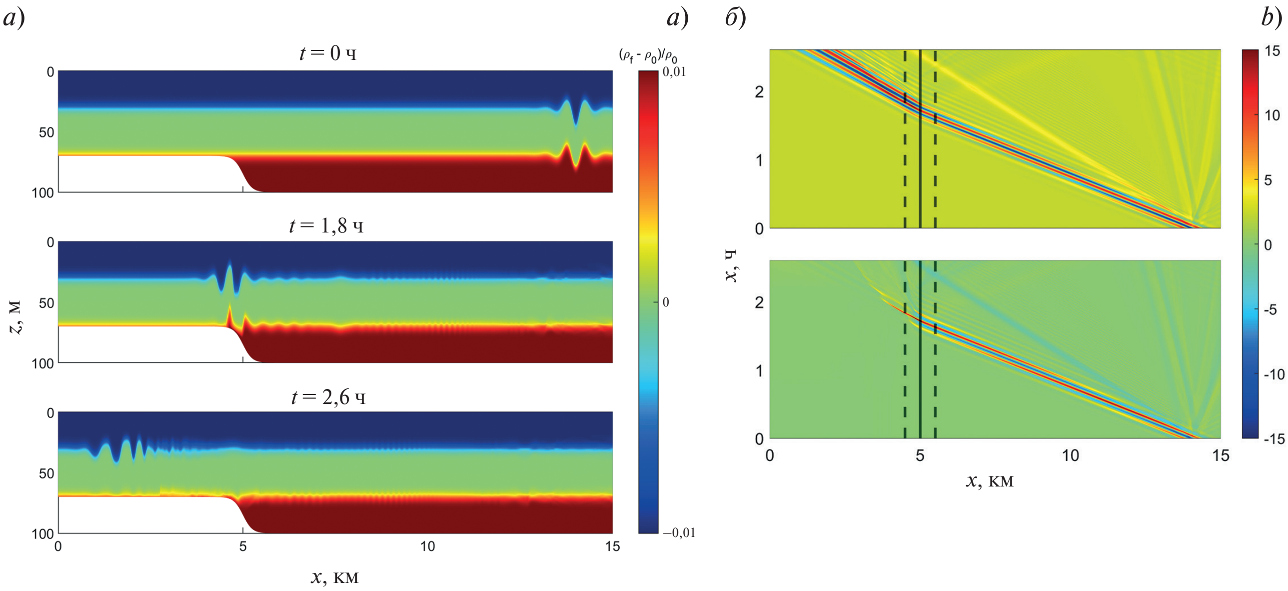


Рис. 4. *а* — поле аномалии плотности до, во время и после взаимодействия с уступом; *б* — $x - t$ диаграмма смещений изопикн, расположенных в верхнем и нижнем пикноклине для эксперимента 1

Fig. 4. *a* — density anomaly field before, during and after interaction with the step; *b* — $x - t$ diagram of displacements of isopycnes located in the upper and lower pycnoclines for experiment 1

На рис. 5 представлены амплитудные спектры для изопикн, расположенных в верхнем и нижнем пикноклине, для всех четырех исследуемых случаев. Здесь уже более отчетливо видно, как возрастает энергия в верхнем пикноклине после взаимодействия с уступом, тогда как на нижней границе раздела слоев амплитудный спектр после ступеньки имеет нулевые амплитуды.

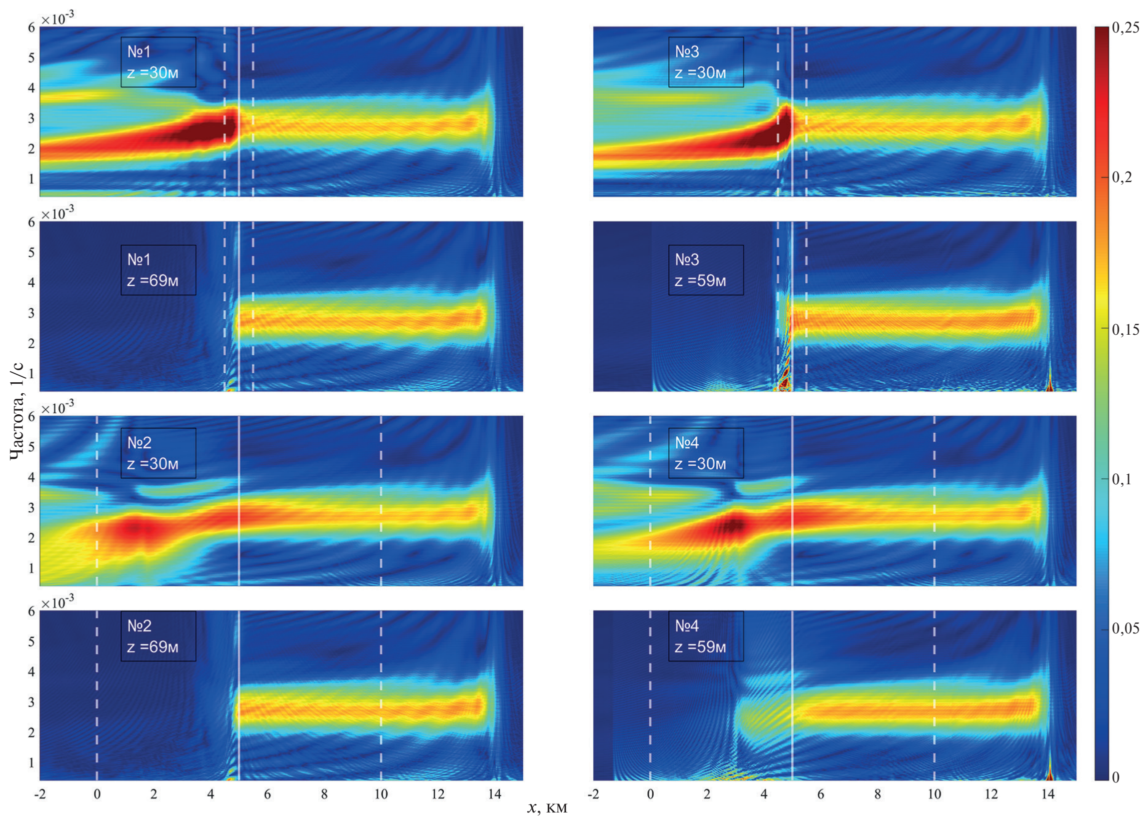


Рис. 5. Амплитудные спектры для изопикн, находящихся в верхнем и нижнем пикноклине, для экспериментов 1–4

Fig. 5. Amplitude spectra for isopycnes located in the upper and lower pycnoclines for experiments 1–4

Проанализируем далее процессы, происходящие в этой модельной ситуации, в терминах энергий.

Кинетическая энергия, сосредоточенная в замкнутой области $(x, z) \in [x_1, x_2] \times [H, 0]$, вычисляется путем интегрирования по этой области произведения квадрата полной скорости на плотность среды:

$$E_k = \int_H^0 \int_{x_1}^{x_2} \rho_f \left(u^2 + w^2\right) dxdz. \tag{17}$$

Потенциальная энергия определяется следующим образом:

$$E_p = \int_H^0 \int_{x_1}^{x_2} \rho_f gz\, dxdz\ . \tag{18}$$

Таким образом, полная энергия волнового поля вычисляется через сумму кинетической и потенциальной энергий $E = E_k + E_p$, но более физически значимой величиной при оценке нелинейных процессов является псевдоэнергия: $E = E_k + APE$, где APE — доступная потенциальная энергия, определяющая количество потенциальной энергии, доступной для преобразования в кинетическую:

$$APE = \int_H^0 \int_{x_1}^{x_2} \rho_0 \left(\rho - \rho_{mean}\right) gz\, dxdz, \tag{19}$$

где ρ — поле аномалии плотности, ρ_0 — постоянная характерная плотность, ρ_f — поле плотности (см. более подробно, например, в [27]).

На рис. 6 представлены фотографии поля кинетической энергии и полной волновой энергии при взаимодействии бризера с уступом дна. В верхней зоне уступа при $t = 1{,}8$ ч пучок энергии с нижнего пикнолина вытягивается вверх, при этом на верхнем пикноклине над ним энергия возрастает.

В завершение анализа представим также диаграмму вероятностей превышения уровня для придонных скоростей (рис. 7). До уступа скорости разных знаков распределены почти симметрично, а вот после уступа асимметрия весьма значительна, с большим положительным пиком на самом его краю, а затем — с более длинными «хвостами» функции распределения вероятностей превышения уровня для отрицательных

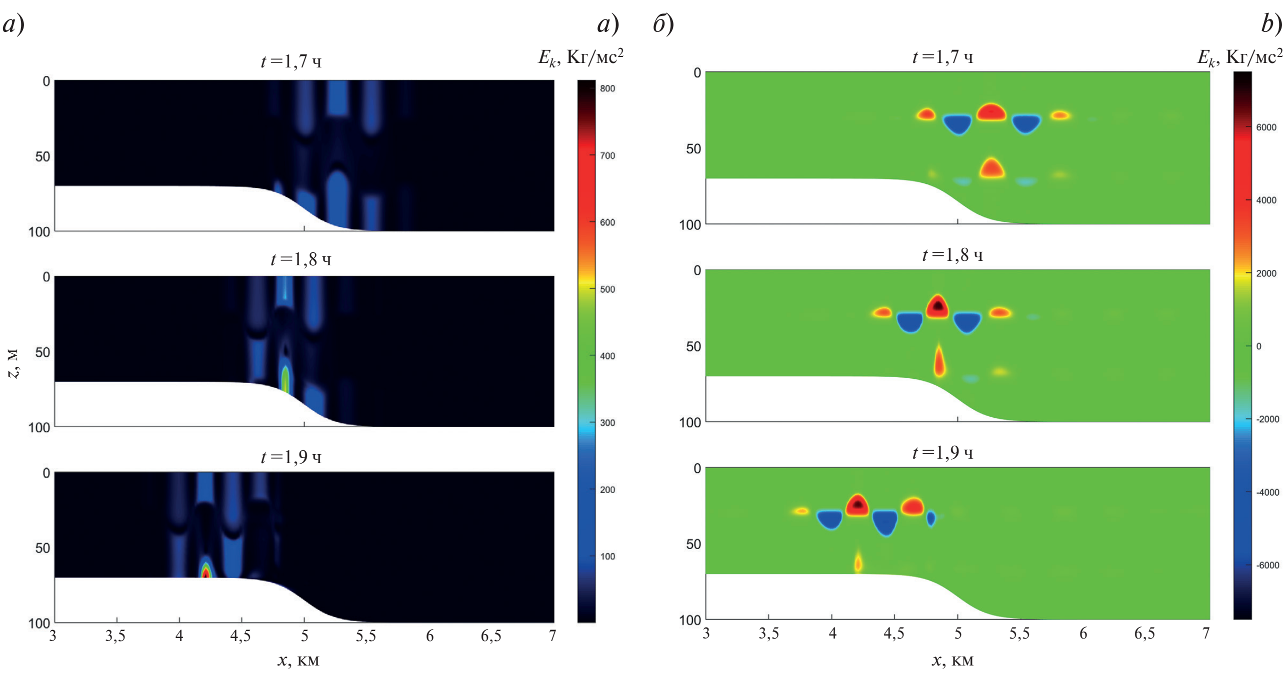


Рис. 6. Изменение поля кинетической энергии (*а*) и полной энергии (*б*) при взаимодействии бризера с уступом дна для эксперимента 1

Fig. 6. Change in the field of kinetic energy (*a*) and total energy (*b*) during the interaction of the breather with the bottom step for experiment 1

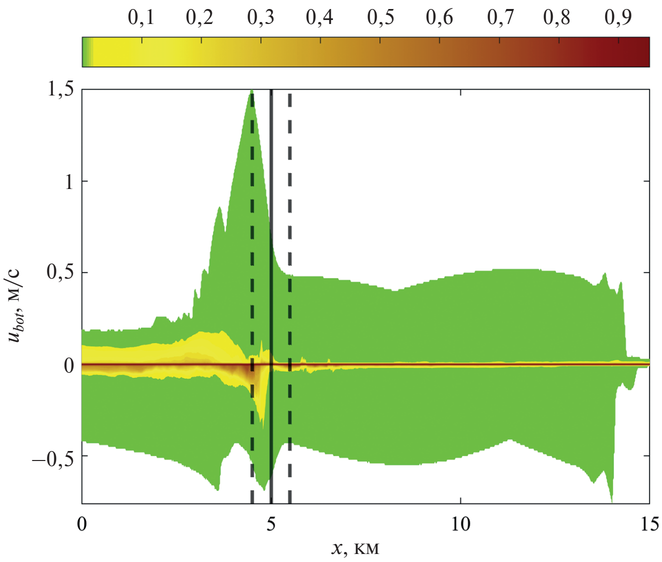


Рис. 7. Диаграмма вероятностей превышения уровня придонных скоростей для эксперимента 1

Fig. 7. Diagram of exceedance probability of the level of bottom velocities for experiment 1

скоростей и с более короткими — для положительных значений. Максимальные значения скоростей придонных течений достигаются в самой верхней зоне уступа — там же, где и максимальные значения чисел Фруда, и сверхкритические значения параметра α для максимально большого диапазона частот. Пиковые значения скоростей примерно в 3 раза превышают «фоновый» уровень максимальных скоростей для других областей трассы. После уступа происходит интенсификация разнонаправленных движений — расширяется зона более высоких вероятностей, значения орбитальной скорости 0,1–0,15 м/с достигаются уже с вероятностью 0,2.

