

**САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ
НАУЧНЫЙ ЦЕНТР
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК**

**Научный совет по проблемам
фундаментальной и прикладной
гидрофизики**



№ 3 (5)

2009

**Сборник научных трудов
Издается с 2008 года**

СОДЕРЖАНИЕ

Статьи

<i>Чаликов Д.В.</i> Статистика экстремальных ветровых волн	4
<i>Малинин В.Н., Шевчук О.И.</i> О прогнозе сезонного хода уровня Мирового океана	25
<i>Волженский М.Н., Родионов А.А., Семенов Е.В., Филатов Н.Н., Зимин А.В., Булатов М.Б.</i> Опыт верификации оперативной модели для мониторинга гидрофизических полей Белого моря в 2004-2008 гг.	33
<i>Белов Б.П.</i> Образование турбулентного шума на носовой антенне подводного аппарата	42

Факты и гипотезы

<i>Диденкулова И.И., Пелиновский Е.Н.</i> Цунамиподобные явления в российских внутренних водоемах	52
---	----

Поздравляем!	65
---------------------------	----

Из истории науки	69
-------------------------------	----

Хроника	72
----------------------	----

Внимание, конкурс!	75
---------------------------------	----

Правила представления материалов в редакцию	77
--	----

CONTENTS

Articles

<i>Chalikov D.V.</i> Statistics of Extreme Wind Waves.....	4
--	---

This paper describes the results of more than 4,000 long-term (up to thousands of peak-wave periods) numerical simulations of nonlinear gravity surface waves performed for investigation of properties and estimation of statistics of extreme («freak») waves. The method of solution of 2-D potential wave's equations based on conformal mapping is applied to the simulation of wave behavior assigned by different initial conditions, defined by JONSWAP and Pierson-Moskowitz spectra. It is shown that nonlinear wave evolution sometimes results in appearance of very big waves. There are no predictors for appearance of extreme waves, however, a height of dimensional waves is proportional to a significant wave height. The initial generation of extreme waves can occur simply as a result of group effects, but in some cases the largest wave suddenly starts to grow. It is followed sometimes by a strong concentration of wave energy around a peak vertical. It is taking place throughout several peak wave periods. It happens to an individual wave in a physical space, no energy exchange with surrounding waves taking place. Probability function for steep waves has been constructed. Such a function can be used for development of operational forecast of freak waves based on a standard forecast.

Key words: surface waves, extreme waves, freak waves.

<i>Malinin V.N., Shevchuk O.I.</i> About Forecast of Seasonal Variations of the Global Sea Level.....	25
---	----

Regularities of seasonal variations of the Global Sea Level (GSL) based on satellite altimeter data for the years 1993–2008 are discussed. Two prediction models of GSL seasonal variations are offered: a deterministic model as the sum of the trend and GSL annual harmonic and an adaptive model of linear increase with additive seasonality. Considered are the results of testing and experiment forecasts of monthly averaged GSL values based on independent data for 2005-2008 period. It is shown that by 2013 GSL may increase 13–14 mm compared to the one in 2009.

Key words: level, altimetry, forecast, adaptive analysis, trends.

<i>Volzhenskij M.N., Rodionov A.A., Semenov E.V., Filatov N.N., Zimin A.V., Bulatov M.B.</i> Experience of Verification of Operative Model of Monitoring of the White Sea in 2004-2008.....	33
---	----

The decision of global operative model of the White sea is compared to ship measurements, the satellite data and level fluctuations at hydrometeorological station "Solovki". The conclusion about satisfactory work of model becomes.

Key words: White sea, system of operative monitoring, temperature, salinity.

Belov B.P. Turbulent Noise on the Submerged Vehicle Nose Antenna 42

Representations about the mechanism of noise formation in the forward part of the underwater vehicle are considered and an attempt to consider elastic properties of the forward part of the case is accepted by use of model of a wedge. The conclusion about boundary layer thickness pulsations in a zone of laminar-turbulent transition as to the most probable reason for the formation of turbulent noise in a forward part is done.

Key words: antenna, laminar-turbulent transition, noise spectra, wedge diffraction, Green function, boundary impedance noise sources of monopole and dipole types.

Facts and Hypotheses

Didenkulova I.I., Pelinovsky E.N. Tsunami-like Events in Russian Inland Waters 52

Descriptions and manifestations of tsunami-like events in Russian inland waters (lakes, rivers and water reservoirs) are collected and analyzed. For the time period of 400 years nine such events are found, whereof descriptions of seven events can be categorized as reliable. Data analysis confirms the possibility of tsunami wave generation in all types of inland waters. There is therefore a need to educate the general population about the risk of tsunami generation.

Key words: tsunami, rivers, lakes, water reservoirs, inland waters, Russia.

УДК 501

Д.В. Чаликов¹
blue_whale_tale@yahoo.com

СТАТИСТИКА ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ ВЕТРОВЫХ ВОЛН

Описаны результаты статистической обработки более 4000 вариантов численного моделирования нелинейных гравитационных поверхностных волн на длительные сроки, предпринятые для исследования физических свойств и статистики экстремальных («freak») волн. Для исследования эволюции волнового поля, заданного в начальных условиях спектром JONSWAP и спектром Пирсона-Московитца, применялся метод решения двухмерных уравнений потенциальных волн, основанный на конформном преобразовании координат. Установлено, что эволюция нелинейных волн иногда приводит к появлению необычайно больших волн. Для экстремальных волн не обнаружено никаких предикторов, однако размерная высота волн пропорциональна существенной высоте волны. Первичное образование экстремальных волн может произойти просто как результат групповых эффектов, но в некоторых случаях начинается внезапный рост самой большой волны. Иногда за этим следует концентрация высокой энергии вокруг вертикали, проходящей через пик волны. Этот процесс длится на протяжении лишь нескольких периодов волны в пике спектра. Такая эволюция происходит с отдельной волной в физическом пространстве, при этом обмена энергией с окружающими волнами не происходит. Рассчитана функция распределения вероятности для экстремальных волн. Эти результаты могут использоваться для оперативной оценки вероятности появления экстремальных волн на основе стандартного прогноза.

*...а потому никогда не спрашивай, откуда она появляется -
она просто появляется...
(after John Donne)*

Английские термины «freak waves» (чудовищные волны) или «rogue waves» (из ряда вон выходящие волны) в русском языке соответствуют, как правило, термину «волны-убийцы». Автор не прибегает к таким, скорее журналистским, выражениям. В статье используется более стандартный термин «экстремальные волны». Появление этих волн в океане долгое время было предметом легенд. Специалисты по теории волн, находившиеся под гипнозом линейных теорий, только усиливали всеобщий скептицизм. Эти волны были, наконец, обнаружены экспериментально и с 70-х гг. прошлого столетия стали объектом всё более интенсивных исследований. В настоящее время достоверно известны многие случаи повреждения или гибели пассажирских и грузовых судов и прибрежных конструкций, вызванных огромными ветровыми волнами. Гибель по крайней мере 22-х супертанкеров связывают с экстремальными волнами. Количество более мелких судов, пропавших в океане после встречи с такой волной, не поддаётся учёту, поскольку зачастую не остается в живых ни одного очевидца.

Опасные волны формально определены как волны, высота которых от подошвы до гребня превышает высоту существенной волны H_s в 2 раза. Очевидно, такое претендующее на учёность определение экстремальных волн несовершенно, поскольку в нем не указывается фактическая высота волны. Существенная высота волны может быть 1 м, и в соответствии с определением волна высотой 2 м будет отнесена к «чудовищной», что верно разве что для морей, омывающих Лиллипутию. Любопытно, что

¹ Санкт-Петербургский филиал Института океанологии им. П.П. Ширшова

издавна пренебрегаемый наукой морской фольклор лучше описывает экстремальные волны, обращая внимание на их форму и, разумеется, очень большую величину. моряки отмечали, что волна, значительно превышающая среднюю высоту волны, часто выглядит как «вертикальная стена». Этот термин несомненно указывает на то, что надвигающаяся волна входит в активную фазу разрушения. Линейная скорость движения в разрушающейся волне приближается к фазовой скорости в спектральном пике, которая при развитом волнении близка к скорости ветра. Вертикальная стена не раскачивает судно – она его разрушает. Такие волны при скорости ветра 40 м/с могут создавать динамическое давление до 10^6 Па. Это давление слишком велико даже для танкера.

Очевидно, что огромная энергия, высвобождающаяся при разрушении волны, не единственное «оружие» экстремальных волн; их опасным свойством является большой градиент уклона или вертикальное ускорение: крупное судно может переломиться на волне с большой кривизной. Другие свойства, по-видимому, также важны. Большие и длинные, хотя и не разрушающиеся волны могут представлять опасность для морских платформ и являться относительно безобидными для морских судов. Поэтому классификация опасных волн должна быть разной для разных объектов: плавучих и стационарных, для больших глубин и прибрежной зоны; она должна учитывать не только размер волн, но также их форму и механические характеристики.

Имея в виду практическое приложение теории редких волн, можно прийти к заключению, что нет никакой необходимости давать однозначное «определение» для экстремальных волн. Для более эффективного использования выводов, полученных в результате исследований, оптимальным вариантом было бы такое определение категорий экстремальных волн, как было сделано, к примеру, для тропических штормов. Наиболее разумным выглядело бы следующее предупреждение о появлении таких волн: с 6 ч утра сегодняшнего дня до 6 ч утра завтрашнего дня в обозначенной зоне 100×100 км из 1000 волн ожидается появление одной опрокидывающейся волны высотой 10 м (категория «три»), а из 10 000 волн – появление одной опрокидывающейся волны высотой 15 м (категория «пять») и т.д.

Для опрокидывающейся волны вероятность появления таких волн несколько выше. Вероятность встречи с экстремальной волной удобно также выражать в терминах времени ожидания для волн разных категорий. Кроме этого, прогноз может содержать наиболее важные динамические характеристики. Потенциальные пользователи прогноза могут решать сами, является ли данная волна действительно экстремальной, и в соответствии с этим изменить либо свой маршрут, либо степень готовности. Вполне понятно, что экстремальные волны – это явление, наиболее очевидно проявляющее себя в прямом контакте с объектом. Они могут появляться довольно часто в неблагоприятных зонах сильных ветров, где навигация имеет слабую интенсивность (например, в средних и высоких широтах Южного Океана), и, следовательно, эти случаи остаются незамеченными. Напротив, в зонах рекомендуемых маршрутов (южная Африка) даже единичный случай такой катастрофы может создать «экстремальную волну» сенсаций в СМИ. Если бы вероятность появления экстремальных волн можно было связать с более или менее стандартными океанографическими характеристиками (например, с данными по ветровому и волновому климату), то оценки климатологии опасных волн различных категорий могли бы стать весьма полезными в промышленных целях, для проектирования и навигации, кораблестроения и, безусловно, для страховых компаний. Прямое отслеживание экстремальных волн со спутников – самая перспективная, хотя до сих пор не решенная проблема.

