

УДК 629.12

© А. Л. Сухоруков, М. А. Титов

АО Центральное конструкторское бюро морской техники «Рубин», Санкт-Петербург
su_andr@yahoo.com

ОБ УСТОЙЧИВОСТИ ПОДВОДНОГО ПЛАНЕРА-ГЛАЙДЕРА НА БАЛАНСИРОВОЧНЫХ РЕЖИМАХ ДВИЖЕНИЯ

Статья поступила в редакцию 17.08.2015 г., после доработки 08.12.2015 г.

На основе численного решения осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье—Стокса определены гидродинамические характеристики подводного планера-глайдера. Рассмотрены методологические аспекты определения коэффициентов вращательных производных гидродинамических сил и моментов подводных объектов на основе механизма «скользящих вычислительных сеток», реализованного во многих расчетных комплексах механики жидкости и газа. Указаны основные этапы создания расчетной модели для решения подобных задач. В результате нестационарного расчета обтекания подводного объекта вязкой жидкостью определены поля скоростей и давлений в потоке. Получены соотношения, позволяющие по заданным значениям гидродинамических воздействий определять коэффициенты вращательных производных гидродинамических сил и моментов. Построена математическая модель движения глайдера. Приведены зависимости параметров движения глайдера при действии знакопеременной избыточной плавучести. На основе анализа корней характеристического уравнения линеаризованной системы определены области устойчивости глайдера на балансировочных режимах движения при варьировании величиной избыточной плавучести, значением метацентрической высоты, а также плечом избыточной плавучести.

Ключевые слова: гидродинамические характеристики, подводный планер, глайдер, численное решение уравнений Навье—Стокса, устойчивость движения, балансировочный режим.

A. L. Sukhorukov, M. A. Titov

Central Design Bureau for Marine Engineering «Rubin», Saint-Petersburg, Russia

ON UNDERWATER GLIDER'S STABILITY IN BALANCING MODE OF MOTION

Received 17.08.2015 г., in final from 08.12.2015.

This study defines hydrodynamic characteristics of underwater gliders based upon numeric solution of Reynolds-averaged Navier—Stokes equation. Methodological aspects of determination of coefficients of rotary derivatives of hydrodynamic forces and moments of underwater objects based on mechanism of «sliding computation meshes» implemented in many computing software packages of mechanics of fluids are examined. The paper identifies the main stages of development of the calculation model for solving similar tasks. The non-stationary calculation of the flow of viscous fluid past the underwater object resulted in determination of velocity and pressure fields in the stream. Ratios have been obtained which allows determine the coefficients of rotary derivatives of hydrodynamic forces and moments based on the preset values of hydrodynamic impacts. A mathematical model of glider's motion is designed. Glider's motion parameters dependences on effect of alternating excessive buoyancy are presented. Based on analysis of roots of linearized system's characteristic equation the glider's stability zones in balancing mode of motion are determined under varying values of excessive buoyancy, metacentric height and excessive buoyancy arm.

Key words: hydrodynamic characteristics, underwater glider, numerical solution of Navier—Stokes equation, motion stability, balancing mode.

Сегодня как в нашей стране, так и за рубежом возрос интерес к проектированию автономных обитаемых подводных аппаратов с нетрадиционными принципами движения. Среди таких аппаратов особое место занимают подводные планеры (глайдеры). Важным достоинством этого типа аппаратов по сравнению с другими типами является существенная экономия энергии, затрачиваемой на движение, а также пониженное значение шумности [1—7]. Движение подводных планеров осуществляется за счет многократного создания знакопеременной избыточной плавучести.

В данной работе исследуется движение подводного планера (глайдера) (рис. 1) с формой близкой к подводному аппарату, приведенному в [8]. Для этого аппарата имеются экспериментальные данные

Ссылка для цитирования: Сухоруков А. Л., Титов М. А. Об устойчивости подводного планера-глайдера на балансировочных режимах движения // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2016. Т. 9, № 3. С. 66—79.

For citation: Sukhorukov A. L., Titov M. A. On underwater glider's stability in balancing mode of motion. *Fundamentalnaya i prikladnaya gidrofizika*. 2016, 9, 3, 66—79.

по продувкам в аэродинамической трубе НИИММ ЛГУ, что позволило сопоставить гидродинамические характеристики, полученные экспериментальным и расчетным путем [9]. Рассмотрены методологические аспекты численного определения коэффициентов вращательных производных гидродинамических сил и моментов подводных объектов. Построена математическая модель движения глайдера. На основе анализа корней характеристического уравнения линеаризованной системы определены области устойчивости глайдера на балансировочных режимах движения.

Определение массо-инерционных и позиционных гидродинамических характеристик глайдера.

Подводный планер (глайдер) представляет собой объект, выполненный по самолетной схеме. Длина объекта 1167 мм; диаметр корпуса 178 мм; полное подводное водоизмещение $V = 0.022 \text{ м}^3$. Площадь крыльев 0.044 м^2 ; кормового горизонтального оперения 0.014 м^2 . Координаты центра величины от носа $x_{цв} = 0.55 \text{ м}$; $y_{цв} = 0.001 \text{ м}$.

Коэффициенты присоединенных масс глайдера определялись на основе метода граничных интегральных уравнений для потенциала скорости. Расчетные значения коэффициентов присоединенных масс составили: $k_{11} = 0.046$; $k_{12} = -0.002$; $k_{16} = 0.003$; $k_{22} = 1.134$; $k_{33} = 1.004$; $k_{44} = 1.100$; $k_{55} = 1.170$; $k_{66} = 0.825$; $k_{26} = -0.038$; $k_{35} = 0.216$.

Гидродинамические характеристики определялись с использованием программного комплекса ANSYS/Fluent, вычислительные процедуры которого базируются на численном решении уравнений Навье—Стокса, осредненных по Рейнольдсу. Подробное описание процедуры численного определения позиционных гидродинамических характеристик для данного объекта имеется в работе [9], где приведено также сопоставление расчетных значений коэффициентов позиционных гидродинамических сил и моментов с соответствующими экспериментальными данными.

Для данного объекта расчетные значения производных коэффициентов позиционных гидродинамических сил и моментов по углу атаки в вертикальной плоскости равны: $c_{y1}^{\alpha} = 3.71$; $m_{z1}^{\alpha} = 1.28$. Аналогично вычислялись производные коэффициентов по углу дрейфа: $c_{z1}^{\beta} = -1.66$; $m_{y1}^{\beta} = -1.10$; $m_{x1}^{\beta} = -0.34$. В первом приближении предполагалось отсутствие зависимости коэффициента силы сопротивления от угла атаки: его значение составляет $c_{x1} = -0.061$.

Определение вращательных гидродинамических характеристик глайдера в вертикальной плоскости и анализ устойчивости. Определение коэффициентов вращательных производных гидродинамических сил и моментов до сих пор остается проблемным вопросом. Практическая необходимость знания этих характеристик связана с тем, что без них невозможно определение параметров устойчивости и управляемости подводного объекта. Экспериментальное определение коэффициентов вращательных производных сопряжено со значительными материальными и временными затратами, но оценку этих параметров необходимо проводить уже на ранних стадиях проектирования. Поэтому разработка численных методов определения коэффициентов вращательных производных гидродинамических сил и моментов является весьма актуальной задачей.

Экспериментальное определение коэффициентов вращательных производных сегодня, как правило, осуществляется на ротативных установках. Ранее исследователями были предложены и другие экспериментальные методы — метод свободных или вынужденных колебаний, метод искривленных моделей [10—14]. Однако эти подходы обладают большей погрешностью по сравнению с испытаниями на ротативных установках и в настоящее время практически не используются.

Предложенные исследователями численные методы определения коэффициентов вращательных производных также не лишены недостатков. Так, используемый в ряде работ «метод вращающейся стенки», по сути, эквивалентен заданию на поверхности движущегося поступательно подводного объекта системы распределенных источников и стоков, обеспечивающих заданные вращательные компоненты скорости, и не учитывает воздействие объекта на поток в дальнем поле, что может приводить к определенным погрешностям. Ряд исследователей при численном определении коэффициентов вращательных производных гидродинамических сил и моментов рассматривают обтекание подводного объекта жидкостью в криволинейном канале. Однако центробежные силы, действующие на частицы жидкости,



Рис. 1. Трехмерная модель подводного планера.

приводят к повышению гидродинамического давления у стенки канала большего радиуса, что также влияет на распределение давления по поверхности подводного объекта и является дополнительным источником погрешностей. В данной работе для численного определения коэффициентов вращательных производных гидродинамических сил и моментов исследуются колебания подводного объекта в потоке на основе механизма «скользящих вычислительных сеток» [15—20]. Данный подход, несмотря на более сложную вычислительную процедуру, не имеет недостатков, перечисленных выше.

