

УДК 532.517.4

© *И. В. Ткаченко*, А. А. Родионов, А. С. Сафрай, С. М. Гордеева

<sup>1</sup>Институт океанологии им. П.П. Ширшова Российской академии наук

## ЭФФЕКТЫ НЕСТАЦИОНАРНОСТИ ОБТЕКАНИЯ РАВНОМЕРНО ДВИЖУЩЕГОСЯ ПОГРУЖЕННОГО ТЕЛА

Статья поступила в редакцию 28.11.2018.

В статье приводятся оценки характеристик нестационарности поля обтекания эллипсоида вращения, полученные в результате численных экспериментов с трёхмерной негидростатической моделью «вода–воздух». Исследовалась эволюция структуры внутренних волновых возмущений (в поле температуры), распространяющихся от эллипсоида вращения с удлинением 1:6, обтекаемого потоком стратифицированной среды с постоянной скоростью. Выявлена значительная нестационарность поля обтекания. При обтекании образуются волновые возмущения сложной структуры, исследования которой проводились с использованием вейвлет-анализа временных рядов в точках в окрестности эллипсоида и построения интегральных вейвлет-спектров для температуры воды поперёк и вдоль области. В первом случае на основании сопоставления вейвлет-спектров в каждый выбранный момент времени и интегрального за весь период продемонстрирована значительная изменчивость спектральных характеристик поля температуры воды во времени. Во временной эволюции пространственных интегральных вейвлет-спектров для температуры воды поперек и вдоль области отчётливо прослеживается чередование групп волновых возмущений с потоками энергии от малых (вихревых) масштабов к большим, и наоборот. В отдельные периоды наблюдается полное разрушение пространственно-временной картины возмущений. Групповая структура и ее динамика проявляются более отчетливо в поперечной плоскости над эллипсоидом.

**Ключевые слова:** волны, моделирование, обтекание, нестационарность.

*I. V. Tkachenko*, A. A. Rodionov, A. S. Safray, S. M. Gordeeva

<sup>1</sup>Shirshov Institute of Oceanology, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

## EFFECTS OF NON-STATIONARITY OF THE FLOW AROUND UNIFORMLY MOVING SUBMERGED BODY

Received 28.11.2018.

The paper presents estimates of the characteristics of non-stationarity of the field of flow around an ellipsoid of rotation, obtained as a result of numerical experiments with a three-dimensional non-hydrostatic model of the system “water – air”. The evolution of the structure of internal wave disturbances (in the temperature field), propagating from the ellipsoid of rotation with an elongation of 1:6, streamlined by a stream of a stratified medium with a constant velocity, was studied. Significant non-stationarity of the flow field has been identified. When flow around, wave disturbances of a complex structure are formed, the studies of which were carried out using wavelet analysis of time series at points in the vicinity of the ellipsoid and constructing integral wavelet spectra for water temperature across and along the region. In the first case, based on the comparison of the wavelet spectrum at each chosen time and integral over the entire period, a significant variability of the spectral characteristics of the water temperature field in time was demonstrated. Considering the temporal evolution of spatial integral wavelet spectra for water temperature across and along the region, the alternation of groups of wave disturbances with energy flows from small (vortex) scales to large and vice versa is clearly seen. In some periods, there is a complete destruction of the space-time pattern of perturbations. The group structure and its dynamics appear more clearly in the transverse plane above the ellipsoid.

**Key words:** waves, modeling, flow, non-stationarity.

Ссылка для цитирования: Ткаченко И. В., Родионов А. А., Сафрай А. С., Гордеева С. М. Эффекты нестационарности обтекания равномерно движущегося погруженного тела // *Фундаментальная и прикладная гидрофизика*. 2018. Т. 11, № 4. С. 3—8.

For citation: *Tkachenko I. V., Rodionov A. A., Safray A. S., Gordeeva S. M. Effects of non-stationarity of the flow around uniformly moving submerged body. Fundamentalnaya i Prikladnaya Gidrofizika*. 2018, 11, 4, 3—8.

doi: 10.7868/S2073667318040019

Гидромеханика судов (кораблей) и подводных объектов лежит в основе судостроения и обеспечения мореплавания. Закономерности гидростатики судов были установлены еще Архимедом в III веке до н.э. Варианты динамики обтекания предлагались, начиная с И. Ньютона (1687 г.) и Л. Эйлера (1749, 1773 гг.).

