

УДК 551.468

© Н. Е. Вольцингер<sup>1</sup>, А. А. Андросов<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Санкт-Петербургский филиал Института океанологии им. П. П. Ширшова РАН

<sup>2</sup>Институт полярных и морских исследований им. Альфреда Вегенера, Бремерхафен, Германия  
voltzin@gk3103.spb.edu, alexey.androsov@awi.de

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРИБРЕЖНОЙ ГИДРОДИНАМИКИ, ГЕНЕРИРУЕМОЙ ОПОЛЗНЕМ

Для расчета прибрежной гидродинамики при оползне рассматривается краевая задача для уравнений двух-слойной жидкости: вода - оползневый материал, в произвольной трехмерной области. Краевая задача формулируется в декартовых и в обобщенной постановке при переходе к криволинейным гранично-согласованным координатам. Существенным элементом оползневой динамики является учет негидростатической компоненты давления, определяемой решением нелинейно-дисперсионного уравнения Буссинеска. Численный метод преобразованной задачи использует разностную схему расщепления второго порядка точности при ограничении на шаг сетки, навязываемый только адвективной модой движения; метод включает модуль расчета осушения мелководной зоны. Приводятся результаты обширной серии численных экспериментов по расчету изменения физических и энергетических характеристик оползня при различных углах склона, а также результаты моделирования прибрежной волновой динамики, индуцированной оползнем и оценку влияния негидростатики. Верификация модели выполнена сравнением результатов расчета с лабораторным экспериментом для трех случаев: моделирование волны цунами у берегов Японии, прохождения волны над подводным препятствием и хода поверхностной волны, генерируемой оползнем. Как приложение модели приводится расчет хода гидродинамических характеристик, индуцированных аляскинским мегаоползнем (1958 г.).

**Ключевые слова:** оползень, краевая задача, криволинейные координаты.

*N. E. Voltzinger<sup>1</sup>, A. A. Androsov<sup>1,2</sup>*

<sup>1</sup>Saint-Petersburg Branch of the P.P.Shirshov Institute of Oceanology of RAS, Russia

<sup>2</sup>Alfred Wegener Institute, Helmholtz Centre for Polar and Marine Research, Bremerhaven, Germany  
voltzin@gk3103.spb.edu, alexey.androsov@awi.de

## MODELLING OF COASTAL DYNAMICS GENERATED BY LANDSLIDE

Landslide dynamics is considered in the framework of a two-layer system involving water and landslide material. The problem is formulated both in the Cartesian coordinates and in a generalized form relying on curvilinear boundary-fitted coordinates. An essential element of landslide dynamics is the account for nonhydrostatic pressure component defined by the solution of the nonlinear dispersive Boussinesq equation. A numerical implementation for curvilinear coordinates uses the second-order difference splitting scheme with restriction on the grid size only imposed by advection, and includes a module for computing draining in the shallow zone. The results of extensive series of numerical experiments simulating changing physical and energetic characteristics of landslide in function of slope angle are presented together with modeling results for coastal wave dynamics generated by a landslide as well as estimation of the impact of nonhydrostatic effects. The model is verified by comparing its simulation results with the results of laboratory experiments for three events: a tsunami wave at the Japan coast, wave passage over a submarine barrier and a gravity wave generated by a landslide. As a practical model application simulations of the flow generated by the Alaska mega-landslide (1958) are presented.

**Key words:** landslide, boundary-value problem, curvilinear coordinates.

Применительно к прибрежной гидродинамике под оползнем обычно понимаются все формы береговых разрушений, представляемые как смещение связанных масс береговых пород в результате ряда причин, главной из которых является сейсмический толчок. Общий подход включает два вида взаимодействия оползня со средой: надводную и подводную, рассматриваемые как единый процесс, но возможно и их раздельное рассмотрение. Надводное взаимодействие обычно выражается импульсным ударом, подводное — скольжением по береговому склону. Индуцированная оползнем гидродинамика многообразна. Возникающие волновые явления определяются морфометрией региона и характеристиками оползня: его размером, массой, скоростью контакта, плотностью, пористостью, фронтальной геометрией, углом наклона и пр. Генерируемое оползнем волновое поле содержит различные формы нелинейно-дисперсионного взаимодействия и выраженные эффекты негидростатики. К этому следует добавить, что в зависимости от батиметрии региона оползень может сопровождаться как осушением части акватории, так и накатом на берег.

Из сказанного видно, что моделирование оползневой гидродинамики является сложной задачей. Но это еще и важная задача, ибо последствия береговых разрушений могут иметь характер природных катастроф, как сравнительно недавние примеры: мегаоползень на Аляске (1958 г.), когда фронтальный накат превысил 500 м, или подводный оползень в Папуа-Новая Гвинея (1998 г.), вызванный землетрясением, затопивший десятки километров прибрежной зоны и повлекший тысячи жертв.

Воспроизведение динамики оползня и его последствий на основе решения краевой задачи в произвольной области должно включать информацию и о самом оползне. В настоящее время такая спецификация условно схематизируется и совместно с гидродинамическим описанием определяет тип модели. В этом отношении можно выделить некоторые подходы в направлении развития оползневой гидродинамики.

Простая и эффективная модель оползня задается его центром тяжести — нестационарной точкой, движущейся по заданной кривой. При этом возможен учет характеристик оползня: его высоты и массы, а также определяющих физических параметров. Генерируемые поверхностные возмущения описываются нелинейно-дисперсионными уравнениями типа Буссинеска [1–8].

Другой, относительно простой подход к решению сложных задач предоставляет метод сглаженных частиц (SPH, *Smoothed Particle Hydrodynamics*), когда переменная поля определяется интерполяционным интегралом со сдвигом ее аргумента и ядром на компактном носителе; при стягивании носителя в точку ядро стремится к функции Дирака. При подстановке квадратурной формулы в уравнения поля значение переменной в этой точке определяется через ее известные значения в членах интерполяционного ряда. Преимущество такого метода заключается в простом нахождении поверхности раздела сред, хотя это и требует значительных вычислительных затрат [9, 10].

Еще одна из разработанных моделей оползня основывается на решении уравнений Навье—Стокса при упрощенном задании поля плотности и вязкости; найденные значения скорости используются в двух уравнениях адвекции относительно переменных, выражающих доли воздух/оползневый материал и вода/оползневый материал в элементарном объеме. Такой метод, называемый методом объемов (VOF, *Volume of Fluid*), позволяет простым путем определить положение поверхностей раздела трехфазной среды [11–13].

Приведенный обзор, имея целью некоторую систематизацию, далеко не исчерпывает многообразия работ в каждом из выделенных направлений развития предмета, определяемого здесь как оползневая гидродинамика. По существу, мы имеем дело с двумя его связанными аспектами: динамикой самого оползня и реакцией прибрежной зоны. Первый аспект трудно систематизировать в силу гетерогенности оползня, большого числа его геометрических и физических параметров, не говоря уже о том, что сама среда может быть неньютоновской жидкостью. Видимо, мы еще далеки от общего реалистического описания, хотя попытки характеристики оползня несколькими безразмерными параметрами уже предпринимаются [14]. Что же касается второго аспекта предмета, то здесь мы стоим на твердой почве известных постановок краевых задач волновой динамики и развитых методов их численной реализации. Представляет интерес объединить эти два аспекта явления естественным образом в рамках двухслойной модели оползень-вода, что и является содержанием настоящей работы.