Уравнения движения подводного объекта в вертикальной плоскости в проекциях на оси связанной системы OX_1Y_1 (рис. 2) получены на основе соотношений, приведенных в [10, 11]. Значения коэффициентов k_{12} и k_{16} очень малы по сравнению с остальными коэффициентами присоединенных масс из-за того, что объект практически симметричен относительно плоскостей OX_1Y_1 и OX_1Z_1 и соответствующими слагаемыми в уравнениях движения пренебрегаем. Кроме того, ввиду малости производной $c_{x1}^{\omega z1}$ не учитывается член, содержащий проекцию демпфирующей силы на ось OX_1 . Как показали результаты численного моделирования в заданном диапазоне угловых скоростей, сила сопротивления при малых углах атаки практически не зависит от угловой скорости:

$$\begin{aligned} m(1+k_{11})\frac{dv_{x1}}{dt} &= c_{x1}\frac{\rho_w v_0^2}{2}V^{2/3} + m(1+k_{22})v_{y1}\omega_{z1} + mV^{1/3}k_{26}\omega_{z1}^2 + p\sin\psi; \\ m(1+k_{22})\frac{dv_{y1}}{dt} + mV^{1/3}k_{26}\frac{d\omega_{z1}}{dt} &= c_{y1}\frac{\rho_w v_0^2}{2}V^{2/3} + c_{y1}^{\omega z1}\frac{\rho_w v_0}{2}\omega_{z1}V - m(1+k_{11})v_{x1}\omega_{z1} + p\cos\psi; \quad (1) \\ J_{oz1}(1+k_{66})\frac{d\omega_{z1}}{dt} + mV^{1/3}k_{26}\frac{dv_{y1}}{dt} &= m_{z1}\frac{\rho_w v_0^2}{2}V + m_{z1}^{\omega z1}\frac{\rho_w v_0}{2}\omega_{z1}V^{4/3} - \rho_w Vgh\sin\psi - \\ &- mV^{1/3}k_{26}v_{x1}\omega_{z1} + p(x_p\cos\psi - y_p\sin\psi); \quad \frac{d\psi}{dt} = \omega_{z1}, \end{aligned}$$

где ρ_w — плотность воды; V — водоизмещение объекта; v_{x1} — проекция вектора скорости объекта на ось OX_1 ; v_{y1} — проекция вектора скорости объекта на ось OY_1 ; v_0 — абсолютная величина вектора скорости объекта; m — масса объекта; ω_{z1} — угловая скорость вращения объекта относительно оси OZ_1 ; J_{oz1} — момент инерции корпуса объекта относительно оси OZ_1 ; $k_{11}, k_{22}, k_{26}, k_{66}$ — коэффициенты присоединенных масс объекта; c_{x1}, c_{y1}, m_{z1} — коэффициенты позиционных гидродинамических сил и моментов; $c_{y1}^{\omega z1}, m_{z1}^{\omega z1}$ — коэффициенты вращательных гидродинамических сил и моментов; h — метацентрическая высота; p — избыточная плавучесть; x_p, y_p — плечи избыточной плавучести в связанной системе координат; ψ — угол дифферента.

Считая угол атаки α малым, с учетом определенного выбора отсчета α (рис. 2), можно получить следующие соотношения для компонент вектора скорости в связанной системе координат:

$$v_{x1} = v_0 \cos \alpha \approx v_0; \quad v_{y1} = -v_0 \sin \alpha \approx -v_0 \alpha.$$

При этом уравнения (1) могут быть приведены к виду:

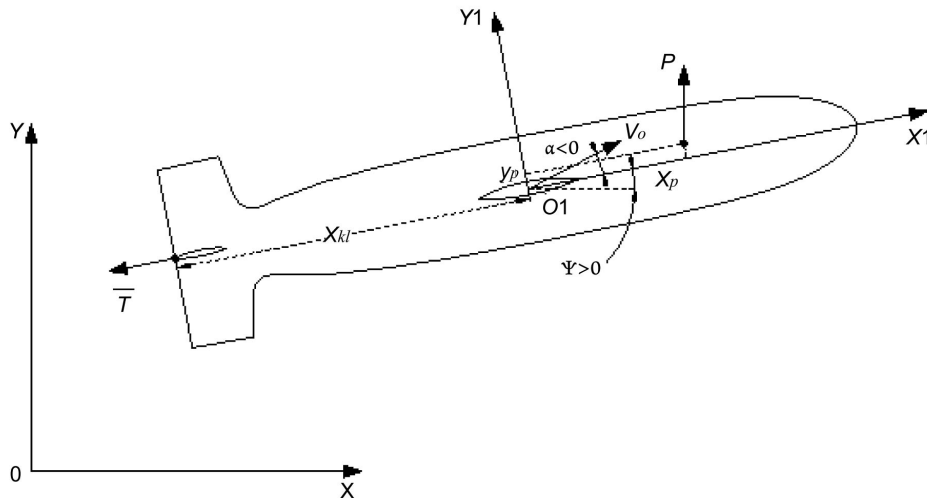


Рис. 2. Используемые системы координат.

$$\begin{aligned}
m(1+k_{11})\frac{dv_0}{dt} &= c_{x1}\frac{\rho_w v_0^2}{2}V^{2/3} + m(1+k_{22})(-v_0\alpha)\omega_{z1} + mV^{1/3}k_{26}\omega_{z1}^2 + p\sin\psi; \\
m(1+k_{22})\frac{d(-v_0\alpha)}{dt} + mV^{1/3}k_{26}\frac{d\omega_{z1}}{dt} &= c_{y1}^\alpha\alpha\frac{\rho_w v_0^2}{2}V^{2/3} + c_{y1}^{\omega z1}\frac{\rho_w v_0}{2}\omega_{z1}V - \\
&- m(1+k_{11})v_0\omega_{z1} + p\cos\psi; \\
J_{oz1}(1+k_{66})\frac{d\omega_{z1}}{dt} + mV^{1/3}k_{26}\frac{d(-v_0\alpha)}{dt} &= m_{z1}^\alpha\alpha\frac{\rho_w v_0^2}{2}V + m_{z1}^{\omega z1}\frac{\rho_w v_0}{2}\omega_{z1}V^{4/3} - \\
&- \rho_w Vgh\sin\psi - mV^{1/3}k_{26}v_0\omega_{z1} + p(x_p\cos\psi - y_p\sin\psi); \quad \frac{d\psi}{dt} = \omega_{z1}.
\end{aligned} \tag{2}$$

Тогда, нормальная гидродинамическая сила и продольный момент при кинематическом возбуждении подводного объекта по углу дифферента равны:

$$F_{y1} = -mk_{22}\frac{d(-v_0\alpha)}{dt} - mV^{1/3}k_{26}\frac{d\omega_{z1}}{dt} + c_{y1}^\alpha\alpha\frac{\rho_w v_0^2}{2}V^{2/3} + c_{y1}^{\omega z1}\frac{\rho_w v_0}{2}\omega_{z1}V - mk_{11}v_0\omega_{z1}; \tag{3}$$

$$M_{z1} = -J_{oz1}k_{66}\frac{d\omega_{z1}}{dt} - mV^{1/3}k_{26}\frac{d(-v_0\alpha)}{dt} + m_{z1}^\alpha\alpha\frac{\rho_w v_0^2}{2}V + m_{z1}^{\omega z1}\frac{\rho_w v_0}{2}\omega_{z1}V^{4/3} - mV^{1/3}k_{26}v_0\omega_{z1}. \tag{4}$$

Рассмотрим колебательное движение объекта вблизи нулевого угла дифферента $\psi = A\sin\tilde{\omega}t$ и предположим, что его угловая скорость ω_{z1} столь мала, что можно допустить равенство нулю угла атаки при нулевом угле дифферента $\alpha|_{\psi=0} = 0$. Пусть объект движется со скоростью v_0 с одновременным вращением на положительные углы дифферента ψ . Очевидно, что при очень медленном вращательном движении объекта $\psi = \alpha$ и, так как $\psi = A\sin\tilde{\omega}t$, соответствующая «квазистатическая» производная равна:

$\left.\frac{d\alpha}{dt}\right|_k = \frac{d\psi}{dt} = A\tilde{\omega}\cos\tilde{\omega}t$. Определим теперь «динамический» угол атаки, связанный с вращением объекта. Он имеет противоположный знак и равен: $\text{tg}\alpha_d \approx \alpha_d = -\frac{L}{v_0}\frac{d\psi}{dt} = -\frac{LA\tilde{\omega}\cos\tilde{\omega}t}{2v_0}$. Тогда, соответствующая «динамическая» производная равна: $\left.\frac{d\alpha}{dt}\right|_d = \frac{LA\tilde{\omega}^2\sin\tilde{\omega}t}{2v_0}$. Таким образом, значение производной $\frac{d\alpha}{dt}$ определяется вкладом как «квазистатической», так и «динамической» составляющей. Амплитуды «квазистатической» и «динамической» производной для наших условий одного порядка. Однако при малых углах $\psi \approx 0$ и $\sin\tilde{\omega}t \approx 0$, а $\cos\tilde{\omega}t \approx 1$. Соответственно, вклад «квазистатической» производной значительно выше, и тогда $\frac{d\alpha}{dt} = \frac{d\psi}{dt} = \omega_{z1}$. Угловое ускорение в колебательном движении при $\psi = 0$:

$\left.\frac{d\omega_{z1}}{dt}\right|_{\psi=0} = \left.\frac{d^2\psi}{dt^2}\right|_{\psi=0} = 0$. Тогда, исходя из (3), (4) при $\psi = 0$, получим:

$$F_{y1} = mk_{22}v_0\omega_{z1} + c_{y1}^{\omega z1}\frac{\rho_w v_0}{2}\omega_{z1}V - mk_{11}v_0\omega_{z1}; \tag{5}$$

$$M_{z1} = m_{z1}^{\omega z1}\frac{\rho_w v_0}{2}\omega_{z1}V^{4/3}. \tag{6}$$

Таким образом, для определения коэффициентов вращательных производных гидродинамических сил и моментов на основе численного решения уравнений динамики вязкой жидкости необходимо определить закон изменения гидродинамической силы и момента при гармоническом кинематическом возбуждении подводного объекта, а затем определить эти характеристики на основе соотношений (5)—(6) при угле дифферента равном нулю. Значение угловой скорости объекта в этот момент равно: $\left.\frac{d\psi}{dt}\right|_{\psi=0} = \omega_{z1} = A\tilde{\omega}$, где $\tilde{\omega}$ — циклическая частота угловых колебаний подводного объекта. Тогда:

$$c_{y1}^{\omega z1} = \frac{F_{y1}|_{\psi=0} - mk_{22}v_0\omega_{z1} + mk_{11}v_0\omega_{z1}}{\frac{\rho_w v_0}{2}\omega_{z1}V}; \tag{7}$$

$$m_{z1}^{\omega z1} = \frac{M_{z1}|_{\psi=0}}{\frac{\rho_w v_0}{2}\omega_{z1}V^{4/3}}. \tag{8}$$

Так как рассматриваются линеаризованные уравнения, полученные выше расчетные зависимости, а значит и выводы справедливы в рамках линейного приближения.

Определение гидродинамических воздействий при колебаниях подводного объекта по углу дифферента проводилось в программном комплексе Ansys/Fluent. Модель подводного объекта разработана в системе трехмерного моделирования Catia, затем был осуществлен ее экспорт в сеточный генератор ICEM CFD и построена соответствующая вычислительная сетка. Внешняя граница расчетной области представляла собой параллелепипед со встроенной сферической расчетной областью, содержащей рассматриваемый подводный объект (рис. 3). Используемый скользящий интерфейс на границе сферической расчетной области обеспечивал возможность вращения подводного объекта относительно внешней расчетной области. Для лучшего разрешения структуры турбулентного пограничного слоя на основе рекомендаций [17] задавалось сгущение вычислительной сетки вблизи поверхности объекта.

Расчет обтекания подводного объекта турбулентным потоком проводился при числе Рейнольдса $Re = 2 \cdot 10^6$. На входных границах расчетной области задавалась скорость набегающего потока 2 м/с, на выходных — статическое давление в потоке на бесконечности. На поверхности объекта ставились условия прилипания и непротекания. При проведении расчета задавались гармонические колебания подводного объекта по углу дифферента с амплитудой 4° и безразмерными угловыми скоростями $\omega \frac{V^{1/3}}{v_0}$ равными 0.025 и 0.050. В ходе выполнения расчета значения гидродинамической силы и момента выходили на установившейся режим гармонических колебаний с частотой соответствующей частоте колебаний угла дифферента $\tilde{\omega}$.

На рис. 4 для примера приведены характерные графики изменения гидродинамических воздействий при колебаниях подводного объекта по углу дифферента с амплитудой 4° и безразмерной угловой скоростью 0.050. Четко выражен сдвиг фаз между колебаниями угла дифферента и соответствующими гидродинамическими воздействиями.

В таблице приведены расчетные значения коэффициентов $C_{y1}^{\omega_{z1}}$, $m_{z1}^{\omega_{z1}}$, полученные на основе соотношений (7)—(8). Анализ таблицы показывает, что при заданных значениях угловых скоростей коэффициенты остаются практически постоянными. Это говорит о слабом влиянии нестационарных факторов на значения коэффициентов вращательных производных гидродинамических сил и моментов и подтверждает обоснованность гипотезы стационарности для таких движений. В дальнейших расчетах брались значения коэффициентов вращательных производных соответствующие безразмерной угловой скорости 0.050.

Рассмотрим установившийся режим движения объекта под действием сил положительной плавучести p . В этом случае уравнения движения объекта могут быть записаны в виде:

$$\begin{aligned} c_{x1} \frac{\rho_w v_0^2}{2} V^{2/3} + p \sin \psi &= 0; \quad c_{y1}(\alpha) \frac{\rho_w v_0^2}{2} V^{2/3} + p \cos \psi = 0; \\ m_{z1}(\alpha) \frac{\rho_w v_0^2}{2} V - \rho_w V g h \sin \psi + p(x_p \cos \psi - y_p \sin \psi) &= 0. \end{aligned} \quad (9)$$

Система алгебраических уравнений (9) имеет три неизвестных α , ψ и v_0 . Для их определения из первого и второго уравнения найдем:

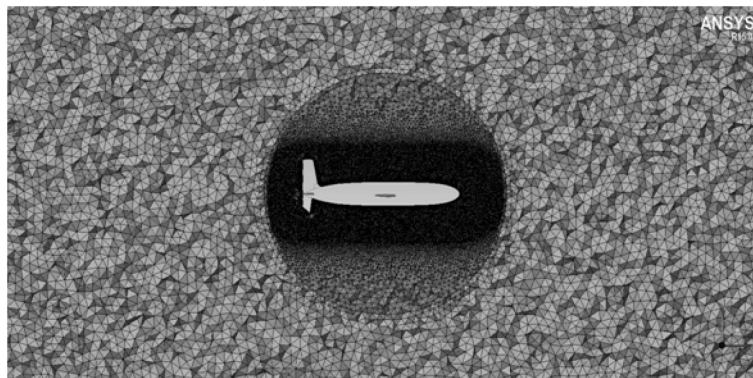


Рис. 3. Вычислительная сетка около подводного объекта.

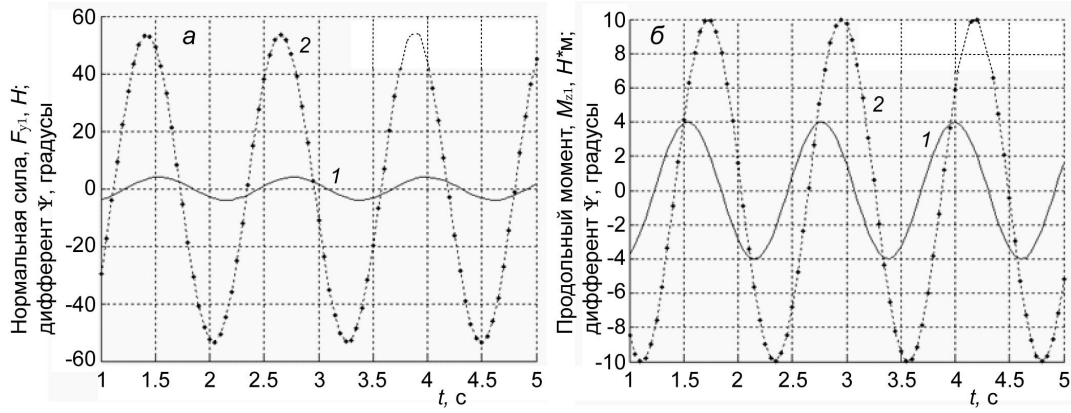


Рис. 4. Гидродинамические воздействия на объект при его колебаниях.

а — изменение нормальной силы; б — изменение продольного момента.

1 — дифферент; 2 — нормальная сила и продольный момент.

Расчетные значения коэффициентов вращательных производных

Безразмерная угловая скорость $\omega \frac{V^{1/3}}{v_0}$	Амплитудное значение угловой скорости ω , c^{-1}	Амплитуда угла дифферента ψ , градусы	Циклическая частота колебаний $\tilde{\omega}$, c^{-1}	$C_{y1}^{\omega_{z1}}$	$m_{z1}^{\omega_{z1}}$
0.025	0.178	4	2.56	1.62	-3.70
0.050	0.357	4	5.11	1.68	-3.77

$$\sin \psi = -\frac{1}{p} c_{x1} \frac{\rho_w v_0^2}{2} V^{2/3}; \quad \cos \psi = -\frac{1}{p} c_{y1} \frac{\rho_w v_0^2}{2} V^{2/3}. \quad (10)$$

После подстановки (10) в последнее уравнение системы (9) и приведения уравнения к безразмерному виду получим уравнение моментов с одним неизвестным:

$$\bar{x}_p c_{y1}(\alpha) - (\bar{y}_p + \frac{\bar{h}}{\bar{p}}) c_{x1} - m_{z1}(\alpha) = 0, \quad (11)$$

где $\bar{h} = \frac{h}{V^{1/3}}$ — безразмерная метацентрическая высота; $\bar{p} = \frac{p}{\rho_w V g}$ — относительная избыточная плавучесть; $\bar{x}_p = \frac{x_p}{V^{1/3}}$; $\bar{y}_p = \frac{y_p}{V^{1/3}}$ — безразмерные плечи приложения силы плавучести в связанной системе координат.