В основе современных подходов проектирования судов лежит положение о том, что сопротивление судов (кораблей) и подводных объектов складывается из двух составляющих: сопротивления трения [1] и волнового [2]. Сопротивление трения определяется касательными напряжениями в пограничном слое, а волновое сопротивление — вытесняющим действием корпуса на границе «вода-воздух» или в стратифицированной среде в поле гравитации. В обоих случаях предполагается что поле обтекания является стационарным в системе координат, связанной с телом. Это послужило основанием для разработки упрощенных методов расчета полей обтекания в стационарной постановке (см., например, [3]). Вместе с тем наблюдения за природными явлениями и экспериментальные данные [4, 5] свидетельствуют о том, что при стационарном набегающем на тело потоке или при равномерном движении тела в поле обтекания возникают с определенной частотой вихревые структуры, которые могут передавать энергию поверхностным (для судов) и внутренним (для погруженных тел) волнам или формировать вихревой след. Численное решение таких задач стало возможно в последние годы в связи со значительным прогрессом в области вычислительных технологий, в том числе в области геофизической гидродинамики [6].

В данной работе представлены результаты численного исследования обтекания эллипсоида вращения с удлинением 1:6 в стратифицированной среде. Эксперименты проводились для числа Фруда равного 0,098 ( $Fr^2 = U^2/(gL)$ , где  $U$  — скорость набегающего потока,  $g$  — ускорение силы тяжести,  $L$  — горизонтальный размер тела).

Размер исследуемой области: длина бассейна  $11L$ , ширина  $\pm L$ , высота  $1.9L$ , глубина от свободной поверхности воды  $1.8L$ . Ось эллипсоида располагалась на горизонте  $0.5L$  от свободной поверхности воды и на расстоянии  $\pm L$  от боковых граней; центр тяжести эллипсоида — на расстоянии  $2L$  от торцевой грани со стороны набегающего потока.

В качестве инструмента исследования использовалась численная 3-хмерная негидростатическая конечно-элементная модель вода-воздух с осреднением методом крупных вихрей (Large Eddy simulation, LES) и замыканием на основе моделей добавочной вязкости Смагоринского [7, 8]. Для лучшего описания взаимодействия гидродинамических возмущений в глубине и на свободной поверхности использовался алгоритм метода конечных объемов (Volume Of Fluid, VOF). Для решения системы дифференциальных уравнений используется полунейвный проекционный метод. Аппроксимация производных имеет второй порядок точности. Система линейных алгебраических уравнений решается методом сопряженных градиентов. Для повышения эффективности расчетов используется алгоритм распределенных вычислений, основанный на декомпозиции по подобластям и декомпозиции аппроксимирующих матриц. Для моделирования сформирована неструктурированная сетка в конечных элементах-тетраэдрах размером 5.5 млн конечных элементов (940 тыс. точек).

В качестве начальных условий по всему объему задавались: стратификация: средний градиент плотности  $0.14 \text{ кг/м}^4$  в слое  $0.03\text{--}0.2L$ ; максимальный —  $0.18 \text{ кг/м}^4$  в слое  $0.12\text{--}0.15L$ , и продольная составляющая скорости  $U$ . Граничные условия: нижняя и боковые границы открыты; на верхней границе объема задается давление; на входной границе — форсинг (составляющие скорости  $U = \text{const}$ ,  $V = W = 0.0$ , начальная стратификация); на выходной границе фиксирована только составляющая скорости  $U$ , остальные параметры свободны. На поверхности тела — условие прилипания.

При анализе результатов численных экспериментов рассматривалась температура воды поскольку она, в отличие от плотности, является первичной переменной системы уравнений. Исследования результатов численных экспериментов проводились с использованием вейвлет-анализа, позволившего наиболее полно и в то же время компактно описать временную эволюцию решения [9]. В работе использовался комплект программ Торренса и Компо [10] (находятся в свободном доступе на сайте <http://paos.colorado.edu/research/wavelets/>). Вейвлет-разложению с вейвлетом Морле подвергались временные ряды температуры воды от 13 до 165 модельных секунд в отдельных точках расчетной области. Также рассматривались пространственные ряды температуры воды на последовательные моменты времени равной дискретности. Рассчитываемый интегральный вейвлет-спектр на каждом из 90 временных шагов от 13 до 172 модельных секунд представлялся в виде поля распределения дисперсии колебаний температуры воды на разных масштабах во времени.

