

УДК 532.517.45

© С. Ф. Федоров

ЗАО «Гранит-7», Санкт-Петербург, Россия

mail@granit-7.ru

ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КОМПОНЕНТ ВЕКТОРА СКОРОСТИ В ИЗОТРОПНОМ ТУРБУЛЕНТНОМ ПОТОКЕ

Предложен метод моделирования компонент вектора скорости вихревого потока, основными параметрами которого являются размеры максимальных и минимальных вихрей. Изотропия поля скорости обеспечивается равновероятной ориентацией осей вращения вихрей относительно продольной, поперечной и вертикальной осей потока, а также случайным положением вихрей в потоке. Метод позволяет отдельно имитировать флуктуации, порождаемые вихрями, ориентированными вдоль и поперек потока, что делает возможным исследование зависимостей характеристик компонент вектора скорости от ориентации вихрей. Проведенные исследования показали, что спектральная плотность мощности (СПМ) компонент вектора скорости имеет область низких частот, участок «закона пяти третей» и область высоких частот, где она изменяется по закону, близкому к «закону минус пять». СПМ продольной компоненты не зависит от соотношения диаметра и «толщины» вихря и в области низких частот является постоянной величиной. Поперечная (вертикальная) компонента состоит из двух независимых составляющих. СПМ первой не зависит от соотношения между диаметром и «толщиной» вихря и в низкочастотной области изменяется по «закону плюс два», СПМ второй зависит от указанного соотношения и имеет форму такую же, как и у продольной компоненты. При отношении диаметра к «толщине» вихря, равном полутора, СПМ модельных компонент практически совпали с СПМ, описания которых приведены И. О. Хинце в допущении Кармана для однородной изотропной турбулентности. Предложенная модель может быть полезна при исследовании влияния турбулентных потоков на устойчивость управления летательными аппаратами, а также при разработке систем экологического мониторинга.

Ключевые слова: изотропная турбулентность, имитационное моделирование компонент вектора скорости.

Освоение мирового океана и охрана окружающей среды невозможны без автоматизированных комплексов регистрации и анализа гидрофизических аномалий. Настраивать современные комплексы в океане очень дорого, поэтому для их отработки широко используется моделирование на сигналах, имитирующих сигналы, поступающие с датчиков гидрофизических полей в регистрируемых аномалиях [1].

В середине прошлого века использовались реализации стационарных случайных процессов [2] большой длительности. Необходимость учета явления перемежаемости [3] потребовала разработки методов анализа и синтеза сигналов, у которых длительность «участков стационарности» соизмерима с максимальными периодами флуктуаций. Для анализа таких сигналов в 1990-х гг. появилось целое направление, связанное с вейвлет преобразованиями [4]. Шли работы и по синтезу сигналов, в частности, для гидрофизических систем [5, 6]. Для отработки каналов анализа анизотропных свойств турбулентности потребовались новые имитаторы сигналов.

Исследование турбулентных вихревых потоков с помощью датчика вектора скорости часто сводится к анализу спектров мощности ортогональных компонент вектора скорости. На основании результатов анализа спектров делаются выводы о масштабах (размерах) вихревых структур, энергии и характеристиках исследуемого потока. Однако

спектральные плотности мощности (СПМ) привычнее рассматривать как характеристики многопериодных гармоник, а не совокупностей вихрей, пересекая которые мы получаем одно- или полупериодные флуктуации. Можно ли создать достаточно «простую» модель, в которой вихри присутствовали бы в явном виде, а для анализа сигналов можно было бы использовать СПМ? Ответу на данный вопрос посвящена настоящая работа.

В качестве основы для моделирования вихревых структур были использованы следующие положения.

1. Время жизни вихря

$$\Delta t \sim \frac{1}{k \cdot v},$$

где k — величина, обратная масштабу (размеру) вихря, а v — скорость течения жидкости (газа) в вихре.

2. Удельная энергия вихря (энергия на единицу объема) пропорциональна v^2 .

3. Скорость убывания удельной энергии вихря не зависит от масштаба вихря.

Указанные положения являются исходными [7] при выводе «закона пяти третей».

Из положений 1—3 следует, что между скоростью v и масштабом вихря имеет место соотношение вида

$$v \sim k^{1/3}. \quad (1)$$

Если пересечь идеальным датчиком область, заполненную вихрями масштаба $1/k$, то по полученной реализации сигнала можно оценить одномерный спектр мощности.

При этом коэффициенты ряда Фурье $A(k)$, $B(k)$ будут пропорциональны $\sum_{i=1}^N v_i(k)$ и обратно пропорциональны N , где $v_i(k)$ — скорость течения в i -том вихре, а N — количество пересеченных вихрей.

Так как направление вращения вихря не зависит от того, как вращаются другие вихри, то для оценки СПМ

$$E(k) = \frac{T}{2} M\{A^2(k) + B^2(k)\},$$

где T — длина реализации сигнала, будет справедливо соотношение

$$E(k) \sim \frac{\sum_{i=1}^N v_i^2(k)}{N^2} \cdot N \cdot (1/k) \sim v^2 \cdot k^{-1}. \quad (2)$$

Подставляя (1) в (2), получаем «закон пяти третей»

$$E(k) \sim k^{-5/3}.$$

Для того чтобы, по возможности, обеспечить однородность поля, полагается, что вихри всех масштабов вписаны в ячейки с прямоугольными гранями, причем ячейки каждого масштаба полностью заполняют пространство потока. Длины ребер ячейки, которые параллельны оси вращения вихря, равны h_0 , перпендикулярных $4 \cdot R_0$.