Далее приводится постановка двухслойной краевой задачи в произвольной трехмерной области, так что оползень, задаваемый размерами и средней плотностью, заполняет нижний слой. Существенной чертой постановки задачи является учет негидростатической поправки к давлению. Численный метод использует схему с переключателем для аппроксимации адвекции до третьего порядка точности, процедуру TVD и алгоритм осушения дна. Далее задача и метод ее решения формулируется в криволинейных гранично-согласованных координатах, модель тестируется на результатах численных и лабораторных экспериментов, приводится расчет ситуации при сходе мегаоползня на Аляске (1958 г.), обсуждаются результаты работы и пути ее развития.

### Краевая задача динамики двухслойной жидкости

**Гидродинамическая модель.** Пусть невозмущенная поверхность воды совпадает с горизонтальной плоскостью  $XOZ$  правой декартовой системы координат, ось  $OZ$  направлена вертикально вверх. В области  $Q_T = Q \times [0, T]$ , где  $Q = \{x, y, z; x, y \in \Omega, -h_* \leq z \leq \zeta\}$  — трехмерная область, ограниченная свободной поверхностью воды  $\zeta(x, y, t)$ , дном  $h_*(x, y)$  и боковой поверхностью  $\partial Q$ ,  $0 \leq t \leq T$ , рассмотрим однородный слой жидкости с плотностью  $\rho_1$ , глубиной  $h_1(x, y)$  и свободной поверхностью  $\zeta_1(x, y, t)$ , над которым располагается однородный слой жидкости с плотностью  $\rho_2$ , глубиной в невозмущенном состоянии  $h_2$  и свободной поверхностью  $\zeta$ ; таким образом  $h_1(x, y) = h_* - h_2$ . Обозначим векторы средней скорости течения в нижнем и верхнем слоях соответственно:  $\mathbf{u}_1 = (u_1, v_1)$ ,  $\mathbf{u}_2 = (u_2, v_2)$  и запишем уравнения движения для слоев:

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{u}_i + (\mathbf{u}_i \cdot \nabla) \mathbf{u}_i + \frac{1}{\tilde{n}_i} \nabla p_i + f \mathbf{u}_i^* = \mathbf{D}_i, \quad (1)$$

где  $i = 1, 2$ ;  $i = 1$  относится к нижнему слою,  $i = 2$  — к верхнему слою;  $\nabla(\partial/\partial x, \partial/\partial y)$ ,  $f$  — параметр Кориолиса,  $\mathbf{u}_i^* = (-v_i, u_i)$ ,  $\mathbf{D}_i$  — диссипативные члены. Уравнения неразрывности для слоев:

$$\frac{\partial}{\partial t} H_i + \nabla(H_i \mathbf{u}_i) = 0, \quad (2)$$

где  $H_1 = h_1 + \zeta_1$ ,  $H_2 = h_2 + \zeta - \zeta_1$ . Для градиентов давления в слоях при атмосферном давлении  $p_a = 0$  имеем:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\rho_1} \nabla p_1 &= g' \nabla \zeta_1 + g \frac{\rho_2}{\rho_1} \nabla \zeta + \frac{1}{\rho_1} \nabla q_1, \\ \frac{1}{\rho_2} \nabla p_2 &= g \nabla \zeta + \frac{1}{\rho_2} \nabla q_2 \end{aligned}, \quad (3)$$

где  $g' = g(\rho_1 - \rho_2)/\rho_1$  — редуцированная гравитационная постоянная. Для членов диссипации примем:

$$\mathbf{D}_i = \frac{(\tau_{i+1} - \tau_i)}{\rho_i + K \nabla^2 u_i}, \quad \tau_i = C_d (u_i - u_{i-1}),$$

где  $u_0$  — скорость в нижнем слое.

Здесь  $\tau_3/\rho_2$  — касательное напряжение на свободной поверхности;  $C_d, K$  — коэффициенты трения и горизонтальной вязкости. Для коэффициента трения между слоями примем:

$$C_{d_i} = \left[ \frac{1}{\kappa} \ln \left( \frac{h_i}{z_{i0}} \right) \right]^{-2},$$

где  $z_{i0}$  — параметр шероховатости для  $i$  слоя,  $\kappa = 0.4$  — постоянная Кармана.

**Граничные условия.** Для уравнений (1), (2) на границе  $\partial\Omega$ , состоящей из непроницаемого контура  $\partial\Omega_1$  и открытой границы  $\partial\Omega_2$  имеем:  $\mathbf{u}_i|_{\partial\Omega_1} = 0$ , а на  $\partial\Omega_2$  при вытоке ставится одно условие на нормальную компоненту скорости, при втоке — два условия на компоненты вектора  $\mathbf{u}_i$ ; при удержании оператора вязкости задаются и производные по нормали к открытой границе [15].

Запишем послойные уравнения в дивергентном виде:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(H_1 \mathbf{u}_1)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(H_1 u_1 \mathbf{u}_1) + \frac{\partial}{\partial y}(H_1 v_1 \mathbf{u}_1) + H_1 \nabla(p_1 + q_1)/\tilde{n}_1 &= H_1 \mathbf{D}_1 - f H_1 \mathbf{u}_1^* \equiv \Phi_1 \\ \frac{\partial(H_2 \mathbf{u}_2)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(H_2 u_2 \mathbf{u}_2) + \frac{\partial}{\partial y}(H_2 v_2 \mathbf{u}_2) + H_2 \nabla(p_2 + q_2)/\tilde{n}_2 &= H_2 \mathbf{D}_2 - f H_2 \mathbf{u}_2^* \equiv \Phi_2 \end{aligned} \quad (4)$$

**Негидростатический модуль.** Разрушительные процессы, приводящие к подъему уровня, связаны с увеличением вертикальных скоростей, что делает, вообще говоря, необходимым учет динамической поправки к давлению. Это подтверждается и оценкой параметра Урсела  $Ur = \zeta_0 L_0^2 / H_0^3$  для характерных значений уровня  $\zeta_0$ , длины волны  $L_0$  и глубины  $H_0$  при оползне, когда происходит выжимание массы воды от берега, значения  $H_0/L_0 = O(1)$  и  $\zeta_0/H_0 = O(1)$ ; оценка  $Ur = O(1)$  означает сбалансированность нелинейных и дисперсионных эффектов, то есть нарушение гидростатики.

Негидростатическую поправку к давлению во многих случаях целесообразно вводить только для верхнего слоя. Выражение для нее следует из разложения задачи Коши-Пуассона по степеням  $\varepsilon = H_0^2/L_0^2$ . Второе приближение такого разложения, являющееся дисперсионной поправкой в (3), имеет вид:

$$\nabla q_2 = \frac{h_2}{2} \frac{\partial}{\partial t} \left[ \nabla [\nabla \cdot (h_2 \mathbf{v}_2)] - \frac{h_2}{3} \nabla (\nabla \cdot \mathbf{v}_2) \right]. \quad (5)$$

**Алгоритм осушения дна** основывается на оценке величины потока и установлении барьера для протекания жидкости, если толщина слоя в расчетной точке становится меньше некоторой заданной величины. В случае превышения критической толщины слоя барьер снимается. На границах зон вырождения слоев ставится условие непротекания. Алгоритмы моделирования процессов осушения и заливания мелководной зоны и вырождения слоев встроены в общий метод решения задачи.

