Из истории науки

100 лет со дня рождения Исаака Павловича Гинзбурга (1910 – 1979)

Исаак Павлович Гинзбург родился в местечке Монастырщина Смоленской губернии 10 марта 1910 г. После окончания школы в 1927 г. поступил в Ленинградский государственный университет на математико-механическое отделение физико-математического факультета. В те годы на факультете работали видные ученые, научные интересы которых сформировались еще в дореволюционную эпоху. В 1922 г. появилась классическая работа А.А. Фридмана* «Опыт гидромеханики сжимаемой жидкости», ставшая отправным пунктом для большого числа известных исследований. В ней было дано систематическое изложение основных законов движения сжимаемого газа и, в частности, атмосферного воздуха при наличии вращения Земли, притока тепла от Солнца и ночного излучения.

Исаак Павлович успешно окончил университет в 1931 г. Еще студентом он совмещал учебные занятия с работой техника-геодезиста, а затем – инженера. В 1931 г. Гинзбург работал в гидравлическом отделе ЦАГИ, где исследовал вопросы турбулентности и выполнил несколько работ по гидротехническим сооружениям. В 1932 г. он вернулся в Ленинградский университет. В 1932-1935 гг. на кафедре гидроаэромеханики работали И.А. Кибель, А.А. Изаксон, С.А. Христианович, Н.Н. Поляхов, О.Н. Розанов.

Годы учебы в аспирантуре под руководством крупнейших ученых, академика Н.Е. Кочина и И.А. Кибеля, завершились для Гинзбурга защитой кандидатской диссертации на тему «К вопросу о движении реальных газов при больших скоростях». В конце 1930-х годов он опубликовал несколько работ, посвященных исследованию распространения волн взрыва, а также теории корабельных волн и волнового сопротивления. Из множества выполненных Гинзбургом исследований особый интерес представляют две самые ранние работы, посвященные морской гидродинамике и показывающие направленность его научных интересов и подходов к решению прикладных задач на первом этапе научной деятельности.

Первая работа **«К теории корабельных волн и волнового сопротивления»** [1] была доложена Гинзбургом в мае 1936 г. на волновой конференции при ЦАГИ в Москве и опубликована в «Ученых записках ЛГУ» в 1939 г. (редактор выпуска – проф. К.И. Страхович). В статье изложены известные теории Мичелля и Хэвелока; Гинзбург дополняет результат Хэвелока, указывая способ определения величины σ – плотности системы источников, непрерывно распределённых вдоль поверхности, что позволяет использовать зависимость, полученную Хэвелоком, для определения потенциала Φ – абсолютного движения жидкости вследствие волнообразования. Основное содержание статьи заключается в решении задачи о корабельных волнах для общего случая и в выводе зависимостей для волнового сопротивления корабля.

---

*Александр Александрович Фридман (1888-1925) был главой школы гидромехаников, из которой вышли такие крупнейшие ученые, как академики Н.Е. Кочин (1901-1944), П.Я. Полубаринова-Кочина (1899-1999), член-корр. АН СССР И.А. Кибель (1904-1970), профессор Л.Г. Лойцянский (1900-1991) и др.

В постановке задачи оси координат выбраны таким образом, что ось x ориентируется по направлению движения твердого тела (корабля), ось z – противоположна направлению силы тяжести; начало координат располагается на свободной поверхности жидкости. При движении тела жидкость выходит из равновесия из-за чего возникает волновое движение. Задача сводится к определению потенциала Ф абсолютного движения жидкости вследствие волнообразования $\Delta\Phi = 0$ при $z = 0$ (на свободной поверхности):

$$\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2} + k_0\frac{\partial\Phi}{\partial z} = 0,$$

где $k_0 = g / v_0^2$; v_0 – скорость корабля; условие на погруженной поверхности корабля:

$$\left.\frac{\partial\Phi}{\partial n}\right|_S = v_n.$$

Условие на бесконечности:

$$\left.\frac{\partial\Phi}{\partial n}\right|_{S_1} = 0,$$

где S_1 – поверхность неподвижных стенок.

Далее анализируется решение Мичелля [2] и Хэвелока [3]. Первый упрощает задачу, принимая поверхность судна за пластинку, наклоненную под малым углом a к плоскости xOz. Решение задачи ищется в виде ряда Фурье:

$$\Phi = \sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty} a_{mn}\cos(az - h)\cos(mx + \alpha)\cos(py + \beta),$$

коэффициенты и постоянные которого подбираются таким образом, чтобы удовлетворялось уравнение Лапласа и граничные условия.