Для обеспечения изотропии поля вихри равновероятно вращаются вокруг продольной (OX), поперечной (OY) и вертикальной (OZ) осей потока. В каждый момент времени датчик пересекает одну ячейку каждого масштаба. Место вхождения в ячейку случайно.

Максимальная скорость вращения среды в вихре v_0 имеет место на окружности, удаленной от оси вращения на расстояние R_0 и равноудаленной от граней ячейки, которые пересекает ось вращения вихря. На оси вращения и на расстоянии $2 \cdot R_0$ от нее, а также на гранях, которые пересекает ось вращения вихря, скорость нулевая. Направление вращения вихря случайно и не зависит от вращения других вихрей.

Полагается, что вихревое поле возникло в процессе автомодельного процесса дробления, поэтому моделируются вихри с размерами

$$h_{0i} = h_{0\max} \cdot \gamma^{i-1}, \quad i = 1, \dots, n;$$

$$R_{0i} = R_{0\max} \cdot \gamma^{i-1}, \quad i = 1, \dots, n,$$

где $4 \cdot R_{0\max}$ и $h_{0\max}$ — длины ребер ячейки самого большого вихря, а $4 \cdot R_{0n}$ и h_{0n} — самого маленького вихря; γ — задаваемая константа.

Соотношение между скоростями вихрей определяется из (2):

$$v_{0i} = v_{00} \cdot \left(\frac{R_{0i}}{R_{0\max}} \right)^{1/3}, \quad i = 1, \dots, n,$$

где v_{00} — максимальная скорость в самом крупном вихре.

Закон затухания скорости вращения при приближении к оси или к периферии ячейки, а также соотношение $b = 4 \cdot R_0 / h_0$ и величина γ будут рассмотрены при моделировании.

Продольная ось датчика параллельна продольной оси потока.

На рис. 1 представлены нормированные на средний квадрат СПМ продольной (a) и поперечной (b) компонент, полученных при трех значениях разрешения γ (2^{-1} , $2^{-1/3}$, $2^{-1/6}$). Скорость потока была равна 1 м/с, $f_{\text{кв}} = 1$ кГц, $v_{00} = 1000$ ед., $R_{0\max} = 9.1$ см, $R_{0\min} = 0.14$ см. Квадрат скорости течения жидкости (газа) в вихре убывал по линейному закону. Средние квадраты продольной ($\overline{u_x^{12}}$), поперечной ($\overline{u_y^{12}}$) и вертикальной ($\overline{u_z^{12}}$) компонент вектора скорости, а также их показатели эксцесса (β_2) приведены в табл. 1.

Таблица 1

Сравнение средних квадратов компонент вектора скорости, а также их показателей эксцесса при изменении разрешения γ

γ	$\overline{u_x^{12}} \cdot 10^{-5}$	$\overline{u_y^{12}} \cdot 10^{-5}$	$\overline{u_z^{12}} \cdot 10^{-5}$	β_{2x}	β_{2y}	β_{2z}
2^{-1}	1.68	1.73	1.67	3.40	3.62	3.63
$2^{-1/3}$	4.19	4.30	4.31	3.19	3.25	3.18
$2^{-1/6}$	8.40	8.28	8.35	3.03	3.06	3.15

Визуальный анализ спектров свидетельствует, что изменение величины γ мало сказывается на форме спектров. При $\gamma = 2^{-1}$ еще можно заметить незначительные колебания СПМ относительно линии «закона пяти третей», но при $\gamma = 2^{-1/3}$ и $\gamma = 2^{-1/6}$ колебаний уже не видно, и нормированные спектры совпадают между собой. То есть разрешение $2^{-1/3}$ вполне достаточно для воспроизведения «закона пяти третей» в диапазоне масштабов, заданном параметрами $R_{0\max}$, $R_{0\min}$.

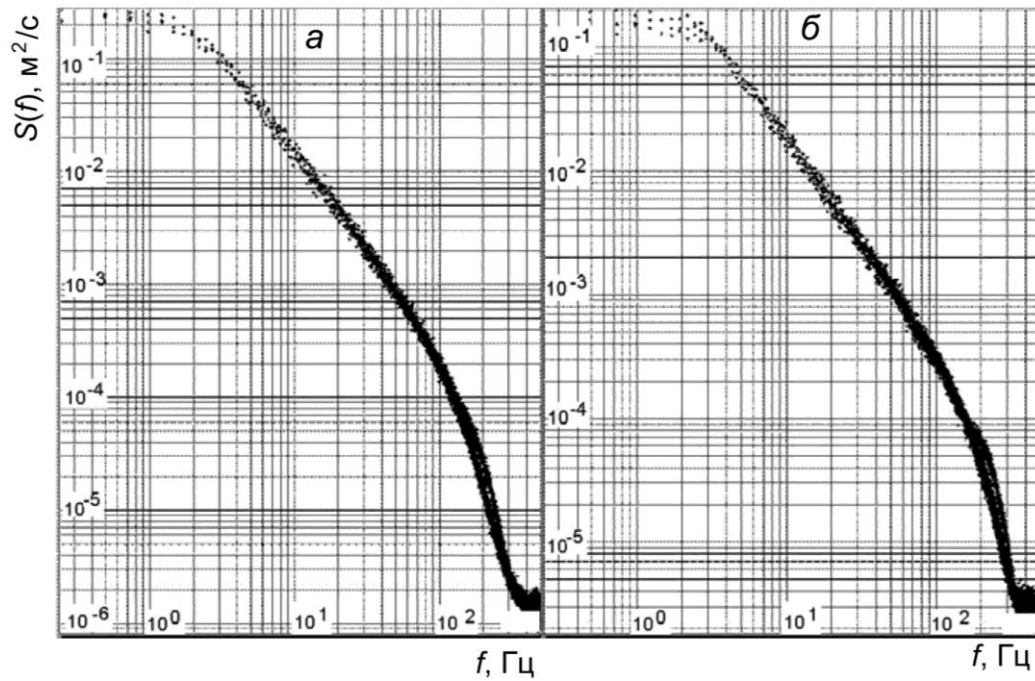


Рис. 1. Спектры мощности продольной (а) и поперечной (б) компонент вектора скорости при разных значениях γ .