#### Краевая задача динамики двухслойной жидкости в криволинейных гранично-согласованных координатах

**Постановка задачи.** В области  $\Omega(x, y)$  введем криволинейные координаты, согласованные с конфигурацией границы области  $\partial\Omega$ :

$$\xi = \xi(x, y), \quad \eta = \eta(x, y) \quad (6)$$

с якобианом  $I = \partial(\xi, \eta)/\partial(x, y) = J^{-1}$ ,  $J = x_\xi y_\eta - x_\eta y_\xi$ ,  $0 \neq J < \infty$  и базисными векторами:  $\mathbf{e}_j = \mathbf{r}_{\xi_j}$ ,  $\mathbf{e}_j = \nabla \xi_j$ ;  $\xi^1 = \xi$ ,  $\xi^2 = \eta$ ,  $\mathbf{r} = (x, y)$ . При соответствующем выборе попарно противоположных границ  $\partial\Omega$  физическая область  $\Omega$  отобразится на вычислительный прямоугольник  $\Omega_*(\xi, \eta)$  с контуром  $\partial\Omega_*$ .

Запишем уравнения (1), (2) в новых координатах относительно вектора  $\omega = (JH_{i_P}, JH_{i_V}, JH_i)$  опустив для облегчения записи индекс слоя  $i$ .

$$\partial_t \omega + \partial_\xi \mathbf{F} + \partial_\eta \mathbf{G} = \hat{\Phi}, \quad (7)$$

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} Pu + \frac{1}{2} JgH^2 \xi_x \\ Pv + \frac{1}{2} JgH^2 \xi_y \\ P \end{pmatrix}, \quad \mathbf{G} = \begin{pmatrix} Qu + \frac{1}{2} JgH^2 \eta_x \\ Qv + \frac{1}{2} JgH^2 \eta_y \\ Q \end{pmatrix}, \quad \hat{\Phi} = JH \left( \Phi + g \nabla H - \frac{1}{\rho} \nabla q, 0 \right),$$

$$\Phi = (\Phi_1, \Phi_2),$$

где  $P = JHU$ ;  $Q = JHV$  — контравариантные компоненты потока;  $U = \mathbf{u} \nabla \xi$ ;  $V = \mathbf{u} \nabla \eta$ .

Между производными компонент контравариантного базиса  $\nabla \xi^i$  и ковариантного  $\mathbf{r}_i$  существуют соотношения:

$$\begin{aligned} J\xi_x &= y_\eta, & J\xi_y &= -x_\eta \\ J\eta_x &= -y_\xi, & J\eta_y &= x_\xi \end{aligned}.$$

Выражение для горизонтальной турбулентной вязкости в (4) преобразуется к форме Лапласа-Бельтрами:

$$\nabla^2 u = J^{-1} \left\{ \left[ J(g^{11}u_\xi + g^{12}u_\eta) \right]_\xi + \left[ J(g^{21}u_\xi + g^{22}u_\eta) \right]_\eta \right\}. \quad (8)$$

Уравнение сохранения импульса в системе (7) удобно представить в форме контравариантных потоков  $\mathbf{P} = (P, Q)$ :

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \mathbf{P}_i + (U_i \mathbf{P}_i)_\xi + (V_i \mathbf{P}_i)_\eta + JH_i \rho_i^{-1} \begin{pmatrix} g^{11} & g^{12} \\ g^{21} & g^{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{p}_{i_\xi} \\ \hat{p}_{i_\eta} \end{pmatrix} = \psi_i, \quad (9)$$

$g^{ik} = \mathbf{e}^i \mathbf{e}^k$  — компоненты метрического тензора [15].

Здесь  $\psi_i = \varphi_i \begin{pmatrix} \mathbf{e}^1 \\ \mathbf{e}^2 \end{pmatrix} - JH_i U^j \Gamma_{kj}^i U^k$  при суммировании по  $j, k = 1, 2$ . Коэффициенты  $\Gamma_{kj}^i$  — символы

Кристоффеля II рода, обязанные представлению ковариантной производной контравариантной компоненты вектора, выражаются через компоненты метрического тензора.

**Граничные условия.** Будем предполагать преобразование (6) таким, что непроницаемые стороны  $\partial\Omega_1^*$  прямоугольника  $\Omega^*$  совпадают с линиями  $\eta = \text{const}$ . Граничными условиями на них будут:

$$V_i|_{\partial\Omega_1^*} = 0. \quad (10)$$

Рассмотрим ситуацию на сторонах  $\xi = \text{const}$  вычислительного прямоугольника. Сторона  $\xi = 0$ , примыкающая к береговой линии и задающая условия разрушения берега, оказывается границей втока, а противоположная сторона  $\xi = L$  — границей вытока либо непроницаемой границей. Если вязкостью внутри слоев можно пренебречь по сравнению с трением между слоями, то на открытой границе  $\xi = 0$  условия ставятся в соответствии с требованиями к корректной постановке задачи для гиперболической системы уравнений (9): на втоке ставятся два граничных условия, например, на обе компоненты скорости  $(U_i, V_i)$ , либо на модифицированный инвариант Римана и поперечную контравариантную компоненту скорости:

$$U_i + \left( \frac{g}{h_i} g^{11} \right) \zeta_i \Big|_{\xi=0} = \psi_i^{(1)}, \quad V_i|_{\xi=0} = \psi_i^{(2)}. \quad (11)$$

На границе  $\xi = L$  — открытой либо твердой — ставится одно условие на нормальную к границе компоненту  $U_i$ .

При удержании члена горизонтальной вязкости уравнения (9) относятся к типу не вполне параболических уравнений. В этом случае к условиям на втоке и вытоке следует присоединить по одному условию. Допустимыми будут, например:  $\partial U_i / \partial \xi|_{\xi=0} = \psi_i^{(3)}$ ,  $\partial V_i / \partial \xi|_{\xi=L} = \psi_i^{(4)}$ , [16].

**Численный метод.** В области  $\Omega(x, y)$  эллиптическим методом строится криволинейная сетка, отображающаяся на равномерную прямоугольную сетку  $\Omega_\Delta^*$ , в узлах которой определяются контравариантные метрические коэффициенты  $\nabla \xi^i(x_m, y_n)$ ,  $m = 1, 2, \dots, M$ ;  $n = 1, 2, \dots, N$ , [17]. Краевая задача интегрируется на  $\Omega_\Delta^*$  в ковариантной метрике, согласно выписанным соотношениям между производными координат двух базисов.

Во многих случаях наиболее эффективной и простой формулировкой рассматриваемой задачи является ее матричное представление относительно вектора  $\mathbf{w} = (u, v, h)$ :

$$\partial_t \mathbf{w} + A \partial_\xi \mathbf{w} + B \partial_\eta \mathbf{w} = \Psi. \quad (12)$$

Матрица  $A, B$  получается из матриц  $\tilde{A}, \tilde{B}$  преобразованием подобия:

$$A = S^{-1} \tilde{A} S, \quad B = S^{-1} \tilde{B} S,$$

где  $\tilde{A}, \tilde{B}$  — матрицы Якоби являются соответственно производными векторов  $\mathbf{F}, \mathbf{G}$  в (7) по компонентам  $\mathbf{w}$ , а  $S = \partial\omega/\partial\mathbf{w}$ .