Проведенный вейвлет-анализ временной изменчивости температуры воды в ряде точек пространства в окрестности погруженного тела показал, что в поле обтекания проявляются эффекты нестационарности, связанные с вихреволновым взаимодействием. На рис. 1 показано сравнение интегрального по времени вейвлет-спектра со спектрами в отдельные моменты времени эксперимента в пространственной точке сбоку от эллипсоида на горизонте его оси.

Спектры в данной точке отличаются большой изменчивостью. Постоянная в течение всего периода расчета узкая полоса самых низких частот имеет умеренную амплитуду и превышает интегральный спектр только в период времени 50—150 расчетных секунд. Основная энергия сосредоточена в более высоких частотах, где эволюционируют пики значительной амплитуды, причем их количество, амплитуда и полоса частот в пике существенно изменяются от шага к шагу. Вместе с тем, в целом локальные максимумы в области более 0.1 Гц лежат в диапазоне максимумов интегрального спектра от 0.2 до 0.4 Гц, причем, как правило, превалирует по амплитуде один из максимумов на частотах около 0.2 Гц или 0.4 Гц, а сами частоты максимумов плавно изменяются во времени с характерным масштабом около 70—80 с.

При сравнении интегрального по времени вейвлет-спектра со спектрами за некоторые моменты времени эксперимента в двух точках (на горизонтах  $0.1L$  под эллипсоидом и  $0.1L$  над эллипсоидом на расстоянии  $0.25L$  от вершины эллипсоида) выявилась характерная особенность — наличие пика интегрального спектра в низких частотах, который формируется дисперсией, значительно превышающей среднюю в начальные моменты времени и уменьшающейся вдвое к концу эксперимента. В области высоких частот можно проследить хаотичное появление и вырождение пиков спектра малой амплитуды.

