

УДК 551.468

© Н. Е. Вольцингер<sup>1\*</sup>, А. А. Андросов<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Институт океанологии им. П.П. Ширшова РАН, 117997, Нахимовский пр., д. 36, г. Москва, Россия

<sup>2</sup>Институт полярных и морских исследований им. Альфреда Вегенера, 27570, Ам Ханделсшафен, 12, г. Бремерхафен, Германия

\*E-mail: lenna30@mail.ru

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ДЛИННОВОЛНОВОЙ ДИНАМИКИ НА МАТЕРИКОВОМ СКЛОНЕ ОКЕАНА И РЕГИОНАХ СВАЛА ГЛУБИН

Статья поступила в редакцию 28.02.2020, после доработки 28.05.2020

На идеализированном 2D-разрезе материкового склона моделируется гравитационный сток более плотных водных масс, поступающих с континентального шельфа. На решениях двух задач в гидростатическом приближении и в полной негидростатической постановке сравниваются динамические характеристики процесса: поля скорости, давления, движение и структура уплотненной головной линзы. Такое же сравнение проводится на решении модельной задачи гравитационного приспособления к равновесию — имманентной черте динамики на материковом склоне. По результатам 3D-моделирования динамики и гидрологии пролива Ломбок (Индонезийский архипелаг) сравниваются поля гидростатической и негидростатической вертикальной скорости на свале глубин пролива. Приводятся результаты расчета хода вертикальной скорости и ее спектров в приливном цикле волны  $M_2$ . Сравнение показывает непригодность моделирования склоновой динамики в гидростатическом приближении.

**Ключевые слова:** материковый склон, гидростатика/негидростатика, краевая задача, проекционный метод, сравнительные оценки.

© N. E. Voltzinger<sup>1\*</sup>, A. A. Androsov<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Shirshov Institute of Oceanology RAS, 117997, Nahimovsky Pr., 36, Moscow, Russia

<sup>2</sup>Alfred Wegener Institute Helmholtz Center for Polar and Marine Research, Am Handelshafen 12, 27570 Bremerhaven, Germany

\*E-mail: lenna30@mail.ru

## MODELLING LONG-WAVE DYNAMICS ON THE CONTINENTAL SLOPE OF THE OCEAN AND AREAS OF SHARP DEPTH VARIATION

Received 28.02.2020, in final form 28.05.2020

On an idealized 2D-cross-section of the continental slope, the situation in the polar regions is simulated — dense water falls to the seafloor from the continental shelf. On the solutions of two problems in the hydrostatic approximation and in the complete nonhydrostatic formulation, the dynamic characteristics of the process are compared: the fields of velocity, pressure, motion and the structure of the dense lens of water. The same comparison is carried out on the solution of the model problem of gravitational adaptation to equilibrium — an immanent line of dynamics on the continental slope. Based on the results of 3D-modelling of the dynamics and hydrology of the Lombok Strait (Indonesian Archipelago), the fields of hydrostatic and nonhydrostatic vertical velocity are compared at the slope of the strait. The simulation result of the vertical velocity and its spectra in the tidal cycle of the  $M_2$  wave are presented. The comparison shows the inadequacy of modelling slope dynamics in the hydrostatic approximation.

**Key words:** continental slope, hydrostatics/nonhydrostatics, boundary value problem, projection method, comparative assessments.

---

Ссылка для цитирования: Вольцингер Н.Е., Андросов А.А. Моделирование длинноволновой динамики на материковом склоне океана и регионах свала глубин // *Фундаментальная и прикладная гидрофизика*. 2020. Т. 13, № 4. С. 16–26. doi: 10.7868/S2073667320040024

For citation: Voltzinger N.E., Androsov A.A. Modelling Long-Wave Dynamics on the Continental Slope of the Ocean and Areas of Sharp Depth Variation. *Fundamentalnaya i Prikladnaya Gidrofizika*. 2020, 13, 4, 16–26. doi: 10.7868/S2073667320040024

## 1. Введение

### 1.1. Общее рассмотрение

Материковый склон — промежуточная крутая структура между шельфом океана и его материковым подножием со средним уклоном дна  $O(10^{-2})$  и протяженностью от нижней кромки шельфа с изобатой порядка нескольких сот метров до глубины нескольких тысяч метров.

