

УДК 532.517.4

И.В.Ткаченко¹, Ю.В.Гурьев²

МОДЕЛИРОВАНИЕ ОБТЕКАНИЯ ТЕЛ ВРАЩЕНИЯ ПОТОКОМ СТРАТИФИЦИРОВАННОЙ ЖИДКОСТИ НА ОСНОВЕ МЕТОДА КРУПНЫХ ВИХРЕЙ (LES)

На основе метода крупных вихрей (LES) исследуется обтекание сферы и эллипсоида вращения потоками однородной и неоднородной по плотности жидкости при больших значениях чисел Рейнольдса и Фруда. Авторами было изучено влияние стратификации на структуру течения, форму турбулентного следа, динамику внутренних волн и интегральные характеристики тел; показано, что при обтекании сферы, расположенной в пикноклине, ширина турбулентного следа уменьшается и в зависимости от значений внутреннего числа Фруда формируется два вида волн. При обтекании эллипсоида, расположенного под пикноклином, продуцируются короткие нерегулярные волны, и происходит увеличение силы сопротивления.

Обтекание движущихся в морской среде тел определяется не только их формой и скоростью движения, но и свойствами самой среды, в частности, поверхностным волнением, скоростью океанских течений и полем плотности (стратификацией). В настоящей работе рассматривается влияние стратификации на гидродинамику тел, которая приводит к возникновению внутренних волн и изменению структуры турбулентного следа.

Одним из наиболее популярных объектов для теоретического исследования взаимодействия тела со стратифицированной средой является сфера. Течение возле сферы хорошо изучено, как для однородных потоков жидкости, так и для стратифицированных. Экспериментально было показано [1-3], что в стратифицированных течениях при умеренных и высоких значениях внутренних чисел Фруда $Fr_i = u/ND$, где u - скорость движения тела, D - диаметр тела, $N = -\frac{g}{\rho_a} \frac{d\rho}{dz}$ - частота плавучести, формируется две волновых системы.

Первая волновая система является стационарной и обусловлена вытеснением масс жидкости собственно телом и формирующимся за ним отрывным пузырем. Вторая волновая система – нестационарная и вызвана крупными вихревыми структурами турбулентного следа. Стратификация не оказывает заметного влияния на крупные вихри в непосредственной близости от сферы. Её воздействие сказывается лишь на удалении от тела, приводя к появлению квазидвумерных горизонтальных турбулентных структур («блинообразных» пятен). Турбулентный след под действием стратификации вырождается, и его вертикальная толщина уменьшается быстрее, чем горизонтальная.

В численных исследованиях влияние неоднородности поля плотности на гидродинамические характеристики тел изучается, как правило, методами потенциального обтекания, когда тело заменяется совокупностью источников и стоков [4-6]. С другой стороны, модели вязкой жидкости на основе уравнений Навье-Стокса успешно применяются для исследования течений за телами в однородных по плотности потоках и, в упрощенном виде, для исследования динамики внутренних волн в стратифицированных течениях [7]. При движении тел с большими числами Рейнольдса $Re = uD/\nu$, где ν - кинематическая вязкость жидкости, соответствующих турбулентному режиму течения, возникает необходи-

¹ Санкт-Петербургский государственный морской технический университет (Санкт-Петербург)

² Военно-морской инженерный институт (Санкт-Петербург)