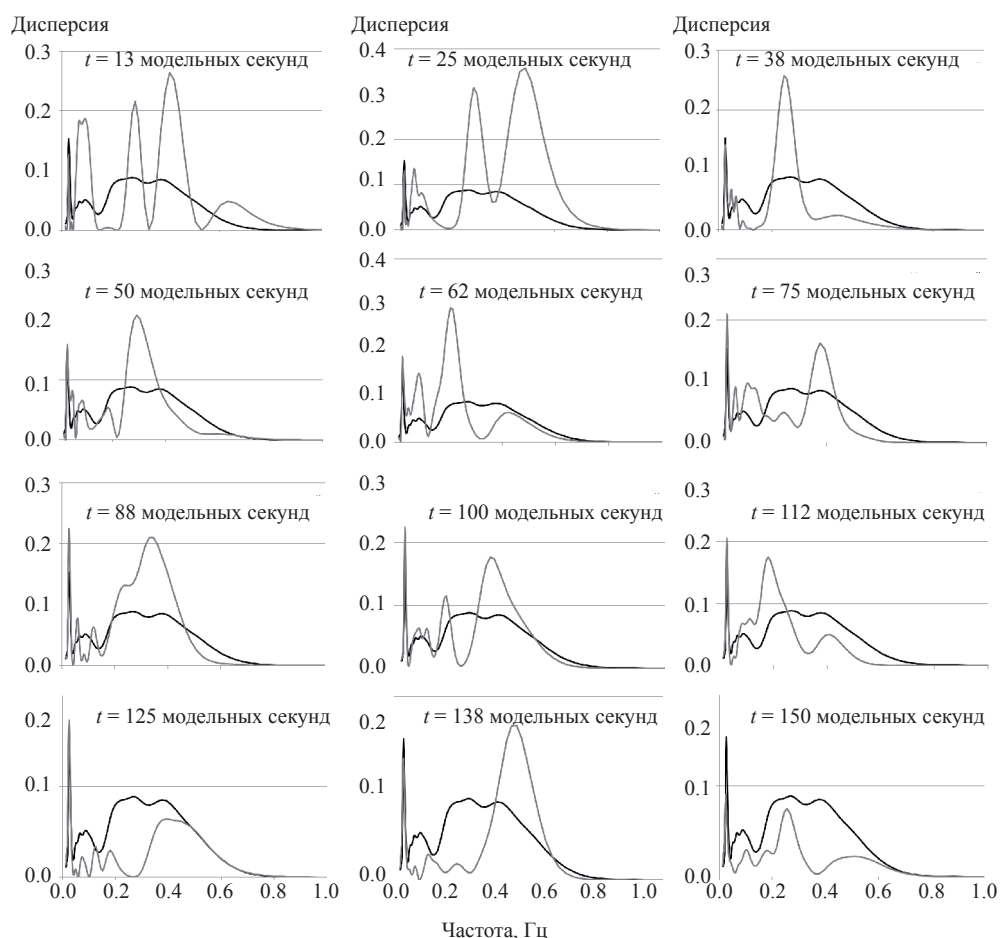


Рис. 1. Вейвлет-спектр в пространственной точке на расстоянии  $0.25L$  от вершины эллипсоида, сбоку на  $0.1L$ , на горизонте его оси в определённые моменты времени.

Черная линия — интегральный спектр, серая — мгновенный.

Fig. 1. The wavelet spectrum at a spatial point at a distance of  $0.25L$  from the top of the ellipsoid, on the side at  $0.1L$ , on the horizon of its axis at certain moments in time. The black line is the integral spectrum, the gray line is instantaneous.

В области средних частот спектры в разных точках ведут себя по-разному. В точке на горизонте  $0.1L$  под эллипсоидом наблюдаемый в начале эксперимента второй пик спектра, слегка сдвинутый к высоким частотам, быстро вырождается и к  $0.7$  минутам модельного времени совпадает с интегральным спектром. В дальнейшем он полностью исчезает.

В точке на горизонте  $0.1L$  над эллипсоидом два значительных пика средних частот, существующие в нулевой момент, постепенно вырождаются и к  $6$  минутам модельного времени возникает пик, совпадающий с интегральным. Возрастая по амплитуде к концу расчета, он начинает превышать интегральный спектр, несколько смещаясь к низким частотам.

Таким образом, очевидно, что во всех выбранных точках существует значительная нестационарность частотной структуры поля температуры воды во времени, выраженная в смещении пиков мгновенного спектра относительно пиков интегрального спектра, причём характер этих смещений различен в разных точках.

Ещё одним доказательством нестационарности процесса обтекания служат картины временной изменчивости пространственного интегрального вейвлет-спектра для температуры воды поперек области на срезе на расстоянии  $0.25L$  от вершины эллипсоида на горизонте  $0.1L$  над телом (рис. 2), а также на горизонте  $0.1L$  под телом (рис. 3). На рис. 2 прежде всего, обращает на себя внимание практически постоянное присутствие максимума на масштабах  $2.6L$ . Вторая группа возмущений эволюционирует от  $1.5L$  в начале эксперимента до  $1.0L$  к его окончанию. Наконец, постоянно присутствуют  $0.5L$ -возмущения. Обращает на себя внимание и то, что каждые  $15$ — $25$  модельных секунд происходит перестройка поля пространственных масштабов, т.е. периоды времени, когда происходит переток энергии от больших масштабов к коротким ( $2.5$ — $22$ ,  $60$ — $73$ ,  $95$ — $110$  модельных секунд), сменяются периодами, когда поток энергии противоположен. Внутри каждого из этих периодов времени существование групп возмущений тоже периодически с периодами  $2.5$ — $5$  модельных секунд. Под телом (рис. 3) картина эволюции спектра схожа, но перестройка осуществляется менее регулярно. Возмущения длиной  $0.5L$  существуют постоянно. Слабее, в основном в начале эксперимента, выражены  $1L$ -возмущения.

Необходимо отметить, что длины выявленных возмущений изменяются (колеблются) в ходе их эволюции, что говорит о нестационарности процесса обтекания.