В зависимости от γ меняется мощность сигнала и показатель эксцесса β_2 .

На рис. 2 представлены СПМ продольной и поперечной компонент для трех законов убывания скорости в вихре: верхняя пара СПМ представляет компоненты, у которых квадрат скорости убывает по линейному закону, средняя — по квадратичному, нижняя — по степенному с показателем 4. Остальные параметры моделирования следующие: скорость потока 1 м/с, $f_{\text{кв}} = 1 \text{ кГц}$, $R_{0\text{max}} = 9.1 \text{ см}$, $R_{0\text{min}} = 0.09 \text{ см}$, $v_{00} = 1000 \text{ ед.}$, $\gamma = 2^{-1/3}$. Значения средних квадратов компонент и показателей эксцесса приведены в табл. 2.

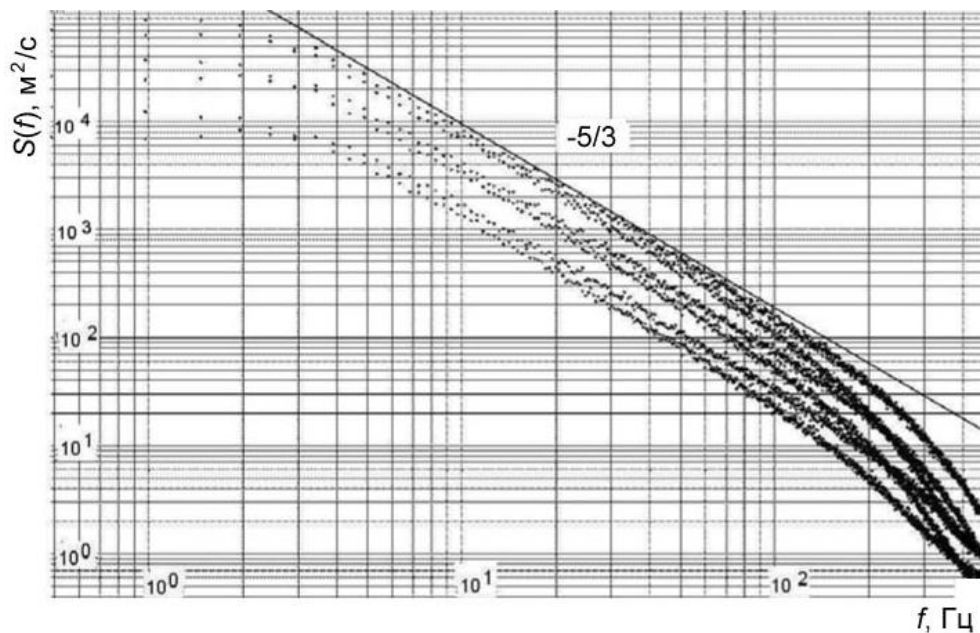


Рис. 2. Спектры мощности продольной и поперечной компонент вектора скорости при различных законах изменения скорости в вихре.

Таблица 2

**Сравнение средних квадратов компонент и их показателей эксцесса
при различных законах изменении скорости в вихре**

Закон убывания	$\overline{u_x^{12}} \cdot 10^{-5}$	$\overline{u_y^{12}} \cdot 10^{-5}$	$\overline{u_z^{12}} \cdot 10^{-5}$	β_{2x}	β_{2y}	β_{2z}
$v^2 = v_0^2 \cdot \frac{R}{R_0}$	4.48	4.36	4.27	3.18	3.13	3.13
$v^2 = v_0^2 \cdot \left(\frac{R}{R_0}\right)^2$	1.98	1.94	1.89	3.56	3.49	3.42
$v^2 = v_0^2 \cdot \left(\frac{R}{R_0}\right)^4$	0.71	0.70	0.68	4.74	4.74	4.43

На рис. 3, *а* представлены СПМ продольной компоненты, нормированные на $\overline{u_x^{12}}$, на рис. 3, *б* — нормированные СПМ поперечной компоненты.