В работе Хэвелока используется уравнение движения жидкости с дополнительным членом, учитывающим силы внутреннего трения в форме Ламба (H. Lamb) $\mu\overline{\nu}$.

Считая волнообразование безвихревым, для потенциала Ф можно получить уравнение Лапласа, которое должно удовлетворять граничным условиям на поверхности $(z = 0, k_0 = g / v_0^2)$: $\partial^2\Phi / \partial x^2 + k_0\partial\Phi / \partial z - \mu\partial\Phi / \partial x = 0$; на твердых стенках: $\partial\Phi / \partial n = v_n$.

Решение задачи по Хэвелоку ищется в виде действительной части интеграла Фурье. В выражении для искомого потенциала Ф необходимо определить величину σ – плотность непрерывно распределенной системы источников вдоль поверхности тела S, которая заменяет поток, получающийся от движения этого тела. Предлагается использовать для этой цели условие на поверхности S тела: $\partial\Phi / \partial n = v_n$. В результате для определения величины $\sigma = \sigma(S)$ получается интегральное уравнение Фредгольма второго рода:

$$\nu_n = -2\pi\sigma - \int_s \frac{\sigma}{r_1^2}\cos(r_1, n)dS + \int_s \frac{\sigma}{r_2^2}\cos(r_2, n)dS -$$

$$-\frac{k_0}{\pi} R\frac{\partial}{\partial n}\int_s \sigma dS\int_{-\pi}^{\pi}\sec^2\Theta d\Theta\int_0^{\infty}\frac{exp\,(-k(f - z) + ik\overline{w})}{k - k_0\sec^2\Theta + i\mu\sec\Theta}dk.$$

Последним уравнением полностью определяется задача.

При определении волнового сопротивления Хэвелоком его значение принимается равным предельному значению диссипации энергии жидкости при $\mu' \to 0$. Диссипация (рассеяние) энергии жидкости определяется в виде $D = 2\mu' T$, где T – кинетическая энергия всей жидкости. Тогда волновое сопротивление корабля имеет вид:

$$Rv_0 = \lim_{\mu' \to 0} 2\mu' T.$$

Так как $T = 1/2\rho \int_V (\partial\Phi/\partial x)^2 dV$, то для величины R получается окончательно следующее выражение:

$$R = 8\pi k_0^2 \rho \int_{-\pi/2}^{\pi/2} (P^2 + Q^2) \sec^3\Theta d\Theta,$$

где P и Q вычисляются с помощью интегралов по поверхности S:

$$P = \int_S \sigma \, exp\,(kf \sec^2\Theta) \cos\left\{k_0 \left(x_1 \cos\Theta + y_1 \sin\Theta\right) \sec^2\Theta\right\} dS,$$

$$Q = \int_S \sigma \, exp\,(kf \sec^2\Theta) \sin\left\{k_0 \left(x_1 \cos\Theta + y_1 \sin\Theta\right) \sec^2\Theta\right\} dS.$$

Частный случай (решение Мичелля) получается при $2\pi\sigma = \nu_0 \partial y/\partial n$.

Основное содержание статьи составляет решение задачи на основе уравнений Эйлера. Искомый *потенциал корабельных волн* (введенный автором) Φ приводится к виду:

$$\Phi = \int_S \sigma \left(\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{x - x_1}{y - y_1 + r_1} - \frac{x - x_1}{y - y_1 + r_2} \right) + k_0 \left(\frac{z - z_1}{y - y_1 + r_2} - \frac{z + z_2}{y - y_1 + r_2} \right) \right) dS,$$

где x_1, y_1, z_1 – точки на поверхности корабля. Для определенности решения необходимо найти функцию σ. Как уже отмечалось, для этого используется условие на поверхности тела (корабля). Предварительно автором формулируются и доказываются следующие теоремы.

1. Корабельный потенциал Φ существует во всем пространстве, включая поверхность F корабля, если поверхность подводной части удовлетворяет условию $\partial F/\partial x \neq 0$.
2. Корабельный потенциал Φ – непрерывная функция координат точек поверхности и всей рассматриваемой области, при этом σ – ограниченная функция координат поверхности.
3. Производные от корабельного потенциала Φ существуют и имеют определенные значения во всем пространстве за кораблем, включая его поверхность, если на поверхности подводной части корабля $\partial F/\partial x \neq 0$.
4. Корабельный потенциал Φ удовлетворяет уравнению Лапласа во всем пространстве, кроме поверхности корабля.
5. Нормальная производная корабельного потенциала Φ существует на поверхности S и не терпит разрыва при приближении к поверхности.