Для эволюции вейвлет-спектра вдоль оси эллипсоида (рис. 4, 5) чередование районов с потоками энергии разных направлений проявляется ещё сильнее, и происходят с периодом  $70$ — $80$  модельных секунд, что также соответствует периодам, выявленным на временных спектрах.

В области за эллипсоидом (сбоку от оси на  $0.1L$ ) на высоте  $0.1L$  над его осью выявляются две выраженные системы возмущений: с длиной порядка  $1.5L$  и  $2.2$ — $2.5L$ , показанные на рис. 4 черными точками.  $1.5L$ -возмущения усиливаются каждые  $10$ — $12$  модельных секунд, а длиной  $2.2L$  — через  $10$ - $15$

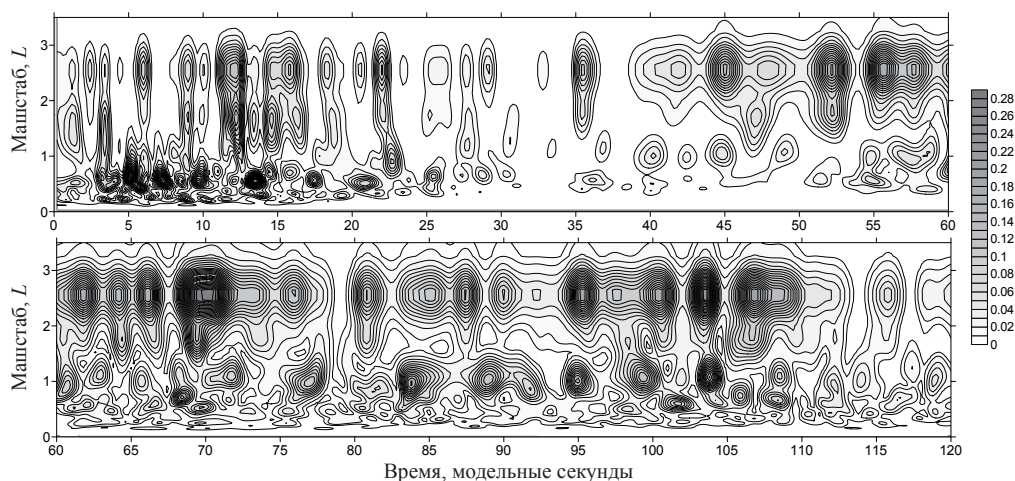


Рис. 2. Временная изменчивость интегрального вейвлет-спектра для температуры воды поперек области на срезе на расстоянии  $0.25L$  от вершины эллипсоида на глубине  $0.1L$  над телом.

Fig. 2. Temporal variability of the integral wavelet spectrum for water temperature across the region on the section at a distance of  $0.25L$  from the top of the ellipsoid at a depth of  $0.1L$  above the body.



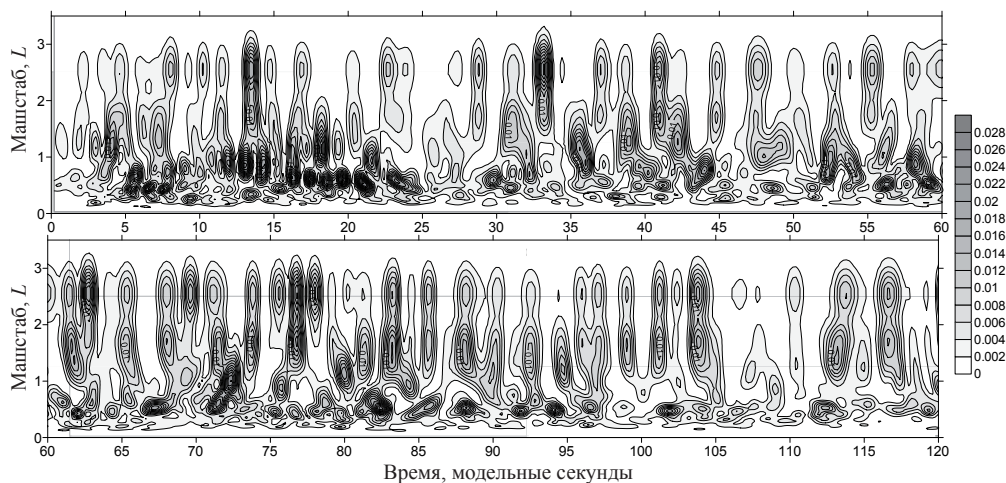


Рис. 3. Временная изменчивость интегрального вейвлет-спектра для температуры воды поперек области на срезе на расстоянии  $0.25L$  от вершины эллипсоида на глубине  $0.1L$  под телом.