Имеем:

$$A = \begin{pmatrix} U & 0 & H\xi_x \\ 0 & U & H\xi_y \\ g\xi_x & g\xi_y & U \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} V & 0 & H\eta_x \\ 0 & V & H\eta_y \\ g\eta_x & g\eta_y & V \end{pmatrix}, \quad \Psi = \left( \varphi - \frac{1}{\rho} \nabla q, 0 \right).$$



Вид матриц  $\tilde{A}, \tilde{B}, S$  приведен в Приложении.

Сохраняя за сеточными значениями переменных прежние обозначения, запишем схему расщепления:

$$\begin{aligned} \left( I + \frac{\kappa}{2} A \delta_{\xi} \right) \mathbf{w}^* &= \left( I - \frac{\kappa}{2} B \delta_{\eta} \right) \mathbf{w}^k + \frac{\Delta t}{2} \Psi^k \\ \left( I + \frac{\kappa}{2} B \delta_{\xi} \right) \mathbf{w}^{k+1} &= \left( I - \frac{\kappa}{2} A \delta_{\eta} \right) \mathbf{w}^* + \frac{\Delta t}{2} \Psi^* \end{aligned} \quad (13)$$

где  $\kappa = \Delta t / \Delta$ ;  $\Delta = \Delta \xi = \Delta$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots, [T/\Delta t]$ ,  $\delta_{\xi}, \delta_{\eta}$  — центрально-разностные операторы,  $I$  — тождественный оператор.

Структура матрицы  $A$  позволяет исключить  $\zeta^*$  из первого и третьего уравнений для  $\mathbf{w}^*$  и получить решение для  $U^*$ , которое решается трехточечной прогонкой с краевыми условиями (10). Неизвестные  $\zeta^*, V^*$  определяются теперь явным образом. Аналогично, исключая  $\zeta^{k+1}$  из второго и третьего уравнений для  $\mathbf{w}^{k+1}$  приходим к краевой задаче для  $V^{k+1}$ , решаемой трехточечной прогонкой с краевыми условиями (11). После этого функции  $\zeta^{k+1}, U^{k+1}$  определяются явно. Аналогичную структуру имеет алгоритм для нижнего слоя. На этом завершается блок гидростатической задачи. На следующем этапе производится коррекция скорости и уровня по динамическому давлению.

Точность схемы  $O(\Delta t^2, \Delta^2)$ . Метод имеет ограничение на шаг по времени, навязываемое только адвективной модой движения:

$$\Delta \tau \leq \frac{\Delta}{\max_{m,n \in \Omega_{\Delta}} (|U| + |V|)_{m,n}}.$$

## Результаты

**Численные эксперименты.** Выполненные расчеты имеют целью определение реакции модели на изменение ее определяющих параметров. Моделировалась оползневая гидродинамика на подводном склоне с углом  $\alpha = 45^\circ$  и начальным положением его центра тяжести, отстоящим на 260 м от свободной поверхности; глубина выполаживающегося дна 1000 м. Плотность оползня, имеющего форму эллипса с малой полуосью 125 м и большой — 150 м; ширина канала 800 м, длина 4000 м; плотность — 2.4 т/м<sup>3</sup>.

На рис. 1, а показано изменение толщины оползня во времени в зависимости от угла склона для нескольких вариантов склона:  $\alpha = 45^\circ, 40^\circ$  и  $35^\circ$ . В первом случае оползень сходит со склона через 22 с, уменьшаясь до толщины  $\approx 20$  м; во втором — он запаздывает на 6 с, потеряв в толщине еще несколько метров. В третьем случае передний фронт оползня достигает выполаживающегося дна только через 34 с.

Рис. 1, б показывает, как при этом происходит растекание основания оползня.

На рис. 2 представлено изменение во времени кинетической энергии динамики свободной поверхности  $E_k = \frac{1}{2} \rho_2 (u_2^2 + v_2^2)$  и ее потенциальной энергии  $E_p = \frac{1}{2} \rho_2 g \zeta_2^2$  при движении оползня по склону различной крутизны.

Ход энергии движения оползня, составленного из материалов различной плотности с указанием спецификации материалов, на склоне  $\alpha = 45^\circ$  дается на рис. 3.

В индуцированной оползнем прибрежной гидродинамике основной интерес представляют волновые колебания свободной поверхности. На рис. 4 показан временной ход высоты волны на склоне в зависимости от начального объема оползня  $Vol \approx 28 \cdot 10^6$  м<sup>3</sup> при  $\alpha = 45^\circ$ . Выше начальной локализации оползня на глубине 50 м возникает депрессия, достигающая 40 м, которая постепенно заполняется, и на глубине 500 м высота волны через  $\sim 5$  с составляет  $\approx 10$  м, порождая цуг волн уменьшающейся амплитуды с сильно выраженной дисперсией более мелких волн. На глубине 1000 м образуются только две волны высотой около 5 м, порождающих слабые дисперсионные колебания свободной поверхности после  $\sim 15$  с от начала схода оползня.

Приведем также результат расчета разности амплитуд волны вдоль оси канала для задач в гидростатическом приближении и в постановке, учитывающей дисперсионную поправку на два момента времени (рис. 5). Вблизи берега эта разность достигает  $\sim 5\%$  значения амплитуды волны в момент времени равный 45 с.

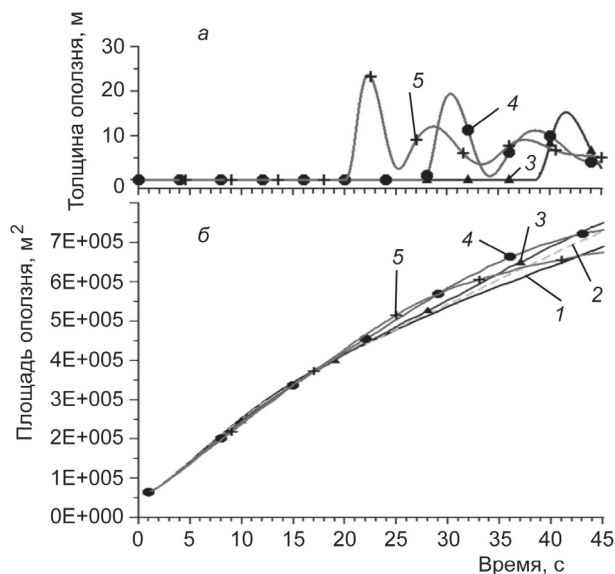


Рис. 1. Изменение физических характеристик оползня при различных углах склона на глубине 1000 м. а — изменение толщины оползня; б — изменение площади основания оползня. 1 —  $\alpha = 25^\circ$ ; 2 —  $\alpha = 30^\circ$ ; 3 —  $\alpha = 35^\circ$ ; 4 —  $\alpha = 40^\circ$ ; 5 —  $\alpha = 45^\circ$ .

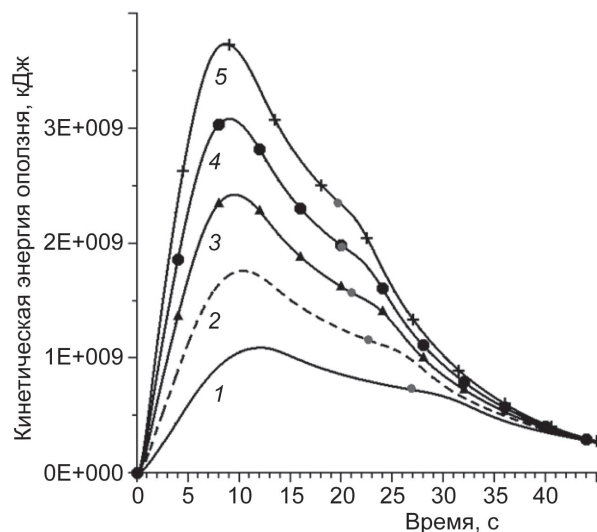


Рис. 3. Ход кинетической энергии оползня различной плотности. 1 — 1.5 т/м³ — земля; 2 — 1.8 т/м³ — глина; 3 — 2.1 т/м³ — песок; 4 — 2.4 т/м³ — кремний; 5 — 2.7 т/м³ — гранит.