© И.В.Ткаченко, Ю.В.Гурьев, 2008

мость в моделировании турбулентных потоков. Наиболее популярны модели турбулентности на основе подхода Рейнольдса (RANS), метода крупных вихрей (LES) и гибридного метода (DES), представляющего собой совокупность RANS и LES моделей. Создание гибридных моделей было вызвано попыткой корректного описания течений в пристеночной области на грубых сетках. Для расчетов существенно нестационарных течений, к которым относятся и волновые движения, предпочтительнее использовать LES, который показал ряд преимуществ по сравнению с RANS моделями [8]. Сопоставление LES и DES моделей для расчетов обтекания сферы однородным по плотности потоком проводилось в [9], где было показано, что на мелкой сетке LES лучше воспроизводит структуру обтекания. RANS [10] и LES [11] модели также применялись для изучения течения за эллипсоидом вращения под углом атаки в однородном по полю плотности потоке. RANS позволяет хорошо воспроизвести интегральные гидродинамические характеристики, в то время как на основе LES могут быть получены спектральные характеристики течения. Следует отметить, что моделирование турбулентного обтекания тела стратифицированным потоком жидкости существенно отличается от моделирования однородного по полю плотности течения. Модель турбулентности должна учитывать эффекты анизотропии, обусловленные плавучестью. В настоящей работе предпринимается попытка в полной постановке задачи описать структуру течения ближних следов за сферой и эллипсоидом вращения на основе LES модели с учетом анизотропных эффектов, порожденных стратификацией, и показать основные отличия в структуре потока, создаваемые неоднородностью поля плотности.

Ниже приводятся уравнения метода крупных вихрей, подсеточная модель турбулентности и численная аппроксимация, а также описываются основные результаты расчетов.

Математическая постановка задачи

Основные уравнения и подсеточная модель турбулентности. В предположении, что жидкость несжимаемая уравнения неразрывности, момента и переноса пассивного скаляра в методе крупных вихрей на фильтре шириной Δ в приближении Буссинеска принимают вид

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho_a} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{1}{\rho_a} \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + g_i (\rho - \rho_0), \quad (2)$$

$$\frac{\partial \bar{f}}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{f}}{\partial x_j} = -\frac{\nu}{Sc} \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\partial J_j}{\partial x_j}. \quad (3)$$

Здесь символ $\bar{\bullet}$ означает осредненное по пространству значение переменной, u_i - i -я компонента вектора скорости, p - давление, ρ_a - среднее значение плотности по области, ρ - плотность, ρ_0 - приведенное значение плотности, $g_i = [0, 0, -g]^T$ - вектор ускорения свободного падения, f - пассивный скаляр, представляющий собой безразмерную плотность $f = (\rho - \rho_{\min}) / (\rho_{\max} - \rho_{\min})$, ν - кинематическая вязкость, $Sc = \nu / \eta$ - число Шмидта, η - коэффициент диффузии x_j - декартовы координаты, $j = 1, 2, 3$. Входящие в уравнения (2)-(3) тензор подсеточных напряжений

$$\tau_{ij} = \overline{u_i u_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j \quad (4)$$

и подсеточный поток скаляра

$$J_i = \overline{u_i f} - \bar{u}_i \bar{f} \quad (5)$$

моделируются на основе осредненных полей \bar{u}_i и \bar{f} .

Одной из наиболее известных подсеточных моделей турбулентности является модель Смагоринского [12], согласно которой турбулентные потоки на основе градиентно-диффузионной гипотезы представляются в виде

$$\tau_{ij} = -2(C_s \Delta)^2 |\bar{S}| f^*(Ri) \bar{S}_{ij}, \quad (6)$$

$$J_i = -\frac{(C_s \Delta)^2 |\bar{S}| f^*(Ri)}{Sc_t} \frac{\partial \bar{f}}{\partial x_i}, \quad (7)$$

где

$$|\bar{S}| = (2\bar{S}_{ij}\bar{S}_{ij})^{1/2}, \quad \bar{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right), \quad (8)$$

$C_s = 0.07$ - константа Смагоринского, $Sc_t = 0.7$ - турбулентное число Прандтля-Шмидта, $f^*(Ri)$ - функция плавучести, зависящая от числа Ричардсона $Ri = N^2/|S|^2$ [13]. Величина $\nu_t = (C_s \Delta)^2 |\bar{S}|$ представляет собой подсеточную вязкость. Модель Смагоринского является диссипативной и не позволяет описывать обратный поток энергии (от мелких структур к крупным), как, например, динамические модели [14, 15]. Однако, модель (6)-(7) легко распространяется на случай неструктурированных сеток, в отличие от динамических моделей.

