

УДК 532.517.4, 532.59

© О. Ф. Воропаева^{1,2}, Г. Г. Черных^{1,2}

¹Институт вычислительных технологий СО РАН, Новосибирск

²Новосибирский государственный университет
vopop@ict.nsc.ru, chernykh@ict.nsc.ru

ДИНАМИКА ЛОКАЛЬНЫХ ОБЛАСТЕЙ ТУРБУЛИЗОВАННОЙ ЖИДКОСТИ В УСЛОВИЯХ ФОНОВЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ ГИДРОФИЗИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ

Построены численные модели и выполнено исследование динамики плоской локализованной зоны турбулентного смешения и генерируемых ею внутренних волн в устойчиво стратифицированной среде. Модели основаны на двумерной системе осредненных уравнений гидродинамики в приближении Обербека—Буссинеска, замкнутой как с использованием дифференциальных уравнений переноса рейнольдсовых напряжений, так и алгебраических аппроксимаций этих величин. Построена численная модель взаимодействия зоны турбулентного смешения и локального возмущения поля плотности в пикноклине. Численное моделирование течения осуществлено в широком диапазоне параметров локального возмущения поля плотности. Обнаружено, что генерируемое локальным возмущением поля плотности течение может приводить к существенному порождению энергии турбулентности в зоне турбулентного смешения и увеличению времени ее «жизни». Выполнено численное моделирование эволюции зоны турбулентного смешения в горизонтально однородном сдвиговом потоке линейно стратифицированной среды. Полученные данные демонстрируют трансформацию области турбулентных возмущений и генерируемых ею внутренних волн под воздействием сдвигового потока, а также существенное порождение энергии турбулентности осредненным движением, приводящее к замедлению вырождения турбулентности при больших значениях времени вырождения.

Ключевые слова: область турбулентного смешения, устойчивая стратификация, фоновые возмущения гидрофизических полей, математическое моделирование.

O. F. Voropaeva^{1,2}, G. G. Chernykh^{1,2}

¹Institute of Computational Technologies, Siberian Branch of RAS, Novosibirsk, Russia

²Novosibirsk State University, Novosibirsk, Russia

THE DYNAMICS OF LOCAL ZONES OF TURBULIZED FLUID UNDER THE BACKGROUND DISTURBANCES OF HYDROPHYSICAL FIELDS

The mathematical models of flat local area of turbulized fluid dynamics in stable stratified medium are constructed. The models are based on a two-dimensional system of averaged equations of hydrodynamics in Oberbeck—Boussinesq approximation, closed with using both differential equations of Reynolds stresses transfer and an algebraic approximations of these quantities. Based on these models the numerical investigation of evolution of flat localized turbulent mixing zone and internal waves generated by it in pycnocline is performed. The numerical model of the interaction of turbulent mixing zone and the local density perturbation in pycnocline is constructed. Numerical simulation of flow is performed in a wide range of parameters of a local density perturbation. It is found that generated by a local density perturbation flow can lead to a significant generation of turbulence energy in turbulent mixing zone and increase the time of its «life». Numerical simulation of the evolution of turbulent mixing zone in a horizontally homogeneous shear flow of linearly stratified fluid was carried out. The data obtained demonstrate the transformation of zone of turbulent perturbations and internal waves generated by it under the influence of shear flow, as well as causing substantial turbulence energy production by the mean flow, which leads to slower decay of turbulence for large time of degeneration.

Key words: turbulent mixing zone, stable stratification, the background disturbances of hydrophysical fields, mathematical modeling.

Динамика областей турбулизованной жидкости (пятен турбулентности) существенно влияет на формирование тонкой микроструктуры гидрофизических полей атмосферы и океана [1].

Достаточно подробный обзор исследований можно найти в работе [2]. В настоящей работе рассматривается двумерная нестационарная задача об эволюции области турбулентных возмущений в устойчиво стратифицированной среде, включая пикноклин. На основе разработанных численных моделей исследуется динамика области турбулентных возмущений под воздействием фоновых гидродинамических полей, в том числе волнового пакета, индуцируемого локальным возмущением поля плотности в пикноклине, а также сдвигового потока линейно стратифицированной жидкости. Расчеты показывают, что фоновые возмущения могут приводить к значительному искажению зоны турбулентного смешения и генерируемых ею внутренних волн, а также существенному порождению энергии турбулентности и продлению «жизни» турбулентных образований.