С учетом того, что производные коэффициентов подъемной силы и момента не зависят от угла атаки, а коэффициент c_{x1} принимается постоянным, уравнение (11) может быть представлено в виде:

$$\bar{x}_p c_{y1}^\alpha \alpha - (\bar{y}_p + \frac{\bar{h}}{\bar{p}}) c_{x1} - m_{z1}^\alpha \alpha = 0. \quad (12)$$

Тогда значение угла атаки при установившемся движении равно:

$$\alpha_0 = \frac{c_{x1} \left(\bar{y}_p + \frac{\bar{h}}{\bar{p}} \right)}{\bar{x}_p c_{y1}^\alpha - m_{z1}^\alpha}. \quad (13)$$

Установившееся значение угла дифферента определяется на основе соотношения:

$$\operatorname{tg} \psi_0 = \frac{c_{x1}}{c_{y1}}. \quad (14)$$

Установившееся значение скорости определяется из соотношений (10):

$$p^2 = c_{x1}^2 \left(\frac{\rho_w v_0^2}{2} V^{2/3} \right)^2 + c_{y1}^2 \left(\frac{\rho_w v_0^2}{2} V^{2/3} \right)^2;$$

$$v_0^2 = \frac{2p}{\rho_w V^{2/3} \sqrt{c_{x1}^2 + c_{y1}^2}}. \quad (15)$$

Линеаризуем систему уравнений (2) около балансировочного режима. Предположим, что кинематические параметры в результате воздействия некоторых возмущающих сил изменили свою величину так, что их значения могут быть представлены следующими соотношениями:

$$v = v_0 + \Delta v; \psi = \psi_0 + \Delta \psi; \alpha = \alpha_0 + \Delta \alpha, \quad (16)$$

где v_0, ψ_0, α_0 — параметры установившегося движения; $\Delta v, \Delta \psi, \Delta \alpha$ возмущения соответствующих параметров.

Подставляя (16) в (2) и рассматривая лишь слагаемые первого порядка малости, получим уравнения возмущенного движения глайдера относительно балансировочного режима:

$$\begin{aligned} m(1+k_{11}) \frac{d\Delta v}{dt} &= c_{x1} \rho_w v_0 \Delta v V^{2/3} + m(1+k_{22})(-v_0 \alpha_0) \omega_{z1} + p \cos \psi_0 \Delta \psi; \\ m(1+k_{22}) \left(-v_0 \frac{d\Delta \alpha}{dt} - \alpha_0 \frac{d\Delta v}{dt} \right) + m V^{1/3} k_{26} \frac{d\omega_{z1}}{dt} &= c_{y1}^\alpha \Delta \alpha \frac{\rho_w v_0^2}{2} V^{2/3} + c_{y1}^\alpha \alpha_0 \rho_w v_0 \Delta v V^{2/3} + \\ &+ c_{y1}^{\omega z1} \frac{\rho_w v_0}{2} \omega_{z1} V - m(1+k_{11}) v_0 \omega_{z1} - p \sin \psi_0 \Delta \psi; \\ (J_{oz1} + \lambda_{66}) \frac{d\omega_{z1}}{dt} + m V^{1/3} k_{26} \left(-v_0 \frac{d\Delta \alpha}{dt} - \alpha_0 \frac{d\Delta v}{dt} \right) &= m_{z1}^\alpha \Delta \alpha \frac{\rho_w v_0^2}{2} V + m_{z1}^\alpha \alpha_0 \rho_w v_0 \Delta v V + m_{z1}^{\omega z1} \frac{\rho_w v_0}{2} \omega_{z1} V^{4/3} - \\ - \rho_w V g h \Delta \psi - m V^{1/3} k_{26} v_0 \omega_{z1} - p(x_p \sin \psi_0 \Delta \psi + y_p \cos \psi_0 \Delta \psi); \\ \frac{d\Delta \psi}{dt} &= \omega_{z1} \end{aligned} \quad (17)$$

Система уравнений (17) может быть записана в матричной форме:

$$B \begin{pmatrix} \Delta \dot{v} \\ \Delta \dot{\alpha} \\ \dot{\omega}_{z1} \\ \Delta \dot{\psi} \end{pmatrix} = C \begin{pmatrix} \Delta v \\ \Delta \alpha \\ \omega_{z1} \\ \Delta \psi \end{pmatrix}, \quad (18)$$

где B, C — соответствующие матрицы коэффициентов. Пусть B^{-1} матрица, обратная матрице B , тогда система (18) может быть записана в виде:

$$\begin{pmatrix} \Delta \dot{v} \\ \Delta \dot{\alpha} \\ \dot{\omega}_{z1} \\ \Delta \dot{\psi} \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} \Delta v \\ \Delta \alpha \\ \omega_{z1} \\ \Delta \psi \end{pmatrix},$$

где $A = B^{-1}C$. Корни соответствующего характеристического уравнения $\det(A - \lambda E) = 0$ позволяют определить области устойчивого движения подводного объекта.

На рис. 5—6 для глайдера с указанными характеристиками представлены параметры движения при задании знакопеременной плавучести $\bar{p} = \frac{P}{\rho_w V g} = \pm 0.04$ с периодом 300 с. Отметим, что такое резкое

изменение плавучести является модельным, в практических расчетах при определении изменения плавучести следует учитывать расходные характеристики насоса. Координаты точки приложения силы плавучести относительно центра величины $x_p = 0.4$ м; $y_p = 0$ м; метacentрическая высота $h = 0.05$ м. В качестве начальных условий задавалась скорость движения глайдера 1 м/с с нулевым дифферентом. Видно, что спустя некоторое время в каждом цикле движения глайдер выходит на режим установившегося планирования. Параметры установившегося режима движения соответствуют зависимостям (12)—(15).

На рис. 7 с использованием соотношения (13) приведена зависимость установившихся значений угла атаки глайдера при варьировании избыточной плавучести от 0.5 до 8 % величины $\rho_w g V$. Видно, что в диапазоне значений 2—8 % величины $\rho_w g V$ балансировочное значение угла атаки не превосходит 10° , таким образом, коэффициенты производных гидродинамических сил и моментов в уравнениях движения приближенно можно считать постоянными величинами.

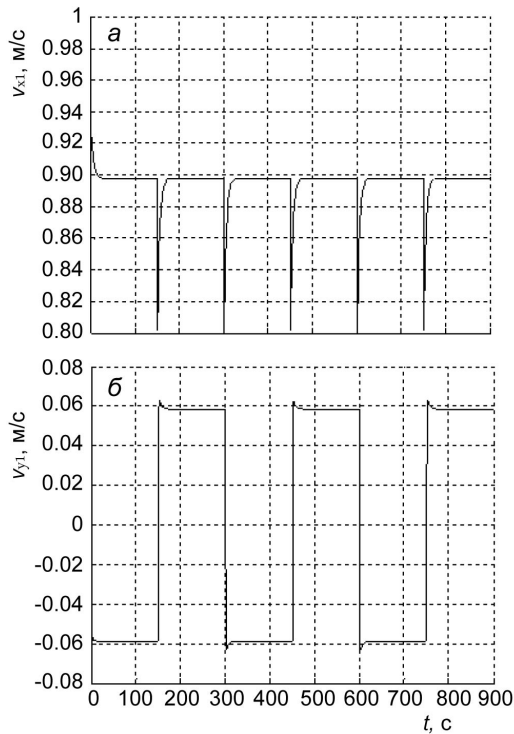


Рис. 5. Зависимость продольной (а) и поперечной (б) компоненты скорости глайдера от времени в связанной системе координат ($\bar{p} = \pm 0.04$).

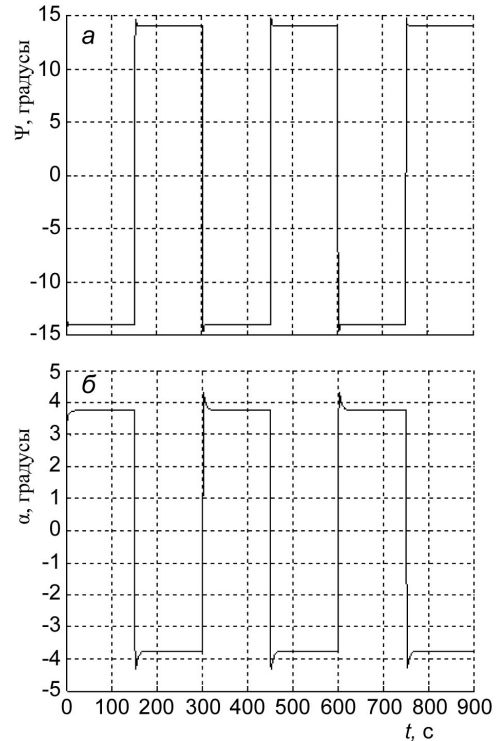


Рис. 6. Зависимость дифферента (а) и угла атаки (б) глайдера от времени ($\bar{p} = \pm 0.04$).