Граничные условия. Введем следующую классификацию граничных точек. Под входной (вток) границей будем понимать границу области, состоящей из плоскостей $x = -L/2$, $y = \pm W/2$, $z = \pm H/2$, где L - длина расчетной области, W - ширина расчетной области и H - высота расчетной области. Под выходной (выток) границей области будем понимать плоскость $x = L/2$. В [16] для дозвуковых сжимаемых, а в [17] для несжимаемых течений жидкости показано, что для не вполне параболической системы уравнений, к которым относится (1) - (3), на открытой входной границе должно быть поставлено пять граничных условий: определены три компоненты скорости, ограничен поток подсеточных нормальных напряжений и задан скаляр. На выходной открытой границе должны быть определены четыре граничных условия: задано давление и поток скаляра, а также ограничены потоки поперечных подсеточных напряжений. На твердых поверхностях должны быть поставлены четыре граничных условия: три на поле скорости (условия прилипания) и одно на скаляр (отсутствие потока скаляра сквозь твердую стенку).

Численная аппроксимация. Для решения системы дифференциальных уравнений в частных производных (1) - (3) в настоящей работе используется проекционный метод [18], согласно которому на первом этапе определяются промежуточные значения поля скорости \tilde{u}_i

$$\frac{\tilde{u}_i - \bar{u}_i^{n-1}}{\Delta t} + \bar{u}_j^{n-1} \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho_a} \frac{\partial \bar{p}^{n-1}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \tilde{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{1}{\rho_a} \frac{\partial \tau_{ij}^{n-1}}{\partial x_j} + g_i (\rho^{n-1} - \rho_0), \quad (9)$$

где Δt - временной шаг, n - номер шага по времени. На втором этапе находятся поправки давления δp , которые являются решением уравнения Пуассона, полученного из уравнения неразрывности, которому должно удовлетворять поле скорости на шаге n

$$\frac{\Delta t}{\rho_a} \frac{\partial^2 \delta p}{\partial x_j^2} = \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_j}. \quad (10)$$

Для уравнения (10) должны быть сформулированы дополнительные граничные условия, а именно на всех границах кроме выходной, где определены условия Дирихле, задаются условия Неймана. Далее, по найденным значениям δp корректируются промежуточное поле скорости

$$\frac{\bar{u}_i^n - \tilde{u}_i}{\Delta t} = -\frac{1}{\rho_a} \frac{\partial \delta p}{\partial x_i} \quad (11)$$

и давление

$$\bar{p}^n = \bar{p}^{n-1} + \delta p. \quad (12)$$

В пространственной области Ω дискретизация осуществляется на основе проекционного метода Петрова-Галеркина на конечных элементах в форме тетраэдра. В качестве локальной интерполяционной функции на элементе используется линейное представление

$$L_i^e = (a_i + b_i x_1 + c_i x_2 + d_i x_3) / 6\Omega_\Delta^e, \quad (13)$$

где a_i, b_i, c_i, d_i - коэффициенты разложения, Ω_Δ^e - объем тетраэдра. Функция проекционно-го базиса, удовлетворяющая условию ортогональности интерполяционному базису, берется в виде [19]

$$W_i^e = 4L_i^e - 1. \quad (14)$$

Аппроксимация (12)-(13) позволяет получить второй порядок точности представления пространственных производных.

Для решения системы линейных алгебраических уравнений используется метод сопряженных градиентов с векторизацией алгоритма на основе библиотек LAPACK и BLAS.