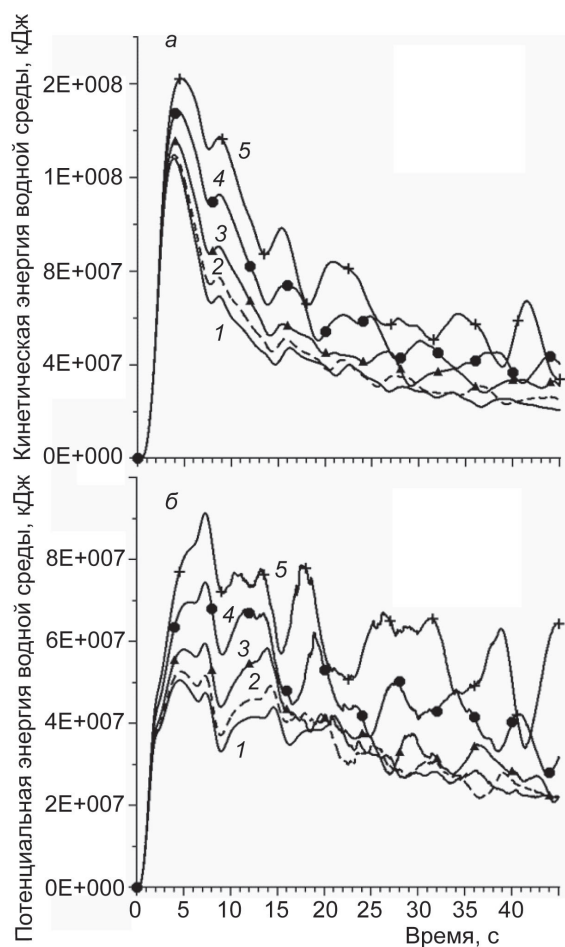


Рис. 2. Кинетическая (а) и потенциальная (б) энергия волны, индуцированной оползем при различных углах склона. Обозначения те же, что на рис. 1.

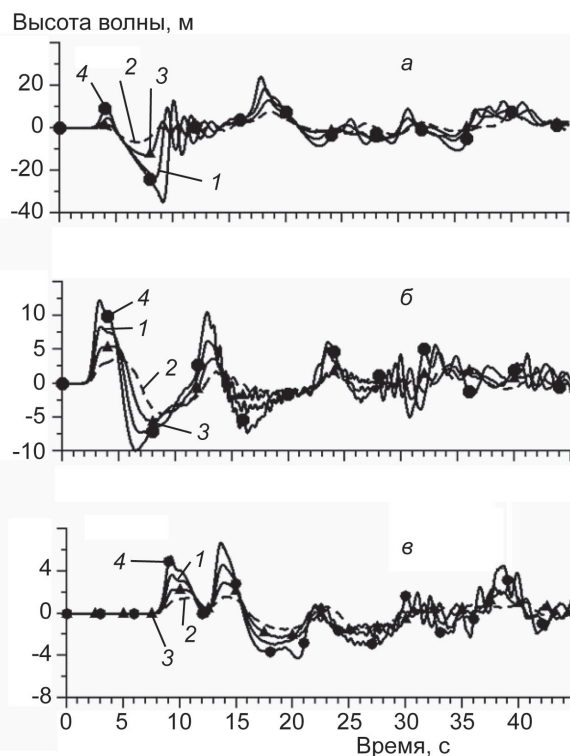


Рис. 4. Зависимость высоты волны от начального объема оползня в точках с глубинами: а — 50, б — 500, в — 1000 м.

Верификация модели выполнялась сравнением с результатами лабораторных экспериментов.

Содержанием первого теста являются результаты лабораторного моделирования цунами в 1993 г. вблизи японского побережья [18].

Сложная батиметрия региона вкупе с выраженной нелинейностью волнового процесса, включающего затопление береговой зоны, позволяет при сравнении расчета с данными эксперимента судить о точности и робастности алгоритма в случае вырожденного нижнего слоя.

Моделируемая область, составляющая 1/400 реальной области, имеет линейные размеры  $5.45 \times 3.4$  м с глубиной, меняющейся от 0.135 до 0.125 м. На левой, открытой, границе задается входящая волна с периодом 22.5 с (рис. 6, а); шаг сеточной области:  $\Delta = 1.4$  см,  $\tau = 10^{-3}$  с. На рис. 6, б приводится результат сравнения по трем станциям, отмеченных на рис. 6, а. Два максимума волны хорошо согласуются с экспериментом; второй максимум приходится на период отраженной волны от правой, твердой, стенки. Коэффициент корреляции между численным решением и данными эксперимента для всех станций равен 0.84.

Второй тест имеет целью оценку влияния негидростатического давления для волны, проходящей над подводным препятствием в канале длиной 30 м, шириной 1 м и глубиной, меняющейся от 0.4 до 0.1 м [19]. Как и в предыдущем примере используется однослойный вариант общей постановки с вырожденным нижним слоем. На открытой границе задается волна с амплитудой 1 см и периодом 2.02 с. Амплитуда бегущей волны измерялась восемью волнометрами, расположенными вдоль оси канала (рис. 7, а). Расчеты выполнены на сетке с шагами:  $\Delta = 1.25$  см,  $\tau = 10^{-2}$  с.

На рис. 7, б приведены результаты сравнения численного решения с данными эксперимента. Расчет без учета динамического давления выявляет значительное отличие от эксперимента. Помимо фазовой ошибки возникает отличие в форме волны, выражающееся в укручении фронта, уменьшении амплитуды и ее искажении над подводной горой. На рис. 7, в приводятся коэффициенты корреляции между расчетными и экспериментальными значениями для восьми станций.

Третий тест предлагает экспериментальный материал для сравнения индуцированного оползнем цунами с расчетом в гидростатической и негидростатической постановках в канале длиной 11, шириной 0.5 и глубиной 0.3 м (рис. 8, а). Оползень с плотностью  $2.745 \text{ т/м}^3$  и размерами  $0.6 \times 0.472 \times 0.118$  м движется по склону под углом  $\pi/4$  с начальной скоростью 3.25 м/с [20]. Параметры сетки:  $\Delta = 0.5$  см,  $\tau = 10^{-3}$  с.