В настоящее время экстремальные волны являются предметом интенсивных исследований. В последние годы проводились различные теоретические исследования и лабораторные эксперименты [1-3]. Как это обычно происходит в начале исследований, формирование экстремальных волн объяснялось множеством различных механизмов.

Очевидно, линейная теория сама по себе не способна описать возникновение экстремальной волны. Именно поэтому на основе линейной теории делается дополнительное предположение о возможности геометрической концентрации волновой энергии на определенных структурах поверхностных течений или/и батиметрии. Однако известно, что экстремальные волны появляются как в глубоких водах, так и на мелководье, при наличии или отсутствии соответствующих течений. Кроме того, не похоже, что концентрация энергии может привести к быстрому развитию волны. Все упомянутые выше процессы исследовались в рамках слабо нелинейных моделей, таких как нелинейное уравнение Шредингера, система Дейви-Стюартсон, уравнение Кортевег-де Вриза, а также уравнение Кадомцева-Петвиашвили. Строго говоря, все эти уравнения не относятся к механике жидкостей. Более того, основные уравнения часто упрощаются, поскольку сводятся к единственному уравнению для высоты поверхности. Недавно Янсен [4] выдвинул объяснение, в соответствии с которым возникают экстремальные волны как результат четырехволновых взаимодействий. Его предположение базируется на уравнении Захарова [5], которое допускает отклонение от Гауссова процесса в виде ненулевого эксцесса при нулевой асимметрии. Маловероятно, что модель, которая не способна воспроизвести более простой и более важный момент третьего порядка (асимметрию), смогла бы предсказать верные значения более сложного момента четвертого порядка.

Существует также гипотеза, что экстремальная волна может возникнуть под влиянием атмосферных воздействий. Вероятно, это утверждение верно. Гомер (750-650 гг. до н.э., [6]) однажды заметил «...не что иное как ветер рождает такие большие волны». Однако временные масштабы ветрового возбуждения слишком велики, чтобы объяснить внезапное появление одной единственной экстремальной волны среди множества других волн. Воздействие ветра создает высокую плотность волновой энергии, однако, это лишь длинная предыстория стохастического процесса внезапного роста волны, связанного со спонтанной трансформацией и с высвобождением гигантского количества энергии. Неустойчивость Бенджамина-Фейера [7] является важным механизмом развития непрерывности волнового спектра вследствие медленного роста новых волновых компонент, однако, этот механизм неприменим к быстрой эволюции волн конечной амплитуды, контролируемой сохранением энергии и сильной нелинейностью. Самым популярным инструментом исследований нелинейных волн является нелинейное уравнение Шредингера. Это уравнение, полученное более 40 лет назад, продолжает играть важную роль в исследовании формирования экстремальных волн. Расчеты, основанные на уравнении Шредингера, показывают, что в некоторых случаях экстремальные волны могут появляться в результате неустойчивости модуляции и концентрации энергии [8-10]. Используя спектр JONSWAP, в [11] были проведены численные эксперименты для исследования формирования волн и статистики их появления. В частности, было показано, что для узкого спектра (увеличенное значение коэффициента заострения в спектре JONSWAP) вероятность возникновения экстремальной волны возрастает. Однако численный подход, основанный на уравнении Шредингера, можно рассматривать как качественный, поскольку результаты таких расчетов выглядят иногда странно: создается впечатление, что волны, моделируемые подобным образом, иногда оказываются неестественно большими. Некоторые расчеты [12] показывают, что увеличение амплитуды может быть в 7 раз больше высоты существенной волны. Расчеты, основанные на уравнениях динамики жидкостей, показывают стабильную тенденцию к сильной асимметрии больших волн перед обрушением [13, 14]. Этот механизм ограничивает рост амплитуды и придает статистике появления больших волн большее правдоподобие. Очевидное преимущество численного подхода, основанного на уравнении Шредингера, состоит в том, что его можно обобщить для качественного исследования двумерных волн [15]. В численном исследовании эволюции одномерных

волн, вероятно, предпочтительнее использовать точные численные модели, основанные на уравнениях механики жидкостей [16-19].

Следует отметить, что в настоящее время существуют также численные схемы для потенциальных трехмерных уравнений [20, 21]. Автором этой статьи тоже закончена точная трехмерная модель, однако расчеты с ее использованием столь же дорогостоящи, как и расчеты с использованием любых других трехмерных моделей, основанных на уравнениях гидромеханики. Данная трехмерная модель гораздо сложнее двухмерной, и она использует значительно большее число степеней свободы по сравнению с двухмерной (в настоящее время в ней используется около 10 000–100 000 мод). Такое моделирование требует огромных вычислительных ресурсов (продолжительные расчеты на высокоскоростных многопроцессорных компьютерах), поэтому упомянутый подход можно использовать только для моделирования отдельных случаев эволюции трехмерных волн. Экстремальные волны являются редким явлением как в природе, так и в компьютерном моделировании. Выполнение одиночных длительных расчетов с использованием трехмерной модели может не дать результатов, поскольку экстремальная волна может так и не появиться. Сейчас сложно использовать трехмерную модель для систематического исследования механики и статистики появления экстремальных волн на основе двухмерных уравнений. Не похоже, что в ближайшем будущем двухмерный подход будет полностью заменен трехмерным. Однако модели расчетов для трехмерных волн все-таки уже существуют, а успехи в области компьютерных технологий могут опрокинуть любые пессимистические прогнозы подобного рода.

В настоящее время две различные модели используют первичные двухмерные нелинейные уравнения для потенциального течения со свободной поверхностью: численная модель, основанная на поверхностном интеграле, разработанном в [16] и подробно описанном в [17], и модель, основанная на конформном преобразовании [18, 19, 22, 23]. Фактически, модель Долда [17] была первой моделью, основанной на уравнении гидромеханики в противовес многочисленным подходам, использовавшим серьезно упрощенные одномерные уравнения (см. ссылки в [22] и более подробную информацию в обзорах [1, 24]).

Интересно, что для решения упрощенных уравнений часто использовались сложные вычислительные схемы. Остается неясным, зачем предпринимались эти усилия, поскольку миниатюрные первичные одномерные уравнения можно было легко и с высочайшей точностью решать по меньшей мере 25 лет назад. Подход Долда [17] с успехом был применен для исследования многих проблем, в том числе проблемы обрушения волны [25]. Однако позже было обнаружено, что можно построить более простую и более точную схему на основе конформного преобразования. Для решения стационарной задачи конформное преобразование представляет классический метод комплексных переменных [26, 27], впервые разработанный Стоксом [28]. Для решения стационарной задачи данный метод предполагает использование потенциала скорости и функции тока в качестве независимых переменных. Фактически этот подход, основанный на нестационарном конформном преобразовании, был сформулирован еще до того как его стали использовать для численного интегрирования. Он был впервые представлен Уитни [29], Овсянниковым [30, 31] и позже рассмотрен в [32, 33]. Tanveer [34, 35] использовал этот подход для исследования неустойчивости Релея-Тейлора и возникновения поверхностных сингулярных точек. Однако ни один из авторов указанных работ не использовал конформного преобразования для моделирования многомодового волнового поля на длительные сроки. Такая двухмерная модель была завершена в 1992 г., когда началось систематическое использование нового подхода для решения различных проблем. Численная схема, основанная на конформном преобразовании (и ее обоснование), а также результаты моделирования на длительные сроки были представлены на симпозиуме ONR (Office of Naval Research), который проводился в Аризоне в 1994 г. Эта схема для произвольной глубины была детально описана Чаликовым и Шейниным

[18, 19]. Дополнительные, более детальные данные для случая мелкой воды были представлены в [36]. Позже данный метод применялся с определенными модификациями [37] с целью продемонстрировать некоторые нелинейные характеристики крутых волн.

Нестационарное конформное преобразование для конечной глубины позволяет переписать исходные уравнения потенциального потока со свободной поверхностью в системе координат, соответствующей поверхности. Уравнение Лапласа сохраняет свою форму, тогда как границы области (т.е. свободная поверхность, а в случае конечной глубины - и дно) являются координатными поверхностями в новой системе координат. Соответственно потенциал скорости по всей области может быть представлен в стандартной форме, основанной на его разложении Фурье на свободной поверхности. В результате, полная гидродинамическая система уравнений представлена двумя простыми эволюционными уравнениями, которые могут решаться с большой точностью. Эти уравнения также могут быть использованы для теоретических исследований. Допущение потенциальности упрощает данный подход настолько значительно, что численная схема не требует никаких конечно-разностных аппроксимаций, поскольку точный расчет производных основан на представлении Фурье, тогда как нелинейность аппроксимируется на плотной сетке. Для ограниченного порядка нелинейности этот метод также является точным и зависит лишь от длины слова, заданного для расчетов.

Данная модель является уникальной для геофизической гидродинамики (впрочем, потенциальной), поскольку реальный процесс моделируется почти с компьютерной точностью. Это утверждение может считаться полностью верным, если крутизна поверхности не слишком велика. Увеличение локальной крутизны всегда приводит к развитию неустойчивости и даже к обрушению острых гребней. Формально конформное преобразование существует до момента, когда опрокидывающаяся масса воды касается поверхности. При такой воображаемой эволюции требуемое число мод Фурье возрастает до бесконечности. Если не предпринять специальных мер (например, сглаживания [17]), расчеты обычно прерываются значительно раньше вследствие сильной неустойчивости гребня волны [39], которая быстро проявляется при разделении падающей массы воды на две фазы. Это явление совершенно очевидно имеет непотенциальный характер (любопытно, что это противоречит хорошо известной теореме сохранения потенциальности). Следовательно, как во многих областях геофизической гидродинамики, следует предпринимать особые меры (которые, возможно, вульгарны с точки зрения потенциальной теории) во избежание численной неустойчивости, одновременно рассматривая физические последствия таких явлений.