Результаты расчетов. Расчеты были выполнены для двух тел: сферы и эллипсоида вращения. Характерное значение числа Шмидта в обоих случаях составляло $Sc = 1000$. Было принято, что центр сферы располагается в пикноклине. Центр эллипсоида вращения помещен под пикноклином таким образом, что его носовая оконечность располагается внутри пикноклина. Вне пикноклина профиль плотности полагается постоянным. Распределение плотности внутри пикноклина определяется линейным законом, пропорциональным частоте плавучести N . Для расчетов использовались неструктурированные расчетные сетки, состоящие из 1.78 миллионов ячеек для случая обтекания сферы и 1.85 миллионов ячеек для случая обтекания эллипсоида вращения. Вблизи твердых стенок осуществлялось сгущение сеточных узлов, исходя из требования прямого разрешения пристеночной области течения [20], то есть обеспечивалось 80 %-ное разрешение энергии потока. Расчеты выполнялись на 16 узлом вычислительном кластере ВМИИ суммарной оперативной памятью 64 Гб.

Структура потока за сферой. Обтекание сферы было исследовано для чисел Рейнольдса $Re = 14062$, $Re = 76000$ и $Re = 1.14 \cdot 10^6$. Полагалось, что значения частоты плавучести составляют $N = 0.3$, что соответствует лабораторным условиям в стратифицированном бассейне [21], и $N \rightarrow 0$, что соответствует обтеканию однородным по плотности потоком жидкости. Соответствующие значения внутренних чисел Фруда равны $Fi = 5$, $Fi = 40$, $Fi \rightarrow \infty$.

Структура потока и турбулентного следа в зависимости от значений внутреннего числа Фруда представлена на рис. 1. Характерные картины мгновенных линий тока вблизи сферы практически идентичны, как в стратифицированном, так и в однородном потоке жидкости (рис. 1, а). В результате неустойчивости Кельвина-Гельмгольца в потоке за сферой формируются вторичные (мелкие) вихри, то есть развитие малых возмущений приводит к дополнительным осцилляциям. Вихревые структуры, образующиеся за телом, имеют кластерный характер, то есть представляют собой совокупность вихрей различного масштаба. Область распространения поля турбулентной вязкости и поля турбулентной кинетической энергии вниз по потоку уменьшается с уменьшением значений внутренних чисел Фруда (рис. 1, б-г). Это обусловлено демпфированием силой плавучести вертикальных турбулентных пульсаций. В зоне вырождения след имеет квазидвумерную в горизонтальном плане структуру, что хорошо согласуется с данными экспериментальных наблюдений.

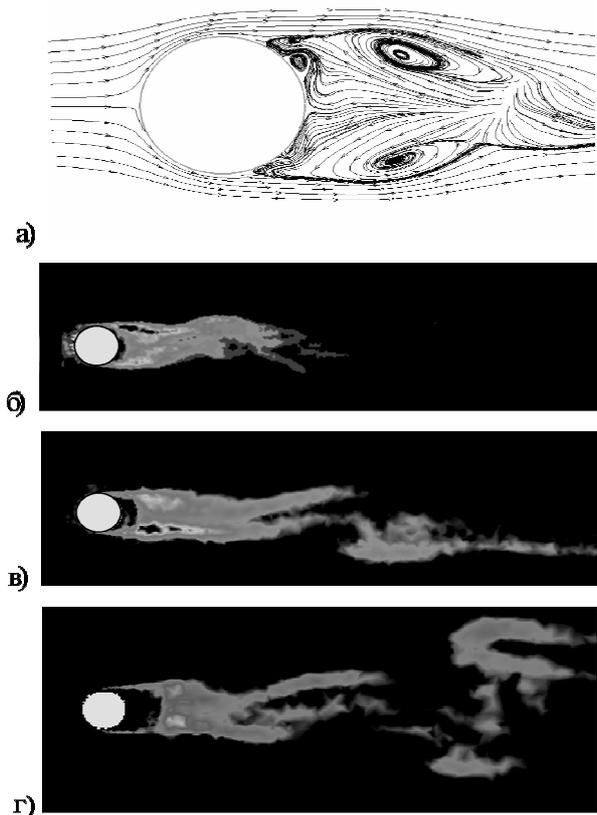


Рис. 1. Структура потока за сферой. Вертикальный разрез. а - Мгновенные линии тока, $Re = 14062$, $Fi = 5$. Мгновенные поля турбулентной вязкости: б - $Re = 14062$, $Fi = 5$; в - $Re = 76000$, $Fi = 40$; г - $Re = 1.14 \cdot 10^6$, $Fi \rightarrow \infty$