На рис. 8 показана эволюция действительных и мнимых частей корней характеристического уравнения системы (18) при варьировании величиной избыточной плавучести от 0.5 до 8 % величины $\rho_w gV$.

Анализ рис. 8 показывает, что область устойчивого движения глайдера (отрицательных действительных частей корней характеристического уравнения) реализуется во всем диапазоне варьирования величиной избыточной плавучести. При этом характеристическое уравнение в диапазоне значений избыточной плавучести 0.5—5 % величины $\rho_w gV$ имеет два вещественных и два комплексно-сопряженных корня с отрицательными действительными частями, соответствующие апериодическим и затухающим колебательным движениям. При больших значениях величины избыточной плавучести характеристическое уравнение имеет четыре действительных отрицательных корня соответствующих апериодическим движениям. Отметим, что уменьшение величины избыточной плавучести относительно указанного диапазона приводит к резкому увеличению угла атаки на балансировочном режиме (рис. 7), соответственно, приведенные выше допущения о линеаризации системы уравнений движения становятся неприемлемыми.

На рис. 9 представлена эволюция корней характеристического уравнения при варьировании значением метацентрической высоты глайдера от 0.01 до 0.1 м.

Область устойчивых движений глайдера наблюдается во всем диапазоне варьирования значением метацентрической высоты. При этом по мере увеличения метацентрической высоты имеется тенденция увеличения собственной частоты колебаний глайдера.

На рис. 10 представлена эволюция корней характеристического уравнения при варьировании значением плеча избыточной плавучести от 0.12 до 0.4 м.

Как можно видеть изменение значения плеча избыточной плавучести в заданном интервале не приводит к возникновению неустойчивости на балансировочных режимах движения. Дальнейшее

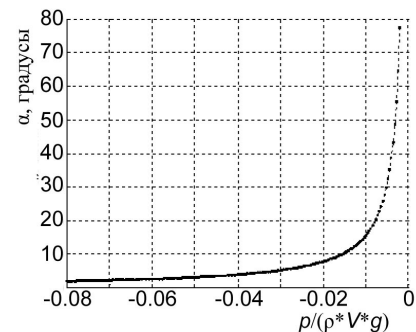


Рис. 7. Изменение балансировочного значения угла атаки глайдера при варьировании величиной избыточной плавучести.

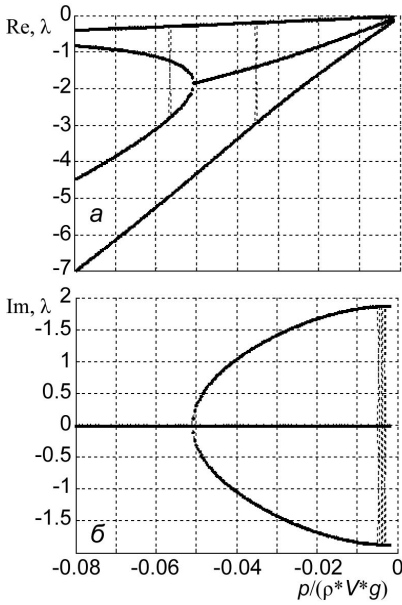


Рис. 8. Эволюция действительных (а) и мнимых (б) частей корней характеристического уравнения при варьировании величины избыточной плавучести.

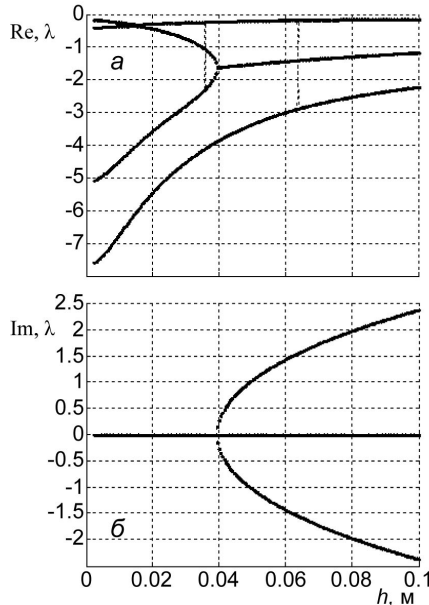


Рис. 9. Эволюция действительных (а) и мнимых (б) частей корней характеристического уравнения при варьировании значением метацентрической высоты.

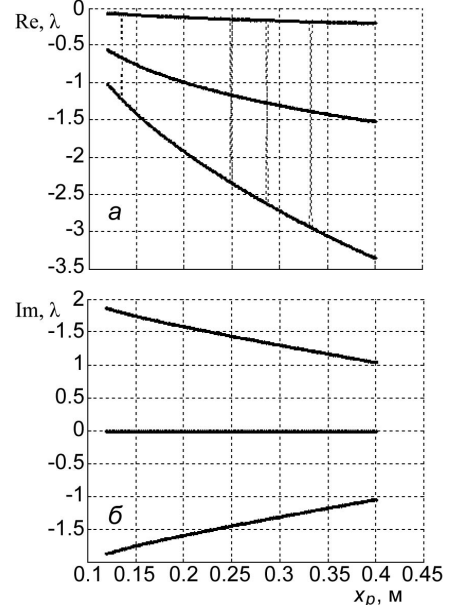


Рис. 10. Эволюция действительных (а) и мнимых (б) частей корней характеристического уравнения при варьировании значением плеча избыточной плавучести.

уменьшение значения плеча избыточной плавучести приводит к резкому увеличению угла атаки и, соответственно, неприемлемости допущения о линеаризации уравнений.

Определение вращательных гидродинамических характеристик глайдера в боковом движении и анализ устойчивости. Линеаризованные уравнения бокового движения глайдера относительно балансирующего режима, определяемого соотношениями (13)–(15), представим в виде [10, 11]:

$$\begin{aligned}
 & m(1+k_{33})\dot{v}_{z1} + mV^{1/3}k_{35}\dot{\omega}_{y1} + \omega_{x1}m(1+k_{22})v_{y10} - \omega_{y1}m(1+k_{11})v_{x10} = \\
 & = c_{z1}^{\beta} \frac{\rho_w v_0}{2} V^{2/3} v_{z1} + c_{z1}^{\omega y1} \frac{\rho_w v_0}{2} \omega_{y1} V - p \cos \psi_0 \theta; \\
 & J_{x1}(1+k_{44})\dot{\omega}_{x1} + \omega_{y1}mV^{1/3}k_{26}v_{y10} + v_{y10}mV^{1/3}k_{35}\omega_{y1} = \\
 & = m_{x1}^{\beta} \frac{\rho_w v_0}{2} V v_{z1} + m_{x1}^{\omega x1} \frac{\rho_w v_0}{2} V^{4/3} \omega_{x1} + m_{x1}^{\omega y1} \frac{\rho_w v_0}{2} V^{4/3} \omega_{y1} - p_w g V h \theta \cos \psi_0 - p y_p \theta \cos \psi_0; \\
 & J_{y1}(1+k_{55})\dot{\omega}_{y1} + mV^{1/3}k_{35}\dot{v}_{z1} - \omega_{x1}mV^{1/3}k_{26}v_{y10} - v_{x10}mV^{1/3}k_{35}\omega_{y1} = \\
 & = m_{y1}^{\beta} \frac{\rho_w v_0}{2} V v_{z1} + m_{y1}^{\omega x1} \frac{\rho_w v_0}{2} \omega_{x1} V^{4/3} + m_{y1}^{\omega y1} \frac{\rho_w v_0}{2} \omega_{y1} V^{4/3} + p x_p \cos \psi_0 \theta; \\
 & \dot{\theta} = \omega_{x1} - \omega_{y1} \operatorname{tg} \psi_0; \quad \dot{\phi} = \omega_{y1} \operatorname{sec} \psi_0,
 \end{aligned} \tag{19}$$

где v_0 — абсолютная величина скорости объекта на балансирующем режиме; v_{x10} — проекция вектора скорости объекта на ось $OX1$ на балансирующем режиме; v_{y10} — проекция вектора скорости объекта на ось $OY1$ на балансирующем режиме; ψ_0 — балансирующее значение угла дифферента; θ — угол крена; ω_{x1} — угловая скорость вращения объекта относительно оси $OX1$; ω_{y1} — угловая скорость вращения объекта относительно оси $OY1$; J_{ox1} — момент инерции корпуса объекта относительно оси $OX1$; J_{oy1} — момент инерции корпуса объекта относительно оси $OY1$; $k_{11}, k_{22}, k_{33}, k_{44}, k_{55}, k_{26}, k_{35}$ — коэффициенты присоединенных масс объекта; $c_{z1}^{\beta}, m_{x1}^{\beta}, m_{y1}^{\beta}$ — коэффициенты позиционных производных гидродинамических сил и моментов; $c_{z1}^{\omega y1}, m_{x1}^{\omega x1}, m_{x1}^{\omega y1}, m_{y1}^{\omega x1}, m_{y1}^{\omega y1}$ — коэффициенты вращательных производных гидродинамических сил и моментов; h — метацентрическая высота; p — избыточная плавучесть; x_p, y_p — плечи избыточной плавучести в связанной системе координат; ϕ — угол курса.