Постановка задачи. Для описания течения привлекается система осредненных уравнений гидродинамики в приближении Обербека—Буссинеска ($i, k = 1, 2$):

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + U_k \frac{\partial U_i}{\partial x_k} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \langle p_1 \rangle}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial x_k} \langle u'_i u'_k \rangle + \frac{g_i}{\rho_0} \langle \rho_1 \rangle, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \langle \rho_1 \rangle}{\partial t} + U_k \frac{\partial \langle \rho_1 \rangle}{\partial x_k} + U_2 \frac{d\rho_s}{dx_2} = -\frac{\partial}{\partial x_k} \langle u'_k \rho' \rangle, \quad (2)$$

$$\frac{\partial U_k}{\partial x_k} = 0. \quad (3)$$

Здесь и ниже приняты следующие обозначения: u'_1, u'_2 — пульсационные составляющие скорости в направлении осей x_1 и x_2 соответственно; U_k — компоненты скорости осредненного движения; g — ускорение силы тяжести: $\mathbf{g} = (0, -g)$; $\langle \rho \rangle$ — осредненная плотность, $\rho_1 = \rho - \rho_s$, $\rho_s = \rho_s(x_2)$ — плотность невозмущенной жидкости ($d\rho_s/dx_2 \leq 0$ — устойчивая стратификация), $\rho_0 = \rho_s(0)$. Штрихом помечены пульсационные компоненты; $\langle \rangle$ — символ осреднения.

Посредством замыкания системы уравнений (1)—(3) построены математические модели течения, основанные как на дифференциальных уравнениях переноса компонент тензора рейнولدсовых напряжений $\langle u'_i u'_k \rangle$, так и их алгебраических аппроксимациях. Компоненты вектора потоков $\langle u'_k \rho' \rangle$ и дисперсия флуктуаций плотности $\langle \rho'^2 \rangle$ определялись из алгебраических соотношений, являющихся следствием локально равновесного усечения дифференциальных уравнений переноса этих величин [3, 4]. Конечно-разностный алгоритм основан на введении переменных «функция тока — завихренность» и метода расщепления по пространственным переменным. Его детальное изложение представлено в работе [4].

Начальные условия для уравнений моделей задавались согласованными с известными экспериментальными данными; на достаточно удаленной границе расчетной области ставились условия невозмущенного потока. С учетом симметрии (антисимметрии) течения ряд расчетов проводился в верхней полуплоскости с постановкой на оси x_1 соответствующих граничных условий. При исследовании течения в пикноклине плотность невозмущенной жидкости задавалась в виде $\rho_s(x_2) = \rho_0 (1 - a\beta \text{th}(x_2))$; в линейно стратифицированной среде $\rho_s(x_2) = \rho_0 (1 - ax_2)$, где α, β — положительные величины. Характерными параметрами рассматриваемых турбулентных стратифицированных течений являются плотностное число Фруда Fr и период Вайсяля—Брента T :

$$Fr = \frac{U_0 T}{R}, \quad T = \frac{2\pi}{\sqrt{ag}}, \quad a = -\frac{1}{\rho_0} \frac{d\rho_s}{dx_2}, \quad x_2 = 0.$$

Здесь в качестве масштабов приняты R — начальный радиус зоны турбулентности и $U_0 = \sqrt{e_0}$ — характерная скорость, где $e_0 = e(0, 0, 0)$, $e = \langle u'_i u'_i \rangle / 2$ — энергия турбулентности. При численном анализе течения контролировалось поведение суммарных энергий турбулентности E_t и внутренних волн P_t (ниже * означает обезразмеривание с применением указанных масштабов и представления $\langle \rho \rangle^* = \langle \rho \rangle / (aR\rho_0)$):

$$E_t^*(t) = \int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty e^* dx_1^* dx_2^*, \quad P_t^*(t) = \int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty \left(\frac{U_1^{*2} + U_2^{*2}}{2} + \frac{4\pi^2}{Fr^2} \langle \rho_1 \rangle^* x_2^* \right) dx_1^* dx_2^*. \quad (4)$$

Адекватность разработанных математических моделей подтверждают результаты сопоставления расчетных данных с экспериментальными данными о динамике безымпulsive турбулентного следа в однородной и линейно стратифицированной средах [2, 4].

