

УДК 551.466.86

*С.Ф.Доценко<sup>1</sup>, Н.А.Миклашевская<sup>1</sup>*

## ГЕНЕРАЦИЯ СЕЙШ В НЕОДНОРОДНОЙ ЖИДКОСТИ ПЕРЕМЕЩАЮЩИМСЯ ФРОНТОМ АТМОСФЕРНОГО ДАВЛЕНИЯ

В рамках теории длинных волн рассмотрена плоская задача о генерации поверхностных и внутренних сейш в двухслойной жидкости перемещающимся барическим фронтом. Для ограниченного вращающегося бассейна переменной глубины она решается численно методом конечных разностей. При прохождении фронта в бассейне возбуждаются баротропные и бароклинные волны, амплитуды которых зависят от характеристик фронта (интенсивности, скорости переноса, ширины) и параметров стратификации. Существует скорость перемещения фронта, при которой генерация внутренних волн наиболее эффективна. После выхода фронта за пределы бассейна формируется пакет внутренних волн, распространяющийся от одной боковой границы бассейна к другой. Уменьшение ширины и увеличение скорости барического фронта повышают эффективность генерации внутренних сейш.

Сейши – свободные стоячие гравитационные волны в замкнутых или полужамкнутых бассейнах [1-4]. Периоды сейш охватывают диапазон от нескольких минут до нескольких десятков часов, амплитуды, как правило, не превышают одного метра. Сейши наблюдаются во всех озерах, замкнутых морях, бухтах, заливах и искусственных водоемах. Разнообразие сейш – тягун в портах, представляющий собой опасные для судов сильные периодические течения.

В качестве внешних факторов, приводящих к образованию поверхностных (баротропных) сейш, могут выступать [5]: неравномерное по пространству и изменяющееся со временем поле атмосферного давления; ветровые воздействия на поверхность жидкости; резкие изменения уровня жидкости в некоторых частях водоема, приток или отток воды, выпадение обильных осадков (дождя, града); сейсмотектонические подвижки дна [6]; внутренние волны, например, приливные при отражении от глубоководной кромки шельфа [7].

Сейши, действуя продолжительное время, которое, например, достигает 80-90 % безледоставного периода для таких озер как Байкал и Балхаш [5], вносят ощутимый вклад в изменчивость гидродинамических полей. Сейши сопровождаются течениями, измерение которых позволяет идентифицировать сейши и изучать их свойства [5, 8]. Сейши влияют на перенос вещества и перемешивание в морской среде, перераспределение химических и биологических веществ. Значительная роль в этих процессах отводится плотностной стратификации. Тем самым, теоретическое и экспериментальное изучение сейш с учетом вертикальной неоднородности жидкости (бароклинности) – важное направление современных океанологических исследований.

Пространственная структура и параметры длинных стоячих внутренних волн (внутренних сейш) в замкнутых и полужамкнутых бассейнах зависят от геометрии бассейна и плотностной стратификации. Несмотря на то, что первое теоретико-экспериментальное исследование структуры внутренних сейш и связанных с ними течений в озерах было выполнено около ста лет назад [9], бароклинные сейши изучены в значительно меньшей степени, чем баротропные. Во многих теоретических работах анализ бароклинных сейш в бассейнах переменной глубины проводился в рамках двухслойных, иногда трехслойных

<sup>1</sup> Морской гидрофизический институт НАН Украины (Севастополь)

моделей среды с постоянными плотностями в каждом слое. Обзор исследований бароклинных сейш дан в работе [10].

Генерация низших баротропных сейш при переносе зон атмосферных возмущений над ограниченными и полузамкнутыми бассейнами подтверждена как данными наблюдений [11-15], так и результатами математического моделирования [16-18]. Возможность возбуждения внутренних сейш при атмосферных воздействиях на вертикально стратифицированную жидкость в ограниченных и полуограниченных бассейнах подтверждают результаты инструментальных измерений колебаний температуры и скорости течения во внутренних слоях бассейна [19-21] и колебаний самой поверхности моря [22]. Вклад внутренних сейш в изменчивость полей скорости и температуры в бассейне нередко является доминирующим [21].

Математические модели, предназначенные для анализа процессов генерации внутренних сейш атмосферными воздействиями в бассейнах переменной глубины, разработаны недостаточно. В равной мере это относится и к моделированию процессов генерации бароклинных сейш движущимися барическими фронтами. Ниже исследуется плоская задача о возбуждении поверхностных и внутренних сейш при прохождении фронта атмосферного давления над ограниченным вращающимся бассейном переменной глубины, заполненным двухслойной жидкостью.

**Математическая модель.** Рассматривается плоская задача о генерации волн в бассейне, занимающем область  $0 \leq x \leq l$ ,  $-H(x) < z < 0$  (рис. 1), где  $x$  – горизонтальная ось;  $z$  – вертикальная координата, отсчитываемая вверх от невозмущенного положения свободной поверхности жидкости  $z = 0$ ;  $H = H(x) > 0$  – переменная глубина бассейна в невозмущенном состоянии;  $l$  – ширина свободной поверхности бассейна. Бассейн заполнен двухслойной жидкостью. Вторая горизонтальная ось  $y$  направлена перпендикулярно плоскости  $Oxz$ . В невозмущенном состоянии толщина верхнего слоя  $h_1 = \text{const}$ , плотность жидкости равна  $\rho_1$ ; толщина нижнего слоя  $h_2 = H(x) - h_1$  зависит от горизонтальной координаты  $x$ , плотность жидкости в нем  $\rho_2 > \rho_1$ .