Недавно модель [18] была применена для расчетов волновой эволюции при различных начальных условиях [13]. Численное моделирование исходно монохроматических волн с различной крутизной показало, что данная модель способна воспроизвести возникновение процесса обрушения, когда поверхность становится неоднозначной функцией горизонтальных координат. Была получена оценка высоты исходной критической волны, по которой производится разделение волн на необрушивающуюся и в конечном итоге обрушивающуюся волну. Расчеты нелинейной эволюции волнового поля были первоначально представлены двумя модами с близкими волновыми числами (амплитудная модуляция) и волновым полем с фазовой модуляцией. В обоих случаях появились большие и очень крутые волны; они также обрушиваются, если исходные амплитуды достаточно велики. Процесс обрушения развивается настолько быстро, что неоднозначная поверхность существует очень короткое время. Формально неустойчивость проявляется в быстром росте мод с высокими волновыми числами, однако, в действительности быстро развивается тенденция к разделению падающих объемов на две фазы, так что становятся неприменимыми конформное преобразование, потенциальная аппроксимация и, вообще, уравнения гидромеханики для одной фазы.

Далее модель была использована для воспроизведения эволюции неразрушающихся волн с большим числом мод в течение многих периодов главной волны [22]. Были исследованы статистические характеристики нелинейного волнового поля различной крутизны: эксцесс, асимметрия, дисперсионное соотношение и временные масштабы («время жизни» волн). Значения эксцесса S_k , полученные в численных экспериментах, были близки к 1, что совпадает с результатами [40], полученными в волновом канале. В то же время некоторые значения превышали 2 или даже 3. Расчеты показали, что представление волнового поля в виде суперпозиции линейных волн верно только для малых амплитуд. Компоненты с высокими волновыми числами обмениваются энергией столь быстро, что надежный расчет их фазовой скорости не возможен. Было также показано, что волновое поле является скорее суперпозицией волн Стокса, чем линейных волн и наложенных высокочастотных колебаний неволновой природы. Известно, что движущаяся волновая поверхность, составленная из линейных волн, выглядит неестественно гладкой, тогда как суперпозиция волн Стокса удивительно точно напоминает реальную морскую поверхность.

Недавно модель [23] была использована для численного воспроизведения неустойчивости Бенджамина-Фейера [7], [38]. Было показано, что первично однородный цуг волн Стокса претерпевает несколько фаз эволюции. В конечном итоге волновое поле превращается в случайную суперпозицию почти стоксовых волн. Если начальная крутизна достаточно велика, некоторые волны становятся очень высокими, теряют асимметрию и, в конце концов, обрушиваются. (В настоящей работе начальные условия также представляют собой суперпозицию волн Стокса с предписанным начальным спектром и случайными фазами). Здесь рассматривается моделирование различных случаев нелинейной эволюции одномерного волнового поля, оканчивающейся обрушением и иногда – появлением экстремальных волн. Полученные результаты использованы для предварительных оценок условий возникновения экстремальных волн, их статистики и некоторых механических свойств. Ниже будет показано, что экстремальные волны являются очень редким, но все же типичным явлением, которое может быть удовлетворительно изучено на основе гидромеханики. Ограничения, связанные с двумерностью модели, делают эти результаты не столь общими, как те, которые получены с трехмерной моделью. Тем не менее, было бы преждевременно начинать исследования, основанные на очень сложных и дорогих трехмерных моделях, прежде чем использовать все возможности, предоставляемые быстрой и точной двумерной моделью. Общее мнение сейчас склоняется к тому, что образование экстремальных волн, по крайней мере на основной стадии, является преимущественно одномерным процессом, поскольку сильные нелинейные процессы для однонаправленных волн, вероятно, более интенсивны, чем для волн, имеющих угловое распределение.

Уравнения. Рассматриваются периодические, одномерные (т.е. в плоскости x - z) волны на основе первичных уравнений в потенциальном приближении. Благодаря периодичности, конформное преобразование может быть представлено рядом Фурье:

$$x = \xi + \sum_{-M \leq k < M, k \neq 0} \eta_{-k}(\tau) \exp(k\zeta) \vartheta_k(\xi), \quad (1)$$

$$z = \zeta + \sum_{-M \leq k < M, k \neq 0} \eta_k(\tau) \exp(k\zeta) \vartheta_k(\xi), \quad (2)$$

где x и z – Декартовы координаты; ξ и ζ – конформные, следующие поверхности координаты, τ – время, η_k – коэффициенты разложения Фурье для свободной поверхности $\eta(\xi, \zeta)$, рассчитанные в координате ξ :

$$\eta(\xi, \tau) = h(x(\xi, \zeta=0, \tau), t=\tau) = \sum_{-M \leq k \leq M} \eta_k(\tau) \vartheta_k(\xi). \quad (3)$$

Здесь использовано стандартное для Фурье-сеточного метода обозначение для базисных функций ϑ_k :

$$\vartheta_k(\xi) = \begin{cases} \cos k\xi, & k \geq 0 \\ \sin k\xi, & k < 0 \end{cases}, \quad (4)$$

а M – предельное волновое число.

Нетрадиционное представление (3) и (4) в действительности более удобно, чем комплексное для оперирования в области действительных чисел, поскольку $(\vartheta_k)_\xi = k\vartheta_{-k}$ и $\sum (A_k\vartheta_k)_\xi = -\sum kA_{-k}\vartheta_k$. Фурье коэффициенты A_k образуют массив $A(-M : M)$, что упрощает программирование на Фортране высокого уровня. Заметим, что это представление легко обобщается для двухмерных рядов и что определение обеих координат ξ и ζ основано на коэффициентах Фурье для свободной поверхности. Из (1) и (2) следует, что производные по времени z_τ и x_τ связаны соотношением:

$$(x_\tau)_k = \begin{cases} -(z_\tau)_{-k} & k > 0 \\ (z_\tau)_k & k < 0 \end{cases}.$$

Благодаря конформности, уравнение Лапласа в (ξ, ζ) координатах сохраняет свою форму. В [19] показано, что полные двухмерные уравнения потенциальных волн могут быть представлены в виде:

$$\Phi_{\xi\xi} + \Phi_{\zeta\zeta} = 0, \quad (5)$$

$$z_\tau = x_\xi\zeta_\tau + z_\xi\xi_\tau, \quad (6)$$

$$\Phi_\tau = f\Phi_\xi - \frac{1}{2}J^{-1}(\Phi_\xi^2 - \Phi_\zeta^2) - z, \quad (7)$$

$$\zeta_\tau = (J^{-1}\Phi_\zeta)_{\zeta=0}, \quad (8)$$

где (6)–(8) относятся к поверхности $\zeta = 0$ (так что $z = \eta$, как следует из (1)), J – якобиан преобразования:

$$J = x_\xi^2 + z_\xi^2 = x_\zeta^2 + z_\zeta^2.$$

Производные ζ_τ и ξ_τ связаны между собой преобразованием Гильберта, которое в Фурье пространстве имеет простой вид:

$$(\zeta_\tau)_k = \begin{cases} -(\xi_\tau)_{-k} & k > 0 \\ (\xi_\tau)_k & k < 0 \end{cases},$$

где индексы подразумевают Фурье-амплитуды с соответствующим номером.

Уравнения (5)–(8) выписаны в безразмерной форме с использованием масштабов: длины L , (где $2\pi L$ – размерная длина области), времени $L^{1/2}g^{-1/2}$ и потенциала скорости $L^{3/2}g^{-1/2}$ (g – ускорение силы тяжести). В принципе, капиллярность может быть легко принята во внимание, однако, для одновременного моделирования ветровых и капиллярных волн требуется чрезмерно большое число мод. Заметное влияние капиллярных волн на процесс роста ветровых волн в океане, упоминаемое в публикациях, принадлежит к числу распространённых фантазий.

Граничное условие на нижней границе предполагает затухание вертикальной скорости:

$$\Phi_\zeta(\xi, \zeta \rightarrow -\infty, \tau) = 0. \quad (9)$$

Решение уравнения Лапласа с граничными условиями (9) имеет вид:

$$\Phi = \sum_{-M \leq k \leq M} \phi_k(\tau) \exp(k\zeta) \vartheta_k(\xi),$$

где ϕ_k - Фурье коэффициенты потенциала скорости на поверхности $\Phi(\xi, \zeta = 0, \tau)$. Уравнения (5)-(8) образуют замкнутую систему прогностических уравнений для формы поверхности $z(\xi, \zeta = 0, \tau) = \eta(\xi, \tau)$ и поверхностного потенциала $\Phi(\xi, \zeta = 0, \tau)$.

Интегрирование по времени осуществлялось по схеме Рунге-Кутты четвертого порядка. Выбор шага по времени проводился эмпирически. Например, для $M = 100$ шаг $\Delta\tau$ равен 0.01; для $M = 1000$ он принимался равным 0.002. При повышении локальной крутизны и кривизны поверхности часто требовался меньший шаг по времени, поэтому в последних версиях программы часто применялся динамический выбор шага.

Специфическая проблема, возникающая при использовании криволинейных координат, – интерполяция решения в декартовы координаты и обратно. Для этих целей использовалась периодическая сплайн-интерполяция высокого порядка, которая обеспечивала высочайшую точность. Важнейшей проблемой, пренебрегаемой часто в геофизической гидродинамике, является проверка численной схемы и модели в целом. Волновая модель обеспечивает редкую возможность сравнения полной модели с точным решением для волн Стокса. Это сравнение было проведено в [18, 19] и более подробно в [22]. Распространение очень крутых волн Стокса ($ak = 0.42$) воспроизводилось в 2,686,500 временных шагов до 932 периодов. При этом полная энергия уменьшилась всего на $3 \cdot 10^{-8}$ %. Аналогичные расчеты, проведенные также для $ak = 0.42$ в [17], прервались вычислительной неустойчивостью уже через несколько периодов. Точная фазовая скорость для волн Стокса такой крутизны равна 1.089578. Прямые расчёты скорости продвижения волн Стокса воспроизведенной моделью дали значение 1.089579 ± 10^{-6} . Заметим, что проверка модели путём сравнения с волнами Стокса является полной и нетривиальной, поскольку начальные условия для стационарной волны Стокса рассчитывались независимо, по другой схеме, специально разработанной для стационарных решений для гравитационно-капиллярных волн в наших ранних публикациях (см. подробное описание алгоритма в [23]).