в каждой точке потока, который планируется провести в дальнейшем. Топология вынужденных внутренних волн зависит от значений Fi . В случае малых чисел Фруда образуются квазидвумерные внутренние волны, гребни которых ориентированы поперек потока (рис. 2, а). При больших Fi наблюдаются нерегулярные волны с гребнями, ориентированными вдоль кильватерного следа (рис. 2, б).

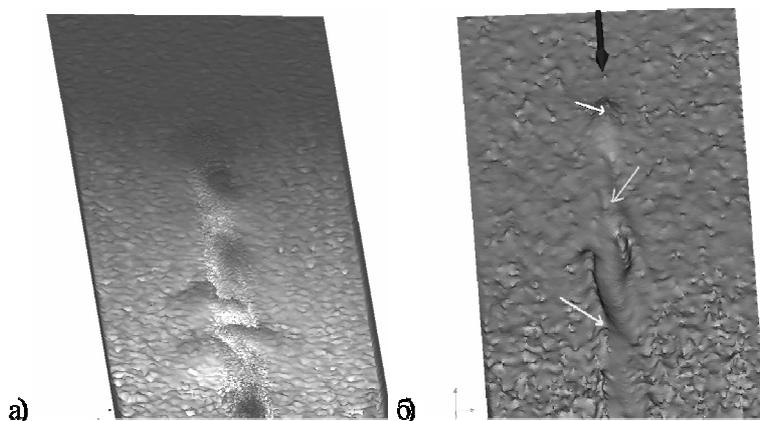


Рис. 2. Мгновенные изопикнические поверхности, $f = 0.2$: а - $Fi = 5$; б - $Fi = 40$

согласуется с тенденцией, наблюдаемой в эксперименте [21]. В целом, полученные значения коэффициентов сопротивления, как для случая однородной по плотности жидкости,

Анализ изопикнических поверхностей показывает, что в непосредственной близости от сферы формируется стационарная волна – волновой пузырь по классификации [1], – вызванная собственным телом и отрывом потока за ним (рис. 2). Ниже по течению структура поля плотности имеет сложный характер, обусловленный вихреволновым взаимодействием, что также соответствует результатам работы [1]. Имеет место как волновое движение, так и турбулентное перемешивание, обусловленное дроблением вихрей и опрокидыванием внутренних волн. Отклонения изопикнической поверхности, представляющие собой квазирегулярные структуры и по своим масштабам сопоставимые с размером тела, могут интерпретироваться как внутренние волны, так как подобные структуры могут существовать только в условиях устойчивой стратификации при числах Ричардсона больше критических. В противном случае, как показано в [22], изопикническая поверхность должна иметь хаотический вид. Для более детальной классификации типов движения необходим дополнительный анализ

Результаты расчетов интегральных характеристик сферы представлены в табл. 1. Значение коэффициента сопротивления сферы $C_D = \frac{R_D}{0.5 \rho u^2 \pi D^2 / 4}$, где

R_D - сила сопротивления, при числе $Re = 14062$ в стратифицированной среде ($Fi = 5$) меньше на 5.6 % по сравнению со значением в однородной по плотности жидкости ($Fi \rightarrow \infty$), что

так и для случая стратифицированной жидкости, удовлетворительно согласуются с экспериментальными значениями.