По аналогии с определением коэффициентов вращательных производных в вертикальной плоскости

при кинематическом возбуждении подводного объекта на основе (19) могут быть получены соотношения для определения соответствующих коэффициентов в боковом движении.

При вращательных колебаниях объекта относительно оси OY_1 :

$$c_{z1}^{\omega_{y1}} = \frac{F_{z1} - \omega_{y1} m k_{11} v_{x10}}{\frac{\rho v_0}{2} \omega_{y1} V}; \quad m_{x1}^{\omega_{y1}} = \frac{M_{x1}}{\frac{\rho v_0}{2} \omega_{y1} V^{4/3}}; \quad m_{y1}^{\omega_{y1}} = \frac{M_{y1} - v_{x10} V^{1/3} k_{35} \omega_{y1}}{\frac{\rho v_0}{2} \omega_{y1} V^{4/3}}. \quad (20)$$

При вращательных колебаниях объекта относительно оси OX_1 :

$$m_{x1}^{\omega_{x1}} = \frac{M_{x1}}{\frac{\rho v_0}{2} \omega_{x1} V^{4/3}}; \quad m_{y1}^{\omega_{x1}} = \frac{M_{y1}}{\frac{\rho v_0}{2} \omega_{x1} V^{4/3}}. \quad (21)$$

Соответствующие вычислительные сетки, содержащие скользящий интерфейс для расчета колебательных режимов, представлены на рис. 11. Полученные на основе соотношений (20) и (21) значения коэффициентов вращательных производных в боковом движении составили:

$$c_{z1}^{\omega_{y1}} = -5.31; \quad m_{x1}^{\omega_{y1}} = -0.72; \quad m_{y1}^{\omega_{y1}} = -7.27; \quad m_{x1}^{\omega_{x1}} = -0.96; \quad m_{y1}^{\omega_{x1}} = -0.75.$$

Несмотря на то, что коэффициенты путевой и поперечной статической устойчивости глайдера меньше нуля: $m_{y1}^{\beta} = -1.10 < 0$; $m_{x1}^{\beta} = -0.34 < 0$, то есть возникают гидродинамические моменты, восстанавливающие положение объекта при возникновении угла дрейфа, это условие не является достаточным для обеспечения боковой устойчивости [21, 22].

Пусть под влиянием какой-либо случайной причины глайдер, находившийся до этого в установившемся режиме планирования вниз без крена и угла дрейфа, накренился (предположим, на правое крыло). Вследствие крена глайдера появляется неуравновешенная проекция равнодействующей гидродинамической силы и силы отрицательной плавучести на ось OZ_1 , приводящая к возникновению дрейфа глайдера на правое крыло. Вследствие дрейфа глайдера возникают моменты статической поперечной и путевой устойчивости обусловленные коэффициентами m_{x1}^{β} и m_{y1}^{β} . От воздействия этих моментов глайдер приобретает угловые скорости вокруг осей OX_1 и OY_1 . Наконец, в результате появления угловых скоростей ω_{x1} и ω_{y1} , возникают моменты, связанные с этими угловыми скоростями. Вращательные производные $m_{x1}^{\omega_{x1}}$ и $m_{y1}^{\omega_{y1}}$ всегда демпфируют вращение глайдера, то есть препятствуют этому вращению, а вращательные производные $m_{x1}^{\omega_{y1}}$ и $m_{y1}^{\omega_{x1}}$ при известных условиях могут или препятствовать или способствовать вращению. Как видно, движения по углу крена и дрейфа оказываются связанными, и характер возмущенного движения во многом зависит от соотношения между коэффициентами поперечной и путевой статической устойчивости. Если $|m_{x1}^{\beta}| \gg |m_{y1}^{\beta}|$, то глайдер в возмущенном движении будет значительно быстрее выправлять крен, чем угол дрейфа и к моменту выхода на нулевой угол крена, дрейф может быть значительным, что приведет к накренению глайдера уже в противоположном направлении. Затем процесс повторится, возникнет так называемая колебательная неустойчивость.

Если, наоборот, $|m_{x1}^{\beta}| \ll |m_{y1}^{\beta}|$, глайдер с такими характеристиками статической устойчивости будет под влиянием момента путевой статической устойчивости поворачиваться вокруг оси OY_1 быстрее, чем выправлять крен от действия момента поперечной статической устойчивости. Движение будет иметь аperiодический характер, так как при крене глайдера проекция вектора гидродинамической силы на вертикаль становится меньше силы отрицательной плавучести, он будет двигаться по спиральной

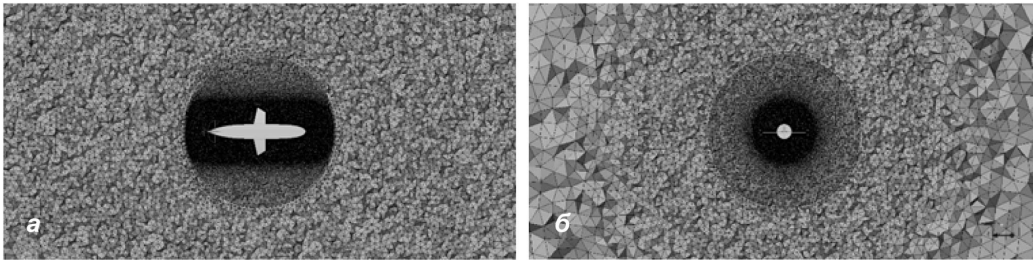


Рис. 11. Вычислительные сетки для определения коэффициентов вращательных производных в боковом движении.

a — вращение относительно оси OY_1 ; *б* — вращение относительно оси OX_1 .

траектории. Глайдер с такими характеристиками будет обладать спиральной неустойчивостью. Отметим, что увеличение угла стреловидности крыльев глайдера приводит к повышению по абсолютной величине коэффициента поперечной статической устойчивости m_{x1}^B , так как при планировании глайдера, например, вниз и возникновении крена и, соответственно, угла дрейфа на правое крыло оно будет работать в лучших гидродинамических условиях, чем левое крыло (эффективная стреловидность правого крыла будет меньше, чем левого), обеспечивая возникновение большей подъемной силы и восстанавливающего момента.

Подбирая соответствующим образом степень поперечной и путевой статической устойчивости, а также другие параметры, влияющие на характер бокового возмущенного движения, можно обеспечить колебательную и спиральную устойчивость глайдера по отношению к боковым возмущениям. Общее исследование боковой устойчивости глайдера может быть проведено на основе анализа системы (19).

Эта система может быть записана в матричной форме:

$$B \begin{pmatrix} \dot{v}_{z1} \\ \dot{\omega}_{x1} \\ \dot{\omega}_{y1} \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} = C \begin{pmatrix} v_{z1} \\ \omega_{x1} \\ \omega_{y1} \\ \theta \end{pmatrix}, \quad (22)$$

где B , C — соответствующие матрицы коэффициентов. Пусть B^{-1} матрица, обратная матрице B , тогда система (22) может быть записана в виде:

$$\begin{pmatrix} \dot{v}_{z1} \\ \dot{\omega}_{x1} \\ \dot{\omega}_{y1} \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} v_{z1} \\ \omega_{x1} \\ \omega_{y1} \\ \theta \end{pmatrix},$$

где $A = B^{-1}C$. Корни соответствующего характеристического уравнения $\det(A - \lambda E) = 0$ позволяют определить области устойчивого движения подводного объекта в боковом движении.

На рис. 12 показана эволюция действительных и мнимых частей корней характеристического уравнения системы (22) при варьировании величиной избыточной плавучести от 0.5 до 8 % величины $\rho_{\text{в}} gV$.

Анализ рис. 12 показывает, что область устойчивого бокового движения глайдера (отрицательных действительных частей корней характеристического уравнения) реализуется во всем диапазоне варьирования величиной избыточной плавучести. При этом характеристическое уравнение в диапазоне значений избыточной плавучести от 5.5 до 7.5 % величины $\rho_{\text{в}} gV$ имеет четыре действительных отрицательных корня соответствующих апериодическим движениям, а в остальном диапазоне два вещественных и два комплексно-сопряженных корня с отрицательными действительными частями, соответствующие апериодическим и затухающим колебательным движениям. Отметим, что уменьшение величины избыточной плавучести относительно указанного диапазона приводит к резкому увеличению угла атаки на балансировочном режиме (рис. 7), соответственно, приведенные выше допущения о линеаризации системы уравнений движения становятся неприемлемыми.

В качестве примера возникновения спиральной неустойчивости $|m_{x1}^B| \ll |m_{y1}^B|$ на рис. 13 приведена эволюция корней характеристического уравнения для глайдера с увеличенным в 5 раз коэффициентом $m_{y1}^B = -5.5$ по сравнению с исходным значением, а остальные гидродинамические характеристики объекта сохранены. Во всем диапазоне варьирования величиной избыточной плавучести наблюдается потеря устойчивости глайдера по типу спиральной неустойчивости.