Аналогичные процедуры сравнения были проведены для гравитационно-капиллярных и капиллярных волн. Для расчёта капиллярных волн использовалось аналитическое решение [26, 27]. Типичная точность модели оказалась порядка 10^{-10} . Это не удивительно, поскольку волновая модель после трансформации в конформные координаты превратилась в два одномерных дифференциальных уравнения, которые могут решаться очень точно Фурье-сеточным методом, если выбрана точная схема интегрирования по времени. Высокая точность схемы необходима для сохранения инвариантов (массы, суммы потенциальной и кинетической энергий, горизонтального импульса). Отношения временных масштабов для притока энергии к характерным периодам волн составляет порядка 10^{-4} , так что индивидуально описываемые волны являются почти адиабатическим процессом. Замечательно, что схема, основанная на конформных координатах, оказалась способной воспроизвести начальный период обрушивания волн, когда поверхность в декартовых координатах оказывается неоднозначной [13]. Опрокидывание выражается в появлении струи на подветренном склоне в пике волны или в образовании «шапочки», опрокидывающейся по ходу волны. Далее, процесс становится неустойчивым по физическим, а не по вычислительным причинам.

Чрезвычайно важно, что адиабатические уравнения динамики волн (не обязательно потенциальных) являются автомодельными, т.е. инвариантными к линейному преобразованию координат (или изменению силы тяжести). Это означает, что простым масштабированием решение может быть применено к целому классу процессов, характеризующихся

одинаковыми безразмерными начальными условиями. Таким образом, физика «больших» экстремальных волн вполне идентична физике малых «экстремальных» волн.

Описание численных экспериментов. Для генерации начальных условий использовался метод аппроксимации волновой поверхности с заданным спектром суперпозицией волн Стокса, развитый в [22]. Метод состоит в задании суперпозиции линейных волн в системе координат (ξ_u, ζ_u) , аналогичной (1) и (2), но записанной для области $z > \eta$. После переноса этой поверхности в нижнюю систему координат, линейные в системе (ξ_u, ζ_u) волны превращаются с большой точностью в волны Стокса. Заметим, что сами линейные волны имеют тенденцию превращаться в волны Стокса, так что указанный алгоритм служит для ускорения перехода к квазистационарному режиму.

В настоящей статье этот метод был применён для генерации волновой поверхности с заданным спектром, соответствующим спектру JONSWAP для конечного разгона S_f , как функции частоты ω :

$$S_f(\omega) = \frac{\alpha g^2}{\omega^5} \exp\left[-\beta \left(\frac{\omega_p}{\omega}\right)^4\right] \gamma^\gamma, \quad (10)$$

где $\beta_1 = 1.25$; $\gamma = 3.3$; ω_p - параметр, близкий к частоте спектрального пика S_p . Остальные параметры выражаются через ω_p :

$$r = \exp\left[-\frac{(\omega - \omega_p)^2}{2\sigma^2\omega_p^2}\right], \quad \alpha = 0.0099\Omega^{0.66}, \quad \sigma = \begin{cases} 0.07 & \omega \leq \omega_p \\ 0.09 & \omega > \omega_p \end{cases},$$

где $\Omega = \frac{\omega_p U_{10}}{g} = \frac{U_{10}}{c_p}$ - обратный 'возраст' волн; c_p - фазовая скорость в пике спектра.

Хорошо известно, что аппроксимация (10) завышает спектр при низких значениях $\Omega \leq 1.3$. Для реалистичного асимптотического поведения спектра аппроксимация была дополнена спектром Пирсона-Московитца для полностью развитого волнения:

$$S_\infty(\omega) = \frac{\alpha g^2}{\omega^5} \exp\left[-\beta_2 \left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^4\right], \quad (11)$$

так что окончательный спектр принимался в виде:

$$S = S_\infty W + S_f(1 - W),$$

где $W(\Omega)$ - весовая функция, выбранная в виде:

$$W = \exp(-15(\Omega - \Omega_\infty)).$$

Формулы (10) и (11) были переписаны в терминах волновых чисел с использованием дисперсионного соотношения. Начальные значения Фурье коэффициентов в разложении волновой поверхности $\eta(x)$ были, таким образом, заданы в виде:

$$|h_k| = (2S(k)\Delta k)^{1/2}, \quad \eta_k = |h_k| \cos(\varphi), \quad k = 1, 2, 3 \dots k_m,$$

где $|h_k|$ - амплитуда k -ой моды; φ - случайные фазы, равномерно распределённые в интервале $(0 \div 2\pi)$. Спектральный пик был помещён на волновое число $k_p = 8$, $\omega_p = \sqrt{k} = 2.83$. Число мод, заданных в начальных условиях, было равно 32, так что отношения максимальной амплитуды к минимальной было равно 4^3 . Фурье коэффициенты f_k для поверхностного потенциала были рассчитаны по линейной теории:

$$f_k = |k|^{1/2} \alpha_{-k}, \quad k = -M_i, M_i.$$

После обратного преобразования Фурье функции $\eta(x)$ и $f(x)$ были перенесены из верхней системы координат (ξ_u, ζ_u) в нижнюю (1), (2) с помощью периодической сплайн-интерполяции с точностью не менее 10^{-11} . Далее происходило интегрирование уравнений на длительные сроки, так что задача быстро «забывала» начальные условия и вырабатывала собственный спектр и фазовые соотношения. В процессе решения быстро вырабатывался спектральный «хвост».

Моделирование волн было проведено для общего числа мод $M = 4000$, $N = 16000$, что было заведомо достаточно для точности аппроксимации уравнений. Большая часть вариантов завершалась опрокидыванием волны. Момент опрокидывания определялся по появлению неоднозначной поверхности хотя бы в одной точке области, когда:

$$x(i+1) < x(i), \quad i = 1, 2, 3 \dots N-1. \quad (12)$$

Конформные координаты столь гибки, что момент (12) всегда соответствует в них однозначной поверхности, так что интегрирование возможно продолжать и далее, но это не входило в наши намерения. Для данной проблемы важно, что после достижения критерия (12) поверхность уже никогда не стабилизируется: количество жидкости, пересекающей вертикаль $x(i)$, быстро возрастает, так что факт обрушения идентифицируется с большой точностью. Вплоть до этого момента сумма потенциальной и кинетической энергий (которая является инвариантом адиабатической проблемы) сохраняется с точностью до нескольких знаков.

Экстремальные волны – редкое явление в океане. Столь же редко они возникают в компьютерном воспроизведении. Один цикл расчётов проводился для 60–90 случаев, соответствующих различным частотам пика:

$$\Omega_n = \Omega_\infty + 0.0294n, \quad n = 1, 2, 3 \dots 60 \div 90, \quad (13)$$

где n – номер варианта в цикле; $\Omega_\infty = 0.855$ - безразмерная частота спектрального пика для спектра Пирсона-Московитца, верхний предел Ω был выбран 3.50, что позволило охватить практически все ситуации, характерные для открытого океана. Оказалось, что генерация экстремальных волн – столь неустойчивое явление, что его повторяемость оказалась зависимой от начального набора фаз. Поэтому цикл (13) был повторен 64 раза, так что полное число проведённых экспериментов было равно 4294. Расчёты велись на компьютере Dell (частота процессора 3.1 ГГц) и потребовали около трёх месяцев непрерывных вычислений в автоматическом режиме. Многие статистические характеристики были получены в ходе вычислений, так что запись проводилась только в периоды возникновения волн с высотой, от подошвы до гребня превышающей $2H_s$. Благодаря этой селекции, объём накопленной информации оказался не очень большим: не превышающим 100 Гб на внешнем носителе.

Обрушивающиеся и необрушивающиеся волны. Определение опасных волн по их высоте от среднего уровня до гребня не имеет смысла, поскольку энергия волны зависит от её полной высоты: от подошвы до гребня. Эту высоту для многомодовой поверхности формально определить не так просто. Например, расчёт разницы между абсолютным минимумом и ближайшим максимумом не дает верного ответа, поскольку существуют локальные экстремумы, так что высота волны окажется заниженной. Очевидно, экстремальная волна должна быть найдена среди волн с длиной волны близкой к длине волны в пике спектра. Поэтому поиск максимальной в цуге волны $H_f = H_e/H_s$ проводился в движущемся окне длиной $L_e = 1.5L_p$, где L_p - длина волны в пике спектра $L_p = 2\pi/k_p$ и k_p - волновое число в пике спектра на данный момент.

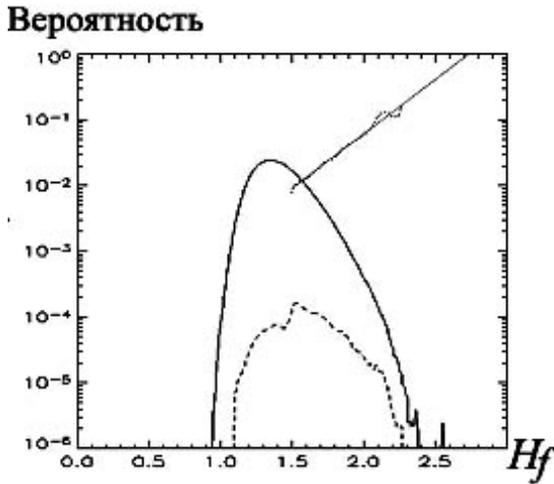


Рис. 1. Распределение вероятности для высоты волны от подошвы до гребня H_f для разрушающихся (пунктир) и неразрушающихся (сплошная) волн, определённых в окне шириной $1.5 L_p$. Точечная кривая — отношение числа разрушающихся волн к числу неразрушающихся. Тонкая линия — экстраполяция этой зависимости в область высоких значений H_f .

экстремальных волн, а убывание вероятности для больших волн отражает их редкость. Отношение общего числа неразрушающихся волн к числу разрушающихся для выбранного окна равно 140. Тем не менее, это отношение сильно зависит от высоты волны: для $H_f > 2$ оно равно 10, а экстраполяция этой зависимости в область высоких значений предсказывает, что все волны, превышающие $H_f = 2.7$, разрушаются.

Было бы очень привлекательно найти связь между появлением экстремальных волн и определёнными интегральными свойствами волнового поля. Для исследования этого вопроса, было проведено сопоставление наибольшей в цуге волны с интегральными характеристиками, вычисленными для цуга. Естественно было бы ожидать, что обладающие высокой плотностью энергии развивающиеся волны после нормализации масштабом H_s будут генерировать экстремальные волны чаще, чем это происходит в развитом волнении. Оказалось, однако, что это не так: большие волны появляются чаще в волновом поле с меньшей интегральной крутизной и плотностью волновой энергии. Волны с высотой $H_f \geq 2$ вообще развиваются только в развитом волновом поле при $U_{10}/c_p \equiv \Omega < 1.4$.