Fig. 3. Temporal variability of the integral wavelet spectrum for water temperature across the region on the section at a distance of  $0.25L$  from the top of the ellipsoid at a depth of  $0.1L$  below the body.

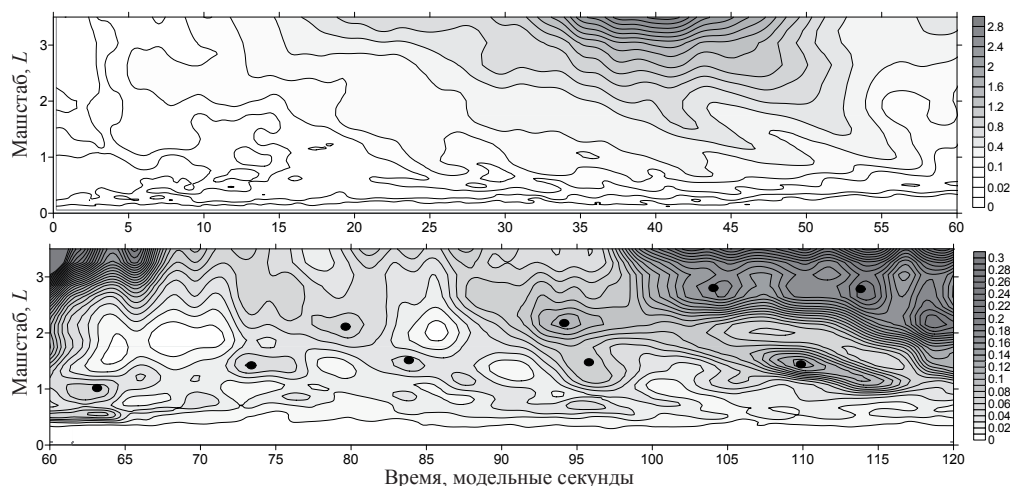


Рис. 4. Временная изменчивость интегрального вейвлет-спектра для температуры воды в области за эллипсоидом, сбоку от оси на  $0.1L$ , на высоте  $0.12L$  над осью эллипсоида.

Fig. 4. Temporal variability of the integral wavelet spectrum for water temperature in the area of the wake behind the object, at the side of the axis at  $0.1L$ , at the height of  $0.12L$  above the axis of the ellipsoid.

модельных секунд. Наклон ложбин/гребней изолиний показывает, что наблюдается перекачка энергии, как из длинноволновой части спектра в коротковолновую, так и наоборот.

Эволюция вейвлет-спектра на оси эллипсоида (рис. 5) похожа на рассмотренную выше. Хорошо выделяются периоды времени с перекачкой энергии от малых возмущений к крупным (выделенные серыми линиями) и разрушения самых крупных возмущений. Период самой крупной волны составляет 70—80 модельных секунд.

\*\*\*

В ходе численных экспериментов и последующего вейвлет-анализа поля температуры воды выявлена большая нестационарность внутриволновой динамики обтекания тела вращения.

Во всех точках вокруг тела пики вейвлет-спектров за отдельные моменты времени смещаются относительно среднего спектра за время обтекания тела.