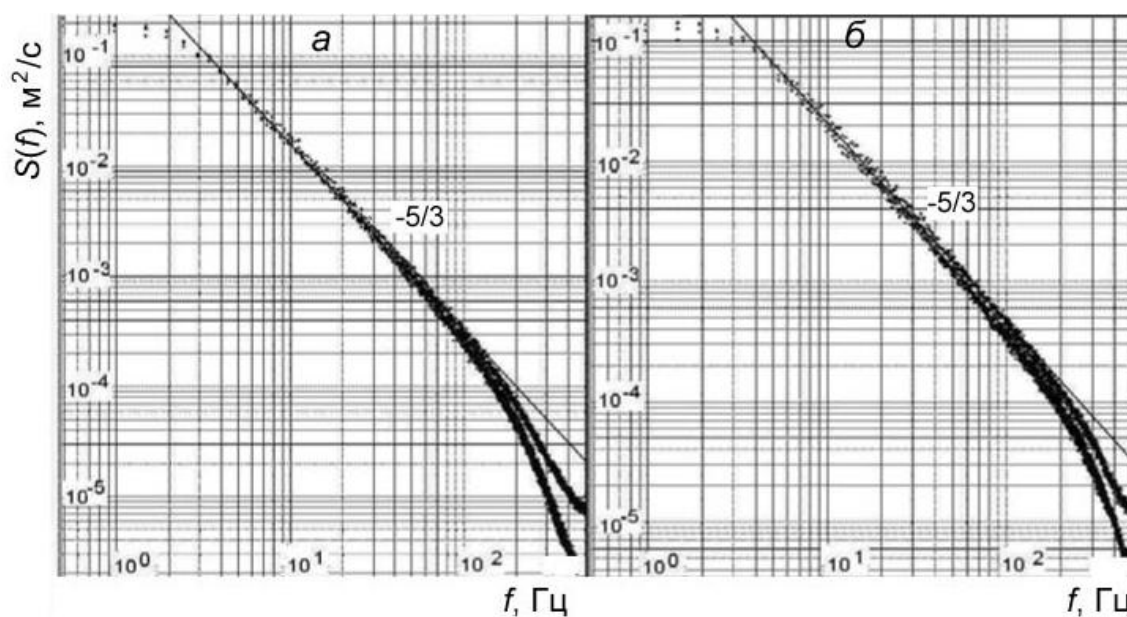


Рис. 3. Спектры мощности продольной (*а*) и поперечной (*б*) компонент вектора скорости при различных законах изменения скорости в вихре.

Анализ рис. 2 и 3 показывает, что в диапазоне масштабов от $\sim 4R_{0\max}$ до $\sim 4R_{0\min}$ СПМ подчиняются «закону пяти третей» вне зависимости от закона изменения скорости в вихре. При $k < 1/(4R_{0\max})$ нормированные СПМ продольной компоненты имеют различия в пределах трети октавы, поперечной — в пределах двух третей октавы.

Есть расхождения спектров и в области малых масштабов, но мощность сигнала в этом диапазоне такая маленькая, что с практической точки зрения рассматривать эти различия в первую очередь не имеет смысла.

Степень неоднородности скорости V внутри вихря так же, как параметр разрешения γ на форму СПМ влияет слабо. Существенное влияние они оказывают на мощность и однородность сигнала, которую можно характеризовать показателем эксцесса β_2 .

Последней характеристикой вихря, требующей первоочередного рассмотрения, является отношение ребер ячейки $b = 4R_0/h_0$.

На рис. 4, *а* представлены СПМ продольной компоненты вектора скорости для трех значений параметра b — 1, 2 и 4. Квадрат скорости внутри вихрей изменялся по линейному закону. Скорость потока 1 м/с, $\gamma = 2^{-1/3}$, $f_{\text{кв}} = 1$ кГц, $v_{00} = 1000$ ед., $R_{0\text{max}} = 4.55$ см, $R_{0\text{min}} = 0.15$ см. На рис. 5, *а* представлены СПМ продольной компоненты для трех пар значений $R_{0\text{max}}$ и $R_{0\text{min}}$, равных 18.2 и 0.045 см, 9.1 и 0.09 см, 4.55 и 0.14 см, при $f_{\text{кв}} = 1$ кГц. На рис. 5, *б* представлены СПМ тех же продольных компонент, но при расчете спектров $f_{\text{кв}}$ бралась равной 1, 0.5 и 0.25 кГц.

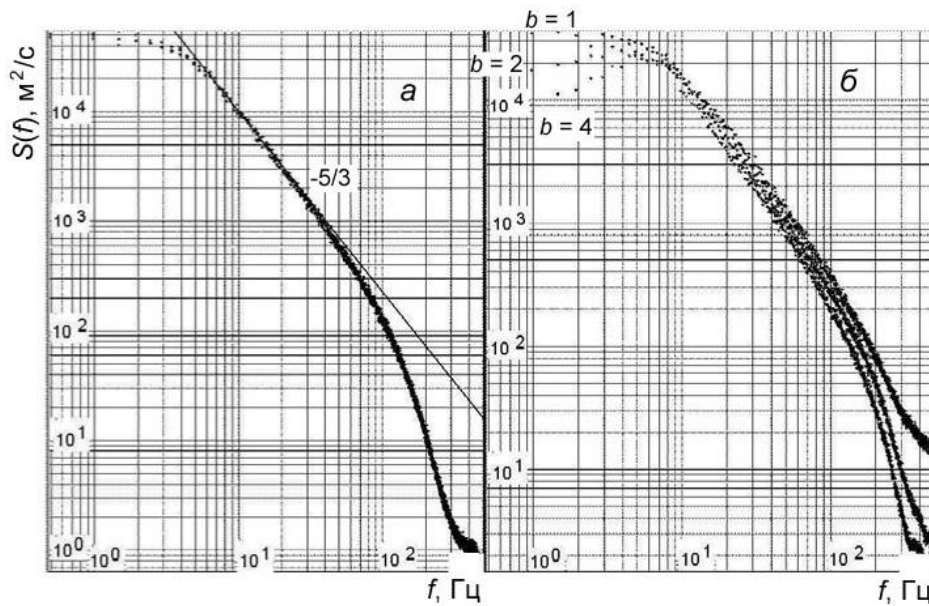


Рис. 4. Спектры мощности продольной (*а*) и поперечной (*б*) компонент вектора скорости при трех значениях b , равных 1, 2 и 4.