В качестве генератора волн рассматривается перемещающийся с постоянной скоростью  $C$  по поверхности жидкости в положительном направлении оси  $x$  фронт атмосферного давления. Барический фронт в атмосфере моделируется нестационарным распределением поверхностного давления вида:

$$p_a = p_0 + \Delta p \rho_1 g F(X), \quad X = x - Ct,$$

где  $p_0 > 0$  – среднее значение атмосферного давления, предполагаемое постоянным;  $\Delta p$  – амплитуда возмущений атмосферного давления (в метрах водяного столба);  $g$  – ускорение свободного падения. Безразмерная функция  $F(X)$  удовлетворяет следующим условиям:  $F(X) \rightarrow 0$  при  $X \rightarrow +\infty$ ,  $F(X) \rightarrow 1$  при  $X \rightarrow -\infty$ . Таким образом, под атмосферным фронтом понимается область гладкого перехода от среднего значения  $p_0$  к некоторому другому постоянному значению атмосферного давления  $p_0 + \Delta p \rho_1 g$ . Характерная протяженность зоны существенного горизонтального изменения давления, показанная на рис. 1, выступает в роли ширины  $W$  атмосферного фронта.

Гидростатическое смещение свободной поверхности жидкости, вызванное действием атмосферного давления,

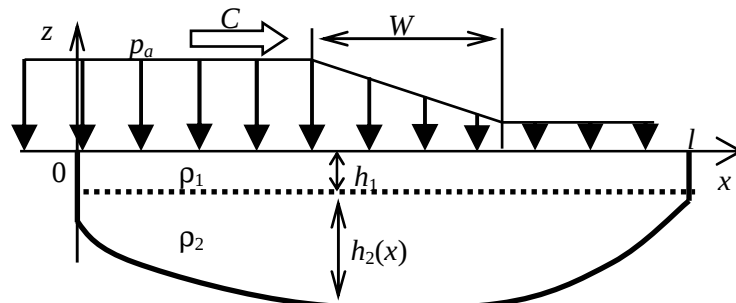


Рис. 1. Схема задачи

определяется по формуле, которая известна в океанологии как приближение "обратного барометра" [2, 23]:

$$z = -\frac{p_a - p_0}{\rho_1 g} = -\Delta p F(X). \quad (1)$$

В рамках нелинейной теории длинных волн, предполагающей распределение давления в жидкости гидростатическим, движение двухслойной жидкости в бассейне переменной глубины с учетом вращения Земли описывается в вертикальной плоскости  $Oxz$  системой шести уравнений [24]:

$$\frac{\partial u_1}{\partial t} + u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} - f v_1 = -g \frac{\partial(\zeta_1 + \tilde{\zeta})}{\partial x}, \quad \frac{\partial v_1}{\partial t} + u_1 \frac{\partial v_1}{\partial x} + f u_1 = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial(\zeta_1 - \zeta_2)}{\partial t} + \frac{\partial[(h_1 + \zeta_1 - \zeta_2)u_1]}{\partial x} = 0; \quad (3)$$

$$\frac{\partial u_2}{\partial t} + u_2 \frac{\partial u_2}{\partial x} - f v_2 = -g \gamma \frac{\partial(\zeta_1 + \tilde{\zeta})}{\partial x} - g \varepsilon \frac{\partial \zeta_2}{\partial x}, \quad \frac{\partial v_2}{\partial t} + u_2 \frac{\partial v_2}{\partial x} + f u_2 = 0, \quad (4)$$

$$\frac{\partial \zeta_2}{\partial t} + \frac{\partial[(h_2 + \zeta_2)u_2]}{\partial x} = 0 \quad (5)$$

с граничными условиями

$$u_{1,2}(0, t) = u_{1,2}(l, t) = 0 \quad (6)$$

на боковых границах бассейна  $x = 0$  и  $x = l$ , являющихся вертикальными твердыми стенками. Условия (6) означают непротекание жидкости через боковые границы в каждом слое. Что касается остальных кинематических и динамических условий на горизонтальных границах слоев жидкости, то они учтены при выводе системы уравнений длинных волн (2)–(5).

Задачу (2)–(6) необходимо дополнить начальными условиями. Предполагается, что в начальный момент времени жидкость невозмущена, а поэтому:

$$u_{1,2}(x, 0) = v_{1,2}(x, 0) = \zeta_{1,2}(x, 0) = 0. \quad (7)$$

В формулах (2)–(7) величины  $u_j(x, t)$ ,  $v_j(x, t)$  ( $j = 1, 2$ ) – проекции на оси  $x$  и  $y$  соответственно осредненной по глубине горизонтальной скорости течения в верхнем ( $j = 1$ ) и нижнем ( $j = 2$ ) слоях;  $\zeta_1(x, t)$ ,  $\zeta_2(x, t)$  – смещения свободной поверхности жидкости и границы раздела слоев от горизонтальных положений;  $\tilde{\zeta} = \Delta p F(x - Ct)$ ;  $\gamma = \rho_1/\rho_2 < 1$  и  $\varepsilon = 1 - \gamma > 0$  – безразмерные параметры, связанные с вертикальной плотностной стратификацией;  $f$  – постоянный параметр Кориолиса. Заметим, что в начальный момент времени  $t = 0$  атмосферный фронт располагается вне акватории бассейна.