4. Заключение

Трансформация бризера внутренней волны над уступом в трехслойной жидкости интересна тем, что на нижнем пикноклине, упирающемся полностью или частично в уступ дна, волны как будто бы почти исчезают сразу после уступа. При этом мы не наблюдаем ни активного отражения волновой энергии, ни как такового обрушения — волна лишь сильно укручается в верхней зоне уступа, а затем быстро «расплывается» и затухает. При этом на верхнем пикноклине из-за перехода в двухслойную среду бризер трансформируется в волновой пакет, энергия которого, однако, превосходит ту, что была там до уступа. Мы проанализировали пространственно-временные диаграммы, амплитудные спектры и фотографии поля энергии в различные моменты времени. На всех анализируемых рисунках заметно усиление верхнего волнового пакета и постепенное «исчезновение» нижнего. Особенно отчетливо это заметно при визуализации полей энергии: можно наблюдать, как в момент взаимодействия с дном нижний пакет максимально сжимается и выделяет большую часть энергии в верхний пикноклин.

Финансирование

Представленные результаты получены в рамках государственного задания в сфере научной деятельности (тема № FSWE-2023-0004 «Нелинейная волновая динамика прибрежной зоны в условиях меняющегося климата и антропогенного воздействия») и при поддержке гранта Президента РФ по государственной поддержке ведущих научных школ РФ НШ-70.2022.1.5.

Funding

The presented results were obtained within the framework of the state assignment in the sphere of scientific activity (theme No. FSWE-2023-0004 “Nonlinear wave dynamics of the coastal zone under changing climate and anthropogenic impact”) and with the support of the grant of the President of the Russian Federation on the state support of leading scientific schools of the Russian Federation NSh-70.2022.1.5.

Литература

1. *Pineda J.* Internal tidal bores in the nearshore: Warm-water fronts, seaward gravity currents and the onshore transport of neustonic larvae // Journal of Marine Research. 1994. Vol. 52, No. 3 P. 427–458. doi:10.1357/0022240943077046
2. *Inall M.E.* Internal wave induced dispersion and mixing on a sloping boundary // Geophysical Research Letters. 2009. Vol. 36. Art. No. L05604. doi:10.1029/2008GL036849
3. *Bourgault D., Morsilli M., Richards C., Neumeier U., Kelley D.E.* Sediment resuspension and nepheloid layers induced by long internal solitary waves shoaling orthogonally on uniform slopes // Continental Shelf Research. 2014. Vol. 71. P. 21–33. doi: 10.1016/j.csr.2013.10.019
4. *Aghsaee P., Boegman L., Lamb K.G.* Breaking of shoaling internal solitary waves // Journal of Fluid Mechanics. 2010. Vol. 659. P. 289–317. doi:10.1017/S002211201000248X

5. *Nakayama K., Sato T., Shimizu K., Boegman L.* Classification of internal solitary wave breaking over a slope // Physical Review Fluids. 2019. Vol. 4, No. 1. P. 014801. doi:10.1103/PhysRevFluids.4.014801
6. *Nakayama K., Shintani T., Kokubo K.* et al. Residual current over a uniform slope due to breaking of internal waves in a two-layer system // Journal of Geophysical Research: Oceans. 2012. Vol. 117, C10: C10002. doi:10.1029/2012JC008155
7. *Nakayama K., Imberger J.* Residual circulation due to internal waves shoaling on a slope // Limnology and Oceanography. 2010. Vol. 55, No. 3. P. 1009. doi:10.4319/lo.2010.55.3.1009
8. *Sutherland B.R., Barrett K.J., Ivey G.N.* Shoaling internal solitary waves // Journal of Geophysical Research: Oceans. 2013. Vol. 118, No. 9. P. 4111–4124. doi:10.1002/jgrc.20291
9. *Grimshaw R., Pelinovsky E., Talipova T.* The modified Korteweg-de Vries equation in the theory of large-amplitude internal waves // Nonlinear Processes in Geophysics. 1997. Vol. 4. P. 237–250.
10. *Lamb K.G., Polukhina O., Talipova T.* et al. Breather generation in fully nonlinear models of a stratified fluid // Physical Review E. 2007. Vol. 75. No. 4. P. 046306. doi:10.1103/PhysRevE.75.046306
11. *Rouvinskaya E., Talipova T., Kurkina O., Soomere T., Tyugin D.* Transformation of internal breathers in the idealised shelf sea conditions // Continental Shelf Research. 2015. Vol. 110. P. 60–71. doi:10.1016/j.csr.2015.09.017
12. *Terletska K., Jung K.T., Talipova T.* et al. Internal breather-like wave generation by the second mode solitary wave interaction with a step // Physics of Fluids. 2016. Vol. 28. P. 116602. doi:10.1063/1.4967203
13. *Лобовиков П.В., Куркина О.Е., Куркин А.А., Кокоулина М.В.* Трансформация бризера внутренних волн первой моды над вертикальным уступом в трехслойной жидкости // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. 2019. Т. 55, № 6. С. 182–193. doi:10.31857/S0002-3515556182-193
14. *Талалушкина Л.В., Куркина О.Е., Куркин А.А., Гиниятуллин А.Р.* Распространение пакета внутренних волн в почти трехслойном море над крутым шельфом // Экологическая безопасность прибрежной и шельфовой зон моря. 2021. № 4. С. 5–26. doi:10.22449/2413-5577-2021-4-5-26
15. *Рувинская Е.А., Тюгин Д.Ю., Куркина О.Е., Куркин А.А.* Зонирование по типам плотностной стратификации вод Балтийского моря в контексте динамики внутренних гравитационных волн // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2018. Т. 11, № 1. С. 46–51. doi:10.7868/S2073667318010057
16. *Grimshaw R., Pelinovsky D., Pelinovsky E, Slunyaev A.* Generation of Large-Amplitude Solitons in the Extended Korteweg — de Vries Equation // Chaos. 2002. Vol. 12, No. 4. P. 1070–1076. doi:10.1063/1.1521391
17. *Nakayama K., Lamb K.* Breathers in a three-layer fluid // Journal of Fluid Mechanics. 2020. Vol. 903(A40). doi:10.1017/jfm.2020.653
18. *Nakayama K., Lamb K.* Breather interactions in a three-layer fluid // Journal of Fluid Mechanics. 2023. Vol. 957(A22). doi:10.1017/jfm.2023.1
19. *Lamb K.* Numerical experiments of internal wave generation by strong tidal flow across a finite amplitude bank edge // Journal of Geophysical Research. 1994. Vol. 99(C1). P. 843–864. doi:10.1029/93JC02514
20. *Рувинская Е.А., Куркина О.Е., Куркин А.А.* Динамика нелинейных внутренних гравитационных волн в слоистых жидкостях. Нижний Новгород: изд-во НГТУ им. Р.Е. Алексеева, 2014. 160 с.
21. *Boegman L., Ivey G.N., Imberger J.* The degeneration of internal waves in lakes with sloping topography // Limnology and Oceanography. 2005. Vol. 50, No. 5. P. 1620–1637. doi:10.4319/lo.2005.50.5.1620
22. *la Forgia G., Tokyay T., Adduce C., Constantinescu G.* Numerical investigation of breaking internal waves // Physical Review Fluids. 2018. Vol. 3. Doi: 10.1103/PhysRevFluids.3.104801
23. *Hall R.A., Huthnance J.M., Williams R.G.* Internal Wave Reflection on Shelf Slopes with Depth-Varying Stratification // Journal of Physical Oceanography. 2013. Vol. 43, No. 2. P. 248–258. doi:10.1175/JPO-D-11-0192.1
24. *Mayer F.T., Fringer O.B.* An unambiguous definition of the Froude number for lee waves in the deep ocean // Journal of Fluid Mechanics. 2017. Vol. 831(R3). Doi: 10.1017/JFM.2017.701
25. *Michallet H., Ivey G.N.* Experiments on mixing due to internal solitary waves breaking on uniform slopes // Journal of Geophysical Research: Oceans. 1999. Vol. 104(C6). P. 13467–13477. doi:10.1029/1999JC900037
26. *Arthur R.S.* Numerical Investigation of Breaking Internal Waves on Slopes: Dynamics, Energetics, and Transport. Thesis (Ph.D.)-Stanford University, 2015. URL: https://purl.stanford.edu/nx718hm4117
27. *Lamb K.* On the calculation of the available potential energy of an isolated perturbation in a density-stratified fluid // Journal of Fluid Mechanics. 2008. Vol. 597. P. 415–427. doi:10.1017/S0022112007009743

References

1. *Pineda J.* Internal tidal bores in the nearshore: Warm-water fronts, seaward gravity currents and the onshore transport of neustonic larvae. *Journal of Marine Research*. 1994, 52, 3, 427–458. doi:10.1357/0022240943077046

2. *Inall M.E.* Internal wave induced dispersion and mixing on a sloping boundary. *Geophysical Research Letters*. 2009, 36, L05604. doi:10.1029/2008GL036849
3. *Bourgault D., Morsilli M., Richards C., Neumeier U., Kelley D.E.* Sediment resuspension and nepheloid layers induced by long internal solitary waves shoaling orthogonally on uniform slopes. *Continental Shelf Research*. 2014, 71, 21–33. doi: 10.1016/j.csr.2013.10.019
4. *Aghsaee P., Boegman L., Lamb K.G.* Breaking of shoaling internal solitary waves. *Journal of Fluid Mechanics*. 2010, 659, 289–317. doi:10.1017/S002211201000248X
5. *Nakayama K., Sato T., Shimizu K., Boegman L.* Classification of internal solitary wave breaking over a slope. *Physical Review Fluids*. 2019, 4(1), 014801. doi:10.1103/PhysRevFluids.4.014801
6. *Nakayama K., Shintani T., Kokubo K.* Residual current over a uniform slope due to breaking of internal waves in a two-layer system. *Journal of Geophysical Research: Oceans*. 2012, 117(C10), C10002. doi:10.1029/2012JC008155
7. *Nakayama K., Imberger J.* Residual circulation due to internal waves shoaling on a slope. *Limnology and Oceanography*. 2010, 55(3), 1009. doi:10.4319/lo.2010.55.3.1009
8. *Sutherland B.R., Barrett K.J., Ivey G.N.* Shoaling internal solitary waves. *Journal of Geophysical Research: Oceans*. 2013, 118(9), 4111–4124. doi:10.1002/jgrc.20291
9. *Grimshaw R., Pelinovsky E., Talipova T.* The modified Korteweg-de Vries equation in the theory of large-amplitude internal waves. *Nonlinear Processes in Geophysics*. 1997, 4, 237–250.
10. *Lamb K.G., Polukhina O., Talipova T., et al.* Breather generation in fully nonlinear models of a stratified fluid. *Physical Review E*. 2007, 75(4), 046306. doi:10.1103/PhysRevE.75.046306
11. *Rouvinskaya E., Talipova T., Kurkina O., Soomere T., Tyugin D.* Transformation of internal breathers in the idealised shelf sea conditions. *Continental Shelf Research*. 2015, 110, 60–71. doi:10.1016/j.csr.2015.09.017
12. *Terletska K., Jung K.T., Talipova T. et al.* Internal breather-like wave generation by the second mode solitary wave interaction with a step. *Physics of Fluids*. 2016, 28, 116602. doi:10.1063/1.4967203
13. *Lobovikov P.V., Kurkina O.E., Kurkin A.A., Kokoulina M.V.* Transformation of the first mode breather of internal waves above a bottom step in a three-layer fluid. *Izvestiya, Atmospheric and Oceanic Physics*. 2019, 55, 6, 650–661. doi:10.1134/S0001433819060094
14. *Talalushkina L.V., Kurkina O.E., Kurkin A.A., Giniyatullin A.R.* Shoaling of an Internal Wave Packet in an almost Three-Layer Sea over a Steep Shelf. *Ecological Safety of Coastal and Shelf Zones of Sea*. 2021, 4, 5–26. doi:10.22449/2413-5577-2021-4-5-26 (in Russian)
15. *Rouvinskaya E.A., Tyugin D.Y., Kurkina O.E., Kurkin A.A.* Mapping of the Baltic Sea by the Types of Density Stratification in the Context of Dynamics of Internal Gravity Waves. *Fundamental and Applied Hydrophysics*. 2018, 11, 1, 46–51 doi:10.7868/S2073667318010057 (in Russian).
16. *Grimshaw R., Pelinovsky D., Pelinovsky E., Slunyaev A.* Generation of Large-Amplitude Solitons in the Extended Korteweg — de Vries Equation. *Chaos*. 2002, 12, 4, 1070–1076. doi:10.1063/1.1521391
17. *Nakayama K., Lamb K.* Breathers in a three-layer fluid. *Journal of Fluid Mechanics*. 2020, 903(A40). doi:10.1017/jfm.2020.653
18. *Nakayama K., Lamb K.* Breather interactions in a three-layer fluid. *Journal of Fluid Mechanics*. 2023, 957(A22). doi:10.1017/jfm.2023.1
19. *Lamb K.* Numerical experiments of internal wave generation by strong tidal flow across a finite amplitude bank edge. *Journal of Geophysical Research*. 1994, 99(C1), 843–864. doi:10.1029/93JC02514
20. *Rouvinskaya E.A., Kurkina O.E., Kurkin A.A.* Dynamics of nonlinear internal gravity waves in layered fluids. *Nizhny Novgorod, Publishing house NNSTU n. a. R.E. Alekseev*, 2014. 160 p.
21. *Boegman L., Ivey G.N., Imberger J.* The degeneration of internal waves in lakes with sloping topography. *Limnology and Oceanography*. 2005, 50, 5, 1620–1637. doi:10.4319/lo.2005.50.5.1620
22. *la Forgia G., Tokyay T., Adduce C., Constantinescu G.* Numerical investigation of breaking internal waves. *Physical Review Fluids*. 2018, 3. doi:10.1103/PhysRevFluids.3.104801
23. *Hall R.A., Huthnance J.M., Williams R.G.* Internal wave reflection on shelf slopes with depth-varying stratification. *Journal of Physical Oceanography*. 2013, 43, 2, 248–258. doi:10.1175/JPO-D-11-0192.1
24. *Mayer F.T., Fringer O.B.* An unambiguous definition of the Froude number for lee waves in the deep ocean. *Journal of Fluid Mechanics*. 2017, 831(R3). doi:10.1017/JFM.2017.701
25. *Michallet H., Ivey G.N.* Experiments on mixing due to internal solitary waves breaking on uniform slopes. *Journal of Geophysical Research: Oceans*. 1999, 104(C6), 13467–13477. doi:10.1029/1999JC900037
26. *Arthur R.S.* Numerical investigation of breaking internal waves on slopes: Dynamics, energetics, and transport. *Thesis (Ph.D.)-Stanford University*. 2015. URL: https://purl.stanford.edu/nx718hm4117