На рис. 8, б приведено сравнение численного решения с данными эксперимента. Решение в негидростатической постановке дает вполне удовлетворительное согласование с экспериментом

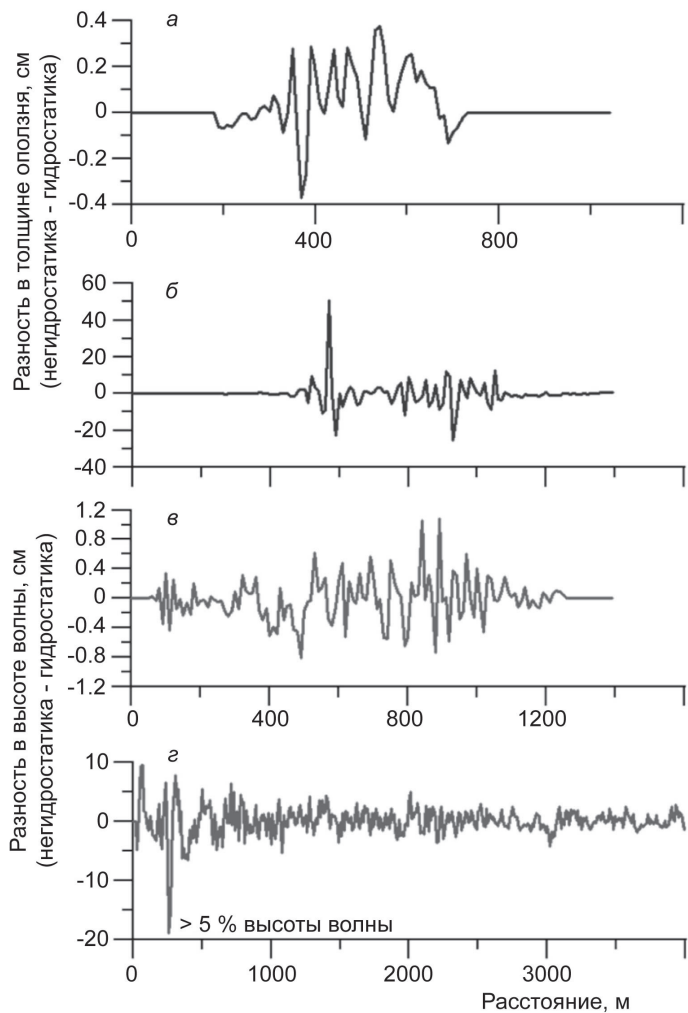


Рис. 5. Влияние негидростатики.

а, б — разность толщины оползня на два момента времени для задач в гидростатической и негидростатической постановках;  
в, г — то же — для разности высоты волны.  
а, в —  $t = 10$  с; б, г —  $t = 45$  с.



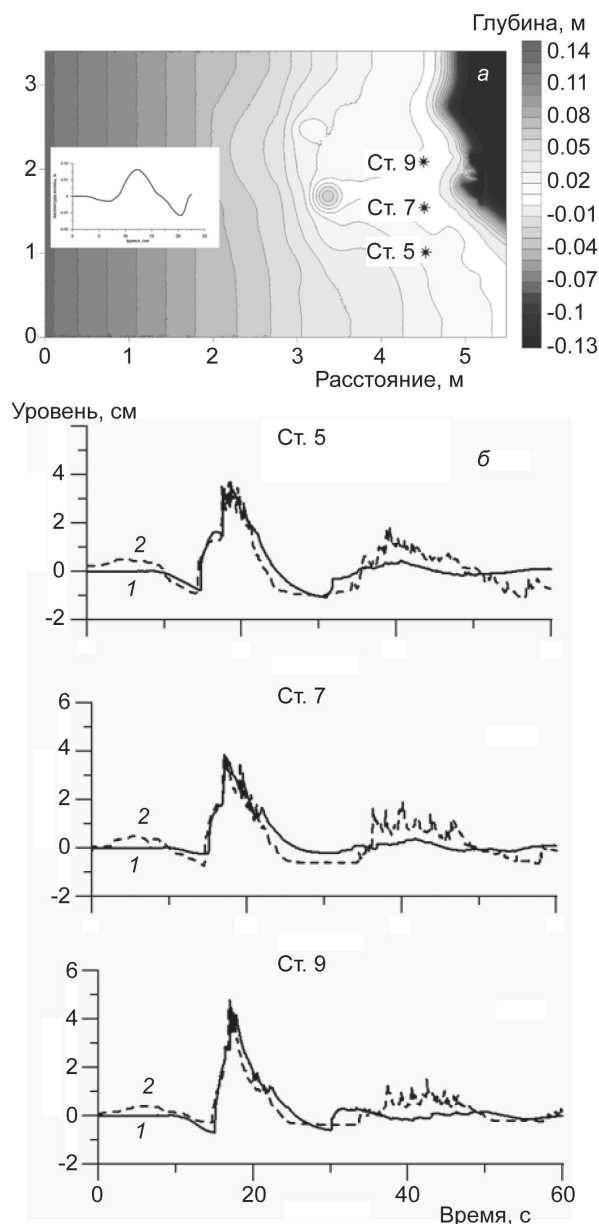


Рис. 6. Моделирование волны цунами у берегов Японии. Сравнение с лабораторным экспериментом. *а* — батиметрия и волна в эксперименте; *б* — сравнение уровня модельного расчета с экспериментальными данными. 1 — модель; 2 — наблюдения.

ный метод ее решения для моделирования схода оползня по береговому склону и индуцированной им прибрежной гидродинамики. Постановка задачи предусматривает возможность учета динамической поправки к давлению и модуль расчета осушения прибрежной зоны. Краевая задача формулируется в декартовых координатах и преобразуется к криволинейным гранично-согласованным координатам.

Физическое содержание задачи оползневой динамики определяется характеристиками самого оползня и типом его взаимодействия с водной средой; в соответствии с этим приводятся формулировки краевой задачи как в виде законов сохранения импульса и массы, так и в матричном виде, удобном для численной реализации. Связь формулировок дается в Приложении.

Поставленная задача интегрируется расщеплением по координатным направлениям разностным методом второго порядка точности по пространственным переменным и времени; при этом

по конфигурации и фазе возникшей волны. Некоторые различия по амплитуде можно отнести за счет принятых в расчете упрощений, относящихся к структуре переднего фронта экспериментального оползня и неоднородности его состава. Решение в гидростатическом приближении существенно расходится с экспериментом как по форме волны, так и, в соответствии с теорией, по увеличенной фазовой скорости.

#### Моделирование мегаоползня.

Моделирование оползня, сошедшего с берегового склона залива Литтуя Бэй на Аляске в результате сильного землетрясения 1958 г. и выплеснувшего воду залива на его противоположный склон с осушением дна на протяжении нескольких сотен метров, предъявляет повышенные требования к алгоритму решения двухслойной задачи.

Область решения содержит два береговых откоса с расстоянием между ними 3.3 км; ширина области  $\approx 3$  км, глубина — 122 м. Принятая плотность оползня —  $2.7 \text{ т/м}^3$ . Расчет выполнен на сетке с шагами  $\Delta = 10 \text{ м}$ ,  $\tau = 10^{-3} \text{ с}$ .

На рис. 9 представлены временной ход оползня и накат волны. Его максимальная высота достигает 160 м, что хорошо согласуется с имеющимися данными [21]. Вместе с тем рассчитанная протяженность зоны осушения ( $\sim 360 \text{ м}$ ) существенно меньше ее реальной протяженности (524 м), что можно отнести к недостаточной информации о батиметрии залива.

Средняя скорость движения оползня возрастает при его сходе и превышает 60 м/с, когда он достигает свободной поверхности; движение замедляется только при достижении им противоположного берега. Максимальная скорость индуцированной волны цунами превосходит 50 м/с, что также хорошо согласуется с имеющимися представлениями [22].