Динамика одиночного пятна турбулентности в устойчиво стратифицированной среде. Выполнено численное моделирование течения в высокоградиентной прослойке пикноклина, когда ширина прослойки мала в сравнении с начальным радиусом турбулизованной области. В этих условиях область турбулентных возмущений распространяется со временем симметрично относительно осей координат преимущественно вдоль высокоградиентной прослойки пикноклина. Одновременно наблюдается генерация уединенных внутренних волн солитонного типа в каждом квадранте плоскости (x_1, x_2) . Амплитуда и скорость распространения этих волн, как показывает анализ численных данных, связаны соотношением Бенджамина [5]. При больших значениях времени перемещение образовавшихся волновых пакетов в направлении роста $|x_1|$ сопровождается порождением энергии турбулентности на периферии зоны смешения и формированием локальных максимумов энергии турбулентности в местах дислокации внутренних волн значительной амплитуды. Окончание взаимодействия турбулентности и внутренних волн наблюдается, когда энергия турбулентности вырождается более чем на три порядка, и волны находятся вне зоны турбулентного смешения (что соответствует $t/T = 20$ на рис. 1).

Взаимодействие зоны турбулентного смешения с локальным возмущением поля плотности в пикноклине. Выполнено численное моделирование взаимодействия пятна турбулентности и волнового пакета, индуцируемого локальным возмущением поля плотности в пикноклине. Локальное возмущение поля плотности задавалось в виде $\langle \rho_1 \rangle = (\rho_0 - \rho_s) \delta \exp\left[-(\alpha r)^8\right]$, где $r^2 = (x_1 - x_0)^2 + x_2^2$, δ и α определяют степень перемешивания жидкости и начальный радиус области смешения. В ходе численных экспериментов варьировался начальный запас суммарной энергии волнового пакета, генерируемого ламинарным возмущением поля плотности, а также начальное расстояние между центрами возмущений. Соотношения начальных размеров возмущений и толщины высокоградиентной прослойки пикноклина таковы, что оба течения характеризуются формированием в каждом квадранте плоскости (x_1, x_2) внутренней волны солитонного типа. С ростом времени эти волны удаляются от зон возмущения, двигаясь вдоль горизонтальной оси. При взаимодействии можно наблюдать «соударение» двух солитонов, а также воздействие каждого из них на зону турбулентности, что приводит к ее деформации. Степень деформации напрямую связана с характеристиками набегающей уединенной волны: при уменьшении амплитуды и длины фоновой волны трансформация внешней границы турбулизованной области становится менее выраженной. При этом в горизонтальной полосе, прилегающей к оси движения фонового волнового возмущения, наблюдается снижение значений энергии турбулентности, которое приводит к нарушению структуры турбулентного пятна.

В ходе численных экспериментов были обнаружены ситуации, когда в результате прохождения через турбулентное пятно внутренней волны солитонного типа значительной (в сравнении с характерными размерами области турбулентных возмущений) амплитуды и длины волны наблюдается не только существенная деформация области турбулентных возмущений, но и прекращение вырождения энергии турбулентности. При этом происходит захват и перенос турбулентного пятна солитоном от локального возмущения поля плотности, в результате турбулентность при больших значениях времени играет роль пассивного скаляра (рис. 2). При фиксированной степени перемешивания δ увеличение начального размера локального возмущения приводит