**Численный алгоритм решения задачи и исходные параметры модели.** Для численного решения начально-краевой задачи (2)–(7) на отрезке  $0 \leq x \leq l$  при  $t > 0$  использована явно-неявная конечно-разностная схема на разнесенных для  $u$ ,  $v$  и  $\zeta$  сетках по  $x$ , аналогичная описанной в книге [25]. Скорости  $u_{1,2}$  в момент времени  $t = t_n = n\tau$  ( $n = 0, 1, \dots$ ) вычислялись в узлах сетки  $x = x_i = i\delta$  ( $i = 0, \dots, N$ ), а  $y$ -проекции скоростей течения в слоях  $v_{1,2}$  и смещения границ слоев  $\zeta_{1,2}$  – в средних точках  $x = x_i - \delta/2$  ( $i = 1, \dots, N$ ) отрезков  $[x_{i-1}, x_i]$ , где  $\delta = l/N$ ,  $\tau > 0$  – постоянные шаги интегрирования по горизонтальной координате и времени соответственно.

Разностный аналог системы уравнений (2)–(7) имеет следующий вид:

$$u_1^{n+1} = \Phi_1(u_1^n, v_1^n, \zeta_1^n, \tilde{\zeta}^n), \quad v_1^{n+1} = \Phi_2(u_1^n, v_1^n), \quad (8)$$

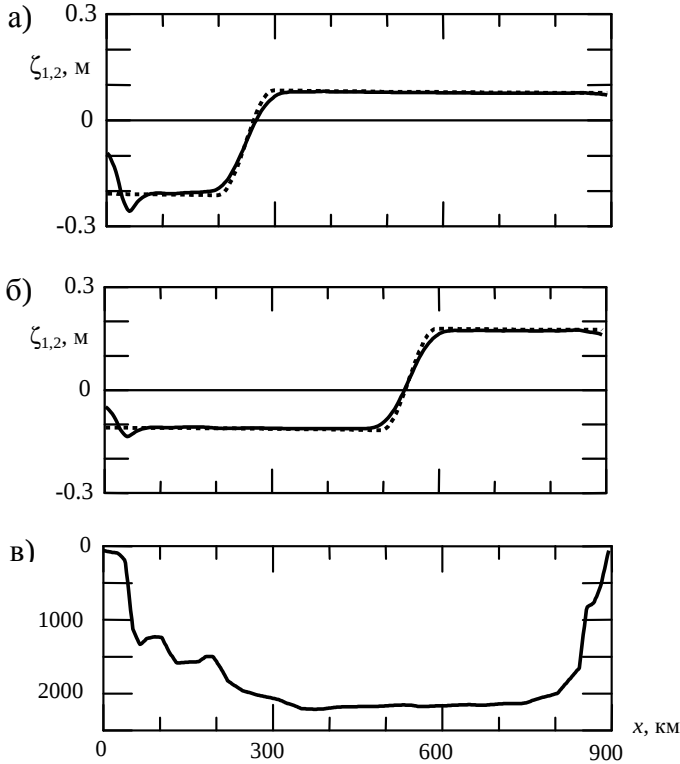
$$\zeta_1^{n+1} = \zeta_2^{n+1} - \zeta_2^n + \Phi_3(u_1^{n+1}, \zeta_1^n), \quad (9)$$

$$u_2^{n+1} = \Phi_4(u_2^n, v_2^n, \zeta_1^n, \zeta_2^n, \tilde{\zeta}^n), \quad v_2^{n+1} = \Phi_2(u_2^n, v_2^n), \quad (10)$$

$$\zeta_2^{n+1} = \Phi_3(u_2^{n+1}, \zeta_2^n), \quad (11)$$

где функции  $\Phi_s$  ( $s = 1, 2, 3, 4$ ) – известные функции; верхний индекс у сеточных функций означает номер шага по времени. Начальные условия (7) для системы разностных уравнений (8)-(11) принимают вид:

$$u_1^0 = u_2^0 = 0, \quad v_1^0 = v_2^0 = \zeta_1^0 = \zeta_2^0 = 0. \quad (12)$$



**Рис. 2.** Смещения свободной поверхности жидкости (штриховая линия) и границы раздела слоев (сплошная линия) при различных положениях  $x_f = St$  передней кромки барического фронта:  $x_f = l/3$  (а);  $x_f = 2l/3$  (б). Ширина фронта  $W = 100$  км, скорость  $C = 1 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$ . Распределение глубины бассейна, использованное при расчетах, показано на (в)

Анализ процесса возбуждения поверхностных и внутренних волн движущимся фронтом атмосферного давления проводился для распределения глубины бассейна  $H(x)$ , показанного на рис. 2, в. Рельеф дна соответствует зональному сечению Черного моря на широте  $\phi = 42,66^\circ$ , протяженность бассейна  $l = 894$  км. Параметры плотностной стратификации жидкости были заданы:  $\rho_1 = 1012 \text{ кг} \cdot \text{м}^{-3}$ ,  $\rho_2 = 1017 \text{ кг} \cdot \text{м}^{-3}$ ,  $h_1 = 50$  м. В этом случае относительный перепад плотности в слоях  $\varepsilon \approx 0,0049$ . Скорость переноса барического фронта и его ширина изменялись в диапазонах  $0,5 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1} < C < 10 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$  и  $50 \text{ км} < W < 500 \text{ км}$ , перепад атмосферного давления поперек атмосферного фронта принят равным  $\Delta p = 0,3$  м.