Происходит это, видимо, потому что более интенсивные нелинейные взаимодействия в «юном» волновом поле не столько способствуют росту отдельных волн, сколько препятствуют ему, более интенсивно отбирая их энергию.

Исследование возможных предикторов экстремальных волн было продолжено сопоставлением интенсивности их генерации с соответствующими интегральными моментами: асимметрии Sk и эксцесса Ku , определяемыми как:

$$\bar{\eta} = \frac{1}{N} \sum_{j=0}^N \eta_j, V = \frac{1}{N-1} \sum_{j=0}^N (\eta_j - \bar{\eta})^2, Sk = \frac{1}{N} \sum_{j=0}^N \left(\frac{\eta_j - \bar{\eta}}{\sqrt{V}} \right)^3, Ku = \frac{1}{N} \sum_{j=0}^N \left(\frac{\eta_j - \bar{\eta}}{\sqrt{V}} \right)^4 - 3,$$

Волны, превышающие высоту $2H_s$, практически отсутствовали в диапазонах $L < L_p/2$ и $L > 1.5L_p$. Далее будет показано, что развитие экстремальной волны происходит в течение около одного периода. Если определить элементарное событие как движение одной волны в течение одного периода, общее число случаев, положенных в основы статистики, превосходит 15 млн.

Если экстремальные волны с высотой всегда разрушаются, общее число таких волн должно быть равно числу экспериментов. В действительности, обрушение происходит даже при малой высоте волны, но общее число волн, превышающих $2H_s$, оказалось гораздо больше, чем число экспериментов, поскольку развитие экстремальных волн далеко не всегда завершается их разрушением. Распределение повторяемости для разрушающихся и неразрушающихся волн показано на рис. 1. Быстрое уменьшение числа случаев для малых H_f просто означает, что в

окне среди максимальных волн не было экстремальных волн,

где суммирование проведено по всем узлам конечно-разностной сетки. Асимметрия характеризует «заострённость» волн, возникающую из-за того, что большие положительные значения встречаются чаще чем отрицательные. Эксцесс также характеризует форму волнения: большие значения входят в Ku с большим весом, так что положительная его величина соответствует более заострённому распределению вероятности. Для нормальных процессов обе эти величины равны нулю.

Наконец, значительный интерес представляет горизонтальная асимметрия волны (перекошенность профиля), определяемая как асимметрия уклонов:

$$As = \frac{1}{N} \sum_{j=0}^N \frac{(\partial\eta/\partial x)^3}{\left((\partial\eta/\partial x)^2\right)^{3/2}}.$$

Для нормальных процессов величина As равна нулю. Именно наклон волны вперёд является надежным предвестником опрокидывания волны. Интересно, что связь между величинами H_f и эксцесса Ku выражена гораздо более отчётливо: с ростом экстремальных волн эксцесс также растёт. Это, по-видимому, подтверждает гипотезу Янсена [4], что эксцесс может служить как *предиктор* для экстремальных волн. Для проверки этой гипотезы была рассчитана кросс-корреляционная функция R_f для переменных Ku и H_f для 2888 случайно выбранных и достаточно продолжительных процессов. Оказалось, что корреляция между этими переменными при нулевом сдвиге близка к 0.8, однако за 10 волновых периодов корреляция становится статистически незначимой. Это означает, что эксцесс, также как и асимметрия, является не *предиктором*, а просто *индикатором* появления экстремальных волн. Это не удивительно, поскольку при появлении экстремальных волн поверхность приобретает геометрические свойства, при которых эксцесс сдвигается в сторону увеличения. Важно, что при рассмотрении больших волновых ансамблей влияние отдельных экстремальных волн мало влияет на все статистические характеристики и, в том числе, на волновой спектр. Это свойство полностью исключает возможность использования интегральных характеристик и самого спектра не только в качестве индикаторов, но и предикторов экстремальных волн. Волновой спектр, предсказываемый волновыми прогностическими моделями [41], отражает осреднённые условия на большой территории, соответствующей элементарной ячейке конечно-разностной модели. Такая ячейка в действительности включает тысячи волн. Только, в «лучшем» случае несколько из них претерпевают резкое усиление за очень короткий период. Разумеется, этот процесс никак не может быть выражен в спектре, даже если бы спектр предсказывался с абсолютной точностью. Тем более это относится к интенсивно пропагандируемому эксцессу – моменту четвёртого порядка, вычисляемому с крайне низкой точностью. Приходится признать, что традиционные методы решения проблемы экстремальных волн, основанные на спектральном рассмотрении и различных статистических моментах, не могут привести к успеху.

Свойства экстремальных волн. Плотности потенциальной E_p и кинетической E_p энергий, осреднённых по ξ , рассчитываются по формулам:

$$E_p = (2\pi)^{-1} \int_0^{2\pi} z^2 x_\xi d\xi, \quad E_k = (2\pi)^{-1} \int_0^{2\pi} \varphi \varphi_\zeta d\xi, \quad E_c = E_p + E_k.$$

Потенциальная и кинетическая энергии единичного столба вычисляются по формулам:

$$e_p = \frac{1}{2} z^2, \quad e_k = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^0 (\Phi_\xi^2 + \Phi_\zeta^2) J^{-1} d\zeta, \quad e_c = e_p + e_k.$$

Интеграл по глубине рассчитывается в криволинейных координатах в растянутой вертикальной сетке $\Delta\zeta_{j+1} = \varepsilon\Delta\zeta_j$, где j растёт вниз, а параметр растяжения ε принимался равным 1.10.

Детали развития экстремальной волны, приведенные на рис. 2, показывают, что в данном случае волна развивается всего за два периода (а), причём энергия в пике волны за этот интервал увеличивается в 10 раз (б). Значения продольной компоненты скорости (нормализованной фазовой скоростью) приближаются к единице (в). Изменения энергии E_f , осреднённой по всей длине волны от задней до фронтальной подошвы, и максимальное значение энергии в пике волны даны на (г). Наиболее неожиданным свойством экстремальной волны является то, что полная энергия волны остаётся почти неизменной, в то время как энергия в пике волны вырастает во много раз. Это означает, что в волне происходит фокусировка энергии при очевидном отсутствии обмена энергией с окружающими волнами. Поэтому рассмотрение этого процесса в Фурье пространстве оказывается бессмысленным: только одна волна из большого ансамбля волн неожиданно начинает расти. Этот рост сопровождается высокой концентрацией энергии.

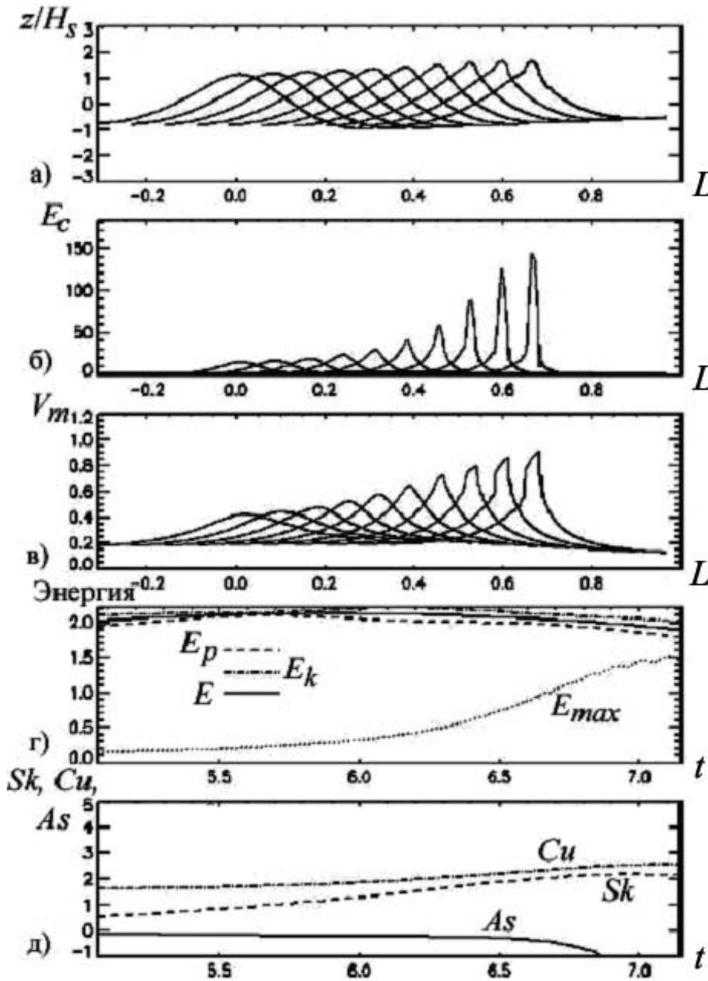


Рис. 2. Примеры эволюции экстремальной волны для $U_{10}/c_p = 1.6$: **а** – последовательные профили максимальной в цуге волны (разделённые временным интервалом $\Delta t = 0.02$) с момента $t = 5.06$ ($N_f = 2.10$ или 2.28 периодов) до момента опрокидывания $t = 7.15$ (3.22 периода); **б** – эволюция энергии единичного столба e_c ; **в** – абсолютные значения поверхностной скорости, нормализованной фазовой скоростью волны; **г** – эволюция максимальной энергии единичного столба E_m , плотности кинетической энергии (E_k) единичного столба, потенциальной энергии (E_p) и полной энергии (E) (все - осреднённые по длине волны); **д** – эволюция асимметрии (Sk), эксцесса ($0.1Ku$) и горизонтальной асимметрии ($0.1As$)

Распределения скорости в верхней части экстремальных волн показано на рис. 3. Заметно, что в гребне волны скорость приближается к фазовой скорости волны, что и является основной причиной обрушения. При наблюдении такой волны из передней подошвы её фронт действительно представляется вертикальной стеной воды. Размерные характеристики такой волны впечатляющи. Предположим, что волнение достигло предельного спектра, описываемого формулой Питсона-Московитца. В этом случае фазовая скорость волны

равна $\approx 1.2U_{10}$ и $0.22U_{10}^2/g$. Следовательно, при $U = 30$ м/с высота волны от подошвы до гребня равна 23 м, при $U = 25$ м/с – 35 м и при $U = 30$ м/с – 50 м. Динамическое давление $P = \rho_w U^2$, развиваемое на преграде, при этом достигает $5.5 \cdot 10^5$, $8.6 \cdot 10^5$ и $1.2 \cdot 10^6$ Па соответственно. Такое давление может оказаться чересчур велико даже для большого судна.