27. *Lamb K.* On the calculation of the available potential energy of an isolated perturbation in a density-stratified fluid. *Journal of Fluid Mechanics*. 2008, 597, 415–427. doi:10.1017/S0022112007009743

Об авторах

САННИКОВ Николай Александрович, РИНЦ Author ID: 1202690, ORCID ID: 0000-0001-9609-9786, Sannikov_na@mail.ru

КУРКИНА Оксана Евгеньевна, РИНЦ Author ID: 40952, ORCID ID: 0000-0002-4030-2906, Scopus Author ID: 36676379700, WoS Researcher ID: G-9577-2011, Oksana.Kurkina@mail.ru

РУВИНСКАЯ Екатерина Александровна, РИНЦ Author ID: 719476, ORCID ID: 0000-0002-3858-1731, Scopus Author ID: 54789183300, WoS Researcher ID: A-2868-2014, e.rouvinskaya@gmail.com

КУРКИН Андрей Александрович, РИНЦ Author ID: 35546, ORCID ID: 0000-0003-3828-6406, Scopus Author ID: 7003446660, WoS Researcher ID: A-1972-2014, aakurkin@gmail.com

DOI 10.59887/2073-6673.2023.16(3)-11

УДК 551.463

© *Д. В. Макаров**, *Е. В. Соседко*, 2023

Тихоокеанский океанологический институт им. В.И. Ильичева ДВО РАН, 690041, Приморский край, г. Владивосток, ул. Балтийская, 43.
*makarov@poi.dvo.ru

ТЕОРИЯ СЛУЧАЙНЫХ МАТРИЦ ДЛЯ ОПИСАНИЯ РАССЕЯНИЯ ЗВУКА НА ФОНОВЫХ ВНУТРЕННИХ ВОЛНАХ В УСЛОВИЯХ МЕЛКОГО МОРЯ

Статья поступила в редакцию 16.03.2023, после доработки 07.08.2023, принята в печать 10.08.2023

Аннотация

Рассматривается задача о распространении низкочастотного звука в мелководном волноводе со случайной гидрологической неоднородностью, обусловленной фоновыми внутренними волнами. Новый подход к статистическому моделированию акустических полей, основанный на теории случайных матриц и ранее успешно применявшийся для глубоководных акустических волноводов, использован для мелководных волноводов. В данном подходе рассеяние звука на случайной неоднородности описывается с помощью статистического ансамбля матриц пропагатора, которые описывают трансформацию акустического поля в пространстве нормальных мод волновода. Проведено исследование эффекта «высвечивания» звука из волновода. Термин «высчечивание» здесь означает перекачку энергии в моды с повышенным поглощением за счет рассеяния на внутренних волнах. Рассмотрена модель подводного звукового канала с осью на глубине около 45 метров. Обнаружено, что первые несколько мод, распространяющихся внутри водной толщи, в очень малой степени подвержены потерям, обусловленным «высвечиванием». Наиболее сильное «высвечивание» испытывает средняя группа мод, способная достигать морской поверхности. Это проявляется как значительное усиление потерь по сравнению с горизонтально однородным волноводом. С другой стороны, выявлено существование линейных модовых комбинаций, для которых усиление потерь практически отсутствует. Данные линейные комбинации соответствуют собственным функциям пропагатора для неоднородного волновода. Статистический анализ собственных функций пропагатора указывает на качественные отличия механизмов рассеяния звука при частотах 100 и 500 Гц.

Ключевые слова: подводный звуковой канал, внутренние волны, лучевой хаос, пропагатор акустического поля, теория случайных матриц

© *D. V. Makarov**, *E. V. Sosedko*, 2023

V.I. Il'ichev Pacific Oceanological Institute, Far Eastern Branch Russian Academy of Sciences, 690041, Vladivostok, Baltiyskaya Street, 43, Russia
*makarov@poi.dvo.ru

RANDOM MATRIX THEORY FOR DESCRIPTION OF SOUND SCATTERING ON BACKGROUND INTERNAL WAVES IN A SHALLOW SEA

Received 16.03.2023, Revised 07.08.2023, Accepted 10.08.2023

Abstract

The problem of propagation of low-frequency sound in a shallow waveguide with random hydrological inhomogeneity caused by background internal waves is considered. A new approach to statistical modeling of acoustic fields, based on the application of the random matrix theory and previously successfully used for deep-water acoustic waveguides, is used to the case of shallow-water waveguides. In this approach, sound scattering on random inhomogeneity is described using an ensemble of random propagator matrices which describe the transformation of the acoustic field in the space of normal waveguide modes. A study of the effect of sound "escaping" from a waveguide was carried out. The term "escaping" here means energy transfer to modes with stronger attenuation due to scattering on internal waves. A model of an underwater sound channel with an axis at a depth of about 45 meters is considered. It is shown that the first few modes propagating inside the water column are very little subject to losses due to the "escaping". The strongest impact of the leakage scattering is experienced by the middle group of modes capable of reaching the sea surface. It is revealed as significant increasing of losses as compared to a horizontally homogeneous waveguide. On the other

Ссылка для цитирования: *Макаров Д.В.*, *Соседко Е.В.* Теория случайных матриц для описания рассеяния звука на фоновых внутренних волнах в условиях мелкого моря // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2023, 16, 3, 142–155. doi:10.59887/2073-6673.2023.16(3)-11

For citation: *Makarov D.V.*, *Sosedko E.V.* Random Matrix Theory for Description of Sound Scattering on Background Internal Waves in a Shallow Sea. *Fundamental and Applied Hydrophysics.* 2023, 16, 3, 142–155. doi:10.59887/2073-6673.2023.16(3)-11

hand, the existence of linear mode combinations for which loss enhancement is practically absent has been revealed. These linear combinations correspond to the eigenfunctions of an inhomogeneous waveguide. Statistical analysis of propagator eigenfunctions indicates on qualitative differences of mechanisms of scattering for frequencies of 100 and 500 Hz.

Keywords: underwater sound channel, internal waves, ray chaos, acoustic wavefield propagator, random matrix theory

1. Введение

Рассеяние звука на океанических внутренних волнах в океане представляет собой один из главных механизмов декогеренции акустических сигналов при распространении на средние и дальние дистанции. Главным фактором влияния внутренних волн являются вызываемые ими вариации вертикального профиля скорости звука, влияющие на рефракцию звуковых волн. Если не брать во внимание уединенные пакеты нелинейных внутренних волн, эти вариации являются достаточно слабыми, порядка 1 м/с. Тем не менее, накопленный эффект от рассеяния на случайных полях линейных внутренних волн может быть очень значительным. В частности, именно фоновые внутренние волны рассматриваются в качестве главного ограничительного фактора на возможности гидроакустической томографии [1, 2] и звукоподводной связи [3, 4] на больших дистанциях.

С математической точки зрения рассеяние звука на внутренних волнах относится к классу задач о распространении волн в случайно-неоднородных средах в режиме многократного рассеяния [5]. В последние десятилетия был разработан новый подход к задачам такого рода, основанный на теории лучевого и волнового хаоса [6—11]. Он основан на обобщении идей теории динамического хаоса в классической и квантовой механике на распространение волн в неоднородных средах. Явление лучевого хаоса связано с ляпуновской неустойчивостью траекторий звуковых лучей, что порождает крайне нерегулярную и непредсказуемую картину звукового поля. Термин волновой хаос относится к проявлениям лучевого хаоса при конечной длине акустической волны. Волновой хаос является прямым аналогом квантового хаоса. Методы и представления теории квантового хаоса, адаптированные для задач акустики океана, представляют особую ценность, поскольку они позволяют не только выделить основные механизмы декогеренции акустических сигналов, но и корректно учесть влияние интерференционных и дифракционных поправок, что особенно актуально для низкочастотных сигналов.

Одним из наиболее продвинутых подходов теории волнового хаоса в акустике океана, позаимствованных из квантовой теории, является теория случайных матриц. В акустике океана теория случайных матриц используется для построения и анализа пропагатора акустического поля, представляющего собой оператор эволюции акустического поля в процессе распространения. Теория пропагатора акустического поля в случайно-неоднородных глубоководных акустических волноводах была развита в работах [11—16]. Вместе с тем, существует потребность в адаптации этой теории на случай мелкого моря. Именно этой задаче и посвящена данная работа. Обобщение на случай мелкого моря предполагает, в первую очередь, учет влияния дна. Кроме того, в условиях мелкого моря необходимо учитывать звуковые волны, распространяющиеся под достаточно большими углами относительно горизонтальной плоскости, что предполагает использование широкоугольного параболического уравнения. Наше внимание будет сосредоточено на эффекте «высвечивания» звука из подводного звукового канала, возникающем вследствие накачки мод с повышенным затуханием. Как было показано в работах [17, 18], рассеяние на внутренних волнах является одним из механизмов повышенного высвечивания.

Статья построена следующим образом. В следующем разделе представлено обобщение теории случайных матриц на случай мелководных акустических волноводов. В разделе 3 описывается модель мелководного акустического волновода с биэкспоненциальным профилем скорости звука, используемая в данной работе. Раздел 4 посвящен результатам численного моделирования для рассматриваемой модели. В разделе 5 приведены основные результаты работы и обсуждаются пути дальнейшего исследования.

2. Теория случайных матриц для распространения звука в мелком море

Рассмотрим режим двумерного распространения звука в вертикальной плоскости, соединяющей источник и приемник. Этот режим соответствует случаю, когда горизонтальная неоднородность среды является настолько слабой, что можно пренебречь взаимодействием различных азимутальных угловых компонент акустического поля. В этом случае звуковое поле в подводном акустическом волноводе описывается уравнением Гельмгольца

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial r}+\rho\frac{\partial}{\partial z}\left[\frac{1}{\rho}\frac{\partial u}{\partial z}\right]+k_0^2 n^2 u=0, \tag{1}$$

где z — глубина, r — горизонтальная координата, $u = u(r, z)$ — звуковое поле, k_0 — опорное волновое число, связанное с частотой звука f с помощью формулы $k_0 = 2\pi f / c_0$ (c_0 — референтное значение скорости звука, обычно принимаемое равным скорости звука на оси волновода), n — показатель преломления звуковых волн, ρ — плотность среды. Пренебрегая обратным рассеянием, мы можем преобразовать уравнение Гельмгольца (1) в однонаправленное уравнение для огибающей акустического поля $\Psi(r,z) = u(r,z)\times$ $\Psi(r,z) = u(r,z)\sqrt{k_0 r}\exp(-ik_0 r)$ [19]:

$$\frac{\partial\Psi}{\partial r} = ik_0\left(\hat{Q}-1\right)\Psi, \tag{2}$$

где действие оператора $\hat{Q}$ описывается выражением

$$\hat{Q} = \sqrt{n^2 + \frac{1}{k_0^2}\rho\frac{\partial}{\partial z}\left[\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial z}\right]}. \tag{3}$$

Уравнение (2) называется широкоугольным параболическим уравнением. Его решение может быть формально выражено как

$$\Psi(r'',z) = \hat{G}(r'',r')\Psi(r',z), \tag{4}$$

где $\hat{G}(r'',r')$ — пропагатор акустического поля. Чтобы найти представление пропагатора в явном виде, целесообразно воспользоваться базисом нормальных мод волновода. Нормальные моды являются решениями задачи Штурма-Лиувилля [19]

$$k_0^2\hat{Q}^2\Psi_m = k_{rm}^2\Psi_m, \tag{5}$$

также включающей в себя соответствующие граничные условия. Акустическое поле может быть представлено как суперпозиция нормальных мод

$$\Psi(r,z) = \sum_m a_m(r)\Psi_m(z), \tag{6}$$

где модовые амплитуды определяются формулой

$$a_m(r) = \int\frac{\Psi_m^*(z)\Psi(r,z)}{\rho(z)}dz, \tag{7}$$

Представляя модовые амплитуды в виде вектора $\vec{a} = (a_1, a_2, \ldots, a_M)^T$, где M — общее число мод дискретного спектра, мы можем переписать (4) в матричном виде

$$\vec{a}(r'') = \mathbf{G}(r'',r')\vec{a}(r'), \tag{8}$$

где $\mathbf{G}(r_0, r_f)$ — матрица, элементы которой определяются по формуле

$$G_{mn}(r'',r') = \int\Psi_m^*(z)\hat{G}(r'',r')\Psi_n(z)dz. \tag{9}$$

Здесь $\hat{G}(r'',r')\Psi_n(z)$ — решение уравнения (2) при $r = r^2$ с начальным условием $\Psi(r=r',z) = \Psi_n(z)$.