Функция  $F(X)$ , описывающая гладкое модельное распределение возмущений атмосферного давления поперек фронта, задавалась по формуле:

$$F = \sin^2[\pi X / (2W)] \quad (-W < X < 0), \quad F = 1 \quad (X \leq -W), \quad F = 0 \quad (X \geq 0).$$

Тестирование модели было проведено на линейной задаче о поверхностных и внутренних сейшах в бассейне постоянной глубины, имеющей аналитическое решение. При выборе шагов интегрирования для бассейна переменной глубины (см. рис. 2, в) был использован практический метод подбора шагов  $\delta$  и  $\tau$ . Он состоит в сопоставлении сеточных решений задачи, найденных с заданными шагами  $\delta$ ,  $\tau$  и с шагами вдвое меньшей величин-

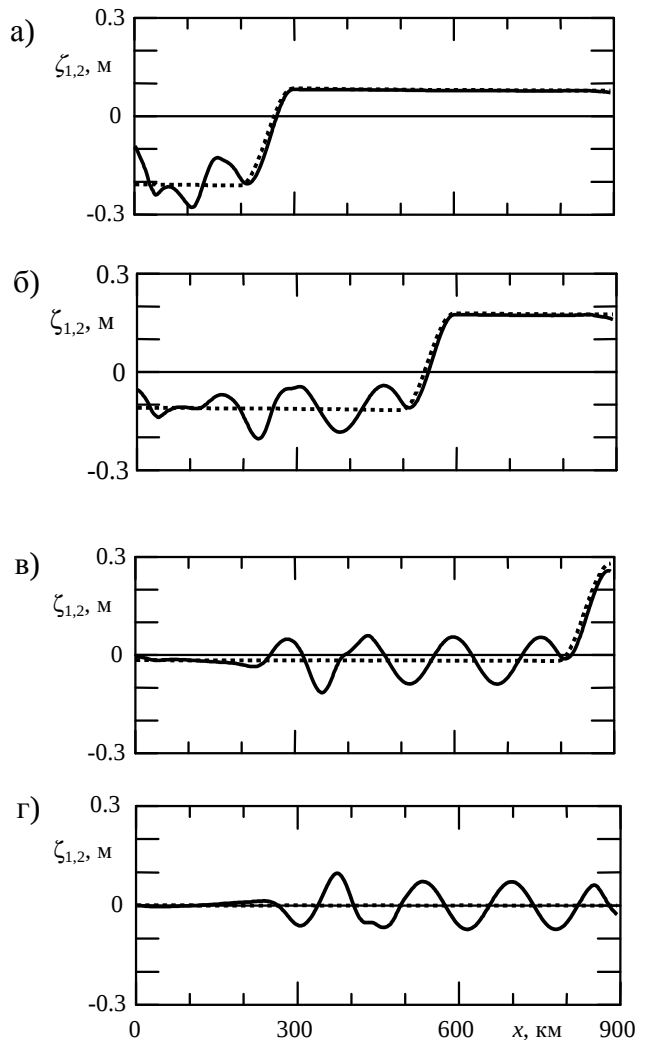
В правых частях разностных уравнений (9) и (11) выполнена квазилинеаризация, а именно: использованы значения горизонтальных скоростей на временном шаге  $n + 1$ , что необходимо для сходимости разностной схемы [25], а смещения свободной поверхности и границы раздела слоев соответствуют предыдущему временному шагу  $n$ .

Таким образом, исходная система уравнений для начально-краевой задачи (2)-(5) о генерации волн в двухслойной жидкости заменена системой конечно-разностных уравнений (8)-(11). Для численного определения гидродинамических полей  $u_{1,2}$ ,  $v_{1,2}$  и  $\zeta_{1,2}$  необходимо, начиная с  $n = 0$ , выполнять при переходе от момента времени  $t_n$  к моменту времени  $t_n + \tau$  последовательность вычислений:  $(12) \rightarrow [(8), (10)] \rightarrow (11) \rightarrow (9)$ . Благодаря использованию центральных разностей для аппроксимации производных по горизонтальной координате и разностей вперед для производных по времени, полученная разностная схема имеет порядок аппроксимации  $O(\delta^2) + O(\tau)$ .

ны, то есть 0,5 $\delta$  и 0,5 $\tau$ . Вычислительные эксперименты показали, что достаточная для правильного количественного описания динамики бароклинной жидкости точность расчетов достигается при числе узлов сетки  $n \geq 500$  и шагах интегрирования по времени  $\tau \leq 10$  с. Шаги интегрирования должны обеспечивать достаточную малость числа Куранта  $c_1\tau/\delta$  ( $c_1 \approx \sqrt{g \max_x(H)}$ ) для поверхностных волн.