На рис. 14 представлена эволюция корней характеристического уравнения при варьировании значением метацентрической высоты глайдера от 0.01 до 0.1 м.

Область устойчивых движений глайдера наблюдается во всем диапазоне варьирования значением метацентрической высоты. При этом по мере увеличения метацентрической высоты имеется тенденция увеличения собственной частоты колебаний глайдера в боковом движении.

На рис. 15 представлена эволюция корней характеристического уравнения при варьировании значением плеча избыточной плавучести от 0.12 до 0.4 м.

Как можно видеть, изменение значения плеча избыточной плавучести в заданном интервале не приводит к возникновению боковой неустойчивости на балансировочных режимах движения. Дальнейшее

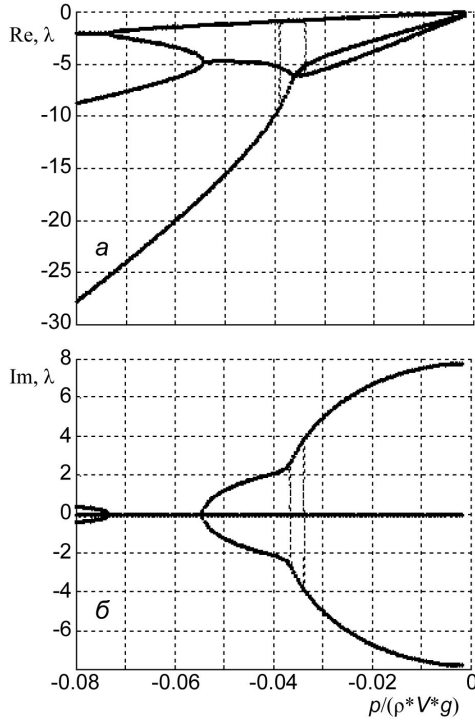


Рис. 12. Эволюция действительных (а) и мнимых (б) частей корней характеристического уравнения при варьировании величиной избыточной плавучести.

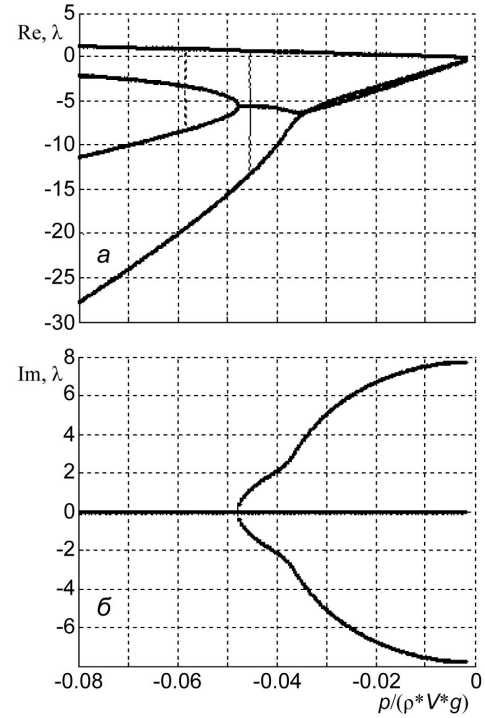


Рис. 13. Эволюция действительных (а) и мнимых (б) частей корней характеристического уравнения при варьировании величиной избыточной плавучести при $m_{y1}^{\beta} = -5.5$.

уменьшение значения плеча избыточной плавучести приводит к резкому увеличению угла атаки и, соответственно, неприемлемости допущения о линеаризации уравнений.

Маневрирование глайдера по курсу может быть осуществлено за счет смещения точки приложения избыточной плавучести относительно диаметральной плоскости на плечо z_p . Уравнения для определения балансиловочных параметров движения глайдера при маневрировании по курсу представимы в виде:

$$\begin{aligned}
 -\omega_{y10} \left[m(1 + k_{11})v_{x10} \right] &= c_{z1}^{\beta} \frac{\rho_w v_0}{2} V^{2/3} v_{z10} + c_{z1}^{\omega_{y1}} \frac{\rho_w v_0}{2} \omega_{y10} V - p \cos \psi_0 \sin \theta_0; \\
 \omega_{y10} m V^{1/3} k_{26} v_{y10} + v_{y10} m V^{1/3} k_{35} \omega_{y10} &= \\
 = m_{x1}^{\beta} \frac{\rho_w v_0}{2} V v_{z10} + m_{x1}^{\omega_{y1}} \frac{\rho_w v_0}{2} \omega_{y10} V^{4/3} - \rho_w g V h \sin \theta_0 \cos \psi_0 - p (z_p \cos \theta_0 + y_p \sin \theta_0) \cos \psi_0; \\
 -v_{x10} m V^{1/3} k_{35} \omega_{y10} &= m_{y1}^{\beta} \frac{\rho_w v_0}{2} V v_{z10} + m_{y1}^{\omega_{y1}} \frac{\rho_w v_0}{2} \omega_{y10} V^{4/3} + p (x_p \cos \psi_0 \sin \theta_0 + z_p \sin \psi_0).
 \end{aligned} \tag{23}$$

Или в матричной форме, при линеаризации системы для малых углов крена:

$$A \begin{pmatrix} v_{z10} \\ \omega_{y10} \\ \theta_0 \end{pmatrix} = B. \tag{24}$$

На основе решения системы (24) могут быть получены балансиловочные значения v_{z10} — проекции вектора скорости объекта на ось $OZ1$; ω_{y10} — угловой скорости вращения объекта относительно оси $OY1$; θ_0 — угла крена. В качестве примера на рис. 16 представлены балансиловочные параметры бокового движения при смещении точки приложения избыточной плавучести относительно диаметральной плоскости на плечо, составляющее 1/4 от диаметра глайдера и варьировании избыточной плавучести от 0.5 до 8 % величины $\rho_w g V$.

Важным является исследование боковой устойчивости глайдера при маневрировании по курсу, то есть при $z_p \neq 0$. Линеаризованные уравнения движения глайдера в этом случае относительно балансиловочного режима, определяемого системой (23), имеют вид:

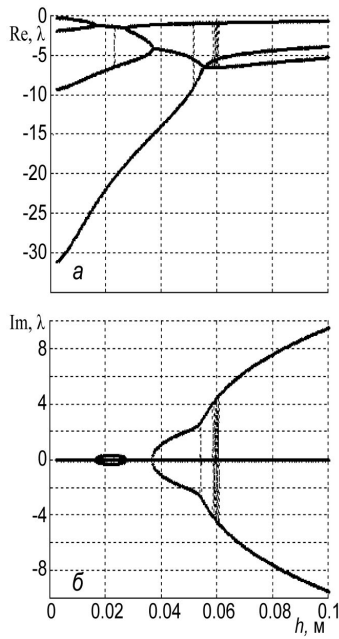


Рис. 14. Эволюция действительных (а) и мнимых (б) частей корней характеристического уравнения при варьировании значением метацентрической высоты.

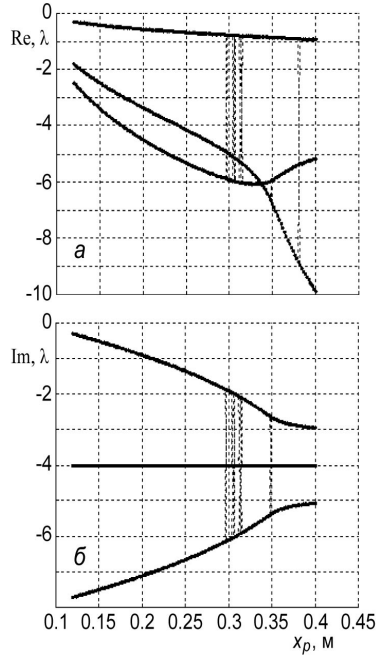


Рис. 15. Эволюция действительных (а) и мнимых (б) частей корней характеристического уравнения при варьировании значением плеча избыточной плавучести.