В дальнейшем мы ограничимся случаем волноводов со слабой случайной горизонтальной неоднородностью. В этом случае оператор $\hat{Q}$ может быть представлен в виде суммы «невозмущенного» оператора $\hat{Q}_0$, соответствующего распространению звука в горизонтально-однородном волноводе, и случайного возмущения $\hat{V}$, описывающего влияние неоднородности. Тогда уравнение (2) может быть представлено в виде

$$\frac{\partial\Psi}{\partial r} = ik_0\left[\hat{Q}_0 + \hat{V}(r) - 1\right]\Psi. \tag{10}$$

Разобьем волноводную трассу на сегменты длиной Δr. Тогда результирующий пропагатор трассы между $r = r_0$ и $r = r_f$ может быть представлен в виде произведения пропагаторов для отдельных сегментов:

$$\hat{G}(r_F, r_0) = \hat{G}(r_F, r_F - \Delta r)\hat{G}(r_F - \Delta r, r_F - 2\Delta r)\ldots\hat{G}(r_0 + \Delta r, r_0).$$

В матричном представлении это выражение выглядит следующим образом:

$$\mathbf{G}(r_F, r_0) = \mathbf{G}(r_F, r_F - \Delta r)\mathbf{G}(r_F - \Delta r, r_F - 2\Delta r)\ldots\mathbf{G}(r_0 + \Delta r, r_0). \tag{11}$$

В случае слабой неоднородности и/или при малых Δr мы можем воспользоваться теорией возмущений для расчета пропагатора отдельного сегмента. В первом порядке теории возмущений уравнение (10) может быть представлено в матричной форме

$$\mathbf{G} \simeq \mathbf{D}(\mathbf{I} + i\mathbf{A}), \tag{12}$$

где **I** — единичная матрица, **D** — диагональная матрица с элементами, определяемыми по формуле

$$D_{mn} = \delta_{mn} e^{(ik_m - \alpha_m)\Delta r}, \tag{13}$$

δ_{mn} — символ Кронекера, $k_m = \mathrm{Re} k_{rm}$, $\alpha_m = \mathrm{Im} k_{rm}$, а **A** — случайная матрица, описывающая межмодовое взаимодействие, обусловленное действием оператора возмущения. Матричные элементы **A** определяется выражением

$$A_{mn}(r'', r') = k_0 \int_{r'}^{r''} V_{mn}(r) e^{i(k_{rn} - k_{rm})r} dr, \tag{14}$$

где $V_{mn}(r)$ — матричный элемент возмущения,

$$V_{mn}(r) = \int \frac{\Psi_m^*(z) \hat{V}(r) \Psi_n(z)}{\rho(z)} dz. \tag{15}$$

При $\Delta r \ll \alpha_m^{-1}$ мы можем положить в показателе экспоненты $k_{rm} = k_m$. В действительности, это условие не выполняется для донных мод. Однако влияние поля внутренних волн на донные моды является достаточно слабым, поэтому мы используем упрощенную модель взаимодействия водных и донных мод, не учитывающую вклад мнимых частей волновых чисел в показатель экспоненты в (14). Таким образом, (14) приводится к виду

$$A_{mn}(r'', r') \simeq k_0 \int_{r'}^{r''} V_{mn}(r) e^{i(k_n - k_m)r} dr. \tag{16}$$

Очевидно, что вид матрицы **A** определяется как моделью неоднородности, так и опорным профилем скорости звука, определяющим вид нормальных мод. Поле фоновых внутренних волн приводит к флуктуациям показателя преломления звуковых волн:

$$n^2(r, z) = n_0^2(z) + \varepsilon(r, z), \quad |\varepsilon| \ll 1. \tag{17}$$

Флуктуации показателя преломления связаны с полем вертикальных смещений жидкости $\varsigma(r, z)$ посредством формулы [20]

$$\varepsilon(r, z) = -2qN^2(z)\varsigma(r, z), \tag{18}$$

где $q \approx 2{,}4$ с^2/м, $N(z)$ — профиль частоты Вяйсяля-Брента. Здесь и в дальнейшем мы используем приближение «замороженной» среды, считая, что изменения поля внутренних волн за время прохождения акустического сигнала являются пренебрежимо малыми.

Чтобы выделить соответствующий оператор возмущения $\hat{V}$ из операторного квадратного корня $\hat{Q}$, можно воспользоваться следующей приближенной формулой [21]:

$$\hat{Q} \simeq \sqrt{n_0^2(z) + \frac{1}{k_0^2} \rho(z) \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{1}{\rho(z)} \frac{\partial}{\partial z} \right]} + \sqrt{1 + \varepsilon} - 1. \tag{19}$$

Принимая во внимание, что $\sqrt{1+\varepsilon} \simeq 1 + 0{,}5\varepsilon$, получаем простую формулу

$$\hat{V} = \frac{\varepsilon(r, z)}{2}, \tag{20}$$

т. е. действие оператора возмущения на акустическое поле сводится к простому умножению на $\varepsilon/2$.

Поле вертикальных смещений может быть представлено в виде двойной суммы [22]

$$\varsigma(r, z) = \sum_l \sum_j F(k_l, j) \phi(k_l, j, z) e^{ik_l r}, \tag{21}$$

где $F(k_l, j)$ — комплексные гауссовы случайные величины с нулевым средним и некоторой спектральной плотностью, $\phi(k_l, j, z)$ — вертикальные моды внутренних волн, являющиеся решениями задачи Штурма-Лиувилля

$$\frac{d^2\phi}{dz^2} + k_l^2 \left[\frac{N^2(z) - \omega^2}{\omega^2 - f_i^2} \right] \phi(z) = 0 \tag{22}$$

с граничными условиями

$$\phi(z=0)=\phi(z=h)=0, \tag{23}$$

где h — глубина морского дна. С помощью разложения по эмпирическим ортогональным функциям [23], либо с применением приближения ВКБ для соответствующего вида функции $N(z)$ [24], выражение для возмущения ε можно переписать следующим образом:

$$\varepsilon(r,z)=\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{J}W_j(z)\sum_{n=-N_L}^{N_L}\Upsilon_{j,n}e^{in\kappa r}\ , \tag{24}$$

где $\Upsilon_{j,l}$ — случайные комплексные амплитуды, статистические свойства которых определяются спектральной плотностью внутренних волн, $\Upsilon^*_{j,-l}=\Upsilon_{j,l}$,

$$\kappa=\frac{2\pi}{\Delta r}, \tag{25}$$

и функции $W_j(z)$ не зависят от горизонтального волнового числа внутренней волны. Тогда матричные элементы оператора возмущения выражаются формулой

$$V_{mn}=\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{J}W_{mn,j}\sum_{l=-N_k}^{N_k}\Upsilon_{j,l}e^{il\kappa r}, \tag{26}$$

где

$$W_{mn,j}=\int\frac{\Psi^*_m(z)W_j(z)\Psi_n(z)}{\rho(z)}dz. \tag{27}$$

Подставляя (26) в (16) и интегрируя, получаем выражение для элементов матрицы межмодового взаимодействия

$$A_{mn}=\frac{k_0\Delta r}{4}\sum_{j=1}^{J}W_{mn,j}\sum_{l=-L}^{L}\Upsilon_{j,l}\operatorname{sinc}(\chi_{lmn})\exp(i\chi_{lmn}), \tag{28}$$

где

$$\operatorname{sinc}(\chi_{mn})=\frac{\sin\chi_{mn}}{\chi_{mn}}, \tag{29}$$

$$\chi_{lmn}=\frac{(l\kappa+k_n-k_m)\Delta r}{2}. \tag{30}$$

Таким образом, мы можем построить пропагатор акустической трассы, учитывающий рассеяние звука на внутренних волнах, выполнив последовательность из нескольких шагов. Во-первых, если речь идет о протяженной трассе, мы должны разбить ее на сегменты. Длина сегмента не должна быть слишком большой, чтобы обеспечивались условия применимости теории возмущений, на которой основана формула (12). С другой стороны, не следует брать шаг пропагатора слишком малым — он должен достаточно большим, чтобы можно было пренебречь корреляциями между матрицами пропагаторов для соседних сегментов. Вопрос о выборе шага пропагатора подробно рассмотрен в работе [15]. Затем мы должны решить задачу Штурма-Лиувилля для невозмущенного волновода и построить статистическую модель поля внутренних волн. Выполнив эти процедуры, мы можем построить статистический ансамбль матриц возмущения с помощью формулы (28), которому соответствует статистический ансамбль матриц пропагатора.

3. Модель акустического волновода

В качестве примера рассмотрим подводный звуковой канал (ПЗК) глубиной 250 метров с биэкспоненциальным опорным профилем скорости звука, описываемым формулой

$$c(z)=c_0\left[1+\frac{b^2}{2}(e^{-z/z_a}-\eta)^2\right], \tag{31}$$

где $c_0=1485$ м/с, $z_a=50$ м, $b=0{,}4$, $\eta=0{,}4$. Волноводы с биэкспоненциальным профилем скорости звука были впервые рассмотрены в работах [25, 26]. Детальный анализ свойств таких волноводов был дан в работах [17, 27] (см. также [9]). Как следует из рис. 1, рассматриваемый волновод допускает в общей сложности четыре типа мод: (i) чисто водные моды, распространяющиеся вблизи оси канала и характеризующиеся практически нулевым затуханием, (ii) моды, испытывающие рефракционный разворот в верхнем слое океана и при этом отражающиеся от дна, (iii) моды, отражающиеся и от дна, и от морской поверхности, и (iv) моды, распространяющиеся преимущественно внутри осадочного слоя. В данной модели принято, что осадочный слой снизу на горизонте z = 700 м граничит со слоем твердых пород. Плотность осадочного слоя принята равной 1,7 г/см^3, скорость звука считается постоянной и равна 1600 м/с. Затухание в осадочном слое учитывалось как мнимая добавка к показателю преломления, зависящая от частоты звука по закону

$$\operatorname{Im} n(f) = 0{,}2\times 10^{-3} f. \tag{32}$$

Ось ПЗК, соответствующая минимуму скорости звука, расположена на глубине

$$z_0 = -z_{\mathrm{a}} \ln \eta = 45{,}8 \text{ м}.$$

В качестве модели поля внутренних волн используется модифицированная модель Гарретта-Манка, предложенная в работе [28]. В ней пространственный спектр внутренних волн описывается формулой

$$\Xi(k_l, j) \equiv \left\langle \left| F(k_l, j) \right|^2 \right\rangle = E_0 M \left(j^2 + j_*^2 \right)^{-p/2} S_j(k_l), \tag{33}$$

где спектральная плотность описывается выражением

$$S_j(k_l) = \frac{\Lambda_j k_j k_l^2}{\left(k_l^2 + k_j^2 \right)^{3/2} \left(k_l^2 + \dfrac{\bar{N}^2}{f_i^2} k_j^2 \right)^{1/2}}, \tag{34}$$

а константа M определяется как

$$M = \frac{1}{\sum\limits_{j=1}^{\infty} \left(j^2 + j_*^2 \right)^{-p/2}}, \tag{35}$$

Входящая в (34) величина Λ_j определяется условием нормировки

$$\sum_l S_j(k_l) = 1. \tag{36}$$

Как было показано в [28], условиям мелкого моря соответствует j_* = 1, и p = 3 или 4, что соответствует усиленному подавлению высоких мод поля внутренних волн, ответственных за формирование тонкоструктурных искажений профиля скорости звука. В данной работе мы остановимся на случае p = 3. Вместе с тем, подавление тонкой структуры, обусловленной внутренними волнами, способно качественно повлиять на свойства рассеяния. Известно, что возмущение профиля скорости звука с малым вертикальным масштабом способно порождать сильную неустойчивость наиболее пологих звуковых лучей, распространяющихся почти горизонтально вдоль оси волновода [9, 27, 29–31]. Если вертикальные осцилляции возмущения являются слабыми, то наиболее сильную неустойчивость испытывают наиболее крутые лучи, что способствует усиленным потерям за счет высвечивания звука в поглощающее дно.