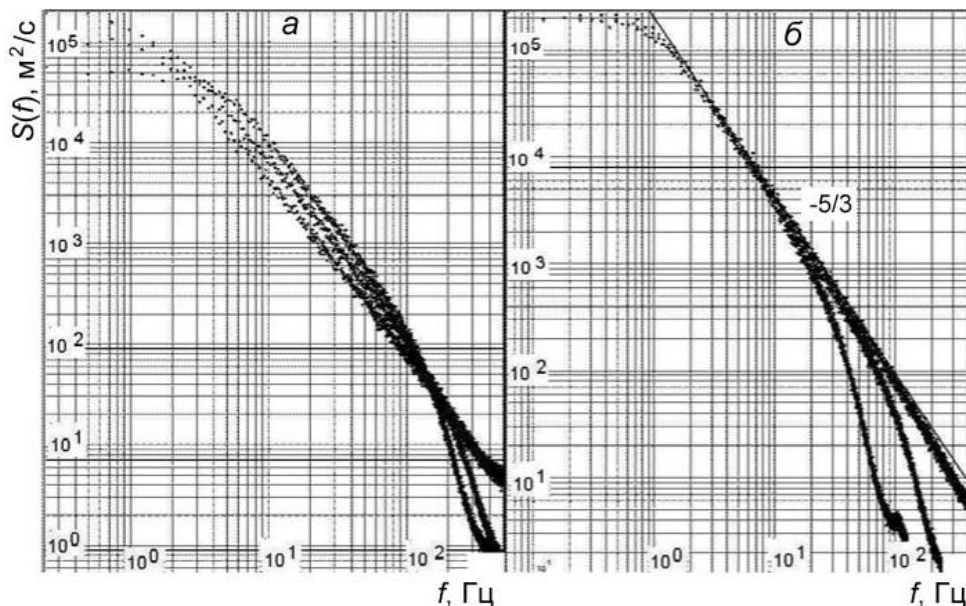


Рис. 5. Спектры мощности продольной компоненты при трех диапазонах масштабов $R_{0\text{max}}/R_{0\text{min}}$: 400, 100 и 32; *а* — $R_{0\text{max}} \cdot f_{\text{кв}} \neq \text{const}$, *б* — $R_{0\text{max}} \cdot f_{\text{кв}} = \text{const}$.

Анализ рис. 4, *a* показывает, что СПМ продольной компоненты не зависит от b . Для аппроксимации СПМ в области низких частот и на участке «закона пяти третей» можно предложить выражение вида

$$E_1(k) = \frac{4/3 \cdot 0.42 \cdot \overline{u^{12}}}{k_h \cdot \left[1 + \left(\frac{k}{0.75 \cdot k_h} \right)^4 \right]^{5/12}}, \quad (3)$$

где $k_h = 0.9 / (4R_{0\max})$, а $\overline{u^{12}}$ — средний квадрат компоненты; E — СПМ.

На рис. 4, *б* представлены СПМ поперечной компоненты. Средние квадраты компонент представлены в табл. 3.

Таблица 3

Сравнение средних квадратов компонент при различных значениях параметра b

b	$\overline{u_x^{12}}$	$\overline{u_y^{12}}$
1	4.16	4.20
2	4.04	4.12
4	4.09	4.08

Нетрудно видеть, что при увеличении параметра b СПМ поперечной компоненты уменьшается при $k < k_h$ и увеличивается при $k > k_h$. При этом средние квадраты не меняются.

Таким образом, только соотношение размеров вихря поперек и вдоль его оси вращения оказало существенное влияние на форму одномерных СПМ компонент вектора скорости вихревого потока.

Рассмотрим влияние параметра b более детально. Для этого проведем моделирование флуктуаций поперечной компоненты u_{y2}^1 , связанной с вихрями, оси вращения которых параллельны продольной оси потока, и флуктуаций u_{y1}^1 , связанных с вихрями, оси которых перпендикулярны указанной оси.

На рис. 6, *a* представлены СПМ составляющей u_{y1}^1 при $b=1$ и $b=4$. Остальные параметры моделирования такие же, как у компонент, СПМ которых представлены на рис. 4. Значения средних квадратов представлены в табл. 4.

Таблица 4

Сравнение средних квадратов составляющих поперечной компоненты

b	$\overline{u_{y1}^{12}}$	$\overline{u_{y2}^{12}}$
1	2.09	2.09
2	—	2.03
4	2.05	2.02

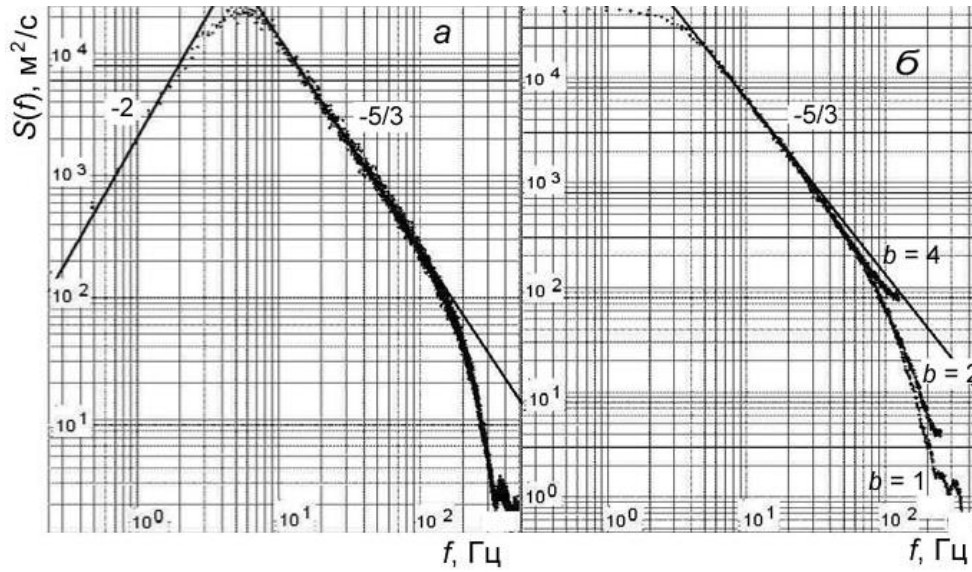


Рис. 6. Спектры мощности составляющих u_{y1}^1 и u_{y2}^1 поперечной компоненты вектора скорости, порождаемых вихрями, оси которых перпендикулярны (а) и параллельны (б) оси потока.