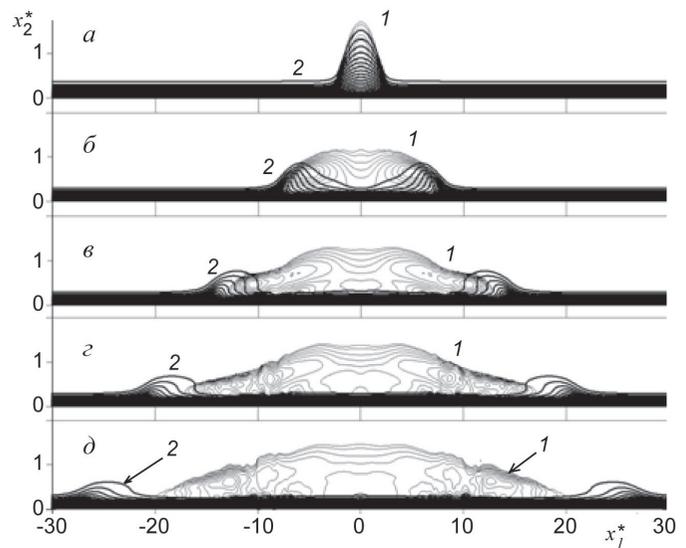


Рис. 1. Изолинии энергии турбулентности (1) и осредненной плотности (2) в задаче о динамике одиночного пятна турбулентных возмущений в пикноклине в различные моменты времени. а — $t/T = 1$; б — $t/T = 5$; в — $t/T = 10$; г — $t/T = 15$; д — $t/T = 20$.

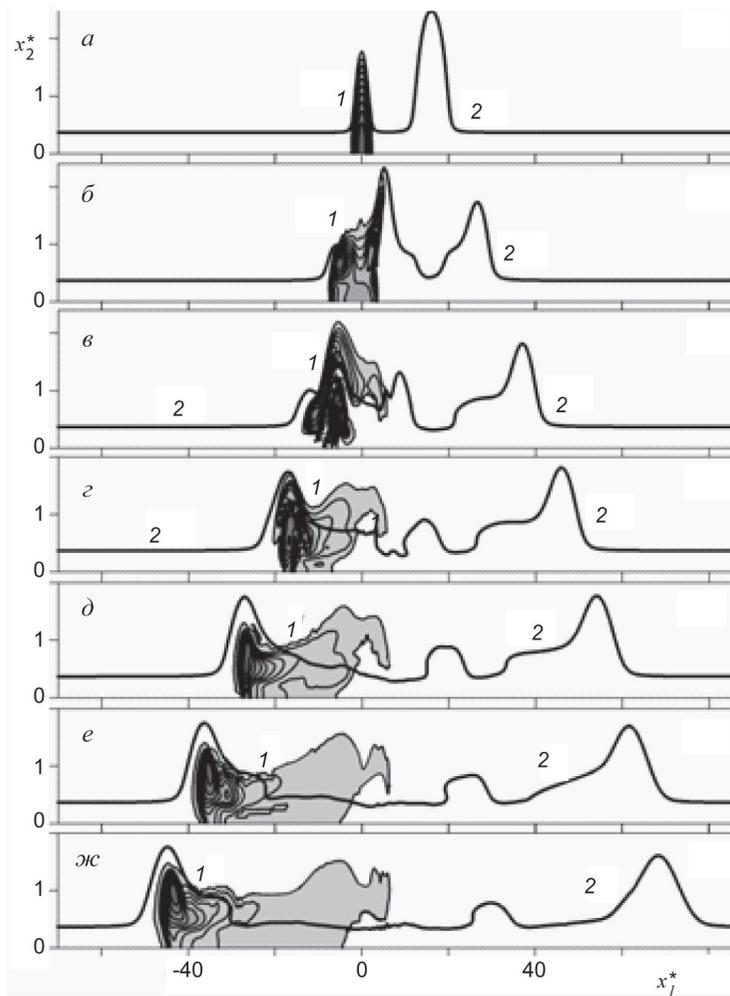


Рис. 2. Изолинии энергии турбулентности (1) и характерная изолиния осредненной плотности (2) при взаимодействии области турбулентных возмущений и ламинарной перемешанной области в различные моменты времени. Обозначения: а—д — те же, что на рис. 1; е — $t/T = 25$; жс — $t/T = 30$; $\delta = 0.95$.

к значительному приросту суммарной энергии внутренних волн на этапе взаимодействия и более раннему выходу суммарной энергии турбулентности на постоянное значение (рис. 3).

Отметим, что на рассмотренном интервале значений времени величина суммарной энергии турбулентности в отсутствие взаимодействия уменьшается более чем на три порядка, и, таким образом, время взаимодействия ограничено временем «жизни» самого пятна турбулентности. Численные эксперименты показывают, что замедление вырождения турбулентности под воздействием набегающей уединенной волны наблюдается, когда начальная энергия локального возмущения поля плотности сопоставима с начальной суммарной энергией турбулентности.