Волновая динамика прибрежной зоны океана отличается от динамики на материковом склоне. На стратифицированном шельфе мало меняющейся глубины волны распространяются вдоль берега, в северном полушарии на восток, в южном — на запад, как свободные либо, при ветровом воздействии, как вынужденные волны Кельвина с масштабом радиуса деформации Россби порядка от нескольких километров до нескольких десятков километров. На наклонном дне даже при отсутствии стратификации существуют свободные волны континентального шельфа с таким же пространственным масштабом — береговые захваченные волны.

Захваченными волнами на шельфе далеко не исчерпывается их многообразие, для описания которого существует разветвленная теория диспергирующих волн в несжимаемой жидкости [1]. Она включает представление решения уравнений в виде суммы нормальных мод, каждая из которых имеет свою вертикальную структуру и определяет горизонтальное движение со свободной поверхностью, получение и анализ простых решений уравнений линейной теории волн малой амплитуды и приближений теории мелкой воды [2, 3].

Динамика на материковом склоне отличается от таковой на шельфе, выделяясь двумя особенностями. Одна обязана геометрии — резкому увеличению крутизны дна, на порядок и больше, другая — бароклинному фактору, определяющему процесс гравитационного приспособления шельфовых и океанских вод различающейся плотности в этой промежуточной зоне.

Бароклинный фактор придает динамике на материковом склоне особый облик. Здесь при взаимодействии вод различных индексов термохалинность проявляется наиболее непосредственно, формируя либо фронты и шлейфы пониженной плотности либо, — когда шельфовые воды оказываются более холодными и плотными, чем на материковом склоне — гравитационное приспособление имеет вихревой характер, сопровождаясь процессами турбулентного вовлечения и обмена. Однако при всем разнообразии элементов динамики на материковом склоне основным игроком на этой арене, вообще говоря, является прилив.

Моделирование океанских приливов выполняется в гидростатическом (Гс) приближении с достаточной точностью [4]. Однако представляется очевидным, что на материковом склоне, как и в подобластях выраженного горного рельефа типа подводной горы, подводной гряды, барьеров и рифов требуется решение полной негидростатической (Нг) задачи [5, 6].

### 1.2. Обзор

Сток вод повышенной плотности по крутому склону в своей наиболее выраженной форме имеет каскадный характер, оказывая определяющее влияние на структуру глубоководных течений. Каскадные гравитационные течения существуют более чем в полусотне регионов Мирового океана [7]. Примерами могут служить: сток плотных вод Антарктического бассейна [8], формирование глубоководного течения в море Росса [9, 10], или каскадинг на севере Адриатического моря, формирующий глубоководную структуру восточного Средиземного моря [11], или каскадинг на юго-востоке Гренландского шельфа со скоростями свыше 2 м/с и аномальным превышением потенциальной плотности свыше 27 кг/м<sup>3</sup>, формирующий плотные воды Гренландского и Норвежского морей [12].

Гравитационные течения на крутых склонах являются эффективным механизмом обмена фитопланктоном, нитратами, биогенными элементами и взвесями между прибрежной и открытой зонами океанов [13, 14].

Лабораторные эксперименты позволили получить представление о закономерностях склоновой динамики. В работах [15–17] и других анализируется процесс каскадинга как динамичный тип гравитационного течения, стекающего по склону и проникающего на большую глубину. В общем описании этот процесс имеет три фазы. В начальной его фазе происходит формирование воды повышенной плотности путем ее охлаждения или испарения в поверхностном слое шельфа. Затем тяжелая вода стекает по склону при воздействии сил гравитации, Кориолиса и трения. На фронте стока формируется уплотнительная головная линза, движение становится неустойчивым и возникает волно-вихревая турбулентность (переводной термин Федорова [18]). Поток ускоряется, пока на его заключительной фазе сила плавучести начинает превышать трение и ускорение балансируется вовлечением и перемешиванием с водными массами среды пониженной плотности.

В работах [19–22] и в сопутствующей библиографии анализируется структура каскадинга, определяемая совокупностью процессов формирования уплотненной линзы, шлейфов, спиральных волн, меандров, вихрей и волно-вихревой турбулентности.