Статистика экстремальных волн. Данные об интегральной вероятности P (вероятности волн, высота которых превышает H_f) для интервала $1 < H_f < 2.5$, рассчитанные по всем элементарным событиям для 4294 вариантов, представлены на рис. 4.

Интегрирование проведено по H_f , так что каждая точка характеризует вероятность появления волны с высотой от подошвы до гребня, превышающей H_f . Изолинии указывают число событий, попавших в интервал $\Delta H_f = 0.02$ и $\Delta \lg P = 0.1$, серое поле – конгломерат точек, соответствующих этим событиям. Общее число точек на рисунке равно 190337, а число точек, отвечающих условию $H_f > 2$, равно 11955. Как видно, данные о вероятности обнаруживают большой разброс, что отражает

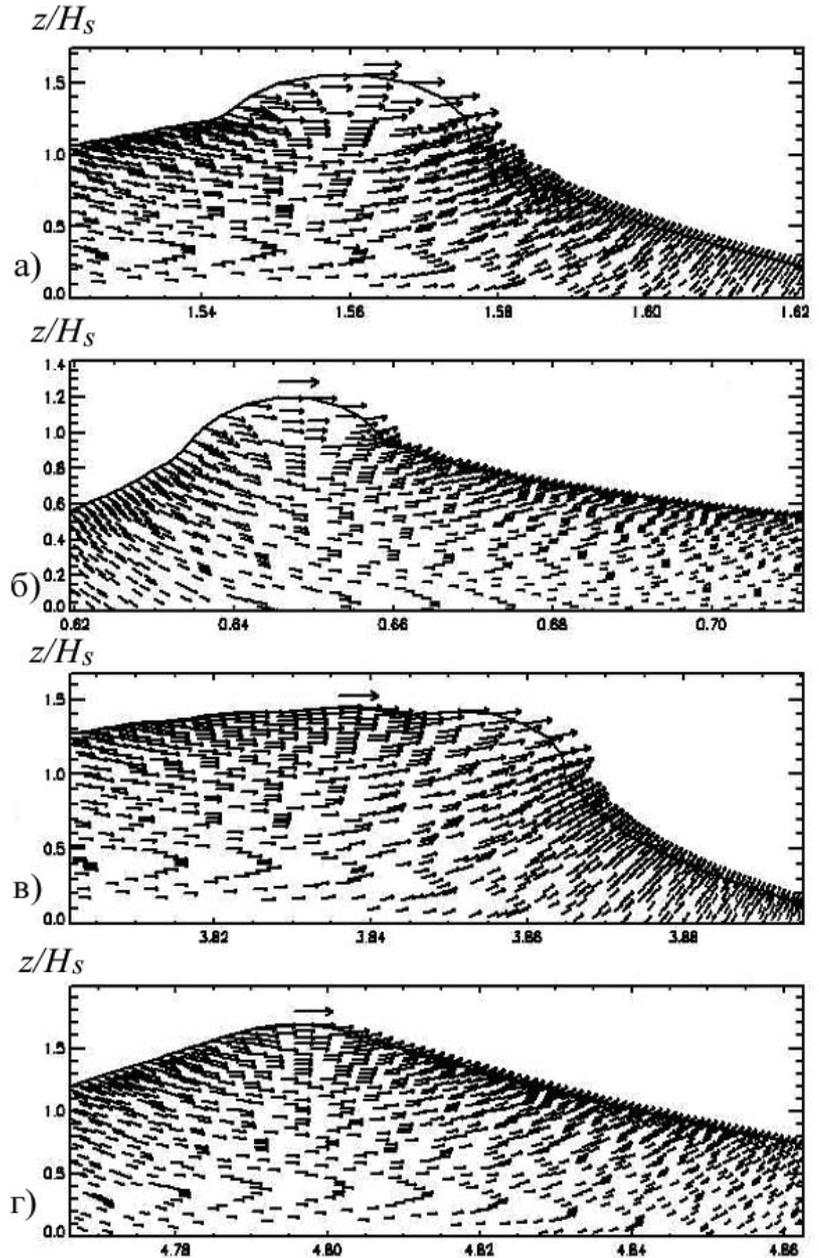


Рис. 3. Примеры профилей экстремальных волн и распределение скорости в их верхней части: **а** – островершинная разрушающаяся волна с высокой горизонтальной As и вертикальной Sk асимметрией ($H_s = 0.45$, $H_f = 2.36$, $Sk = 0.84$, $As = 4.07$); **б** – островершинная разрушающаяся волна с малой горизонтальной As и вертикальной Sk асимметрией ($H_s = 0.038$, $H_f = 2.10$, $Sk = 0.08$, $As = 0.55$); **в** – плосковершинная разрушающаяся волна с высокой горизонтальной As и вертикальной Sk асимметрией ($H_s = 0.039$, $H_f = 2.62$, $Sk = 0.88$, $As = 0.49$); **г** – островершинная неразрушающаяся волна с умеренной горизонтальной As и высокой вертикальной асимметрией ($H_s = 0.031$, $H_f = 2.62$, $Sk = 0.88$, $As = 0.49$). Стрелка в верхней части показывает вектор фазовой скорости.

исключительно случайную природу экстремальных волн. Такой разброс полностью исключает возможность использования осреднённой вероятности, так что оказывается необходимым учитывать распределение вероятности волн внутри облака точек. Все наши попытки стратифицировать данные внутри облака по интегральным параметрам волн оказались безуспешными: для безразмерных волн закономерным оказалось отсутствие любой закономерности. Это означает, что экстремальные волны могут появляться при любых условиях с легким преобладанием условий для волнения близкого к развиту. Самым любопытным представляется тот факт, что вероятность для безразмерной высоты волны оказалась очень слабо зависящей от плотности волновой энергии. Разумеется, это не означает, что размерная высота волны не зависит от энергии, поскольку рассмотрение вероятности проводилось для волн, нормированных на энергетическую характеристику H_s . Эта нормировка оказалась столь эффективной, что позволила исключить из рассмотрения все другие индикаторы.

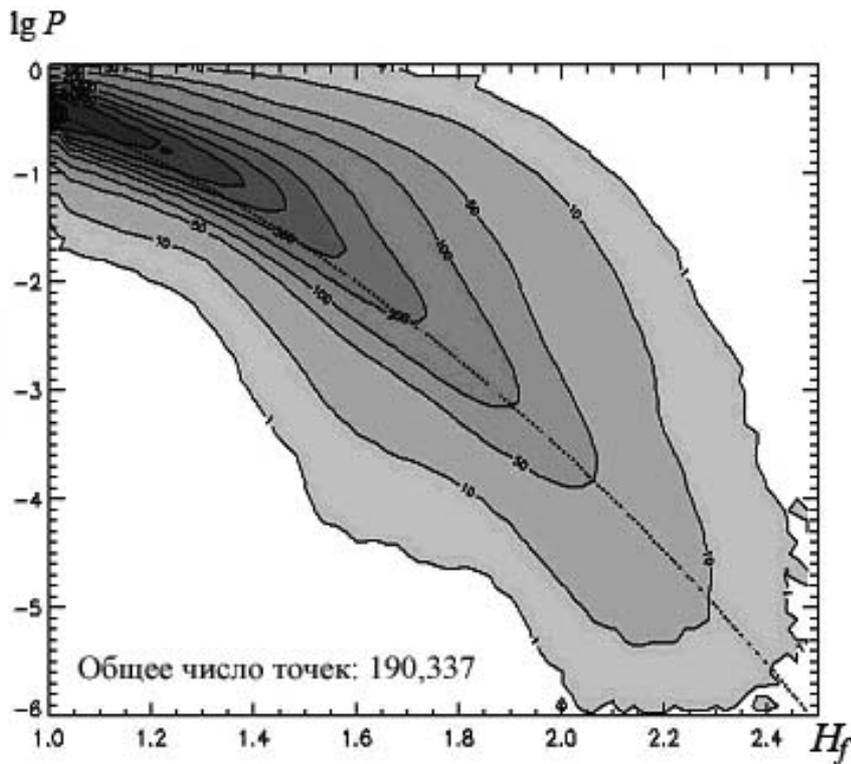


Рис. 4. Изолинии числа точек, пришедшихся на ячейку с размерами $\Delta H_f = 0.02$ и $\Delta \lg P = 0.1$. Пунктирная линия соответствует осредненному значению числа точек.

На рис. 5 представлена вероятность P_i - проинтегрированное (сверху вниз по вертикали) число точек N_p в полосах для столбцов шириной $\Delta H_f = 0.02$, нормализованное числом точек в столбце:

$$P_i(P, H_f) = \frac{\sum_0^P N_p(P, H_f)}{\sum_0^{P_\infty} N_p(P, H_f)},$$

(Нижнее значение $P_\infty = 10^{-6}$).

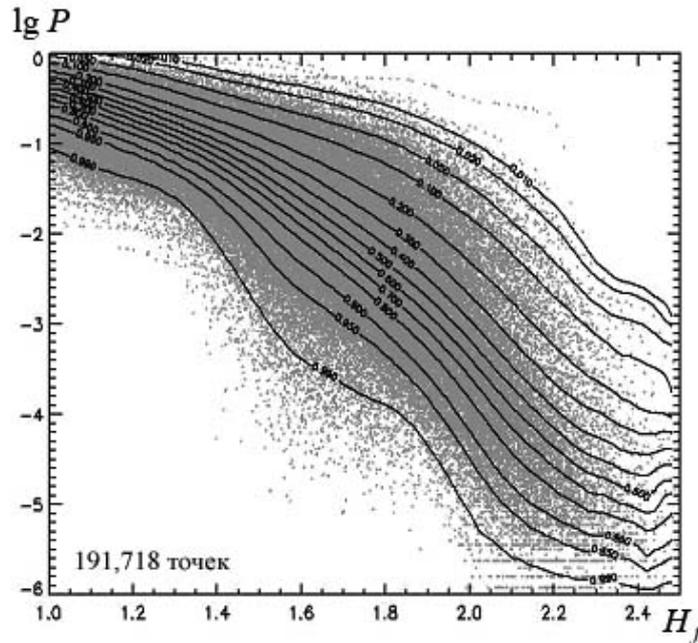


Рис. 5. Дважды проинтегрированная вероятность появления волны с высотой от подошвы до гребня H_f . Изолинии соответствуют вероятности, характеризующей разброс внутри облака точек, представленного на рис. 4.