Динамика локализованной зоны турбулентного смешения в сдвиговом потоке линейно стратифицированной среды.

Выполнено исследование эволюции локального пятна турбулентности в линейно стратифицированной среде под воздействием однородного линейного сдвигового потока. Фоновое сдвиговое течение задавалось распределением $U_1^* = U_s^* = \alpha x_2^*$, $U_2^* = 0$, где $\alpha = \text{const}$. На достаточно удаленной границе расчетной области ставились условия невозмущенного потока. Характерным параметром течения является число Ричардсона $Ri = (2\pi/T)^2 / (dU_s/dx_2)^2$. Численные эксперименты проводились для достаточно широкого диапазона чисел $Ri \in [20, 500]$. При анализе суммарной энергии течения использовалось представление (4), в котором U_1 заменялось на $U_d = U_1 - U_s$. Трансформацию течения при $\alpha = 5 \times 10^{-4}$ ($Ri = 495$), $\alpha = 1 \times 10^{-3}$ ($Ri = 124$), $\alpha = 2.5 \times 10^{-3}$ ($Ri = 20$) иллюстрируют рис. 4, 5. Полученные данные свидетельствуют о том, что под воздействием сдвигового потока наблюдается весьма существенное порождение энергии турбулентности осредненным движением, что приводит к замедлению вырождения турбулентности при больших значениях времени (рис. 4).

При умеренных значениях времени (до одного периода Вайсяля—Брента) при всех

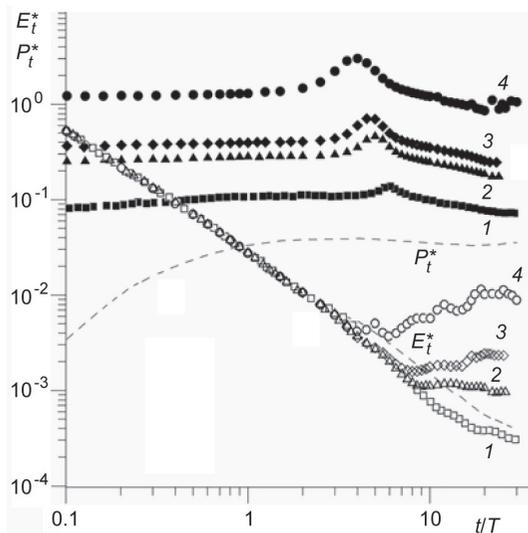


Рис. 3. Зависимости суммарных энергий турбулентности E_t^* (светлые фигуры) и внутренних волн P_t^* (темные фигуры) от времени при взаимодействии области турбулентных возмущений и локальной перемешанной области при $\delta = 0.95$. 1 — $\alpha = 1.25$; 2 — $\alpha = 0.85$; 3 — $\alpha = 0.75$; 4 — $\alpha = 0.5$; штриховые линии — расчет динамики турбулизованной области в отсутствие взаимодействия.

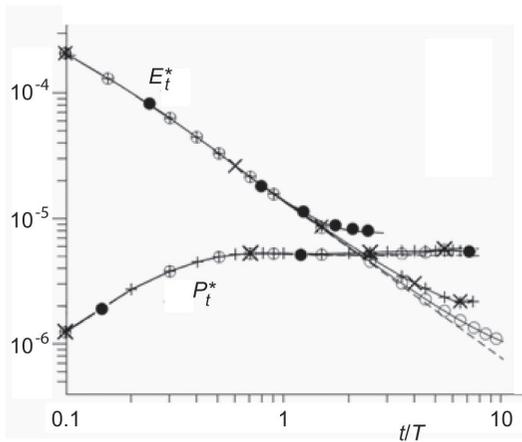


Рис. 4. Изменение во времени суммарных энергий турбулентности E_t^* и внутренних волн P_t^* в зависимости от сдвига скорости.

--- $\alpha = 0$; «o» — $\alpha = 5 \times 10^{-4}$; «+» — $\alpha = 1 \times 10^{-3}$,
 расчетная сетка 1; «x» — $\alpha = 1 \times 10^{-3}$, расчетная сетка 2;
 «●» — $\alpha = 2.5 \times 10^{-3}$.