Чтобы определить значение параметра E_0, определяющее энергию внутренних волн, введем профиль среднеквадратичного смещения,

$$\sigma_\varsigma(z) = \sqrt{\left\langle \varsigma^2 \right\rangle - \left\langle \varsigma \right\rangle^2}, \tag{37}$$

где угловые скобки означают усреднение по множеству статистически независимых вертикальных профилей $\varsigma(z)$. В данной работе подбирается таким образом E_0, чтобы значение $\sigma_\varsigma(z)$ в точке максимума было равно 3 м.

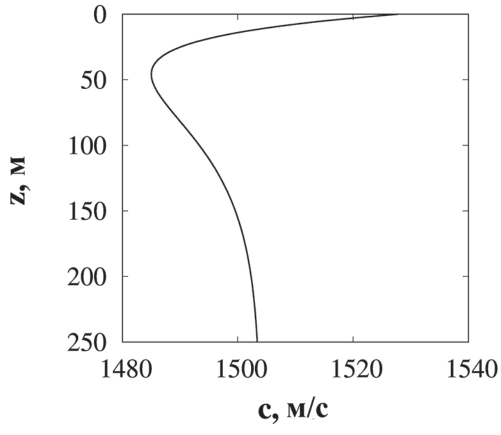


Рис. 1. Биэкспоненциальный профиль скорости звука, адаптированный для мелкого моря

Fig. 1. Biexponential sound-speed profile adapted for a shallow sea

В работе рассматривается случай экспоненциально спадающего профиля частоты Вяйсяля-Брента

$$N(z) = N_0 \exp(-z / B), \tag{38}$$

где $B = 30$ м — глубина термоклина. В приближении ВКБ функции $W_j(z)$ имеют вид

$$W_j(z) = w_j e^{-2z/B} \sin\left[j\pi\xi(z)\right], \tag{39}$$

где $\xi(z) = e^{-z/B} - e^{-h/B}$, w_j — нормировочная константа.

Мы можем считать комплексные амплитуды $\Upsilon_{j,l}$ в (26) случайными гауссовыми величинами,

$$\left\langle \Upsilon^*_{j,n} \Upsilon_{j',n'} \right\rangle = \sigma^2_\Upsilon(j,n)\delta_{jj'}\delta_{nn'}, \tag{40}$$

где $\delta_{kk'}$ — символ Кронекера. Величины σ^2_Υ могут быть найдены аналитически:

$$\sigma^2_\Upsilon(j,n) = \frac{1}{4}\sum_l \sqrt{\Xi(k_l,j)}\left[\mathrm{sinc}^2\left(\frac{k_l - n\kappa}{2}\Delta r\right) + \mathrm{sinc}^2\left(\frac{k_l + n\kappa}{2}\Delta r\right)\right]. \tag{41}$$

4. Численное моделирование

Влияние фоновых внутренних волн на затухание звука исследовано с помощью численного моделирования, включающего в себя статистический анализ с использованием ансамбля из 1000 реализаций пропагатора, рассчитанного по формулам (11), (12) и (28). Каждой реализации пропагатора соответствует своя реализация поля внутренних волн. Очевидно, что скорость затухания акустического волнового пакета должна зависеть от геометрии его распространения. Чтобы оценить эту зависимость, рассмотрим начальные условия в виде отдельной нормальной моды невозмущенного волновода и отследим зависимость затухания от номера этой моды. Для этого введем интенсивность акустического поля, порождаемого отдельной модой:

$$J_n(r) = \sum_m \left|G_{mn}(r,0)\right|^2. \tag{42}$$

На рис. 2 представлены зависимости J_n от n. В качестве начальных условий рассматривались только моды, преимущественно распространяющиеся в водной толще. В первую очередь обращает на себя внимание сходство кривых, соответствующих разным частотам, особенно если принять во внимание, что плотность модового спектра пропорциональна акустической частоте. В обоих приведенных случаях мы наблюдаем практически незатухающие поля, создаваемые группами наинизших мод, распространяющихся в окрестности оси канала и не достигающих ни дна, ни морской поверхности. Наибольшее влияние внутренние волны оказывают на акустические моды, достигающие морской поверхности: в этом случае мы наблюдаем существенное спадание интенсивности по сравнению с горизонтально-однородным волноводом.

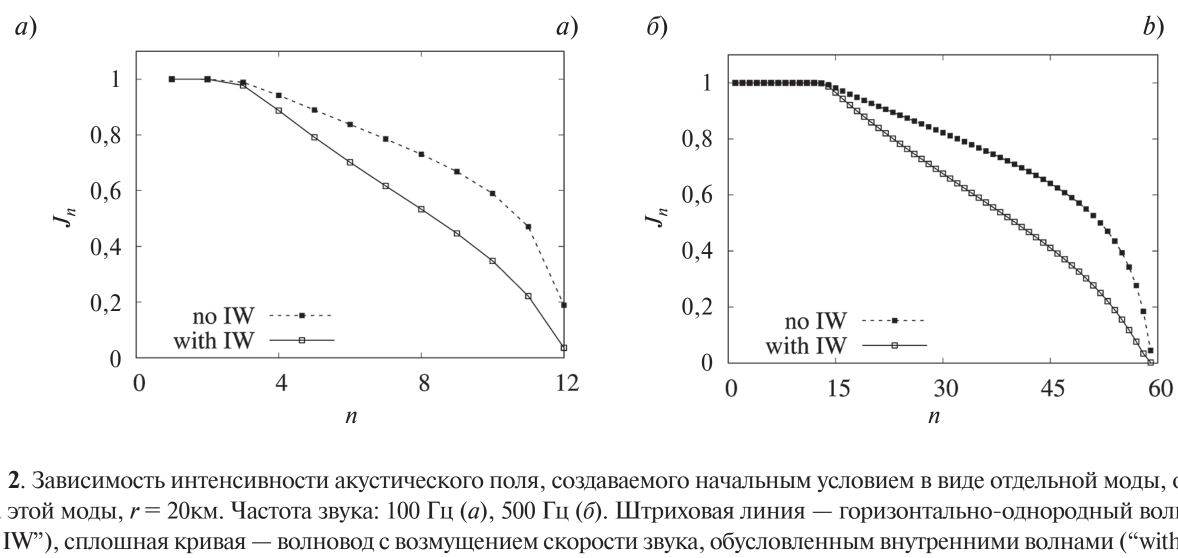


Рис. 2. Зависимость интенсивности акустического поля, создаваемого начальным условием в виде отдельной моды, от номера этой моды, $r = 20$км. Частота звука: 100 Гц (*а*), 500 Гц (*б*). Штриховая линия — горизонтально-однородный волновод (“no IW”), сплошная кривая — волновод с возмущением скорости звука, обусловленным внутренними волнами (“with IW”)

Fig. 2. Dependence of the intensity of the acoustic field created by the single-mode initial condition on the number of this mode, km. Sound frequency: 100 Hz (*a*), 500 Hz (*b*). The dashed line corresponds to the horizontally homogeneous waveguide (“no IW”), the solid curve corresponds to the waveguide with sound-speed perturbation caused by internal waves (“with IW”)

Значительную информацию о свойствах распространения звука дает спектральный анализ пропагатора. Собственные функции $\Phi_n(r, z)$ и собственные волновые числа ξ_n пропагатора могут быть найдены как решения уравнения

$$\hat{G}\Phi_n(r,z) = e^{i\xi_n \Delta r}\Phi_n(r,z), \tag{43}$$

где $\Phi_n(r+\Delta r, z) = \Phi_n(r,z)$. Уравнение (43) может быть переписано в матричном виде как

$$\mathbf{G}\mathbf{b_n} = e^{i\xi_n \Delta r}\mathbf{b_n}, \tag{44}$$

где $e^{i\xi_n \Delta r}$ и $\mathbf{b_n}$ — собственные числа и собственные векторы матрицы пропагатора, соответственно. Величина

$$\gamma_n = \operatorname{Im}\xi_n \tag{45}$$

определяет скорость затухания соответствующей собственной функции. Связь между собственными функциями и собственным векторами пропагатора устанавливается выражением

$$\Phi_n(z) = \sum_m b_{mn}\Psi_m(z), \tag{46}$$

где b_{mn} — m-й элемент n-го собственного вектора матрицы пропагатора. В случае горизонтально-однородного волновода сумма (46) содержит только одно ненулевое слагаемое. В некотором смысле мы можем называть функции $\Phi_n(z)$ модами неоднородного волновода.

Чтобы классифицировать собственные функции пропагатора, введем параметр [7]

$$\mu_n = \sum_m \left|b_{mn}\right|^2 m. \tag{47}$$

Мы выбрать такой порядок нумерации собственных функций пропагатора, который соответствовал бы возрастанию параметра μ_n, т.е. μ_1 соответствовал бы наименьшему значению, μ_2 — следующему за ним, и т.д. При таком порядке нумерации в горизонтально-однородном волноводе мы имеем $\mu_n = n$.

На рис. 3 представлена зависимость коэффициента затухания собственной функции пропагатора от соответствующего значения параметра μ_n. Приведены данные только для мод, преимущественно распространяющихся в водной толще, поэтому значения коэффициентов затухания являются очень низкими. Действительно, в данной работе затухание звука непосредственно в воде считается нулевым, поэтому полученные значения полностью определяются степенью проникновения волн в морское дно. Как следует из приведенных данных, значения коэффициентов затухания для мод неоднородного волновода практически идеально «нанизываются» на кривую, формируемую коэффициентами затухания для мод невозмущенного волновода. Некоторые отклонения наблюдаются только на рис. 3, *б*, в области значений μ_n, соответствующей границе между чисто водными модами, не достигающими ни дна, ни морской поверхности, и модами, отражающимися от дна.

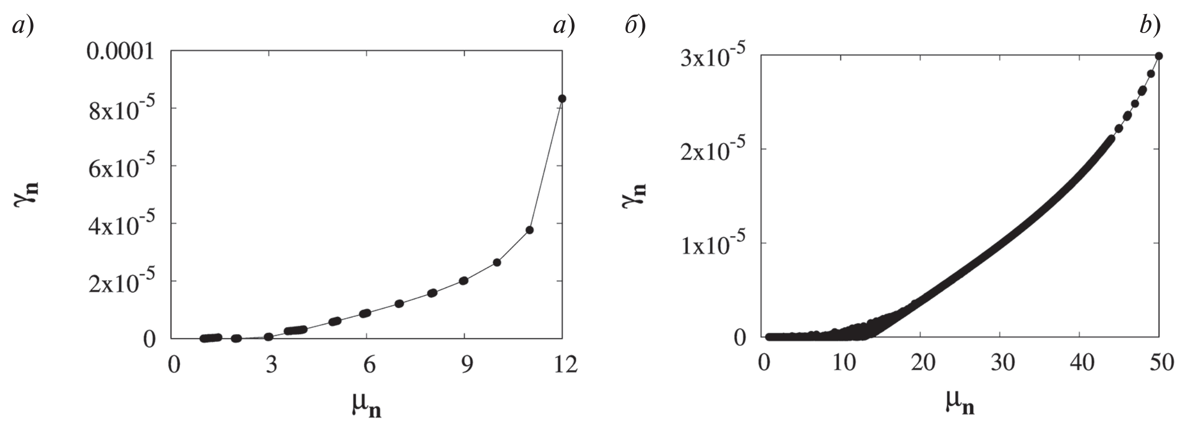


Рис. 3. Зависимость коэффициента затухания собственной функции пропагатора от значения параметра μ_n. Жирными точками обозначены значения, соответствующие различным реализациям пропагатора в горизонтально-неоднородном волноводе, тонкая сплошная линия соответствует невозмущенному волноводу. Частота звука: 100 Гц (*а*), 500 Гц (*б*)

Fig. 3. Dependence of the propagator eigenfunction attenuation rate on value of the parameter μ_n. Bold dots indicate values corresponding to different realizations of the propagator in a range-dependent waveguide, the thin solid line corresponds to the unperturbed waveguide. Sound frequency: 100 Hz (*a*), 500 Hz (*b*)

Таким образом, мы можем сделать важный физический вывод: несмотря на то, что рассеяние на внутренних волнах в целом приводит к перекачке акустической энергии в моды с более высоким затуханием и тем самым увеличивает потери, существуют линейные комбинации мод волновода, характеризующиеся практически таким же затуханием, что и невозмущенные моды. Эти линейные комбинации являются собственными функциями пропагатора для неоднородного океана. К сожалению, эти функции имеют значительный элемент стохастичности и, как следствие, не известны априори, что затрудняет проверку данного эффекта в условиях натурного эксперимента.