Нетрудно видеть, что составляющая u_{y1}^1 не зависит от параметра b . Ее СПМ в области низких и средних частот может быть аппроксимирована выражением вида

$$E_{21}(k) = \frac{0.735 \cdot 0.42 \cdot \overline{u^{12}} \cdot \left(\frac{k}{k_h}\right)^2}{k_h \cdot \left[1 + \left(\frac{k}{k_h}\right)^4\right]^{11/12}}. \quad (4)$$

На рис. 6, б показаны графики нормированных по частоте СПМ составляющей u_{y2}^1 при трех значениях параметра b , равных 1, 2 и 4. В области низких и средних частот они между собой совпадают и по форме похожи на графики $E_1(k)$. Следовательно, для $E_{22}(k)$ может быть предложена аппроксимация вида

$$E_{22}(k) = \frac{0.42 \cdot \overline{u^{12}}}{b \cdot k_h \cdot \left[1 + \left(\frac{k}{0.5 \cdot b \cdot k_h}\right)^4\right]^{5/12}}. \quad (5)$$

Для проверки корректности аппроксимации на базе (3)—(5) были рассчитаны средние квадраты компонент.

$$\overline{u_x^{12}} \cong \int_0^\infty E_1(k) dk = 0.42 \cdot \overline{u^{12}} \cdot 2.371 = 1.00 \cdot \overline{u^{12}};$$

$$\overline{u_y^{12}} = \int_0^\infty E_{21}(k) dk + \int_0^\infty E_{22}(k) dk = 0.42 \cdot 0.735 \cdot 1.616 \cdot \overline{u^{12}} + 0.42 \cdot 0.5 \cdot \overline{u^{12}} = 1.00 \cdot \overline{u^{12}}.$$

Оценки совпали с истинными значениями с точностью до второго знака после запятой. Достаточно хороший результат.

Уместным будет сравнить (3)—(5) с известными аналитическими выражениями для СПМ продольной и поперечной компонент. В [8] для СПМ продольной и поперечной компонент изотропной турбулентности в области низких частот и участка «закона пяти третей» приведены следующие выражения:

$$E_1(k_1) = 0.475 \cdot \frac{\overline{u^{12}}}{k_e} \cdot \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{k_1}{k_e}\right)^2\right]^{5/6}}; \quad (6)$$

$$E_2(k_1) = 0.5 \cdot 0.475 \cdot \frac{\overline{u^{12}}}{k_e} \cdot \frac{1 + \frac{8}{3} \cdot \left(\frac{k_1}{k_e}\right)^2}{\left[1 + \left(\frac{k_1}{k_e}\right)^2\right]^{11/6}}. \quad (7)$$

Из (6) и (7) следует, что при $k_1 \rightarrow 0$ $E_1(k_1)/E_2(k_1) = 2$, а при $k_1 \gg k_e$ $E_2(k_1)/E_1(k_1) = 4/3 \cong 1.33$.

Из (3)—(5) получаем, что при $k \rightarrow 0$

$$E_1(k)/E_2(k) = \frac{4}{3} \cdot b,$$

а при $k \gg k_n$

$$\frac{E_2(k)}{E_1(k)} = \frac{E_{22}(k) + E_{21}(k)}{E_1(k)} = \frac{0.735 + 2^{-5/3} \cdot b^{2/3}}{\left(\frac{3}{4}\right)^{2/3}}.$$

Полагая, что $b = 1.5$, при $k \rightarrow 0$ получаем $E_1(k)/E_2(k) = 2$, а при $k \gg k_n$ $E_2(k)/E_1(k) \cong 1.39$. То есть при $b = 1.5$ формулы (3)—(5) и формулы из [8] дают практически одинаковые результаты.

Выражения (3)—(5) описывают поведение СПМ компонент вектора скорости в низкочастотной области и в области «закона пяти третей», где сосредоточена основная мощность сигнала. Однако не всегда отношение $R_{0\max}/R_{0\min}$ измеряется несколькими порядками, и поведение СПМ на масштабах $\sim R_{0\min}$ не представляет практического интереса. Возможны ситуации, когда приходится работать вблизи границы с областью диссипации, поэтому целесообразно уточнить выражения (3)—(5) для области малых масштабов.

На рис. 7 представлены СПМ продольной компоненты, полученной при моделировании с параметрами $R_{0\max} = 18.2$ см и $R_{0\min}$, равном 0.28 и 0.14 см. На рис. 8, а представлены СПМ составляющей u_{y2}^1 (при $R_{0\max} = 18.2$ см, $b = 4$ и трех $R_{0\min}$ — 0.28, 0.57 и 1.14 см), нормированные на $\overline{u_{y2}^{12}}$. На рис. 8, б представлены СПМ составляющей u_{y1}^1 .