**Результаты численного анализа процесса генерации сейш.** В двухслойной жидкости постоянной глубины могут существовать два качественно различных типа свободных колебаний, свойства которых описаны, в частности, в книге [24]. Первый класс колебаний обусловлен существованием свободной поверхности жидкости, и влияние на него неоднородности среды мало. Горизонтальные скорости в слоях вдоль любой из осей  $x$  или  $y$  направлены в одну сторону и близки по величине. Колебания свободной поверхности и границы раздела слоев синфазны, отношение амплитуд колебаний свободной поверхности и границы раздела слоев равно  $H/h_2$ . Эта мода колебаний соответствует поверхностным волнам, скорость распространения которых  $c_1 \approx \sqrt{gH}$  (баротропная мода). Второй тип волновых движений жидкости обусловлен исключительно неоднородностью среды (бароклинная мода). Для него амплитуда колебаний границы раздела слоев значительно больше амплитуды соответствующих колебаний свободной поверхности жидкости, а именно: отношение амплитуд колебаний свободной поверхности и границы раздела слоев равно  $\epsilon h_2 / H$ . Горизонтальные скорости в слоях направлены противоположно, различны по абсолютной величине, но полные потоки жидкости в слоях близки по абсолютной величине, то есть в линейном приближении  $u_1 h_1 + u_2 h_2 = 0$  и  $v_1 h_1 + v_2 h_2 = 0$ . Колебания свободной поверхности и границы раздела слоев противофазны. Скорость распространения внутренних волн в двухслойной жидкости  $c_2 \approx \sqrt{g\epsilon h_1 h_2 / H}$ .

На рис. 2, а, б показана форма свободной поверхности и границы раздела слоев при различных положениях барического фронта над бассейном. Смещения свободной поверхности и скачка плотности близки по форме к распределению атмосферного давления, перемещаются вместе с фронтом и практически совпадают друг с другом. Тем самым, при скорости  $C = 1$  м·с<sup>-1</sup> отклик двухслойной вращающейся жидкости на внешнее воздействие является баротропным. Смещения сво-



**Рис. 3.** Форма свободной поверхности жидкости (штриховая линия) и границы раздела слоев (сплошная линия) при различных положениях  $x_f = St$  передней кромки барического фронта:  $x_f = l/3$  (а);  $x_f = 2l/3$  (б);  $x_f = l$  (в);  $x_f = l + W$  (г). Ширина фронта  $W = 100$  км, скорость его движения  $C = 3$  м·с<sup>-1</sup>

бодной поверхности и скачка плотности существенно отличаются от гидростатического (1), что связано с ограниченностью бассейна и сохранением массы жидкости в слоях:

$$\int_0^l \zeta_{1,2}(x, t) dx = 0.$$

С ростом скорости переноса фронта динамический отклик двухслойной жидкости в ограниченном бассейне претерпевает качественные изменения. Такой случай представлен на рис. 3. В двухслойной жидкости смещения свободной поверхности и скачка плотности формируются из баротропной и бароклинной мод. Баротропная мода ответственна за близкие по форме смещения свободной поверхности и границы раздела слоев. Бароклинность проявляется, главным образом, в волновых возмущениях скачка плотности. Эти возмущения представляют собой волновой след непосредственно за движущимся фронтом ширины  $W$  (см. рис. 1). В процессе прохождения фронта над бассейном происходит расширение области, охваченной бароклинными колебаниями. После выхода фронта за пределы бассейна (рис. 3, г) в нем продолжают оставаться остаточные бароклинные колебания жидкости.

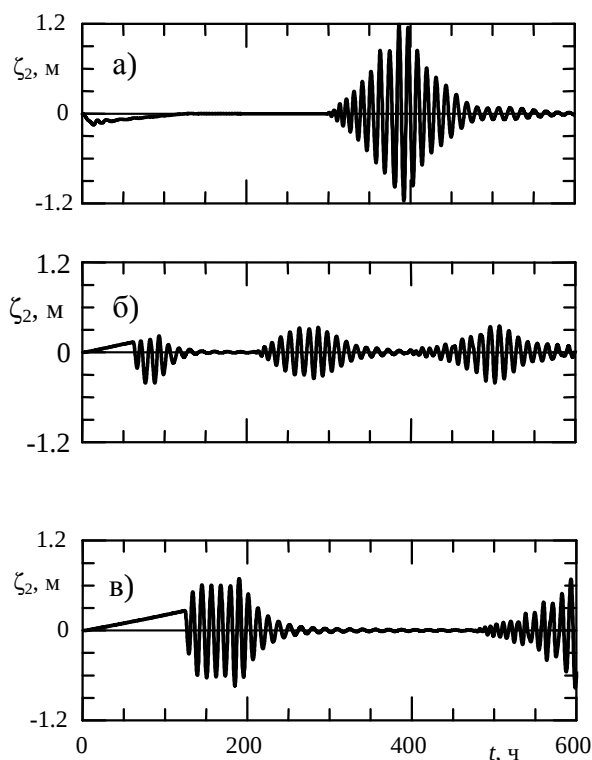
Скорость распространения внутренних волн в центральной части бассейна (рис. 2, в), где его глубина почти постоянна,  $c_2 = 1,53 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$ . Возмущения двухслойной жидкости, показанные на рис. 2 и 3, соответствуют перемещениям атмосферного фронта со скоростями меньшими (рис. 2) и большими (рис. 3) значения  $c_2$ . Изменение характера бароклинных колебаний жидкости с ростом скорости переноса барического фронта можно объяснить переходом от докритических скоростей переноса фронта  $C < c_2$  к сверхкритическим ее значениям  $C > c_2$ . В последнем случае генерируется незатухающий при удалении от источника волн (зоны шириной  $W$ , рис. 1) бароклинный волновой след, соответствующий низшей моде внутренних волн [26].