Степень взаимодействия мод, обусловленного рассеянием на неоднородности, можно количественно охарактеризовать с помощью числа главных компонент в разложении (46), определяемого как

$$\nu(n) = \frac{1}{\sum_m \left|\bar{b}_{mn}\right|^4}, \qquad (48)$$

где $\bar{b}_{mn}$ — перенормированные модовые амплитуды, удовлетворяющие условию

$$\sum_m \left|\bar{b}_{mn}\right|^2 = 1. \qquad (49)$$

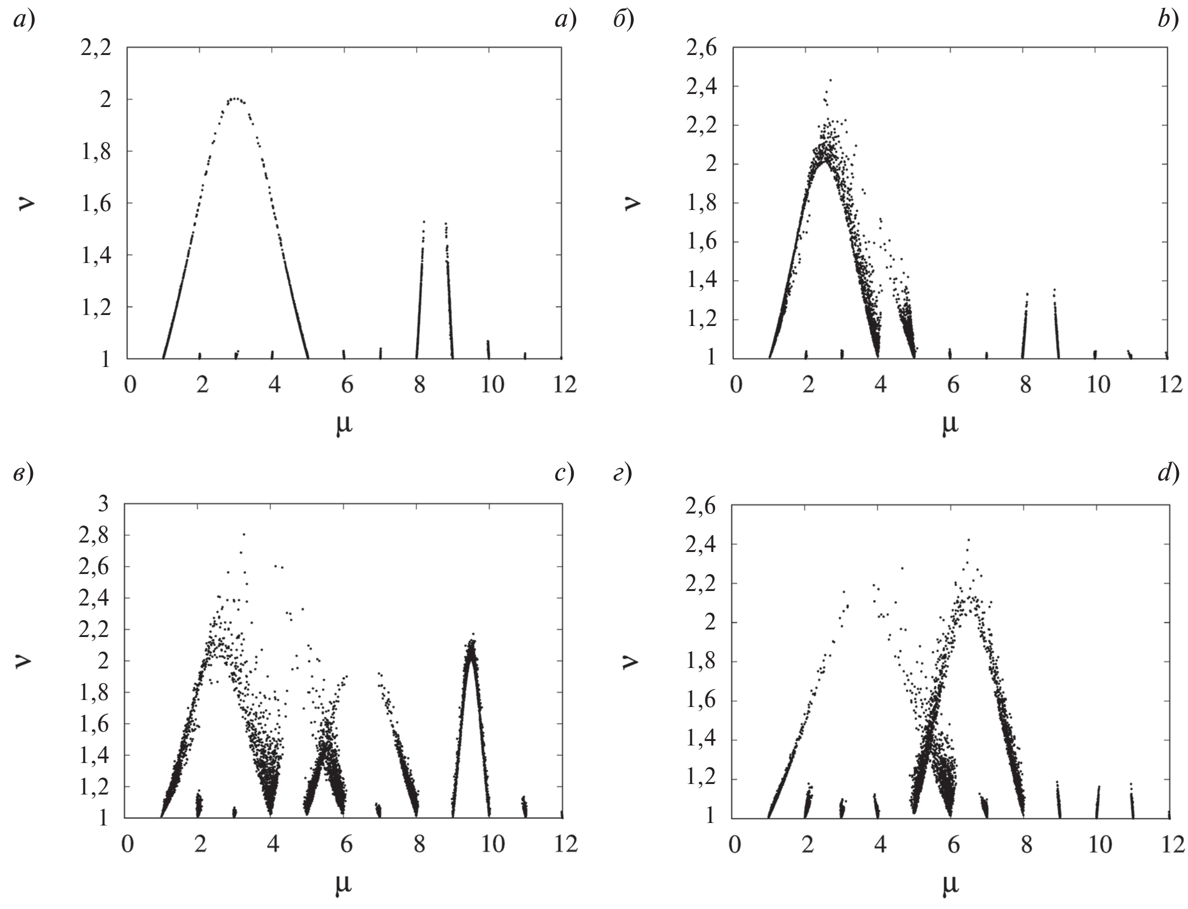


Рис. 4. Распределение собственных функций пропагатора для частоты звука 100 Гц в плоскости параметров μ и ν. Каждая точка на рисунке соответствует отдельной собственной функции для отдельно взятой реализации пропагатора. Представленые данные сфомированы ансамблем из 1000 реализаций. Значения длины акустической трассы: 2 км (*а*), 4 км (*б*), 10 км (*в*), 20 км (*г*). Индекс *n* при параметре μ опущен

Fig. 4. Distribution of propagator eigenfunctions for frequency 100 Hz in the space of parameters μ and ν. Each point in the figure corresponds to an eigenfunction for an individual realization of the propagator. The presented data corresponds to an ensemble consisted of 1000 realizations. Distance values: 2 km (*a*), 4 km (*b*), 10 km (*c*), 20 km (*d*). Index *n* at μ is dropped out

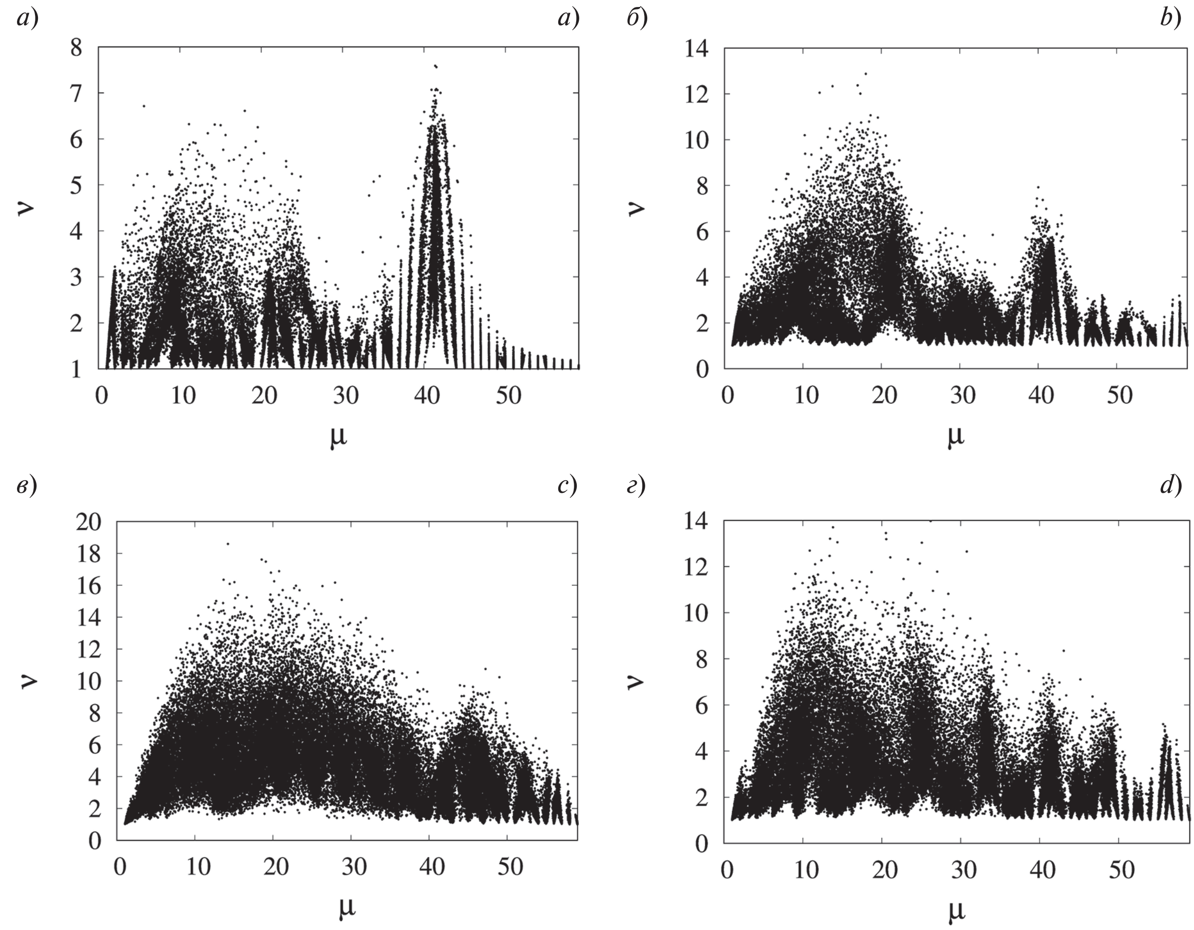


Рис. 5. То же самое, что и на рис. 4, но для частоты звука 500 Гц

Fig. 5. The same as in Fig. 4, but for frequency 500 Hz

На рис. 4 и 5 представлены распределения собственных функций пропагатора в пространстве параметров μ_n (в дальнейшем мы опустим индекс n) и ν. На рис. 4 представлены данные для частоты звука 100 Гц. Мы видим, что распределения собственных функций формируют регулярные структуры в виде «мостиков». Как было показано в работах [13, 14], каждый такой «мостик» соответствует собственному резонансу пропагатора, определяемому условием

$$\left|k_m - k_n\right| = \frac{2\pi}{r_f - r_0}. \tag{50}$$

Резонансно связанные моды могут одновременно участвовать еще в нескольких резонансах вида (50) — в таком случае «мостик» становится несколько размытым, что и наблюдается с ростом длины трассы $r_f - r_0$.

При частоте звука 500 Гц «мостики» практически не наблюдаются, но возникает несколько иной вид структур в виде характерных пучков сходящихся кверху вертикальных полос. Эти структуры имеют лучевое происхождение: они соответствуют резонансам лучевого аналога пропагатора — одношагового отображения Пуанкаре (см., например, [32]). Соответствующее условие резонанса имеет вид

$$m(r_f - r_0) = mD, \tag{51}$$

где m и n — целые числа, а D — длина полного цикла траектории луча. При перекрытии таких структур возникает режим усиленного взаимодействия мод, ассоциирующийся с динамическим хаосом [6–14]. С ростом шага пропагатора различные пучки полос сливаются и формируют общую обширную «гору», вершина которой соответствует собственным функциям с наибольшим вкладом рассеяния.

Таким образом, существенные отклонения числа главных компонент от единицы так или иначе связаны с собственными резонансами пропагатора, которые могут быть как волновыми (50), так и лучевыми (51). Влияние последних на межмодовое взаимодействие оказывается намного более сильным. На рис. 6

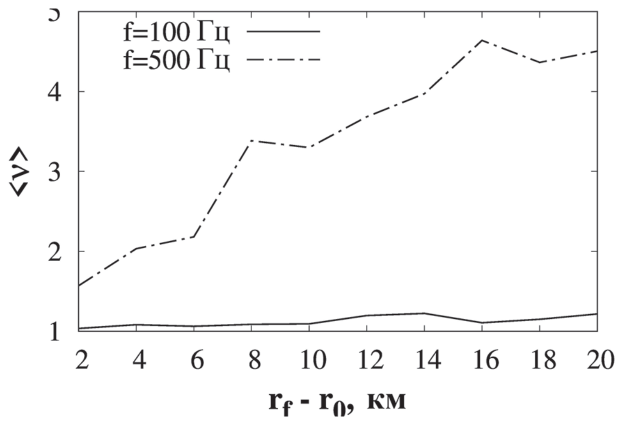


Рис. 6. Зависимость среднего значения числа главных компонент в разложении собственных функций пропагатора от длины акустической трассы пропагатора

Fig. 6. Range dependence of mean number of principal components in expansion of propagator eigenfunctions

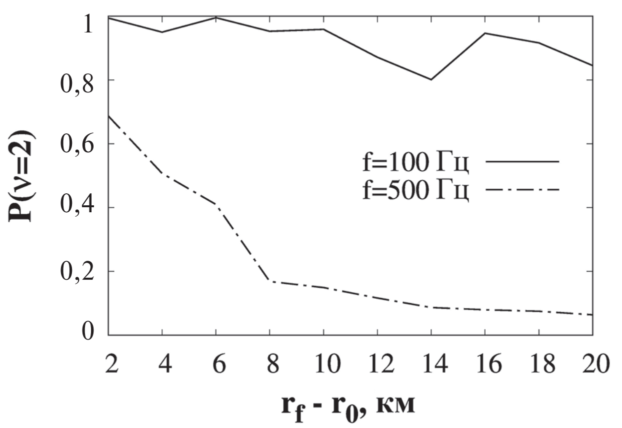


Рис. 7. Зависимость доли собственных функций пропагатора с сильной локализацией в пространстве мод невозмущенного волновода от длины акустической трассы

Fig. 7. Dependence of the fraction of the propagator eigenfunctions with strong localization in the mode space of an unperturbed waveguide on distance

представлена зависимость усредненного по всему статистическому ансамблю числа главных компонент от шага пропагатора. Как мы видим, при частоте звука 100 Гц эта величина близка к единице, что указывает на весьма слабое межмодовое взаимодействие. В то же время при частоте звука 500 Гц существенное межмодовое взаимодействие проявляется уже с первого волноводного сегмента. С ростом длины трассы среднее число главных компонент быстро нарастает, свидетельствуя об усилении обмена энергией между модами, сопровождающегося уширением пространственного спектра акустического поля.