Таблица 1

Коэффициент сопротивления C_D сферы в однородной и стратифицированной средах

	Однородная среда		Стратифицированная среда	
	$C_D^{расч}$	$C_D^{эксп}$ [21], [9]	$C_D^{расч}$	$C_D^{эксп}$ [21]
$Fi \rightarrow 5, Re = 14062$	0.36	0.4	0.34	0.377
$Fi \rightarrow \infty, Re = 1.14 \cdot 10^6$	0.18	0.12 - 0.18	-	-

Структура потока за эллипсоидом вращения удлинением 1:6, расположенного под углом атаки 30°. Обтекание эллипсоида вращения удлинением 1:6, расположенного под углом атаки 30 градусов, исследовалось для числа Рейнольдса $Re = 4.2 \cdot 10^6$ в однородной по плотности жидкости ($Fi \rightarrow \infty$) и в потоке стратифицированной жидкости, $Fi = 17.3$.

Рассчитанные мгновенные линии тока показаны на рис. 3. Картина отрыва хорошо согласуется с результатами расчетов других авторов [10, 11]. Как в стратифицированной, так и однородной по плотности среде с подветренной стороны тела на расстоянии $0.1L$, где L - длина эллипсоида, от носика наблюдается формирование отрывных вихрей, которые в кормовой оконечности сворачиваются в пару вихревых жгутов.

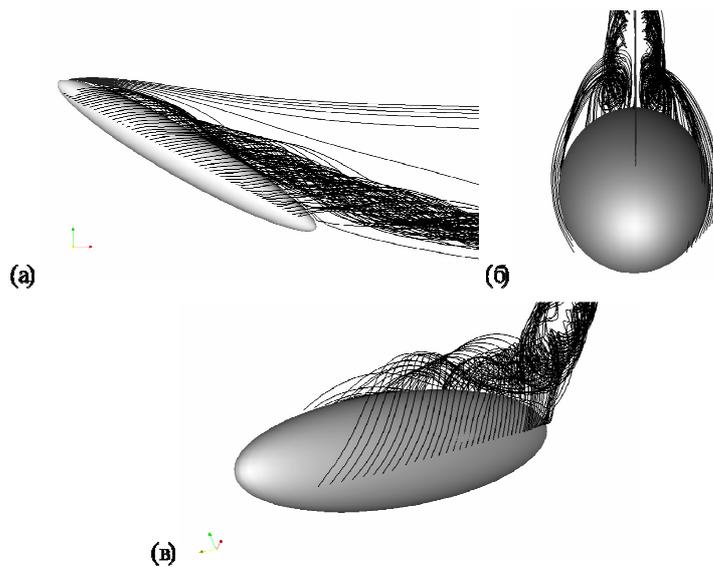


Рис. 3. Мгновенные линии тока при обтекании эллипсоида вращения удлинением 1:6, расположенного под углом атаки 30°, $Fi = 17.3$

в пикноклине отмечается появление нерегулярных возмущений, которые можно, с одной стороны, ассоциировать с короткими вынужденными внутренними волнами, с другой стороны, с турбулентным характером размывания пикноклина (смещением). Последнее представляется более реалистичным, так как хаотичность изопоикн свидетельствует о превалировании турбулентного характера движения.

Структура турбулентного следа при внутреннем числе Фруда $Fi = 17.3$ имеет незначительные отличия от турбулентного следа в однородной по плотности жидкости (рис. 4). Наблюдается слабо выраженное вертикальное поджатие турбулентного следа. Незначительное влияние стратификации может быть обусловлено двумя причинами: большим значением числа Фруда и особенностью расположения эллипсоида по отношению к пикноклину, фактически под ним, когда имеет место слабая неоднородность поля плотности. При этом, как показывает анализ поля плотности, часть легкой жидкости затекает на подветренную сторону корпуса эллипсоида (рис. 5). В пикноклине

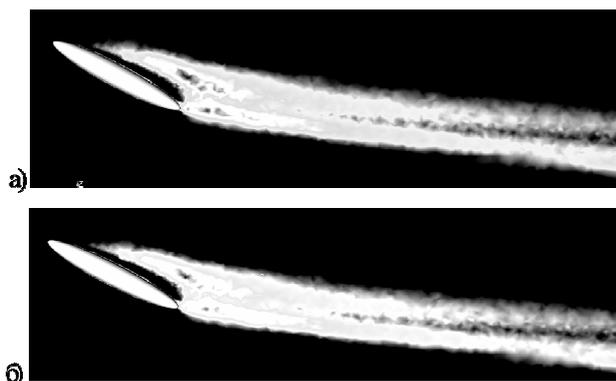


Рис. 4. Структура поля турбулентной вязкости за эллипсоидом удлинением 1:6, расположенного под углом атаки 30°: а - $Fi = 17.3$; б - $Fi \rightarrow \infty$. Вертикальный разрез