Характер бароклинных колебаний жидкости в бассейне иллюстрирует рис. 4. При выходе фронта за пределы бассейна происходит отражение внутреннего волнового следа от правой боковой границы. В результате образуется пакет внутренних волн, распространяющийся от правой к левой границе бассейна, а после отражения от левой границы – в обратном направлении. Фронт пересекает бассейн за время  $(l + W)/C = 264 \text{ ч}$ . Вызванные им внутренние волны только условно можно отнести к традиционным бароклинным сейшам, поскольку они не сопровождаются синхронным движением всей массы жидкости в бассейне, а многочисленные узловые линии в сейшах высокого порядка совершают существенные горизонтальные перемещения вместе с волновым пакетом.

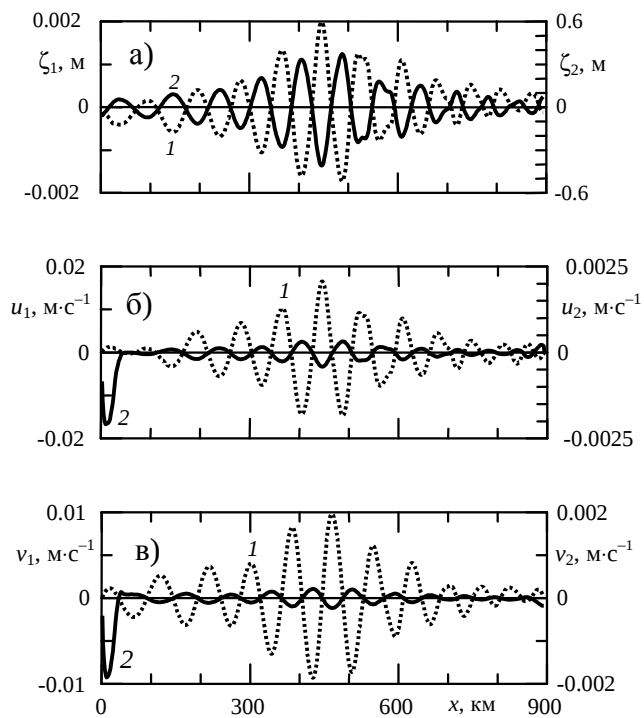
Форма развитого пакета внутренних волн, возникающего при отражении волнового следа от правой боковой границы при выходе барического фронта за пределы бассейна, показана на рис. 4, в. После отражения пакет пересекает бассейн и отражается от левой боковой границы, что иллюстрирует рис. 4, а). На временной зависимости смещений скачка плотности в средней точке бассейна (рис. 4, б) можно выделить три интервала усиления бароклинных колебаний жидкости. Хронологически они соответствуют, во-первых, прохождению через точку наблюдения волнового следа за барическим фронтом, во-вторых, прохождению отраженного от правой границы пакета внутренних волн, в-третьих, прохождению пакета внутренних волн после его отражения от левой границы бассейна. Далее процесс повторяется. Все эти события разделены во времени интервалами слабых колебаний скачка плотности.

Рассмотрим горизонтальную структуру гидродинамических полей в волновом пакете, образовавшемся после прохождения над бассейном фронта атмосферного давления. Типичный случай представлен на рис. 5. Показанные на рис. 5, а распределения смещений границ указывают на то, что в волновом пакете преобладает бароклинная составляющая и его можно классифицировать как пакет внутренних волн. Действительно, колебания сво-

бодной поверхности и скачка плотности происходят в противофазе, направления горизонтальных скоростей течения в слоях на одной вертикали противоположны (рис. 5, б, в). Наконец, амплитуда колебаний границы раздела слоев значительно превосходит амплитуду колебаний свободной поверхности жидкости (рис. 5, а). Отметим интенсификацию течения в нижнем слое у левой боковой границы бассейна (рис. 5, б, в), хотя основное тело пакета находится в средней части бассейна. Эта особенность поля скорости связана с существованием у этой границы ярко выраженной шельфовой зоны (см. рис. 2, в), где толщина нижнего слоя меньше толщины верхнего.



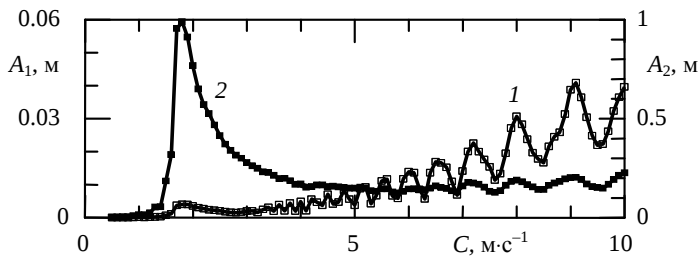
**Рис. 4.** Колебания границы раздела слоев в различных точках бассейна  $x$  при движении со скоростью  $C = 2 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$  барического фронта шириной  $W = 50 \text{ км}$ :  $x = 0$  (а);  $x = l/2$  (б);  $x = l$  (в)



**Рис. 5.** Горизонтальные распределения смещений границ  $\zeta_{1,2}$  (а), скоростей  $u_{1,2}$  (б) и  $v_{1,2}$  (в) в момент времени  $t = 502,1 \text{ ч}$ . Кривая 1 соответствует  $j = 1$ , кривая 2 –  $j = 2$ . Ширина фронта  $W = 50 \text{ км}$ , скорость  $C = 2 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$

Для анализа зависимости характеристик поля внутренних волн от параметров внешнего воздействия были выполнены расчеты колебаний неоднородной жидкости в бассейне для различных скоростей переноса и ширины атмосферного фронта. Как отмечалось выше, интенсивность бароклинных колебаний жидкости в бассейне после ухода барического фронта существенно зависит от скорости его переноса. Можно ожидать, что наиболее эффективна генерация внутренних волн при движении фронта со скоростью  $C$ , близкой к скорости распространения свободных длинных внутренних волн в центральной части бассейна ( $c_2 = 1,53 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$ ).