Как видно, проинтегрированная дважды вероятность обнаруживает вполне закономерное поведение, дающее возможность оценки вероятности специфических значений H_f . Зависимость, показанная на рис. 5, может быть аппроксимирована выражением:

$$P = -1.14445X^{2.39563} \left(1 - \left(\ln(P_t + (1 - P_t) \exp(A)) / A \right)^{0.25} \right), \quad (14)$$

где $A = -10^{0.221155 + 0.452595H_f}$; P - полная вероятность появления экстремальной волны высотой H_f ; P_t - интегральная функция, описывающая распределение вероятности внутри «облака» точек для определённых значений H_f .

Аппроксимация (14) представлена в виде номограммы на рис. 6. Зависимости, показанные на рис. 6, требуют пояснения. Например, вероятность появления волны высотой $H_f = 1.9$ с вероятностью 1 (жирная нижняя кривая) равна $10^{-5.2}$. Это означает, что из числа волн $10^{-5.2} \approx 160000$ одна волна с вероятностью 1 достигнет этой высоты. Эта вероятность представляется весьма малой, однако двигаясь вверх вдоль значения $H_f = 1.9$, получаем, что с вероятностью $P_t = 0.01$ такая волна имеет вероятность $10^{-1.2}$, а полная вероятность встречи с такой волной равна $P = 10^{-1.2}$, $P_t = 10^{-3.2}$. Следовательно, волна с высотой $H_f = 1.9$ может с вероятностью 0.01 появиться в первой тысяче волн. Таким образом, функция P_t описывает меру неопределённости вероятностного предсказания. Еще более удобно рассматривать, вместо вероятности, время ожидания волны T_f с высотой H_f :

$$\tau_f = T_p (PP_t)^{-1}.$$

Примеры оценок времени ожидания для волн, превышающих значения fH_s , ($f = 2.1, 2.2, 2.3, 2.4, 2.5$) для различных значений H_s от 2 до 12 м, даны на рис. 7.

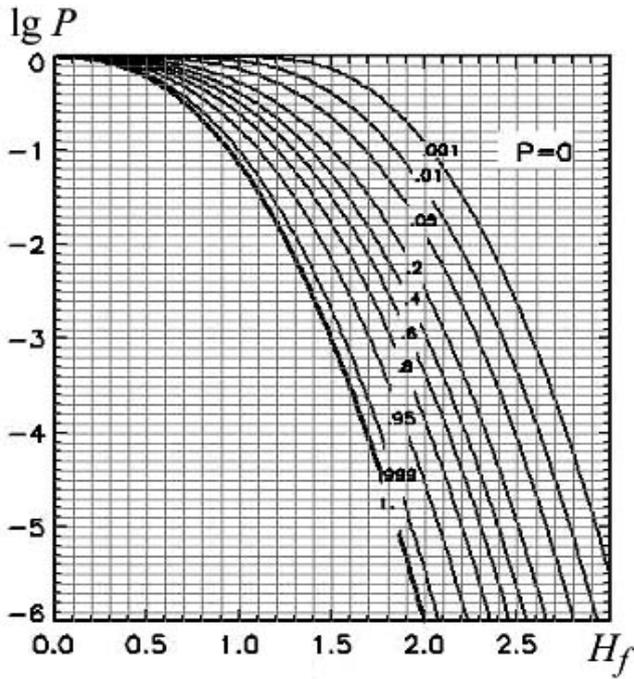


Рис. 6. Аппроксимация (14) распределения вероятности, представленной на рис. 5.

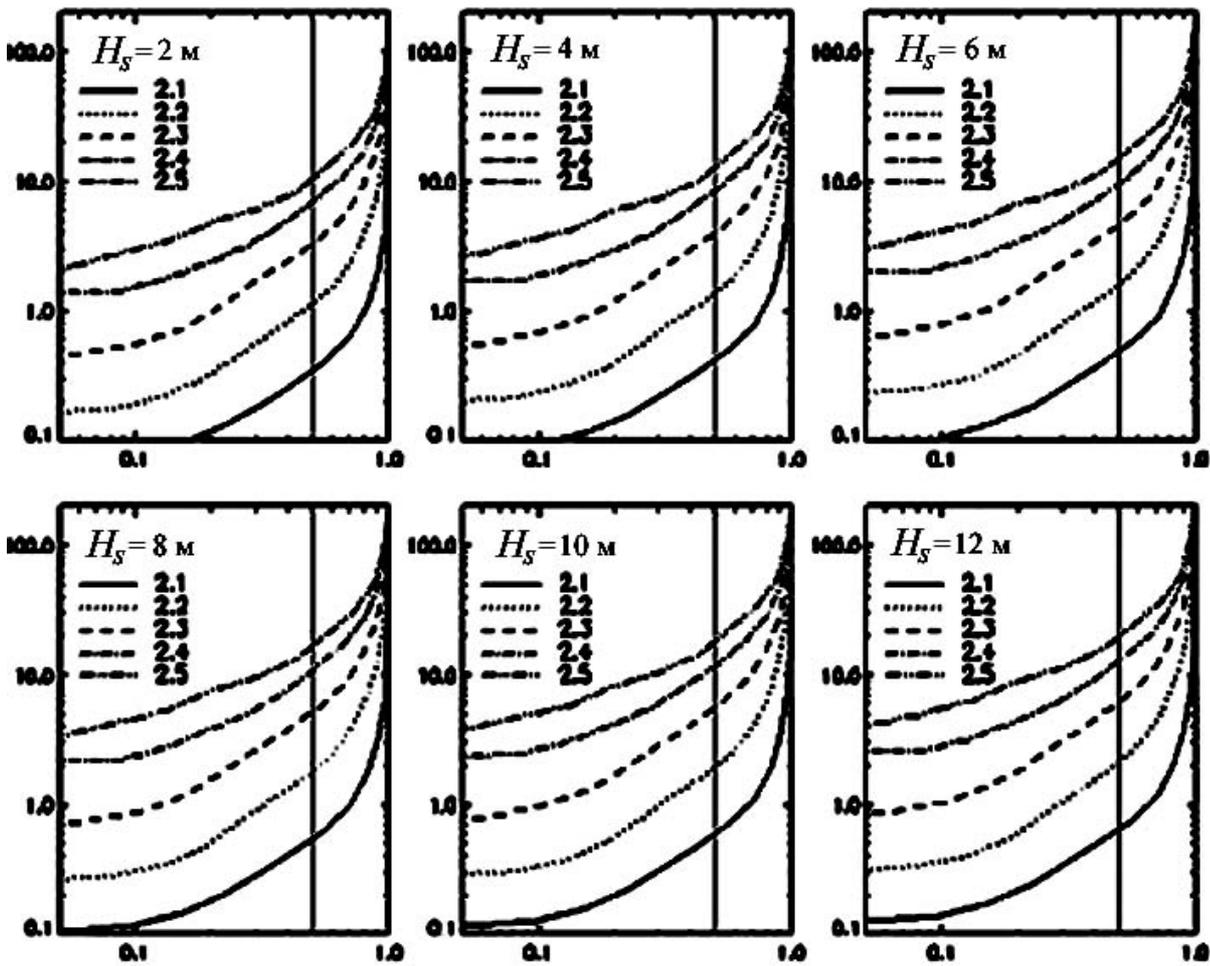


Рис. 7. Примеры оценок времени ожидания экстремальной волны, превышающей H_f , ($f = 2.1, 2.2, 2.3, 2.4, 2.5$) для различных значений \tilde{H}_s в интервале от 2 до 12 м

Связь между значениями H_s и T_p определена с помощью спектра Пирсона-Московитца, но для этих целей подходит любой спектр, в том числе и спектр, рассчитанный волновой прогностической моделью. Вертикальные оси на рис. 6 соответствуют времени ожидания, в сутках (в логарифмической шкале). Горизонтальные оси соответствуют вероятности встречи волны с размерной высотой от подошвы до гребня и времени ожидания такой волны. Различные кривые относятся к различным значениям H_f (см. легенды на каждой панели). Для пояснения использования таких графиков приведем примеры. Если, например, $\tilde{H}_s = 4$ м (верхний средний график), тогда с вероятностью 0.5 время ожидания волны с высотой $H_f = 8.2$ м равно 0.4 суток, для волны с высотой $\tilde{H}_f = 10$ м время ожидания τ_f равно 10 суток. Кривые на рисунках выглядят довольно похожими благодаря логарифмическим шкалам. Если время ожидания выражать в периодах волны пика, эти кривые были бы полностью идентичны. Размерные периоды растут как $\tilde{H}_f^{1/2}$.

Волны-убийцы – редкое, но все же систематически повторяющееся явление в Мировом океане. Эти волны обладают огромной разрушительной силой. Навигация, разработка морских месторождений и индустрия туризма настоятельно нуждаются в результатах исследований происхождения, физических свойств экстремальных волн, а также в создании методов их прогноза. Механические свойства экстремальных волн, их вероятность, географическое распределение в настоящее время неизвестны. Разумеется, отсутствуют и методы их прогноза. Данные наблюдений таких волн очень разрозненны, лабораторные эксперименты невозможны из-за их чрезвычайно малой повторяемости. Механизм концентрации энергии в волне очень деликатен, поэтому маловероятно, что эти процессы могут быть надежно исследованы на основе упрощенных уравнений. Строго говоря, даже применимость потенциального приближения находится под вопросом.

Новый подход к проблеме, демонстрируемый в настоящей работе, основан на методах математического моделирования, которые доказали свою универсальность во многих разделах геофизической и технической гидромеханики. Эта техника по ряду причин не была использована для исследования волновых процессов. Спектральные подходы, используемые в моделях прогноза волн, разумеется, не применимы. В последние годы были развиты методы прямого моделирования поверхностных волн, основанные на полных, двухмерных и трехмерных уравнениях гидромеханики. Уже первые результаты многомодовых численных экспериментов показали, что модель воспроизводит появление экстремальных волн практически без предикторов. Иногда высота волны от подошвы до гребня может достигать трех высот существенной волны. В среднем одна треть таких волн разрушается, создавая экстремальные условия. Тем не менее, если высота волны приближается к трем высотам существенной волны, она разрушается всегда. Экстремальные волны являются проявлением собственных свойств нелинейного волнового поля. Они появляются редко, но всегда, если время наблюдений или продолжительность численного эксперимента достаточно велики. Предсказание индивидуальных экстремальных волн невозможно, однако их вероятность может быть оценена сравнительно надежно; исследование должно основываться на проведении огромного количества численных экспериментов при разнообразных начальных условиях.