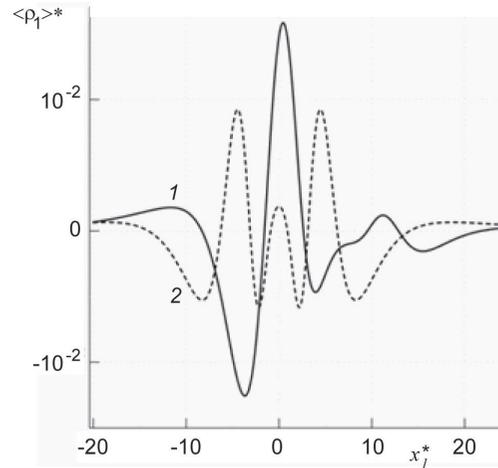


Рис. 5. Изменение осредненного дефекта плотности в характерном сечении плоскостью $x_2^* = 4$ в зависимости от сдвига скорости:
 1 — $\alpha = 2.5 \times 10^{-3}$, 2 — $\alpha = 0$; $t/T = 2$.

рассмотренных значениях Ri воздействие сдвигового течения сводится к «повороту» фазовой картины в направлении фонового сдвига скорости, нарушающему осевую симметрию (относительно вертикальной оси) внутренних волн. Однако с ростом расстояния от тела при достаточно больших значениях α , соответствующих достаточно малым значениям Ri , наблюдается не только поворот, но и более интенсивное отнесение внутренних волн к горизонтальной оси. Этот процесс в численных экспериментах может характеризоваться «поглощением» внутренних волн при существенном росте амплитуды внутренних волн в окрестности области турбулентных возмущений, так что рост количества гребней и впадин внутренних волн может со временем прекратиться. Последнее достаточно наглядно иллюстрирует рис. 5, где для одного из характерных моментов времени сопоставляется изменение осредненного дефекта плотности $\langle \rho_1 \rangle$ (на линии $x_2 = \text{const}$) в случае фонового сдвигового течения и при его отсутствии. Получено, что случаю сдвигового течения при $\alpha = 2.5 \times 10^{-3}$ соответствует меньшее число гребней и впадин внутренних волн, чем при $\alpha = 0$. Отметим, что суммарная энергия внутренних волн при сокращении числа гребней и впадин внутренних волн остается весьма близкой к случаю отсутствия фонового сдвигового течения.

Статья является развитием и продолжением работ [6—8].

Исследование выполнено при частичной поддержке РФФИ (13-01-00246).

Литература

1. Монин А. С., Яглом А. М. Статистическая гидромеханика. Т. 1. Теория турбулентности. СПб: Гидрометеоздат, 1992. 696 с.
2. Chashechkin Yu. D., Chernykh G. G., Voropayeva O. F. The propagation of a passive admixture from a local instantaneous source in a turbulent mixing zone // Int. J. Comp. Fluid Dynamics. 2005. V. 19, N 7. P. 517—529.
3. Rodi W. Examples of calculation methods for flow and mixing in stratified fluids // J. Geophys. Res. 1987. V. 92. P. 5305—5328.
4. Chernykh G. G., Voropayeva O. F. Numerical modeling of momentumless turbulent wake dynamics in a linearly stratified medium // Computers and Fluids. 1999. V. 28, N 3. P. 281—306.
5. Benjamin T. B. Internal waves of permanent form in fluids of great depth // J. Fluid Mech. 1967. V. 29, N 3. P. 559—592.
6. Воропаева О. Ф., Черных Г. Г. Численное моделирование взаимодействия зоны турбулентного смешения и локального возмущения поля плотности в пикноклине // ПМТФ. 2010. Т. 51, № 2. С. 49—60.
7. Воропаева О. Ф., Черных Г. Г. Численные модели динамики зоны турбулентного смешения в пикноклине // Математическое моделирование. 2010. Т. 22, № 5. С. 69—87.
8. Chernykh G. G., Voropayeva O. F. Dynamics of a momentumless turbulent wake in a shear flow // J. Eng. Thermophysics. 2015. V. 24, N 1. P. 12—21.

Статья поступила в редакцию 02.03.2015 г.