Пусть  $A_{1,2} = \max_{x,t} |\zeta_{1,2}(x,t)|$  – максимальные смещения свободной поверхности и границы раздела слоев на временном интервале, который начинается в момент выхода фронта за пределы бассейна и заканчивается при  $t = 600 \text{ ч}$ . Найденные зависимости  $A_{1,2}$  от скорости переноса фронта  $C$  представлены на рис. 6. Вклад баротропного компонента волнового поля ( $A_1$ ) относительно мал и увеличивается (немонотонно) с ростом скорости



**Рис. 6.** Зависимость максимальных смещений свободной поверхности жидкости  $A_1 = \max_{x,t} |\zeta_1(x,t)|$  (кривая 1) и границы раздела слоев  $A_2 = \max_{x,t} |\zeta_2(x,t)|$  (кривая 2) от скорости  $C$  движения фронта шириной  $W = 50$  км (после выхода фронта за пределы бассейна)

приводит к уменьшению градиента барического поля (по модулю), который в уравнениях (2) и (4) выступает в роли горизонтальной массовой силы. Тем самым, увеличение ширины фронта при постоянном значении  $\Delta p$  должно приводить к уменьшению интенсивности внешнего воздействия, а в результате – к ослаблению эффективности генерации волн в замкнутом бассейне. В частности, широкий плавный фронт атмосферного давления – малоэффективный источник бароклинных волн в ограниченном бассейне. Вычислительные эксперименты выявили значительные количественные отклонения смещений свободной поверхности жидкости в зоне фронта от приближения обратного барометра (1). Наиболее ярко это выражено в тех случаях, когда ширина фронта одного порядка или больше ширины бассейна.

В ограниченном бассейне постоянной глубины период стоячих бароклинных колебаний жидкости находится по формуле [24]:

$$T_m \approx \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{m^2 \pi^2 \varepsilon g h_1 h_2}{l^2 H} + f^2}}, \quad (13)$$

где  $m = 1, 2, \dots$  – номер (число узловых линий границы раздела слоев) бароклинной моды. Как следует из (13), уменьшение толщины верхнего слоя при  $h_1 < h_2$  и  $H = \text{const}$ , относительного перепада плотности  $\varepsilon$  или увеличение ширины бассейна  $l$  приводит к росту периодов колебаний всех бароклинных сейш.

\* \* \*

В рамках нелинейной теории длинных волн выполнен анализ плоской задачи о генерации в ограниченном вращающемся бассейне переменной глубины поверхностных и внутренних волн при перемещении над бассейном фронта атмосферного давления. Фронт моделируется зоной монотонного изменения атмосферного давления от одного постоянного значения к другому. Задача решалась численно методом конечных разностей. Расчеты проведены для бассейна, распределение глубины которого соответствует зональному сечению Черного моря.

Выполненный анализ показал, что при прохождении над бассейном барического фронта генерируются поверхностные и внутренние волны. Их параметры существенно зависят от геометрии бассейна, характеристик внешнего воздействия и параметров стратификации. При медленном перемещении фронта реакция свободной поверхности и скачка плотности является баротропной: границы повторяют по форме распределение атмо-

фронта. Что касается вклада бароклинного компонента в колебания скачка плотности ( $A_2$ ), то он наиболее значителен при скорости  $C \approx 1,8 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$ , которая достаточно близка к скорости распространения длинных внутренних волн в центральной части бассейна. Эффективность генерации внутренних волн при  $C < c_2$  быстро ослабевает при уменьшении скорости переноса фронта.

При фиксированном перепаде  $\Delta p$  атмосферного давления поперек фронта увеличение его ширины  $W$

сферного давления, перемещаются вместе с фронтом и практически совпадают, если толщина верхнего слоя невелика.

После выхода фронта за пределы бассейна наиболее интенсивные внутренние волны образуются при скоростях движения фронта, близких к скорости распространения длинных внутренних волн в центральной части бассейна. Баротропный компонент усиливается по мере приближения скорости переноса фронта  $C$  к резонансной скорости возбуждения поверхностных волн  $c_1 \approx \sqrt{gH}$ , которая значительно превосходит возможные скорости переноса атмосферных возмущений в реальных условиях.

Волновая реакция двухслойной жидкости на движущийся фронт существенно зависит от его ширины. Бароклинные возмущения наиболее интенсивны для узкого фронта, когда градиент атмосферного давления велик. Широкий фронт – малоэффективный генератор бароклинных возмущений жидкости в бассейне. Во многих случаях наблюдаются значительные количественные отклонения рассчитанных смещений поверхности жидкости от приближения обратного барометра, что в немалой степени обусловлено ограниченностью бассейна.