Используя сформулированные теоремы для полного решения задачи, из условия для потенциала Φ на поверхности $\partial\Phi/\partial n_e = \nu_n$. следует интегральное уравнение Фредгольма второго рода для определения функции σ:

$$\frac{\partial\Phi}{\partial n_e} = \nu_n = \frac{\partial}{\partial n} \left(\int_S \sigma \left(\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) + k_0 \left(\frac{z - z_1}{x - x_1 + r_1} - \frac{z + z_1}{x - x_1 + r_2} \right) \right) dS \right) + 2\pi\sigma.$$

Решение уравнения можно получить методом последовательных приближений.

Полное сопротивление корабля при его движении складывается из сопротивления трения воды по поверхности корпуса корабля, из сопротивления давления и волнового сопротивления. Последнее обуславливается тем, что изменения уровня воды, вызванные разностью давления, распространяются в виде волн. Энергия, уносимая этими волнами, является некоторой частью энергии корабля.

Таким образом, величина волнового сопротивления связана с потоком энергии, переносимым волнами сквозь контрольную поверхность, связанную с кораблем. Выражение для силы сопротивления выводится для двух случаев: а) волны от корабля распространяются по всем направлениям; б) движение корабля сопровождается только расходящимися волнами. В первом случае волновое сопротивление R обуславливается разностью давления на стенки корабля, вследствие наличия свободной поверхности. Тогда $R = \int_S \delta p_e \cos(n_e x) dS$, где δp_e – избыточное давление, полученное в результате волнового движения, S – поверхность погруженной части корабля; n_e – внешняя нормаль.

Из уравнения Бернулли следует, что:

$$\delta p_e = -\rho \nu_0 \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)_e - \frac{1}{2} \rho \left(\nabla \Phi_e \right)^2;$$

тогда:

$$R = -\int_S \left(\rho \nu_0 \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)_e + \frac{1}{2} \rho \left(\nabla \Phi_e \right)^2 \right) \cos(n_e, x) dS.$$

Пренебрегая бесконечно малыми третьего порядка и считая $\cos(n_e, x) = \alpha$ также малой величиной, можно получить выражение для сопротивления в виде:

$$R = -\left(\int_S \rho \nu_0 2\pi\sigma\alpha^2 dS + \int_S \rho \nu_0 \frac{\partial \Phi}{\partial x} \alpha dS \right),$$

где функция $\sigma = \nu_0 \alpha / 2\pi$ в первом приближении.

Приведенные зависимости для R были получены в результате интегрирования избыточного давления по поверхности погруженной части корабля. Другой подход состоит в использовании интегрального закона количества движения, который в данном случае применяется к контрольному объему жидкости. Объем выбирается в форме параллелепипеда, верхней гранью которого является свободная поверхность жидкости, в центре которой имеется выемка, форма и размеры которой повторяют геометрические характеристики погруженной части корабля. Сила волнового сопротивления равна, очевидно, силе реакции со стороны жидкости на погруженную часть корабля. Следует отметить, что сила реакции учитывает и давление, и трение на погруженной части тела (корабля):

$$\overline{R} = \int_V \rho \overline{F}_m dV + \int_{F_1} p \overline{n}_i dF_1 - \int_F \rho u_{n_e} \overline{u} dF - \frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho \overline{u} dV,$$

где ρ – плотность, $\overline{F}_m$ – вектор единичной массовой силы, p – давление, F – площадь, F_1 – площадь контрольной поверхности без площади поверхности погруженной части тела, V – контрольный объем, $\overline{n}_i$ – внутренняя нормаль к поверхности, $\overline{n}_e$ – внешняя нормаль, u – скорость жидкости. Величина $R = R_x$ определяется с учетом уравнения Бернулли $p = -\rho g z - 1/2 \rho u^2$ и соотношений для составляющих скорости $u_x = -\nu_0 + \Phi_x$; $u_y = \Phi_y$; $u_z = \Phi_z$.