С точки зрения практических приложений важно знать статистический вклад собственных функций, которые мало подвержены рассеянию на случайном поле неоднородности. Для этого можно использовать кумулятивную функцию распределения, определенную как

$$P(\nu) = \int_1^{\nu} p(\nu')d\nu', \qquad (52)$$

где $p(\nu)$ — плотность распределения собственных функций по числам главных компонент. Как следует из рис. 7, подавляющее большинство собственных функций при частоте звука 100 Гц являются сильно локализованными в модовом пространстве — их значения числа главных компонент не превышают 2. При частоте звука 500 Гц ситуация качественно иная. Тем не менее, около 6 процентов собственных функций сохраняют высокую степень локализации в модовом пространстве при шаге пропагатора 20 км.

5. Заключение

Рассмотрена задача о рассеянии звука на океанических внутренних волнах с использованием модового представления и теории случайных матриц. Получены выражения для дисперсий матричных элементов, отвечающих за межмодовое взаимодействие в условиях мелкого моря. С помощью численного моделирования обнаружено, что рассеяние звука на внутренних волнах способно значительно усиливать затухание акустических мод, достигающих поверхности океана и, соответственно, в наибольшей степени перекрывающимися с неоднородностями показателя преломления, порождаемыми внутренними волнами. С другой стороны, выявлено существование линейных комбинаций нормальных мод, являющихся собственными функциями для возмущенного пропагатора, которые практически не испытывают усиления затухания. Данный эффект имеет определенное практическое значение и заслуживает дальнейшего исследования. Например, возникает вопрос о его наблюдаемости в численных расчетах, соответствующих более высоким порядкам теории возмущений. Кроме того, мелководные волноводы часто характеризуются довольно существенными батиметрическим неоднородностями, поэтому целесообразно при построении случайных матриц пропагатора учесть и их.

Статистический анализ собственных функций пропагатора показал качественные отличия механизмов рассеяния при частотах звука 100 и 500 Гц. Показано, что в обоих случаях ключевую роль играют собственные резонансы пропагатора. Однако при низких частотах преобладают резонансы волнового типа, аналогичные квантовомеханическим резонансам, отвечающим за межуровневые переходы. В то же время при более высоких частотах реализуется лучевой тип рассеяния, обусловленный резонансами лучевого эквивалента пропагатора — так называемого одношагового отображения Пуанкаре.

Благодарности

Автор выражает благодарность П.С. Петрову за плодотворное обсуждение различных аспектов рассматриваемой проблемы.

Финансирование

Работа выполнена в рамках госбюджетной тематики ТОИ ДВО РАН «Моделирование разномасштабных динамических процессов в океане» (рег. номер темы 121021700341–2).

Funding

This work was carried out in the framework of the POI FEB RAS Program “Modelling of various-scale dynamical processes in the ocean” (registration number 121021700341–2).

Литература

1. *Tappert F.D.*, *Xin Tang.* Ray chaos and eigenrays // The Journal of the Acoustical Society of America. 1996. Vol. 99, No. 1. P. 185–195. doi:10.1121/1.414502
2. *Вировлянский А.Л., Казарова А.Ю., Любавин Л.Я.* О возможности использования вертикальной антенны для оценки задержек звуковых импульсов на тысячекилометровых трассах // Акустический журнал. 2008. Т. 54, № 4. С. 565–574.
3. *Song H.-C.* An overview of underwater time-reversal communication // IEEE Journal of Oceanic Engineering. 2016. Vol. 41, No. 3. P. 644–655. doi:10.1109/joe.2015.2461712
4. *Вировлянский А.Л., Казарова А.Ю., Любавин Л.Я.* Фокусировка звуковых импульсов методом обращения времени на стокилометровых трассах в глубоком море // Акустический журнал. 2012. Т. 58, № 6. С. 723–732.
5. *Рытов С.М.*, *Кравцов Ю.А.*, *Татарский В.И.* Введение в статистическую радиофизику. Т. 2. Случайные поля. М.: Наука, 1978.
6. *Brown M.G.*, *Colosi J.A.*, *Tomsovic S.*, *Virovlyansky A.L.*, *Wolfson M.A.* Ray dynamics in long-range deep ocean sound propagation // The Journal of the Acoustical Society of America. 2003. Vol. 113, No. 5. P. 2533–2547. doi:10.1121/1.1563670
7. *Smirnov I.P.*, *Virovlyansky A.L.*, *Edelman M.*, *Zaslavsky G.M.* Chaos-induced intensification of wave scattering // Physical Review E. 2005. Vol. 72, No. 2. 026206. doi:10.1103/PhysRevE.72.026206
8. *Вировлянский А.Л.*, *Заславский Г.М.* Лучевой и волновой хаос в задачах о дальнем распространении звука в океане // Акустический журнал. 2007. Т. 53, № 3. С. 329–345.
9. *Makarov D., Prants S., Virovlyansky A., Zaslavsky G.* Ray and wave chaos in ocean acoustics: chaos in waveguides. Singapore: World Scientific, 2010. 388 p. doi:10.1142/7288
10. *Tomsovic S., Brown M.* Ocean acoustics: a novel laboratory for wave chaos // “New Directions in Linear Acoustics and Vibration”. Cambridge University Press, 2010. P. 169–187. doi:10.1017/CBO9780511781520.013
11. *Вировлянский А.Л.*, *Макаров Д.В.*, *Пранц С.В.* Лучевой и волновой хаос в подводных акустических волноводах // Успехи физических наук. 2012. Т. 182, № 1. С. 19–48.
12. *Hegewisch K.C.*, *Tomsovic S.* Random matrix theory for underwater sound propagation // Europhysics Letters. 2012. Vol. 97. 34002. doi:10.1209/0295–5075/97/34002
13. *Makarov D.V.*, *Kon’kov L.E.*, *Uleysky M. Yu.*, *Petrov P.S.* Wave chaos in a randomly inhomogeneous waveguide: Spectral analysis of the finite-range evolution operator // Physical Review E. 2013. № 1. 012911. doi:10.1103/PhysRevE.87.012911
14. *Makarov D.V.* Random matrix theory for low-frequency sound propagation in the ocean: A spectral statistics test // Journal of Theoretical and Computational Acoustics. 2018. Vol. 26, No. 1. P. 205–217. doi:10.1142/S2591728518500020
15. *Makarov D.V.* Random matrix theory for an adiabatically-varying oceanic acoustic waveguide // Wave Motion. 2019. Vol. 90. P. 205–217. doi:10.1016/j.wavemoti.2019.05.007
16. *Макаров Д.В.*, *Комиссаров А.А.* Хаос и обращение волнового фронта при дальнем распространении звука в океане // Доклады РАН. Науки о Земле. 2022. Т. 507, № 2. С. 316–322. doi:10.31857/S2686739722601740
17. *Makarov D.V.*, *Uleysky M. Yu.*, *Prants S.V.* Ray chaos and ray clustering in an oceanic waveguide // Chaos. 2004. Vol. 14, No. 1. P. 79–95. doi:10.1063/1.1626392
18. *Макаров Д.В.*, *Улейский М.Ю.* Высвечивание лучей и горизонтально-неоднородного подводного звукового канала // Акустический журнал. 2007. Т. 53, № 4. С. 565–573.
19. *Jensen F.B.*, *Kuperman W.A.*, *Porter M.B.*, *Schmidt H.*, *Tolstoy A.* Computational Ocean Acoustics. New York: Springer New York, 2011.

20. *Кузькин В.М.*, *Лаврова О.Ю.*, *Переселков С.А.*, *Петников В.Г.*, *Сабинин К.Д.* Анизотропное поле фоновых внутренних волн на морском шельфе и его влияние на распространение низкочастотного звука // Акустический журнал. 2006. Т. 52, № 1. С. 74–86.
21. *Thomson D.J.*, *Chapman N.R.* A wide-angle split-step algorithm for the parabolic equation // The Journal of the Acoustical Society of America. 1983. Vol. 74, No. 6. P. 1848–1854. doi:10.1121/1.390272
22. *Tielburger D.*, *Finette S.*, *Wolf S.* Acoustic propagation through an internal wave field in a shallow water waveguide // The Journal of the Acoustical Society of America. 1997. Vol. 101, No. 2. P. 789–808. doi:10.1121/1.418039
23. *Макаров Д.В.*, *Коньков Л.Е.*, *Петров П.С.* Влияние океанических синоптических вихрей на длительность модовых акустических импульсов // Известия вузов. Радиофизика. 2016. Т. 59, № 7. С. 638–654.
24. *Colosi J.A.*, *Brown M.G.* Efficient numerical simulation of stochastic internal-wave-induced sound-speed perturbation fields // The Journal of the Acoustical Society of America. 1998. Vol. 103, No. 4. P. 2232–2235. doi:10.1121/1.421381
25. *Макаров Д.В.*, *Пранц С.В.*, *Улейский М.Ю.* Структура пространственного нелинейного резонанса лучей в неоднородном подводном звуковом канале // Доклады РАН. Науки о Земле. Т. 382, № 3. 2002. С. 394–396.
26. *Макаров Д.В.*, *Улейский М.Ю.*, *Пранц С.В.* О возможности определения характеристик внутренних волн по данным распределения времен прихода лучей в подводном звуковом канале в условиях хаоса // Письма в Журнал Технической Физики. 2003. Т. 29, № 10. С. 70–76.
27. *Kon'kov L.E.*, *Makarov D.V.*, *Sosedko E.V.*, *Uleysky M. Yu.* Recovery of ordered periodic orbits with increasing wavelength for sound propagation in a range-dependent waveguide // Physical Review E. 2007. Vol. 76, No. 5. 056212. doi:10.1103/PhysRevE.76.056212
28. *Yang T.C.*, *Yoo K.* Internal wave spectrum in shallow water: measurement and comparison with the Garrett-Munk model // IEEE Journal of Oceanic Engineering. 1983. Vol. 74, No. 6. P. 1848–1854. doi:10.1109/48.775295
29. *Макаров Д.В.*, *Коньков Л.Е.* Хаотическая диффузия при распространении звука в неоднородном подводном звуковом канале // Нелинейная динамика. 2007. Т. 3, № 2. С. 157–174. doi:10.20537/nd0702003
30. *Макаров Д.В.*, *Коньков Л.Е.*, *Улейский М.Ю.* Соответствие между лучевой и волновой картинами и подавление хаоса при дальнем распространении звука в океане // Акустический журнал. 2008. Т. 54, № 3. С. 439–450.
31. *Makarov D.V.*, *Kon'kov L.E.*, *Uleysky M. Yu.* Wave chaos in underwater acoustics // Journal of Siberian Federal University. 2010. Vol. 3, No. 3. P. 336–348. URL: https://elib.sfu-kras.ru/handle/2311/1734
32. *Makarov D.V.*, *Uleysky M. Yu.*, *Budyansky M.V.*, *Prants S.V.* Clustering in randomly driven Hamiltonian systems // Physical Review E. 2006. Vol. 73, No. 6. 066210. doi:10.1103/PhysRevE.73.066210