Во временной эволюции пространственных интегральных вейвлет-спектров для температуры воды поперек и вдоль области отчётливо прослеживается чередование групп волн с потоками энергии от малых (вихревых) масштабов к большим, и наоборот. В отдельные периоды наблюдается полное

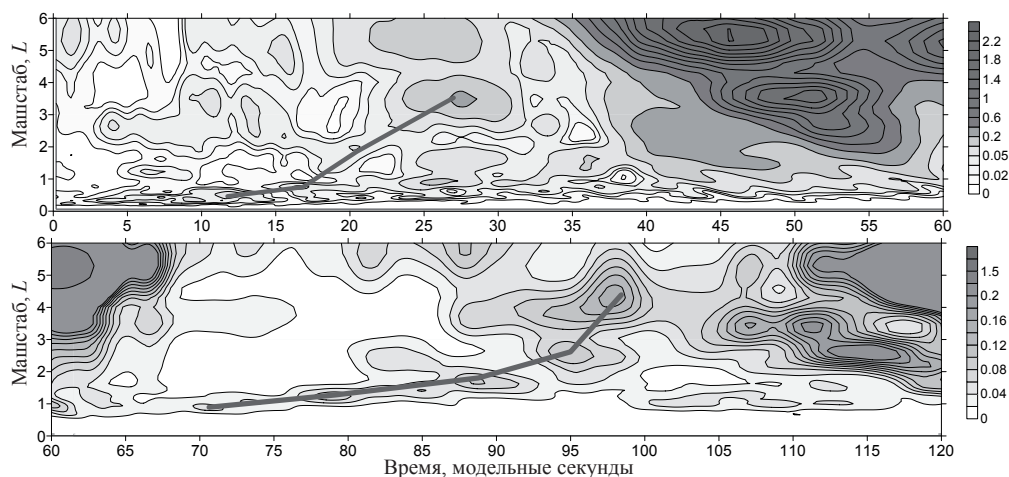


Рис. 5. Временная изменчивость интегрального вейвлет-спектра для температуры воды в области за эллипсоидом на высоте  $0.12L$  прямо над осью эллипсоида.

Fig. 5. Temporal variability of the integral wavelet spectrum for water temperature in the wake area behind the object at the height of  $0.12L$  directly above the ellipsoid axis.

разрушение пространственно-временной картины возмущений. Групповая структура и ее динамика проявляются более отчетливо для поперечных волн над телом.

Результаты работы позволяют утверждать, что описание процессов волнообразования (особенно, поперечных волн) при обтекании эллипсоида вращения возможно только в рамках решения нестационарной задачи.

Авторы благодарны В.А. Горчакову за предоставление материалов для рис. 1. Исследование выполнено в рамках государственного задания по теме № 0149-2019-0015.

### Литература

1. Прандтль Л., Титъенс О. Гидро- и аэромеханика. Т. 1. М.-Л.: ГТ-ТИ, 1933. 224 с.; Т. 2. ОНТИ НКТП СССР, 1935. 313 с.
2. Michell J. N. The wave resistance of a ship // Philosophical Magazine. Ser. 5, 45, 106—123.
3. Войтунский Я. И. Справочник по теории корабля в 3-х томах. Т. 1. Гидромеханика. Сопротивление движению судов. Судовые движители. Л.: Судостроение, 1985.
4. Дегтярев Г. М., Носов В. Н., Шпаков П. Д. Масштабная инвариантность процессов самоорганизации и саморегуляции в природе и обществе. СПб.: Астерион, 2012. 186 с.
5. Готман А. Ш. Вихревая составляющая сопротивления воды движению судна и их взаимодействие // Научные проблемы транспорта Сибири и Дальнего Востока. 2013. № 2. С. 116—122. Новосибирская государственная академия водного транспорта.
6. Ткаченко И. В., Гурьев Ю. В. Моделирование обтекания тел вращения потоком стратифицированной жидкости на основе метода крупных вихрей (LES). Сборник научных трудов Фундаментальная и прикладная гидрофизика, 2008. № 1. С.80—87.
7. Сафрай А. С., Ткаченко И. В. Численное моделирование гравитационных течений жидкости в наклонном канале // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2009. № 1. С. 21—30.
8. Сафрай А. С., Ткаченко И. В. Трехмерная негидростатическая модель вода-воздух. Численный эксперимент // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2013. Т. 6. № 1.
9. Сафрай А. С., Ткаченко И. В., Гордеева С. М. Об эволюции одиночной внутренней волны в канале. Численные эксперименты // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2016. Т. 9. № 1.
10. Torrence C., Compo G. P. A Practical Guide to Wavelet Analysis // Bull. Amer. Meteor. Soc. 1998, 79, 61—78 (дата обращения: 20.11.2018).