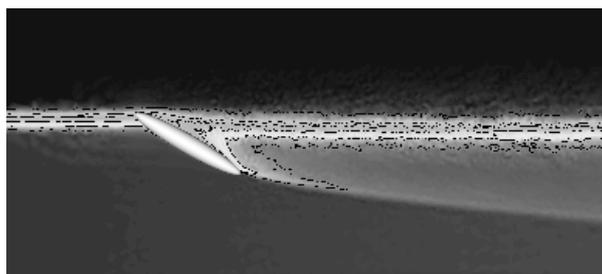


Рис. 5. Мгновенное поле плотности при обтекании эллипсоида удлинением 1:6, расположенного под углом атаки 30°. Вертикальный разрез

Несмотря на незначительную неоднородность поля плотности вблизи эллипсоида, стратификация приводит к увеличению коэффициента сопротивления $C_D = \frac{R_D}{0.5\rho u^2 L^2}$ на 4.9 % (в отличие от сферы, где C_D уменьшается на 5.6 %). В то же время, коэффициент подъемной силы $C_L = \frac{R_L}{0.5\rho u^2 L^2}$, где R_L - подъемная сила, уменьшается незначительно на 0.35 % (табл. 2).

Таблица 2

Коэффициенты сопротивления C_D и подъемной силы C_L эллипсоида вращения удлинением 1:6, расположенного под углом атаки 30°, в однородной и стратифицированной средах

	$C_D^{расч}$	$C_D^{эксп}$	$C_L^{расч}$	$C_L^{расч}$ [10]	$C_D^{эксп}$ [10]
$Fi = 17.3, Re = 4.2 \cdot 10^6$	0.0149	-	0.0283	-	-
$Fi \rightarrow \infty, Re = 4.2 \cdot 10^6$	0.0143	-	0.0284	0.0234	0.0285

В целом, полученные значения интегральных характеристик хорошо согласуются с имеющимися экспериментальными данными.

На основе метода крупных вихрей (LES) произведено моделирование обтекания сферы и эллипсоида вращения удлинением 1:6, расположенного под углом атаки 30 градусов, потоками однородной и неоднородной по плотности жидкости. Результаты расчетов хорошо согласуются с данными экспериментальных исследований. Неоднородность поля плотности приводит к изменению структуры дальнего турбулентного следа, происходит его поджатие. Для сферы, расположенной в пикноклине, помимо турбулентного перемешивания наблюдается волновое движение, о появлении которого свидетельствует квазирегулярная структура отклонений изопикнической поверхности, характерные геометрические масштабы которых сопоставимы с размером тела. При малых значениях Fi формируются квазидвумерные вынужденные внутренние волны. Их гребни ориентированы поперек потока. В случае больших Fi появляются нерегулярные вынужденные внутренние волны с гребнями, ориентированными вдоль кильватерного следа. Для эллипсоида вращения, центр которого расположен под пикноклином, а носовая оконечность внутри него, отмечается затекание легкой жидкости на подветренную сторону корпуса. Наличие стратификации приводит к изменению интегральных характеристик тел. На малых числах

Фрудах коэффициент сопротивления сферы уменьшается на 5.6 %. Коэффициент сопротивления эллипсоида в случае умеренных чисел Фруда возрастает на 4.9 %.