В настоящей работе вероятность экстремальных волн была рассчитана по результатам более 4 тыс. численных экспериментов. Для размерных уравнений такое количество явно недостаточно, но ситуацию спасает свойство автомодельности уравнений по

верхностных волн, которое формально реализуется предположением, что ускорение силы тяжести равно единице. Свойство автомодельности делает бессмысленным существующий критерий выделения экстремальных волн. С точки зрения практических приложений такие определения вообще не нужны. Гораздо больший смысл имеет введение категорий экстремальных волн, как это сделано для тропических ураганов, например, n -я категория может быть определена как волна, имеющая высоту от подошвы до гребня, равную $3n$.

В работе были сделаны попытки классификации экстремальных волн по интегральным характеристикам волнового поля. Результаты оказались неожиданными: для широкого интервала параметров интегральная вероятность экстремальных волн оказалась практически независимой от формы спектра.

Экстремальные волны могут принимать различную форму: одни могут быть острогребневые, другие – сравнительно пологие, третьи имеют значительный перекося по ходу волны. Некоторые из них очень велики, но недостаточно круты, для того чтобы стать опасными. Генерация экстремальной волны может инициироваться в результате групповых эффектов, но в некоторых случаях большая волна начинает расти сама по себе. Рост сопровождается сильной концентрацией волновой энергии в районе пика волны. Этот процесс происходит в течение нескольких волновых периодов в физическом пространстве без заметного обмена энергией с окружающими волнами. Понятно, что этот процесс не может быть исследован на основе чисто спектральных уравнений.

В настоящей статье нет ответа на вопрос, почему такие волны возникают. Проблема, разумеется, интересна, но имеет небольшое практическое значение. Это утверждение может быть подтверждено примером из гораздо более развитого раздела геофизической гидродинамики – крупномасштабной атмосферной динамики.

Хорошо известно, что циклоны возникают в результате неустойчивости бароклинных волн на фронтальных поверхностях. Предсказать, какая из многих волн, бегущих по поверхности, начнет расти, терять устойчивость, становясь «экстремальной» бароклинной волной, почти невозможно, пока этот процесс не будет зафиксирован со спутников. До настоящего времени проблема циклогенезиса остается наиболее трудной. Тем не менее, достаточно совершенная атмосферная модель с высоким разрешением предсказывает климатическую повторяемость циклогенезиса вполне удовлетворительно. Именно эти преимущества статистической гидродинамики лежат в основе настоящего подхода.

Результаты, изложенные в настоящей статье, разумеется, являются предварительными. Например, сомнительно, что статистическое распределение безразмерных экстремальных волн не зависит от безразмерной волновой энергии. Для получения более точной статистики необходимо гораздо большее количество численных экспериментов, в том числе и с трехмерными моделями. Эта работа требует привлечения огромных вычислительных ресурсов, в частности параллельных компьютеров с большим числом процессоров. Безусловно, для глубокого понимания проблемы экстремальных волн необходимы специальные наблюдения и накопление данных.

Ключевые слова: поверхностные волны, экстремальные волны, волны-убийцы.

Литература

1. *Kharif C., Pelinovsky D.* Physical mechanisms of the rogue wave phenomenon // *European Journal of Mechanics B/Fluids*. 2003. 22. P.603–634.
2. *Dysthe K., Krogstad H., Muller P.* Oceanic Rogue Waves // *Annual Review Fluid Mechanics*. 2008. 40. P.287-310.
3. Rogue waves. Proceedings of a Workshop. Brest, France. 2000, 2004, 2008.
4. *Janssen P.* Nonlinear four-wave interaction and freak waves // *J. Phys. Oceanogr.* 2003. 33. P.2001-2018.

5. *Zakharov V.E.* Stability of periodic waves of finite amplitude on the surface of deep fluid // *J. Appl. Math. Techn.Phys.*. 1968. 9. P.190-194.
6. Homer (750BC-650BC), *Iliad*. The Project Gutenberg Etext of The Iliad, by Homer translated by Samuel Butler. 2000.
7. *Benjamin T.B., Feir J.E.* The disintegration of wave trains in deep water // *J. Fluid. Mech.* 1967. 27. P.417-430.
8. *Henderson D., Peregrine D.H., Dold J.W.* Unsteady water waves modulations: fully nonlinear solutions and comparison with the nonlinear Shroedinger equation // *Wave Motion*. 1999. 29. P.341-361.
9. *Dysthe K.B., Trulsen K.* Note on breather type solutions of the NLS as a model for freak-waves // *Phys. Scripta* 1999. T8248–52.
10. *Osborne A.R., Onorato M., Serio M.* The nonlinear dynamics of rogue waves and holes in deep-water gravity wave train // *Phys. Lett.* 2000. A 275. P.386–39.
11. *Onorato M., Osborne A.R., Serio M., Damiani T.* Occurrence of freak waves from envelope equations in random ocean wave simulations, in: M.Olagnon, G.A.Athanassoulis (Eds.). *Rogue Waves 2000* (Brest, France, 2000). 2001. Ifremer. P.181–191.
12. *Slunyaev A., Kharif C., Pelinovsky E., Talipova T.* Nonlinear wave focusing on water of finite depth // *Physica D*. 2002. 173 (1–2). P.77–96.
13. *Chalikov D., Sheinin D.* Modeling of Extreme Waves Based on Equations of Potential Flow with a Free Surface // *Journ. Comp. Phys.* 2005. 210. P.247-273.
14. *Babanin A., Chalikov D., Young I. and Savelyev I.* Predicting the breaking onset of surface water waves // *Geophys. Res. Lett.* 2007. 34. L07605. 1029/2006GL029135.
15. *Dysthe K.B., Trulsen K., ()* Note on breather type solutions of the NLS as a model for freak-waves // *Phys. Scripta*. 1999. T8248–52.
16. *Dold J.W., Peregrine D.H.* A efficient boundary-integral method for steep unsteady water waves. In: *Numerical Methods for Fluid Dynamics* (ed. K.W.Morton and M.J.Baines). Oxford University Press. 1986.
17. *Dold J.W.* An Efficient Surface-Integral Algorithm Applied to Unsteady Gravity Waves // *Journal of Comp. Phys.* 1992. 103. P.90–115.
18. *Chalikov D., Sheinin D.* Numerical modeling of surface waves based on principal equations of potential wave dynamics. Techn. Note. NOAA/NCEP/OMB. 1996. 54 pp.
19. *Chalikov D., Sheinin D.* Direct Modeling of One-dimensional Nonlinear Potential Waves. *Nonlinear Ocean Waves*, ed. W.Perrie. *Advances in Fluid Mechanics*. 1998. 17. P.207-258.
20. *Bateman W.J.D., Swan C., Taylor P.H.* On the efficient numerical simulation of directionally spread surface water waves // *J. Comput. Phys.* 2001. 174. P.277–305.
21. *Glamond D. and Grue J.* A fast method for fully nonlinear water wave computations // *J. Fluid. Mech.* 2001. 447. P.337-355.
22. *Chalikov D.* Statistical properties of nonlinear one-dimensional wave fields // *Nonlinear processes in geophysics*. 2005. 12. P.1-19.
23. *Chalikov D.* Numerical simulation of Benjamin-Feir instability and its consequences // *Phys. Fluids*. 2007. 19.
24. *Tsai W.T., Yue D.K.P.* Computation of nonlinear free-surface flows // *Annu. Rev. Fluid Mech.* 1996. 28. P.249-278.
25. *Song J.-B., Banner M.L.* On determining the onset and strength of breaking for deep water waves. Part I.: Unforced irrotational wave groups // *J. Phys. Oceanogr.* 2002. 32. P.2541-2558.
26. *Crapper G.D.* An exact solution for progressive capillary waves of arbitrary amplitude // *Journal of Fluid Mech.* 1957. 96. P.417-445.
27. *Crapper G.D.* *Introduction to Water Waves*. John Wiley, Chichester. 1984. 224 pp.
28. *Stokes G.G.* On the theory of oscillatory waves // *Trans. Cambridge Philos. Soc.*, 8, 441-445; *Math. Phys. Pap.* 1847. 1. P.197–229.
29. *Whitney J.C.* The numerical solution of unsteady free-surface flows by conformal mapping. In: *Proc. Second Inter. Conf. on Numer // Fluid Dynamics* (ed. M.Holt), Springer-Verlag. 1971. P.458-462.
30. *Овсянников Л.В.* К обоснованию теории мелкой воды. Динамика сплошной среды. Сиб. отд. Ин-т гидродинамики АН СССР. Новосибирск. 1973. Вып.15. P.104-125.
31. *Овсянников Л.В.* To the shallow water theory foundation // *Archives of Mechanics*. 1974. 26. No.3. P.407-422.
32. *Kano T., Nishida T.* Sur le ondes de surface de l'eau avec une justification mathematique des equations des ondes en eau peu profonde. *J. Math. Kyoto Univ. (JMKYAZ)*. 1979. 19-2. P.335-370.
33. *Fornberg B.* A numerical method for conformal mapping *SIAM, J. Sci. Comput.* 1980. 1. P.386-400.
34. *Tanveer S.* Singularities in water waves and Rayleigh-Taylor instability // *Proc. R.Soc. Lond.* 1991. A435. P.137-158.
35. *Tanveer S.* Singularities in the classical Rayleigh-Taylor flow: formation and subsequent motion // *Proc. R. Soc. Lond.* 1993. A441, P.501-525.

36. *Sheinin D., Chalikov D.* Hydrodynamical modeling of potential surface waves. In: Problems of hydrometeorology and environment on the eve of XXI century. Proceedings of international theoretical conference, St.Petersburg, June 24-25 1999. St.-Petersburg, Hydrometeoizdat. 2001. P.305-337.
37. *Zakharov V.E., Dyachenko A.I., Vasilyev O.A.* New method for numerical simulation of a nonstationary potential flow of incompressible fluid with a free surface // European Journ. of Mech. B/Fluids. 2002. 21. P.283-291.
38. *McLean, J.W.* Instabilities of finite-amplitude water waves // J. Fluid Mech. 1982. 114. P.315-330.
39. *Longuet-Higgins M.S., Tanaka M.* On the crest instabilities of steep surface waves // J. Fluid. Mech. 1997. 336. P.51-68.
40. *Onorato M., Osborn A.R., Resio M.* Observations of strongly non-Gaussian statistics for random sea surface gravity waves in wave flume experiments // Phys. Rev. 2004. 70. 067302.
41. *Tolman H., Chalikov D.* On the source terms in a third-generation wind wave model // Journ Phys. Oceanogr. 1996. No.11.

Статья поступила в редакцию 31.10.2008 г.