References

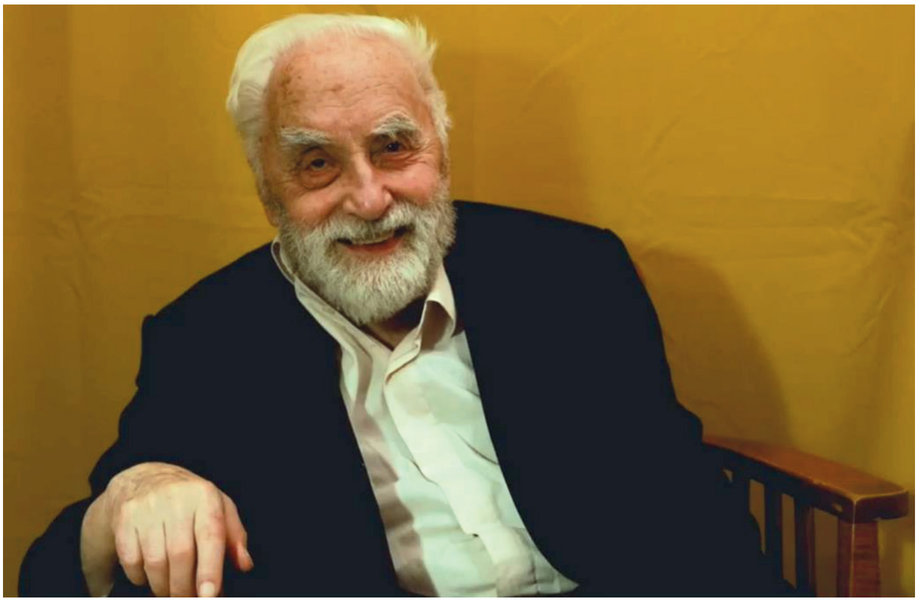
1. *Tappert F.D.*, *Xin Tang.* Ray chaos and eigenrays. *The Journal of the Acoustical Society of America.* 1996, 99, 1, 185–195. doi:10.1121/1.414502
2. *Virovlyansky A.L.*, *Kazarova A. Yu.*, *Lyubavin L. Ya.* The possibility of using a vertical array for estimating the delays of sound pulses at multimegameter ranges. *Acoustical Physics.* 2008, 54, 4, 486–494. doi:10.1134/S1063771008040088
3. *Song H.-C.* An overview of underwater time-reversal communication. *IEEE Journal of Oceanic Engineering.* 2016, 41, 3, 644–655. doi:10.1109/joe.2015.2461712
4. *Virovlyansky A.L.*, *Kazarova A.Y.*, *Lyubavin L.Y.* Focusing of sound pulses using the time reversal technique on 100-km paths in a deep sea. *Acoustical Physics.* 2012, 58, 6, 678–686. doi:10.1134/S1063771012060152
5. *Rytov S.M.*, *Kravtsov Yu.A.*, *Tatarsky V.I.* Introduction to statistical radiophysics. Part 2. Random fields. *Moscow, Nauka,* 1978. 463 p. (in Russian).
6. *Brown M.G.*, *Colosi J.A.*, *Tomsovic S.*, *Virovlyansky A.L.*, *Wolfson M.A.* Ray dynamics in long-range deep ocean sound propagation. *The Journal of the Acoustical Society of America.* 2003, 113, 5, 2533–2547. doi:10.1121/1.1563670
7. *Smirnov I.P.*, *Virovlyansky A.L.*, *Edelman M.*, *Zaslavsky G.M.* Chaos-induced intensification of wave scattering. *Physical Review E.* 2005, 72, 2, 026206. doi:10.1103/PhysRevE.72.026206
8. *Virovlyansky A.L.*, *Zaslavsky G.M.* Ray and wave chaos in problems of sound propagation in the ocean. *Acoustical Physics.* 2007, 53, 3, 282–297. doi:10.1134/S1063771007030050
9. *Makarov D.*, *Prants S.*, *Virovlyansky A.*, *Zaslavsky G.* Ray and wave chaos in ocean acoustics: chaos in waveguides. *Singapore: World Scientific*. 2010, 388 p. doi:10.1142/7288
10. *Tomsovic S.*, *Brown M.* Ocean acoustics: a novel laboratory for wave chaos. *New Directions in Linear Acoustics and Vibration. Cambridge University Press*, 2010, 169–187. doi:10.1017/CBO9780511781520.013
11. *Virovlyansky A.L.*, *Makarov D.V.*, *Prants S.V.* Ray and wave chaos in underwater acoustic waveguides. *Physics-Uspekhi.* 2012, 55, 1, 18–46. doi:10.3367/UFNe.0182.201201b.0019
12. *Hegewisch K.C.*, *Tomsovic S.* Random matrix theory for underwater sound propagation. *Europhysics Letters.* 2012, 97, 34002. doi:10.1209/0295–5075/97/34002

13. *Makarov D.V.*, *Kon'kov L.E.*, *Uleysky M. Yu.*, *Petrov P.S.* Wave chaos in a randomly inhomogeneous waveguide: Spectral analysis of the finite-range evolution operator. *Physical Review E.* 2013, 1, 012911. doi:10.1103/PhysRevE.87.012911
14. *Makarov D.V.* Random matrix theory for low-frequency sound propagation in the ocean: A spectral statistics test. *Journal of Theoretical and Computational Acoustics.* 2018, 26, 1, 205–217. doi:10.1142/S2591728518500020
15. *Makarov D.V.* Random matrix theory for an adiabatically-varying oceanic acoustic waveguide. *Wave Motion.* 2019, 90, 205–217. doi:10.1016/j.wavemoti.2019.05.007
16. *Makarov D.V.*, *Komissarov A.A.* Chaos and wavefront reversal for long-range sound propagation. *Doklady Earth Sciences.* 2022, 507, 2, 1118–1123. doi:10.1134/S1028334X22600931
17. *Makarov D.V.*, *Uleysky M. Yu.*, *Prants S.V.* Ray chaos and ray clustering in an oceanic waveguide. *Chaos.* 2004, 14, 1, 79–95. doi:10.1063/1.1626392
18. *Makarov D.V.*, *Uleyskiy M. Yu.* Ray escape from a range-dependent underwater sound channel. *Acoustical Physics.* 2007, 53, 4, 495–502. doi:10.1134/S1063771007040100
19. *Jensen F.B.*, *Kuperman W.A.*, *Porter M.B.*, *Schmidt H.*, *Tolstoy A.* Computational Ocean Acoustics. *New York*, *Springer New York*, 2011.
20. *Kuz'kin V.M.*, *Petnikov V.G.*, *Lavrova O. Yu.*, *Pereselkov S.A.*, *Sabinin K.D.* Anisotropic field of background internal waves on a sea shelf and its effect on low-frequency sound propagation. *Acoustical Physics.* 2006, 52, 1, 65–76. doi:10.1134/S106377100601009X
21. *Thomson D.J.*, *Chapman N.R.* A wide-angle split-step algorithm for the parabolic equation. *The Journal of the Acoustical Society of America.* 1983, 74, 6, 1848–1854. doi:10.1121/1.390272
22. *Tielburger D.*, *Finette S.*, *Wolf S.* Acoustic propagation through an internal wave field in a shallow water waveguide. *The Journal of the Acoustical Society of America.* 1997, 101, 2, 789–808. doi:10.1121/1.418039
23. *Makarov D.V.*, *Kon'kov L.E.*, *Petrov P.S.* Influence of oceanic synoptic eddies on the duration of modal acoustic pulses. *Radiophysics and Quantum Electronics.* 2016, 59, 7, 576–591. doi:10.1007/s11141-016-9724-4
24. *Colosi J.A.*, *Brown M.G.* Efficient numerical simulation of stochastic internal-wave-induced sound-speed perturbation fields. *The Journal of the Acoustical Society of America.* 1998, 103, 4, 2232–2235. doi:10.1121/1.421381
25. *Makarov D.V.*, *Prants S.V.*, *Uleysky M. Yu.* Structure of spatial nonlinear resonance of rays in an inhomogeneous underwater sound channel. *Doklady Earth Sciences.* 2002, 382, 1, 106–108.
26. *Makarov D.V.*, *Uleysky M. Yu.*, *Prants S.V.* On the possibility of determining internal wave characteristics from the ray arrival time distribution in an underwater sound channel under conditions of ray chaos. *Technical Physics Letters.* 2003, 29, 5, 430–432. doi:10.1134/1.1579816
27. *Kon'kov L.E.*, *Makarov D.V.*, *Sosedko E.V.*, *Uleysky M. Yu.* Recovery of ordered periodic orbits with increasing wavelength for sound propagation in a range-dependent waveguide. *Physical Review E.* 2007, 76, 5, 056212. doi:10.1103/PhysRevE.76.056212
28. *Yang T.C.*, *Yoo K.* Internal wave spectrum in shallow water: measurement and comparison with the Garrett-Munk model. *IEEE Journal of Oceanic Engineering.* 1983, 74, 6, 1848–1854. doi:10.1109/48.775295
29. *Makarov D.V.*, *Kon'kov L.E.* Chaotic diffusion at sound propagation in a range-dependent underwater sound channel. *Russian Journal of Nonlinear Dynamics*. 2007, 3, 2, 157–174. doi:10.20537/nd0702003 (in Russian)
30. *Makarov D.V.*, *Kon'kov L.E.*, *Uleysky M. Yu* The ray-wave correspondence and the suppression of chaos in long-range sound propagation in the ocean. *Acoustical Physics*. 2008, 54, 3, 382–391. 10.1134/S1063771008030147
31. *Makarov D.V.*, *Kon'kov L.E.*, *Uleysky M. Yu.* Wave chaos in underwater acoustics. *Journal of Siberian Federal University.* 2010, 3, 3, 336–348. URL: https://elib.sfu-kras.ru/handle/2311/1734
32. *Makarov D.V.*, *Uleysky M. Yu.*, *Budyansky M.V.*, *Prants S.V.* Clustering in randomly driven Hamiltonian systems. *Physical Review E.* 2006, 73, 6, 066210. doi:10.1103/PhysRevE.73.066210

Об авторах

МАКАРОВ Денис Владимирович, РИНЦ Author ID: 41768, ORCID ID: 0000-0002-2568-8927, Scopus Author ID: 57196559649, WoS Researcher ID: D-6389–2015, makarov@poi.dvo.ru

СОСЕДКО Екатерина Владимировна, РИНЦ Author ID: 38924, ORCID ID: 0000-0001-7810-9047, Scopus Author ID: 6507031107, WoS Researcher ID: AAF-7922–2021, sosedko@poi.dvo.ru



СЕРГЕЙ ВЛАДИМИРОВИЧ ПЕРЕСЛЕГИН
01.10.1928–31.07.2023

31-го июля 2023 г. ушел из жизни наш соратник, большой человек и ученый, доктор физико-математических наук, главный научный сотрудник Института океанологии им. П.П. Ширшова РАН Сергей Владимирович Переслегин.

Сергей Владимирович родился 01.10.1928 г. в Москве. Во время войны, с 1942 по 1944 гг. работал в должности лаборанта в Лаборатории дальней связи Государственного Союзного Производственно-экспериментального института (ГСПЭИ) № 56 под руководством известного ученого В.А. Котельникова. Там ему доверяли настраивать блоки радиоаппаратуры «Синица» — разрабатываемые для фронта устройства проводной шифрованной ВЧ связи.

После войны он поступил на радиотехнический факультет Московского Энергетического Института (1945–1951), где опять его учителем был В.А. Котельников — декан и заведующий кафедрой «Основы радиотехники», а впоследствии академик, вице-президент АН СССР и директор ИРЭ РАН.

Окончив институт, Сергей Владимирович работал сначала старшим, а затем ведущим инженером в НИИ-17 МАП (в настоящее время — АО «Концерн радиостроения «Вега») до 1978 г. Руководил группой, которая занималась СВЧ-радиометрией, создавала корабельные и самолётные аппаратурные комплексы и получала новые экспериментальные данные о полях температуры и волнения моря, а также о поле влажности атмосферы над океаном. В 1976 г. был удостоен звания «Ветеран труда» и медали «За доблестный и самоотверженный труд в период Великой Отечественной войны».

В 1977 г. С.В. Переслегин защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата технических наук.

В 1978 г. он был переведен в Институт океанологии им. П.П. Ширшова АН СССР. Его деятельность была связана с физическим обоснованием состава и параметров самолётных и космических радиолокационных (РЛ) комплексов для изучения океанских явлений, получением экспериментальных данных, их обработкой и формированием изображений морской поверхности с целью регистрации гидрографических процессов, а также с разработкой алгоритмов для нахождения возвышений и горизонтальной скорости поверхности (доплеровские и интерференционные радиолокаторы с синтезированной апертурой (РСА)). Эта деятельность вплоть до 1992 г. происходила в тесном сотрудничестве с ИРЭ РАН и с Концерном «Вега». В ИО РАН Сергей Владимирович работал в Лаборатории оптики океана, а с 2016 г. — в Лаборатории нелинейных волновых процессов. Занимал должности старшего, ведущего и главного научного сотрудника, докторскую диссертацию защитил в 2000 г.

В последние десятилетия прошлого века С.В. Переслегиным получены важные экспериментальные результаты при совместной работе с НИС «Дмитрий Менделеев» и НИС «Академик Иоффе» с использованием РЛ аппаратуры: изображения и спектры крупных морских волн в поле интенсивности отраженного сигнала и горизонтальной скорости; спектры мелких ветровых волн в поле собственного радиотеплового излучения. Также были получены не менее важные результаты по формированию яркостных и скоростных изображений морской поверхности с интерференционного РСА (ИРСА) Terra SAR-X. В последнее время проводились исследования по оперативному (панорамному) РЛ наблюдению волн цунами и вибрационных (подводных) источников. В частности, им был предложен и обоснован экономичный «квазизеркальный принцип двухпозиционной радиолокации океана с применением интерферометров».

Сергей Владимирович был бесконечно предан науке, и до самых последних дней активно работал, был полон идей. Общее количество его трудов составляет более ста научных работ, в том числе — главы в коллективной монографии «Радиолокационные методы исследования Земли», большое количество научно-технических отчётов, а также 22 изобретения.

Редколлегия нашего журнала запомнила Сергея Владимировича как автора с высокой степенью ответственности, его статьи отражают результаты научных исследований, которыми он продолжал интенсивно заниматься до последних дней своей жизни. Последней публикацией Сергея Владимировича стала статья «Модель космического панорамного радиоальтиметра: отображение поля развивающейся волны цунами в двухпозиционном квазизеркальном радаре»[1].

Редколлегия нашего журнала выражает соболезнования родным, близким и коллегам Сергея Владимировича. Сергей Владимирович не дожил двух месяцев до своего девяностопятилетия... Светлая память!

Редакционная коллегия журнала
«Фундаментальная и прикладная гидрофизика»

[1]*Куликов Е.А., Переслегин С.В., Халиков З.А.* Модель космического панорамного радиоальтиметра: отображение поля развивающейся волны цунами в двухпозиционном квазизеркальном радаре // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2023. Т. 16, № 1. С. 80–89. doi:10.59887/fpg/nxgz-bbuz-mu52