Моделирование динамики на крутом склоне встречает трудности, связанные с необходимостью реализации краевой задачи в области с очень высоким сеточным разрешением для адекватного воспроизведения взаимодействующих процессов. Даже при весьма небольших размерах области материкового склона  $O(10^4 \text{ км}^2)$  и перепадом глубин  $O(10^3 \text{ м})$  сеточная область должна содержать  $O(10^8 - 10^9)$  узлов. Моделирование обширных регионов океанского шельфа представляется в настоящее время не близкой перспективой, но она кажется еще более отдаленной в отношении моделирования сколько-нибудь протяженных областей материкового склона, несмотря на возможности суперкомпьютеров и технологию параллельных вычислений. Этим объясняется определенное отставание в развитии такого направления сравнительно с продвинутыми крупномасштабными моделями Мирового океана, использующими более грубое сеточное разрешение.

Важнейшим вопросом моделирования процессов на материковом склоне и свале глубин окраинных морей является допустимость постановки задачи в Гс приближении. Влияние Нг на процессы вовлечения, гравитационного приспособления и перемешивания под воздействием бароклинной неустойчивости рассматривалось в работах [23–28]. Расчет нисходящего потока на разрезе идеализированной топографии в Гс приближении представлен в работе [29], а в Нг постановке — в работе [30]. Вместе с тем достаточно обоснованное заключение о допустимости моделирования динамики на материковом склоне океана и регионах свала глубин в Гс приближении отсутствует.

Содержанием работы является систематическое сравнение результатов решения Гс и Нг задач на модельных экспериментах и реальном объекте с целью ответить на этот вопрос.

В следующем параграфе приводится постановка и метод решения 3D-краевой задачи в криволинейных гранично-согласованных координатах для моделирования склоновой динамики. В п. 3 приводятся результаты модельных экспериментов: обтекания подводной горы для оценки точности метода, решения модельной задачи гравитационного приспособления к равновесию и расчет динамики на идеализированном материковом склоне. В п. 4 представлены некоторые результаты моделирования приливной динамики на свале глубин пролива Ломбок (Индонезийский архипелаг). В п. 5 обсуждаются результаты работы.

## 2. Модель

### 2.1. Постановка задачи

Краевую задачу для уравнений движения, неразрывности и конstituентов плотности в области  $Q_T = \{Q \times [0, T]\}$ , где  $Q$  — 3D-область, ограниченная свободной поверхностью  $\zeta(x, y, t)$ , дном  $h(x, y)$  и боковой поверхностью  $\partial Q$ , записанную в декартовых координатах, преобразуем к гранично-согласованным координатам

$$\xi = \xi(x, y), \eta = \eta(x, y), \sigma = H^{-1}(z - \zeta), t' = t, \quad (1)$$

$H = h + \zeta$ , с якобианом преобразования  $I = \partial(\xi, \eta, \sigma)/\partial(x, y, z)$ ,  $0 \neq I < \infty$ ;  $I^{-1} = J = J_* H$ ;  $J_* = \partial(x, y)/\partial(\xi, \eta)$  — плоский якобиан. При выборе четырех попарно-противоположных границ боковой поверхности область  $Q$  отобразится на параллелепипед  $Q^*$ . Пусть одна из пар отображается на непроницаемые грани параллелепипеда  $\partial Q_1^*$ , а другая — на его открытые грани  $\partial Q_2^*$ ; нижней и верхней горизонтальными гранями параллелепипеда будут прямоугольники  $\Omega^*$  в плоскостях соответственно  $\sigma = -1$  и  $\sigma = 0$ .

Уравнения движения и неразрывности в координатах (1) примут вид:

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{u} + \nabla_3 \Pi = \Phi, \quad \Pi = \left( \frac{p}{\rho_0}, \frac{p}{\rho_0}, \frac{q}{\rho_0} \right) \quad (2)$$

$$\Phi = (\Phi_u, \Phi_v, \Phi_w) = U^i \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \xi^i} - W \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \sigma} - 2\tilde{\Omega} \times \mathbf{u} + H^{-2} (\nu u_\sigma)_\sigma + J_*^{-1} (Kg^{ik} \mathbf{u}_{\xi^k})$$

$$\frac{\partial J}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \xi^i} J U^i + \frac{\partial}{\partial \sigma} J W = 0. \quad (3)$$

Здесь  $p$  — гидростатическая компонента давления,  $q$  — его динамическая компонента,  $\mathbf{u} = (v, w)$  — вектор скорости,  $\mathbf{v} = (u, v)$ ;  $\rho_0$  — отсчетное значение плотности;  $\nabla_3 = \left( \nabla, \frac{\partial}{\partial z} \right)$ ,  $\nabla = \left( \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y} \right)$  — операторы

градиента;  $U^i = v\nabla\xi^i$  — контравариантные горизонтальные скорости;  $\nabla\xi^i = e^i = (\xi_x^i, \xi_y^i)$  — контравариантный базисный вектор;  $i, k = 1, 2$  при суммировании по повторяющемуся индексу;  $U^1 = U, U^2 = V, \xi^1 = \xi, \xi^2 = \eta$ ;  $W = \sigma_z + \mathbf{v} \cdot \nabla\sigma + W\sigma_z$  — контравариантная вертикальная скорость;  $\tilde{\Omega}$  — вектор угловой скорости вращения Земли;  $\nu, K$  — коэффициенты турбулентного обмена,  $g^{ik} = e^i e^k$  — компоненты метрического тензора.