Во втором случае (расходящиеся волны) величина волнового сопротивления определяется из уравнения энергии. При движении корабля со скоростью ν_0 на расстоянии a за ним образуется количество волновой энергии $E = T + U$, где T и U – соответственно кинетическая и потенциальная энергия волн. Оно образуется за счет той энергии жидкости, которая перенесена волнами $-W$, и за счет работы сил волнового сопротивления за единицу времени будет $R\nu_0$. Согласно закону сохранения энергии:

$$R\nu_0 = E - W = T + U - W,$$

где $T = \nu_0 \int\limits_{\tau}^{\tau+1} dt \int\limits_{-\infty}^{\infty} dy \int\limits_{-\infty}^{0} \frac{1}{2}\rho\left(\nabla\Phi\right)^2 dz$, $U = \nu_0 \int\limits_{\tau}^{\tau+1} dt \int\limits_{-\infty}^{\infty} dy \int\limits_{0}^{\zeta} \rho gzdz$, $W = \int\limits_{\tau}^{\tau+1} dt \int\limits_{-\infty}^{\infty} dy \int\limits_{-\infty}^{0} p_1 \nu_x dz$, здесь p_1 – приращение давления вследствие волнового движения:

$$\frac{p_1}{\rho} = \frac{p}{\rho} - \frac{p_0}{\rho} + gz = -\frac{\left(\nabla\Phi\right)^2}{2} - \frac{\partial\Phi}{\partial t} = -\rho\frac{\left(\nabla\Phi\right)^2}{2} - \rho\nu_0\Phi_x.$$

Подставляя полученные значения *T, U, Φ, W* в выражение для *R* и пренебрегая членами третьего порядка малости, получим окончательно:

$$R = \int\limits_{\tau}^{\tau+1} dt \left(\frac{\rho}{2} \int\limits_{-\infty}^{0} dz \int\limits_{-\infty}^{\infty} \left(\Phi \frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2} - \left(\frac{\partial\Phi}{\partial x}\right)^2 \right) dy + \frac{\rho}{2k_0} \int\limits_{-\infty}^{\infty} \left(\left(\frac{\partial\Phi}{\partial x}\right)^2 - \Phi \frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2} \right)_{z=0} dy \right),$$

где $k_0 = g/\nu_0^2$ и $x = -a$. Если считать Φ независимым от времени, то получается зависимость для сопротивления, выведенная Хэвелоком.

Вторая работа **«К теории волнового сопротивления»** [4] была опубликована Гинзбургом в 1944 г. также в «Ученых записках ЛГУ» (ответственный редактор выпуска – проф. Е.Л. Николаи). В статье излагается вывод выражения для сил волнового сопротивления, приведенных в работе Н.Е. Кочина «О волновом сопротивлении и подъемной силе погруженных в жидкость тел», на основе метода Фурье.

Задача об определении потенциала скорости волнового движения, возникающего при движении тела в жидкости, сводится к определению функции φ, удовлетворяющей уравнению Лапласа $\nabla\varphi = 0$ и граничным условиям $\partial^2\varphi/\partial x^2 + k_0\partial\varphi/\partial z = 0$ при $z = 0$; условию $\partial\varphi/\partial n = \nu_n = \nu_0\cos(n,x)$ на заданной поверхности, где ν_n – нормальная составляющая скорости. Кроме того, предполагается, что при $x^2 + y^2 + z^2 \to \infty$ $\operatorname{grad}\varphi$ остается конечным, а при $x \to +\infty$ $\operatorname{grad}\varphi \to 0$.

Система координат составлена следующим образом. Ось *Ox* совпадает с направлением движения, ось *Oz* направлена противоположно направлению силы тяжести, ось *Oy* перпендикулярна к ним. Начало координат *O* помещается на свободной поверхности жидкости.

Решение задачи находится в виде действительной части интеграла Фурье.

С учетом граничного условия имеем:

$$\varphi = \iint\limits_{S} \left(\frac{\sigma}{r_1} - \frac{\sigma}{r_2} \right) dS + \frac{k_0}{\pi} R \iint\limits_{S} \sigma dS \int\limits_{-\pi}^{\pi} d\Theta \int\limits_{0}^{\infty} \frac{\sec^2\Theta\, exp(-k(z_1 - z) + ikw)}{k_0\sec^2\Theta - k} dk,$$

где x_1, y_1, z_1 – координаты точек поверхности твердого тела; $\sigma = \sigma\left(x_1, y_1, z_1\right)$ – плотность распределения источников по поверхности тела; $w = \left(x - x_1\right)\cos\Theta + \left(y - y_1\right)\sin\Theta$; $r_1 = \sqrt{\left(x - x_1\right)^2 + \left(y - y_1\right)^2 + \left(z + z_1\right)^2}$, $r_2 = \sqrt{\left(x - x_1\right)^2 + \left(y - y_1\right)^2 + \left(z - z_1\right)^2}$.