\*\*\*

В работе представлены постановка краевой задачи динамики двухслойной среды и числен-

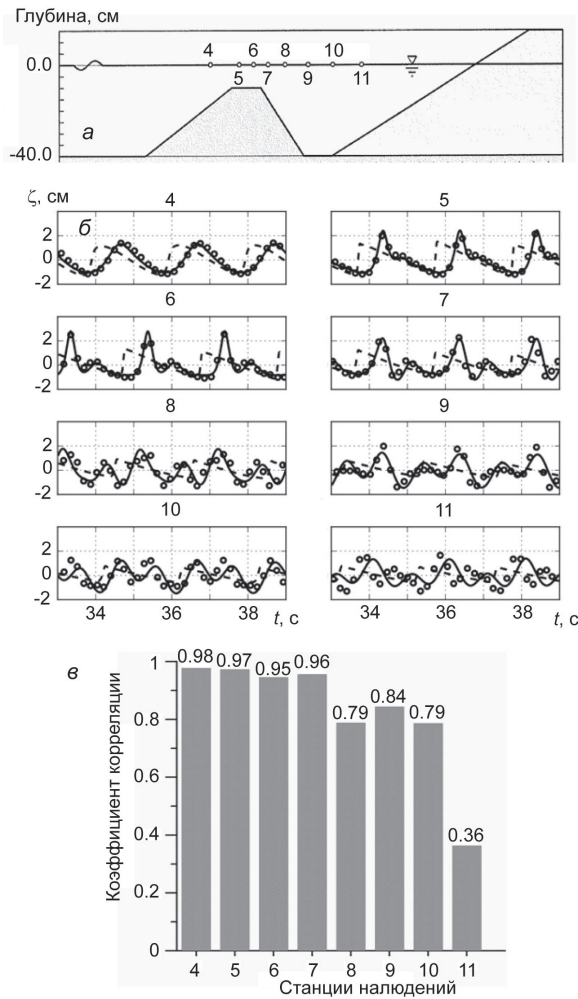


Рис. 7. Прохождение волны над подводным препятствием. Сравнение с лабораторным экспериментом. *а* — схема лабораторного эксперимента, *б* — сравнение гидростатической (пунктирная линия) и негидростатической (сплошная линия) постановок с данными лабораторного эксперимента (окружности), *в* — коэффициент корреляции модельного расчета (негидростатическая постановка) с данными наблюдений.

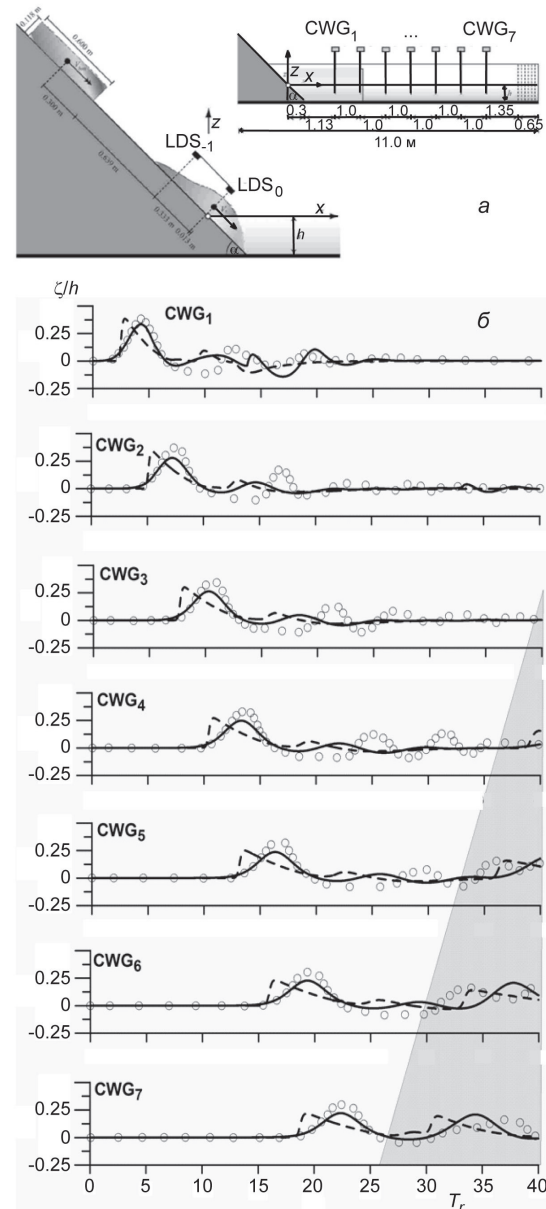


Рис. 8. Ход волны, индуцированной оползнем.

Сравнение с лабораторным экспериментом.

*а* — схема лабораторного эксперимента, *б* — сравнение гидростатической (пунктирная линия) и негидростатической (сплошная линия) постановок с данными лабораторного эксперимента (окружности).

$T_r = t(g/h)^{1/2}$  — относительное время.

расчет адвекции и негидростатической компоненты давления вычисляются с увеличением точности на порядок.

Для рассмотрения функциональных возможностей модели выполнена серия экспериментов, относящихся к выяснению особенностей динамики оползня и генерируемых им волновых возмущений в зависимости от ряда определяющих параметров процесса. Приводятся результаты, относящиеся к изменению толщины оползня и площади его основания при движении на склонах различной крутизны; к оценке кинетической и потенциальной энергии схода оползня в зависимости от плотности его состава; изменению конфигурации и интенсивности волны в зависимости от первоначального объема оползня, оценке роли негидростатической компоненты давления на распространение волнового возмущения.

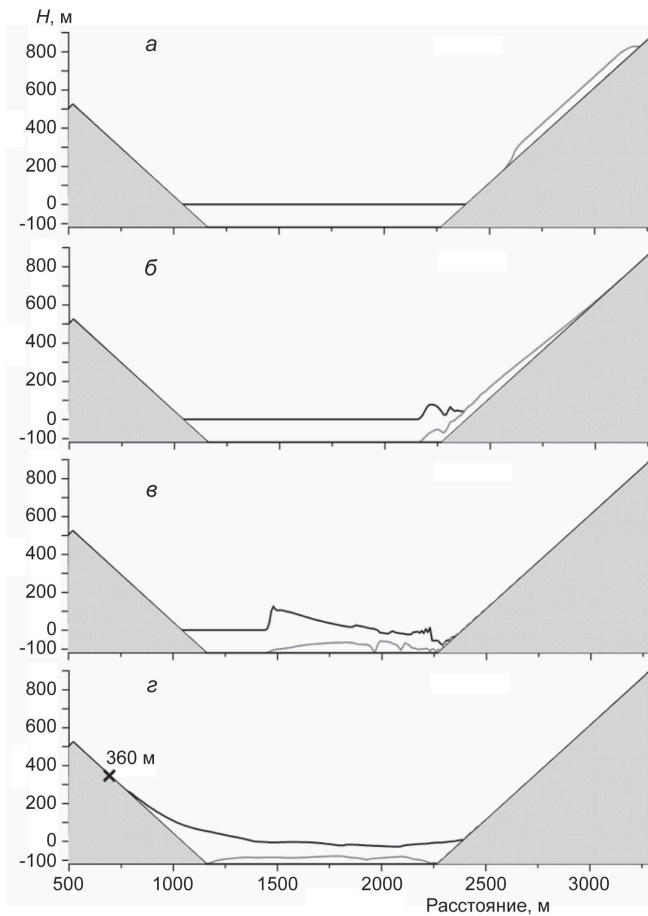


Рис. 9. Моделирование аляскинского мегаоползня.  
а —  $t = 1$  с; б —  $t = 8$  с; в —  $t = 20$  с; г —  $t = 34$  с.