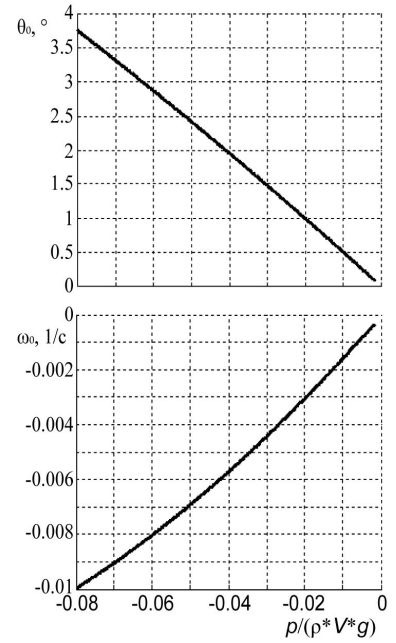


Рис. 16. Изменение балансировочных значений угла крена θ_0 (а) и угловой скорости ω_{y10} (б) при $x_p = 0.4$ м, $z_p = 0.445$ м и варьировании величиной избыточной плавучести.

$$\begin{aligned}
 & m(1+k_{33})\dot{v}_{z1} + mV^{1/3}k_{35}\dot{\omega}_{y1} + \omega_{x1}m(1+k_{22})v_{y10} - \omega_{y1}m(1+k_{11})v_{x10} = \\
 & = c_{z1}^\beta \frac{\rho_w v_0}{2} V^{2/3} v_{z1} + c_{z1}^{\omega_{y1}} \frac{\rho_w v_0}{2} \omega_{y1} V - p \cos \psi_0 \cos \theta_0 \theta; \\
 & J_{x1}(1+k_{44})\dot{\omega}_{x1} + \omega_{y1}mV^{1/3}k_{26}v_{y10} + y_{y10}mV^{1/3}k_{35}\omega_{y1} = m_{x1}^\beta \frac{\rho_w v_0}{2} V v_{z1} + m_{x1}^{\omega_{x1}} \frac{\rho_w v_0}{2} V^{4/3} \omega_{x1} + \\
 & + m_{x1}^{\omega_{y1}} \frac{\rho_w v_0}{2} V^{4/3} \omega_{y1} - p_w V g h \cos \psi_0 \cos \theta_0 \theta - p \cos \psi_0 (y_p \cos \theta_0 \sin \theta - z_p \sin \theta_0 \sin \theta); \\
 & J_{y1}(1+k_{55})\dot{\omega}_{y1} + mV^{1/3}k_{35}\dot{v}_{z10} - \omega_{x1}mV^{1/3}k_{26}v_{y10} - v_{x10}mV^{1/3}k_{35}\omega_{y1} = \\
 & = m_{y1}^\beta \frac{\rho_w v_0}{2} V v_{z1} + m_{y1}^{\omega_{x1}} \frac{\rho_w v_0}{2} \omega_{x1} V^{4/3} + m_{y1}^{\omega_{y1}} \frac{\rho_w v_0}{2} \omega_{y1} V^{4/3} + p x_p \cos \psi_0 \cos \theta_0 \theta; \\
 & \dot{\theta} = \omega_{x1} - \omega_{y1} \operatorname{tg} \psi_0; \quad \dot{\phi} = \omega_{y1} \sec \psi_0.
 \end{aligned} \tag{25}$$

Система уравнений (25) может быть записана в матричной форме:

$$B \begin{pmatrix} \dot{v}_{z1} \\ \dot{\omega}_{x1} \\ \dot{\omega}_{y1} \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} = C \begin{pmatrix} v_{z1} \\ \omega_{x1} \\ \omega_{y1} \\ \theta \end{pmatrix}, \tag{26}$$

где B, C — соответствующие матрицы коэффициентов. Пусть B^{-1} — матрица, обратная матрице B , тогда система (26) может быть записана в виде:

$$\begin{pmatrix} \dot{v}_{z1} \\ \dot{\omega}_{x1} \\ \dot{\omega}_{y1} \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} v_{z1} \\ \omega_{x1} \\ \omega_{y1} \\ \theta \end{pmatrix},$$

где $A = B^{-1}C$. Корни соответствующего характеристического уравнения $\det(A - \lambda E) = 0$ позволяют определить области устойчивого движения подводного объекта в боковом движении при $z_p \neq 0$. Как показали результаты расчетов значения корней характеристического уравнения для глайдера с рассматриваемыми характеристиками при $z_p = 0.445$ м близки к соответствующим значениям при расположении точки приложения величины избыточной плавучести в диаметральной плоскости $z_p = 0$ м. Таким образом, движение глайдера при маневрировании по курсу, вызванное смещением точки приложения избыточной плавучести относительно диаметральной плоскости устойчиво.

В работе на основе численного решения осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье—Стокса определены гидродинамические характеристики подводного планера-глайдера. Рассмотрены методологические аспекты определения коэффициентов вращательных производных гидродинамических сил и моментов подводных объектов. Отмечено, что механизм «скользящих сеток», реализованный во многих расчетных комплексах механики жидкости и газа, позволяет задавать колебания объекта в потоке и определять соответствующие гидродинамические воздействия на объект.

Построена математическая модель движения глайдера. Получены аналитические оценки параметров движения глайдера на балансировочных режимах. Приведены зависимости параметров движения глайдера при действии знакопеременной избыточной плавучести. На основе анализа корней характеристического уравнения линеаризованной системы определены области устойчивости глайдера на балансировочных режимах движения при варьировании величиной избыточной плавучести, значением метacentрической высоты, а также плечом избыточной плавучести.

Литература

1. Eriksen C. C., Osse T. J., Light R. D., Wen T., Lehman T. W., Sabin P. L., Ballard J. W., Ghiodi A. M. Seaglider: A long range autonomous underwater vehicle for oceanographic research // IEEE J. Oceanic Engin. 2001. V. 26, Issue 4. P. 424—436.
2. Rudnick D. L., Davis R. E., Eriksen C. C., Fratantoni D. M., Perry M. J. Underwater gliders for ocean research // Marine Technology Society Journal. 2004. V. 38, N. 1. P. 48—59.
3. D'Spain G. L., Zimmerman R., Jenkins S. A., Luby J. C., Brodsky P. Underwater acoustic measurements with a flying wing glider // J. Acoust. Soc. Am. 2007. V. 121, N. 5, Pt. 2. P. 3107.
4. Wood Stephen L. Autonomous underwater gliders // Underwater vehicles. 2008. Florida Institute of Technology. P. 505—529.
5. Пинегин А. Н. О планировании под действием знакопеременной избыточной плавучести как способе движения подводных лодок и аппаратов // Юбилейный научно-технический отчет ЦКБ МТ «Рубин». СПб., 2011, С. 49—60.
6. Кожемякин И. В., Рождественский К. В., Рыжов В. А., Смольников А. В., Татаренко Е. И. Подводные глайдеры: вчера, сегодня, завтра (часть 1) // Морской вестник. 2013. № 1(45). С. 113—117.
7. Кожемякин И. В., Рождественский К. В., Рыжов В. А., Смольников А. В., Татаренко Е. И. Подводные глайдеры: вчера, сегодня, завтра (часть 2) // Морской вестник. 2013. № 2(46). С. 98—101.
8. Виноградов Н. И., Крейнделъ С. А., Лев И. Г., Нисневич М. З. Привязные подводные системы. Аэрогидродинамические характеристики при установившемся движении. СПб.: Изд-во СПбГУ, 2005. 304 с.
9. Сухоруков А. Л., Титов М. А. Об использовании эффекта планирования для движения подводных аппаратов // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2012. Т. 5, № 4. С. 88—101.
10. Рождественский В. В. Динамика подводной лодки. Т. 1. Л.: Судостроение, 1970. 352 с.
11. Пантов Е. Н., Махин Н. Н., Шереметов Б. Б. Основы теории движения подводных аппаратов. Л.: Судостроение, 1973. 216 с.
12. Федяевский К. К. Избранные труды. Л.: Судостроение, 1975. 440 с.
13. Федяевский К. К., Соболев Г. В. Управляемость корабля. Л.: Судпромгиз, 1963. 376 с.
14. Фирсов Г. А. Управляемость корабля. Л.: Изд-во ВМИУ им. Ф. Э. Дзержинского, 1954. 176 с.
15. Гурьев Ю. В., Ткаченко И. В. Компьютерные технологии в корабельной гидродинамике. Монография. СПб.: Изд-во ВУНЦ ВМФ «ВМА», 2010. 326 с.
16. Сухоруков А. Л., Каверинский А. Ю. Опыт использования программного комплекса «Star-CD» при решении некоторых практических задач гидродинамики подводной лодки // Сборник трудов третьей конференции пользователей программного обеспечения CAD-FEM, М., 2002. С. 119—126.
17. Сухоруков А. Л. Использование вычислительных программных комплексов для определения гидродинамических характеристик подводных лодок // Межотраслевая научно-практическая конференция ВОКОР-2006, 1 ЦНИИ МО РФ, Труды конференции, СПб., 2006. С. 45—54.
18. Bellevre D., Diaz de Tuesta A., Perdon P. Submarine manoeuvrability assessment using Computational Fluid Dynamic tools // Twenty-Third Symposium on Naval Hydrodynamics, France, 2001.
19. Ray A., Singh S. N., Seshadri V. Evaluation of linear and nonlinear hydrodynamic coefficients of underwater vehicles using CFD // Proc. 28th ASME Conf. On Ocean, Offshore and Arctic Engineering. Honolulu, Hawaii, USA, 2009.
20. Vaz G., Toxopeus S., Holmes S. Calculation of manoeuvring forces on submarines using two viscous-flow solvers // Proc. 29th ASME Conf. On Ocean, Offshore and Arctic Engineering. Shanghai, China, 2010.
21. Остославский И. В. Аэродинамика самолета. М.: Оборонгиз, 1957. 562 с.
22. Остославский И. В., Стражева И. В. Динамика полета. Устойчивость и управляемость летательных аппаратов. М.: Машиностроение, 1965. 468 с.