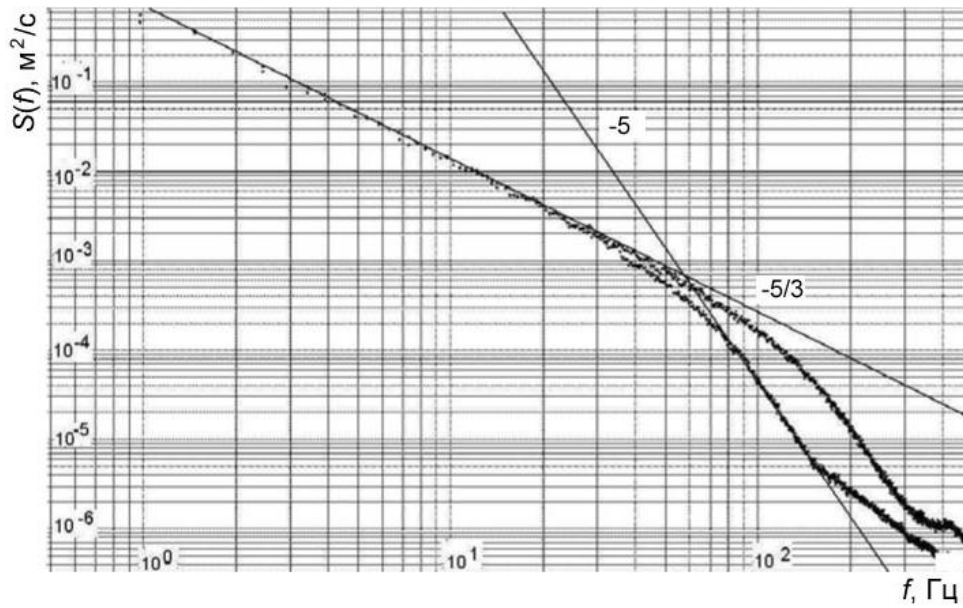


Рис. 7. Спектры мощности продольной компоненты в области малых масштабов.

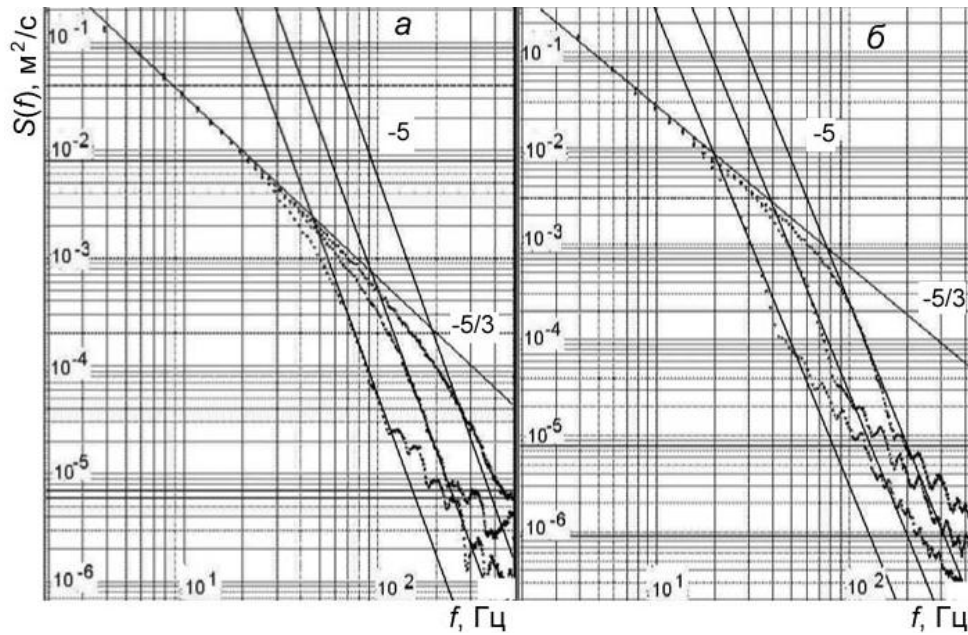


Рис. 8. Спектры мощности составляющих u_{y1}^1 (б) и u_{y2}^1 (а) поперечной компоненты вектора скорости в области малых масштабов.

На основании представленных графиков была предложена аппроксимация высокочастотной области спектров в виде

$$E_{1\theta}(k) \sim \frac{k^{-5/3}}{\left[1 + \left(\frac{k}{2/3 \cdot k_g}\right)^4\right]^{5/6}}; \quad (8)$$

$$E_{21\epsilon}(k) \sim \frac{k^{-5/3}}{\left[1 + \left(\frac{k}{k_\epsilon}\right)^4\right]^{5/6}}; \quad (9)$$

$$E_{22\epsilon}(k) \sim \frac{k^{-5/3}}{\left[1 + \left(\frac{k}{0.5 \cdot b \cdot k_\epsilon}\right)^4\right]^{5/6}}, \quad (10)$$

где $k_\epsilon = 1/(4R_{0\min})$.

Объединяя (3)—(5) с (8)—(10), получаем

$$E_1(k) = \frac{4/3 \cdot 0.42 \cdot \overline{u^{12}}}{k_\epsilon \cdot \left[1 + \left(\frac{k}{0.75 \cdot k_\epsilon}\right)^4\right]^{5/12} \cdot \left[1 + \left(\frac{k}{2/3 \cdot k_\epsilon}\right)^4\right]^{5/6}};$$

$$E_{21}(k) = \frac{0.735 \cdot 0.42 \cdot \overline{u^{12}} \cdot \left(\frac{k}{k_\epsilon}\right)^2}{k_\epsilon \cdot \left[1 + \left(\frac{k}{k_\epsilon}\right)^4\right]^{11/12} \cdot \left[1 + \left(\frac{k}{k_\epsilon}\right)^4\right]^{5/6}};$$

$$E_{22}(k) = \frac{0.42 \cdot \overline{u^{12}}}{b \cdot k_\epsilon \cdot \left[1 + \left(\frac{k}{0.5 \cdot b \cdot k_\epsilon}\right)^4\right]^{5/12} \cdot \left[1 + \left(\frac{k}{0.5 \cdot b \cdot k_\epsilon}\right)^4\right]^{5/6}}.$$

Резюмируя результаты проведенных исследований, отметим следующие основные результаты.