Для определения функции σ используется условие непротекания жидкости через поверхность тела; это условие сводит определение искомой функции к решению интегрального уравнения Фредгольма 2-го рода.

Во второй части статьи выводятся зависимости для определения суммарных гидродинамических сил, действующих на тело, движущееся в жидкости.

Сила воздействия потока на тело определяется выражением $\overline{F} = -\int_S p\overline{n}dS$; $\overline{n}$ – единичный вектор внешней нормали к поверхности, p – давление. Используя уравнение Бернулли, имеем:

$$F = \frac{1}{2}\rho\int\limits_S \nu^2\overline{n}dS + \rho g\int\limits_S z\overline{n}dS,$$

где второй член является архимедовой силой, а первый вычисляется через потенциальные функции, входящие в скорость относительного движения потока по отношению к телу.

После выполнения преобразований для определения составляющих результирующей силы получены следующие выражения:

$$X = -\frac{k_0^2\rho}{2\pi}\int\limits_{-\pi/2}^{\pi/2}\frac{\left|H\left(\frac{k_0}{\cos^2\Theta},\Theta\right)\right|^2}{\cos^3\Theta}d\Theta, \qquad Y = -\frac{k_0^2\rho}{2\pi}\int\limits_{-\pi/2}^{\pi/2}\frac{\left|H\left(\frac{k_0}{\cos^2\Theta},\Theta\right)\right|^2}{\cos^4\Theta}\sin\Theta d\Theta,$$

$$Z = \rho gV - \frac{\rho}{8\pi^2}\int\limits_0^\infty\int\limits_{-\pi}^{\pi}k\left|H(k,\Theta)\right|^2dkd\Theta + \frac{\rho k_0^2}{4\pi^2}\int\limits_{-\pi}^{\pi}v.p.\int\limits_{-\infty}^{1}\left|H\left(\frac{k_0(1-\lambda)}{\cos^2\Theta},\Theta\right)\right|^2\frac{1-\lambda}{\lambda}d\lambda\frac{d\Theta}{\cos^4\Theta}.$$

Как видно из полученных выражений для X, Y, Z, для их определения нужно знать только вид функции Кочина:

$$H(k,\Theta) = -4\pi\int\limits_S \sigma\, exp\left(-kz_1 + ikx_1\cos\Theta + iky_1\sin\Theta\right)dS.$$

В заключительной части статьи показано, как из имеющихся формул для X, Y, Z можно получить формулы Мичелля и формулы для силы сопротивления шара.

С 1944 г. Исаак Павлович занимался актуальными задачами прикладной газодинамики. Будучи заведующим кафедрой аэрогазодинамики и динамики полета Ленинградского военно-механического института и, одновременно, заведующим газодинамической лабораторией на математико-механическом факультете Ленинградского государственного университета, проводит множество пионерских научных исследований и создает большую научную школу (среди его учеников – 123 кандидата наук и свыше 30 докторов наук). К задачам гидродинамики Исаак Павлович периодически возвращался, читал в ЛГУ специальный курс «Теория волн». 26 марта 1979 г. он ушел из жизни, оставив после себя многочисленных последователей.

В монографии [5] подробно изложены основные теоретические результаты, полученные учеными Ленинградского университета, Военно-механического института и отраслевых организаций под руководством И.П.Гинзбурга.

Литература

1. *Гинзбург И.П.* К теории корабельных волн и волнового сопротивления // Уч. зап. ЛГУ. 1939. № 42. Вып.7. С.129–160.
2. *Michell J.H.* The wave resistance of a ship // Phil. Mag. (5) 45 (1898). P.106–123.
3. *Havelock T.H.* The theory of wave resistance // Proc. Roy. Soc. Lond. (A). 138 (1932). P.339–348.
4. *Гинзбург И.П.* К теории волнового сопротивления // Уч. зап. ЛГУ. 1944. № 87. Вып.13. С.135–144.
5. *Акимов Г.А.* Развитие теоретической прикладной газодинамики школой профессора И.П.Гинзбурга. СПб.: Изд-во БГТУ, 2002.