Определение репрезентативности и точности модели выполнялось ее тестированием по опубликованным лабораторным экспериментам: распространению волны цунами вблизи японского побережья, прохождению волны над подводным препятствием и расчету динамики системы оползень-цунами. Результаты верификации показывают вполне удовлетворительное согласование расчетов с экспериментом.

Наиболее серьезную проверку адекватности модели представляет расчет мегаоползня на Аляске, 1958 г. Результаты численного моделирования этого экстремального по масштабам явления демонстрируют удачное воспроизведение этапов процесса и гидродинамических характеристик его финальной фазы.

Дальнейшее развитие моделей прибрежной гидродинамики при разрушении береговой кромки заключается в расширении содержания задач, включающих рассмотрение неньютоновской реологии оползня и его многослойной структуры.

Авторы рады поблагодарить проф. М. А. Ревазова и проф. А. М. Гальперина за полезное обсуждение аспектов работы.

### Приложение

Для перехода от уравнений в векторной форме (7) к их неконсервативному представлению (12) вычисляются матрицы Якоби:

$$\tilde{A} = \partial \mathbf{F} / \partial \omega, \quad \tilde{B} = \partial \mathbf{G} / \partial \omega$$

$$\tilde{A} = \begin{pmatrix} U + u\xi_x & v\xi_x & \xi_x \\ u\xi_y & U + v\xi_y & \xi_y \\ -uU + gH\xi_x & -vU + gH\xi_y & 0 \end{pmatrix}$$

$$\tilde{B} = \begin{pmatrix} V + u\eta_x & v\eta_x & \eta_x \\ u\eta_y & V + v\eta_y & \eta_y \\ -uV + gH\eta_x & -vV + gH\eta_y & 0 \end{pmatrix}.$$

Матрицы  $A, B$  в (12) получаются теперь преобразованием подобия  $A = S^{-1} \tilde{A} S$ ,  $B = S^{-1} \tilde{B} S$ ,

где  $S = J \begin{pmatrix} H & 0 & 0 \\ 0 & H & 0 \\ u & v & 1 \end{pmatrix}.$

### Литература

1. Pelinovsky E., Poplavsky A. Simplified model of tsunami generation by submarine landslides // Phys. Chem. Earth. 1996. V. 21. P. 13–17. doi:10.1016/S0079-1946(97)00003-7.
2. Jiang L., LeBlond P. H. The coupling of a submarine slide and the surface waves which it generates // J. Geophys. Res. 1992. V. 97(C8). P. 12,731–12,744. doi:10.1029/92JC00912.

3. *Watts P., Grilli S. T., Kirby J. T., Fryer G. J., Tappin D. R.* Landslide tsunami case studies using a Boussinesq model and a fully nonlinear tsunami generation model // *Natural Hazards and Earth Syst. Sc.* 2003. V. 3. P. 391–402.
4. *Khakimzyanov G. S., Shokina N. Y.* Numerical modelling of surface water waves arising due to a movement of the underwater landslide on an irregular bottom // *Comput. Technol.* 2010. V. 15. P. 105–119.
5. *Chubarov L. B., Eletsky S. V., Fedotova Z. I., Khakimzyanov G. S.* Simulation of surface waves generation by an underwater landslide // *Russian Journal of Numerical Analysis and Mathematical Modelling.* 2005. V. 20(5). P. 425–437.
6. *Chubarov L. B., Khakimzyanov G. S., Shokina N. Yu.* Numerical modelling of surface water waves arising due to movement of underwater landslide on irregular bottom slope // *E. Krause et al. (Eds.): Comp. Science & High Perf. Computing IV, Notes on Numerical Fluid Mechanics and Multidisciplinary Design.* Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2011. V. 115. P. 75–91.
7. *Beizel S. A., Chubarov L. B., Dutykh D., Khakimzyanov G. S., Shokina N. Yu.* Simulation of surface waves generated by an underwater landslide in a bounded reservoir // *Russian Journal of Numerical Analysis and Mathematical Modelling.* VNU Science Press BV, 2012. V. 27(6). P. 539–558.
8. *Диденкулова И., Пелиновский Е., Родин А.* Формирование экстремальных волн на мелкой воде с учетом обрушения // *Фундам. прикл. гидрофиз.* 2012. Т. 5, № 1. С. 89–98.
9. *Gingold R. A., Monaghan J. J.* Smoothed particle hydrodynamics: theory and applications to non-spherical stars // *Mon. Not. R. Astr. Soc.* 1977. V. 181. P. 375–389.
10. *Panizzo A., Cuomo G., Dalrymple R. A.* 3D-SPH simulation of landslide generated waves // *Proc. 30th International Conference on Coastal Engineering.* 2006.
11. *Heinrich P.* Nonlinear water-waves generated by submarine and aerial landslides // *J. Waterw Port Coast Ocean Eng.* 1992. V. 118(3). P. 249–266.
12. *Quecedo M., Pastor M., Herreros M. I.* Numerical modeling of impulse wave generated by fast landslides // *Int. J. Numer. Methods Eng.* 2004. V. 59. P. 1633–1656.
13. *Abadie S., Morichon D., Grilli S., Glockner S.* A three fluid model to simulate waves generated by subaerial landslides // *Coastal Engineering.* 2010. V. 57(9). P. 779–794.
14. *Lynett P. and Liu P.F.* A numerical study of the runup generated by three-dimensional landslides // *J. Geophys. Res.* 110(C03006) DOI 10.1029/2004JC002443.
15. *Андросов А. А., Вольцингер Н. Е.* Пролиты Мирового Океана – общий подход к моделированию. СПб.: Наука, 2005. 188 с.
16. *Gustafsson B., Sundström A.* Incompletely parabolic problems in fluid dynamics // *SIAM J. Appl. Math.* 1978. V. 32, № 2. P. 343–357.
17. *Thompson J. F., Wazsi Z.U.A., Mastin C. W.* Numerical grid generation: foundation and application. North-Holl, 1985. 483 p.
18. *Matsuyama M., Tanaka H.* An experimental study of the highest runup height in the 1993 Hokkaido Nansei-oki earthquake tsunami // *U.S. National Tsunami Hazard Mitigation Program Review and International Tsunami Symposium (ITS).* Seattle, Washington 7–10 August 2001. U.S. National Tsunami Hazard Mitigation Program. V. 7(21). P. 879–889.
19. *Beji S., Battjes J. A.* Experimental investigation of wave propagation over a bar // *Coastal Eng.* 1993. V. 19. P. 151–162.
20. *Heller V.* Landslide generated impulse waves — Prediction of near field characteristics. PhD Thesis 17531, ETH Zurich, Zurich. 2007. (<http://e-collection.ethbib.ethz.ch/view/eth:30012>).
21. *Fritz H. M., Hager W. H., Minor H.-E.* Lituya Bay case: Rockslide impact and wave run-up // *Sci. Tsunami Hazards.* 2001. V. 19(1). P. 3–22.
22. *Slingerland R. L., Voight B.* Occurrences, properties and predictive models of landslide-generated impulse waves // *Rockslides and Avalanches.* 2, 317–397 (Ed. Voight B.) *Developments in Geotechnical Engin.* 14B. Elsevier, Amsterdam, 1979.

Статья поступила в редакцию 02.06.2014 г.