1. Предложена схема моделирования компонент вектора скорости вихревого потока, параметрами которой являются размеры максимальных и минимальных вихрей, соотношение b между размерами вихря поперек и вдоль его оси вращения, разрешение по моделируемым масштабам γ , а также показатель степени в законе изменения скорости внутри вихря.

Изотропия потока обеспечивается равновероятной ориентацией осей вращения вихрей относительно продольной, поперечной и вертикальной осей потока, а также случайностью момента и положения входа идеального датчика в вихри.

2. Проведенные исследования модельных сигналов показали, что:

- спектральные плотности мощности компонент, в основном, определяются масштабами максимальных и минимальных вихрей, а также соотношением между размерами вихря поперек и вдоль его оси вращения;

- разрешение по масштабам, а также закон изменения скорости внутри вихрей практически не влияют на форму СПМ, но значимо влияют на мощность и показатель эксцесса компонент вектора скорости;

- при отношении размера вихря поперек и вдоль его оси вращения, равном полутора, СПМ модельных компонент практически совпадали с СПМ, описания которых

приведены И. О. Хинце в допущении Кармана для однородной изотропной турбулентности [8]. Данный факт позволяет (по крайней мере, при $b = 1.5$) рассматривать модельные сигналы, предложенные в настоящей работе, в качестве имитации компонент вектора скорости однородной изотропной турбулентности;

- спектры мощности модельных компонент имеют область низких частот, участок «закона пяти третей» и область высоких частот, где СПМ изменяются по закону, близкому к «закону минус пять». Граничные масштабы участка «закона пяти третей» примерно равны поперечным размерам максимальных и минимальных вихрей;

- СПМ продольной компоненты не зависит от отношения b и в области низких частот является постоянной;

- поперечная (вертикальная) компонента состоит из двух независимых составляющих. СПМ первой не зависит от соотношения между «толщиной» и диаметром вихрей (b) и в области низких частот изменяется по «закону плюс два», СПМ второй зависит от b и имеет форму такую же, как СПМ продольной компоненты;

- средние квадраты, оцениваемые по модельным компонентам, были равны между собой, что является свидетельством изотропии моделируемого потока.

3. С практической точки зрения может быть интересным соображение о том, что задавая непосредственно масштаб максимального вихря, с которого начинается автомодельный процесс дробления, мы тем самым указываем масштаб «причины» вихреобразования (диаметр винта судна, сопла, из которого вырывается струя, и т. п.), делая процесс формирования флуктуаций исследуемой среды более «наглядным», а задание исходных данных более простым.

4. Не исключено, что в реальных потоках, порожденных разными механизмами (винтом судна, струей, проходящей через решетку специальной конструкции, и т.п.), вихри будут иметь разную форму. Тогда соотношения между СПМ компонент на характерных масштабах для разных механизмов будут разными (как это имело место при изменении отношения b у модельных компонент), и их можно будет использовать для определения «причины» вихреобразования.

5. Немаловажным для практических приложений представляется также свойство модели задавать границы потока границами вихрей, позволяя моделировать поток с шириной, практически равной максимальному масштабу флуктуаций, снимая тем самым проблему корректного сопряжения сигнала на границе участков с разными спектральными характеристиками, причем в условиях, когда длины участков равны максимальному периоду моделируемых флуктуаций.

Предложенная модель может быть полезна при исследовании устойчивости систем автоматического управления летательных аппаратов (в частности, динамики аппарата при пересечении своего или чужого турбулентного следа), а также при разработке систем классификации экологического мониторинга водных объектов таких, как следы барж, танкеров, очистных стоков и тому подобных турбулентных течений.

Литература

1. Козловский Б. В. и др. Принципы организации комплексного стенда для отработки функциональных структур систем одного класса // Вопросы кораблестроения. 1982. Вып. 41. С. 6—10.
2. Быков В. В. Цифровое моделирование в статистической радиотехнике. М.: Советское радио, 1971. 328 с.
3. Бодяков Г. И. и др. Статистический анализ перемежающейся турбулентности в океане // Изв. АН СССР ФАО. 1977. № 1. С. 105—108.
4. Гусева Е. П. Разработка и исследование алгоритмов обработки и моделирования сигналов гидрофизических информационных систем. Дис. ... канд. техн. наук. СПб.: 2009. 333 с.
5. Гусев А. В. и др. Имитационная модель гидрофизического сигнала // Вопросы кораблестроения. 1981. Вып. 40. С. 60—70.

6. *Тихеева А. М.* и др. Моделирование сигнала трехкомпонентного преобразователя пульсаций скорости в вихревом поле // *Судостроительная промышленность*. 1991. Вып. 15. С. 19—24.
7. *Теннекес Г.* Турбулентность: диффузия, статистика, динамика спектров // *Турбулентность. Принципы и применения* / Под ред. У. Фроста, Т. Моулдена. М.: Мир, 1980. С. 153—156.
8. *Хинце И. О.* Турбулентность. Ее механизм и теория. М.: ФМ, 1963. 680 с.

Статья поступила в редакцию 13.11.2013 г.



© *S. F. Fedorov*
JSC «Granite-7», St.-Petersburg, Russia
mail@granit-7.ru

SIMULATION MODELING OF VELOCITY VECTOR COMPONENTS IN AN ISOTROPIC TURBULENT FLOW

A method of modelling of signals of components of the velocity vector sensor that is placed in the stream consisting of whirls with different sizes is suggested. The description of the power spectra of the components is obtained. It is shown that the power spectra of model signals corresponds to the spectra of power components of the velocity vector of isotropic turbulence.

Key words: isotropic turbulence, simulation modeling of the velocity vector components.