После выхода фронта за пределы бассейна возникающие внутренние волны представляют собой волновой пакет, распространяющийся от одной боковой границы к другой. Такие внутренние волны вряд ли можно рассматривать как традиционные бароклинные сейши, поскольку они не сопровождаются синхронными движениями всей массы жидкости в бассейне, а многочисленные узловые линии совершают существенные горизонтальные перемещения вместе с волновым пакетом.

Вычислительные эксперименты не выявили существенного влияния нелинейности на бароклинную динамику жидкости в бассейне рассматриваемой геометрии. Слабым нелинейным искажениям подвержены внутренние волны наибольшей амплитуды в центральных частях бароклинных волновых пакетов. Как показано в работе [18], нелинейные эффекты в поверхностных сейшах наиболее значительны на мелководье, в частности при переносе барических фронтов над Азовским морем.

## Литература

1. Сретенский Л.Н. Теория волновых движений жидкости. М.-Л.: Техиздат. 1936.
2. Праудмэн Дж. Динамическая океанография. М.: Иностранная литература, 1957.
3. Ламб Г. Гидродинамика. М.-Л.: Гостехиздат, 1947.
4. Miles W.J. Harbor seiching // Annual Rev. Fluid. Mech. 1974. V.6. P.17-33.
5. Судольский А.С. Динамические явления в водоемах. Л.: Гидрометеиздат, 1991.
6. Ichinose G.A., Anderson J.G., Satake K., Schweickert R.A., Lahren M.M. The potential hazard from tsunami and seiche waves generated by large earthquakes within Lake Tahoe, California-Nevada // Geophys. Res. Letters. 2000. V.27. No.8. P.1203-1206.
7. Chapman D.C., Giese G.S. A model for the generation of coastal seiches by deep-sea internal waves // J. Phys. Oceanogr. 1990. V.20. No.9. P.1459-1467.
8. Abraham E.R.C. Seiche modes of Wellington Harbour, New Zealand // New Zealand Journal of Marine and Freshwater Research. 1997. V.31. No.2. P.191-200.
9. Wedderburn E.M. Temperature observations in Loch Earn, with a further contribution to the hydrodynamical theory of the temperature seiches // Trans. Roy. Soc. Edinburgh. 1912. V. 48. P. 629-695.
10. Mortimer C.H. Long internal waves in lakes: Review of a century of research. Univ. Wisconsin-Milwaukee: Center for Great Lakes studies, 1993. Special report. No.42.
11. Gomes D., Monserrat S., Tintore J. Pressure-forced seiches of large amplitude in inlets of the Balearic Islands // J. Geophys. Res. 1993. V.98. No.C8. P.14437-14445.
12. Garcies M., Gomes D., Monserrat S. Pressure-forced seiches of large amplitude in inlets of the Balearic Islands. 2. Observational study // J. Geophys. Res. 1996. V.101. No.C3. P.6453-6467.
13. Rabinovich A., Monserrat S. Generation of meteorological tsunami (large amplitude seiches) near the Balearic and Kuril Islands // Natural Hazards. 1998. V.18. No.1. P.27-55.
14. de Jong M.P.C., Holthuijzen L.H., Battjes J.A. Generation of seiches by cold fronts over the southern North Sea // J. Geophys. Res. 2003. V.108. No.C4. P.14-19.

15. Vilibić I., Domijan N., Orlić M., Leder N., Pasarić M. Resonant coupling of a traveling air pressure disturbance with the east Adriatic coastal waters // J. Geophys. Res. 2004. V.109. No. C10001. Doi:10.1029/2004JC002279.
16. Коновалов А.В., Черкесов Л.В. Генерация длинных нелинейных волн в замкнутом бассейне движущимися возмущениями атмосферного давления // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. 1995. Т.31. № 5. С.713-718.
17. Стурова И.В. Влияние ледяного покрова на колебания жидкости в замкнутом бассейне // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. 2007. Т.43. № 1. С.128-135.
18. Доценко С.Ф., Миклашевская Н.А. Генерация сейш в ограниченных бассейнах перемещающимися барическими фронтами // Морской гидрофизический журнал. 2008. № 2. С.3-18.
19. Horn W., Mortimer C.H., Schwab D.J. Wind-induced internal seiches in Lake Zurich observed and modeled // Limnol. Oceanogr. 1986. V.31. No.6. P.1232-1254.
20. Lemmin U., Mortimer C.H. Tests of an extension to internal seiches of Defant's procedure for determination of surface seiche characteristics in real lakes // Limnol. Oceanogr. 1986. V.31. No.6. P.1207-1231.
21. Arneborg L., Liljebladh B. The internal seiches in Gullmar Fjord. Part I: Dynamics // J. Phys. Oceanogr. 2001. V.31. No.9. P.2549-2566.
22. Sirkes Z. Surface manifestations of internal oscillations in a highly saline lake (the Dead Sea) // Limnol. Oceanogr. 1987. V.32. No.1. P.76-82.
23. Ланно С.С. Среднемасштабные динамические процессы океана, возбуждаемые атмосферой. М.: Наука, 1979.
24. Ле Блон П., Майсек Л. Волны в океане. Т.1. М.: Изд-во «Мир», 1981.
25. Вольцингер Н.Е., Пясковский Р.В. Основные океанологические задачи теории мелкой воды. Л.: Гидрометеиздат, 1968.
26. Доценко С.Ф. Генерация длинных внутренних волн в океане движущейся областью давлений // Морской гидрофизический журнал. 1990. № 3. С.3-9.

Статья поступила в редакцию 01.11.2008 г.