Summary

Density homogenous and non-homogenous fluid flows around a sphere or ellipsoid of revolution at high Reynolds and Froud numbers are studied on the basis of the vortex added-mass (LCS) method. The stratification influence upon the flow structure, shape of turbulent wake, dynamics of internal waves and integral characteristics of bodies are investigated. It has been shown that for the flow around a sphere located in the pycnocline the width of turbulent wake decreases and two types of waves are generated depending upon the internal Froud number values. In case of flows around an ellipsoid located under the pycnocline, short non-regular waves are produced and the drag force increases.

Литература

1. Чашечкин Ю.Д. Гидродинамика сферы в стратифицированной жидкости // МЖГ. 1989. № 1. С.3-9.
2. Hopfinger E.J., Flor J.-B., Chomaz J.-M., Bonneton P. Internal waves generated by a moving sphere and its wake in a stratified fluid // Experiments in Fluids. 1991. N 11. P.255-261.
3. Spedding G.R. The evolution of initially turbulent bluff-body wakes at high internal Froude number // J. Fluid Mech. 1997. V.337. P.283-301.
4. Lighthill J. Waves in fluids. Cambridge University Press. 1978.
5. Keller J.B., Munk W.H. Internal wave wakes of a body moving in a stratified fluid // Physics of Fluids. 1970. V.13. N 6. P.1425-1431.
6. Городцов В.А., Теодорович Е.В. Излучение внутренних волн периодически движущимся источником // ПМТФ. 1983. № 4. С.81-87.
7. Vlasenko V., Alpers W. Generation of secondary internal waves by the interaction of an internal solitary wave with an underwater bank // J. Geophys. Res. 2005. V.110. C02019, doi: 10.1029/2004JC002467.
8. Tkachenko I., Kornev N., Jahnke S., Steffen G., Hassel E. Performances of LES and RANS models for simulation of complex flow in coaxial jet mixer // Flow. Turbulence and Combustion. 2007. N 78(2). P.111-127.
9. Constantinescu G., Squires K. Numerical investigation of flow over a sphere in the subcritical and supercritical regimes // Phys. Fluids. 2004. V.16, N 5. P.1449-1466.
10. Kim S.E., Shin H.R., Cokljat D. The prolate spheroid separates turbulence model // Fluent News. Turbulence. 2005.
11. Wikstroem N., Svennberg U., Fureby C. Large Eddy Simulation of the flow around an inclined prolate spheroid // Journ. of Turbulence. 2004. N 5. P.29.
12. Smagorinsky J. General circulation experiment with primitive equations. I. The basic experiment // Mon. Weather Rev. 1963. N 91. P.99-164.
13. Lilly D.K. On the numerical simulation of buoyant convection. Tellus. 1962. V.14. N 2. P.148.
14. Germano V., Piomelli U., Moin P., Cabot W. A dynamic subgrid-scale eddy viscosity model // Phys. Fluids A. 1991. N 3. P.1760-1765.
15. Zang Y., Street R.I., Kozeff J.R. A dynamic mixed subgrid-scale model // Phys. Fluids A. 1993. N 5. P.3186-3196.
16. Poinso T.J., Lele S.K. Boundary Conditions for Direct Simulations of Compressible Viscous Flows // Journ. Comput. Physics. 1992. V.101. P.104.
17. Андросов А.А., Вольцингер Н.Е. Пролиты мирового океана общий подход к моделированию. СПб.: Наука, 2005.
18. Белоцерковский О.М. Численное моделирование в механике сплошных сред. М.: Физ.-мат. лит, 1994.
19. Шахверди Г.Г. Ударное взаимодействие судовых конструкций с жидкостью. Л.: Судостроение, 1993.
20. Pore S.B. Turbulent Flow. Cambridge Uni. Press. 2005.
21. Шишикина О.Д. Сравнение коэффициентов сопротивления тел, движущихся в жидкостях с различными профилями стратификации // МЖГ. 1996. № 4. С.4-11.
22. Carnevale G.F., Bricolini M., Orlandi P. Buoyancy - to inertial-range transition in forced stratified turbulence // J. Fluid Mech. 2001. V.427. P.205-239.

Статья поступила в редакцию 09.11.2007 г.