Уравнение для конstituентов плотности  $\Theta_i$  морской воды:

$$\frac{\partial}{\partial t}\Theta_i + U^i \frac{\partial}{\partial \xi^i} + W \frac{\partial}{\partial \sigma}\Theta_i = D\Theta_i, \quad (4)$$

$\Theta_1$  — температура,  $\Theta_2$  — соленость;  $D$  — оператор турбулентной диффузии.

Гидростатическое уравнение горизонтального движения:

$$\frac{d}{dt}\mathbf{v} + \frac{1}{\rho}\nabla p = \Phi_{\mathbf{v}}, \quad \Phi_{\mathbf{v}} = (\Phi_u, \Phi_v). \quad (5)$$

К динамической задаче (2), (3) присоединяются вертикально-осредненные уравнения для определения уровня и замыкание, использующее уравнение кинетической энергии турбулентности, соотношения подобия и формулу для масштаба турбулентности.

## 2.2. Граничные условия

Пусть непроницаемые боковые грани  $\partial Q_1^*$  параллелепипеда  $Q^*$  лежат в плоскостях  $\xi = \text{const}$ , а его открытые границы в плоскостях  $\eta = \text{const}$ . Тогда

$$U|_{\partial Q_1^*} = 0. \quad (6)$$

На открытых гранях  $\partial Q_2^*$  на вытоке используется интерполяция характеристической переменной  $V$ ; на втоке задается необходимая информация о компонентах скорости

$$U|_{\partial Q_2^*} = \Psi_1(\xi, \sigma, t), \quad V|_{\partial Q_2^*} = \Psi_2(\xi, \sigma, t) \quad (7)$$

и  $K\partial V/\partial n = \Psi_3, \partial/\partial n$  — производная по нормали. Граничными условиями по вертикали являются условие на дне и динамическое условие на касательное напряжение  $\frac{\tau}{\rho_0}$ :

$$U^i|_{\sigma=-1} = 0, \quad v \frac{\partial U^i}{\partial \sigma}|_{\sigma=0} = H\nabla\xi^i \frac{\tau}{\rho_0}. \quad (8)$$

Для уравнения (4) на непроницаемой границе ставится нулевая нормальная производная; на открытой границе при вытоке — экстраполяция из области, а при втоке — характеристики входящей водной массы. На поверхности для  $\Theta_1 = T$  задаются радиационные потоки тепла, а для  $\Theta_2 = S$  соотношение между осадками и испарением.

## 2.3. Метод решения

Для решения Гс задачи используется расщепление операторов по координатным направлениям со вторым порядком точности и величиной шага по времени, навязываемым только адвективной модой, с процедурой TVD, контролирующей решение в области его резких градиентов, и многосеточной процедурой ускорения сходимости [31].

Алгоритм решения Нг задачи опирается на Гс модуль и является модификацией метода решения уравнений Навье-Стокса, с тем отличием, что из уравнения Пуассона с оператором Лапласа-Бельтрами определяется только динамическая компонента давления:

$$\left( Jg^{ij} q_{\xi^i}^{k+1} \right)_j = \left[ (JU^*)_{\xi} + (JV^*)_{\eta} + (JW^*)_{\sigma} \right] \rho_0 / \tau, \quad (9)$$

где  $\tau$  — шаг по времени,  $(U, V, W)^*$  — Гс компоненты скорости, определяемые на заключительном этапе каждого шага  $k \rightarrow k+1$  и условию, что  $(U, V, W)^{k+1}$  удовлетворяет уравнению неразрывности (3).

Уравнение (9) решается итерационно, сочетая на каждом цикле итераций прогонку по вертикали с верхней релаксацией в плоскостях  $(\xi, \eta)$  при граничных условиях:

$$\frac{\partial q}{\partial n}|_{\sigma=-1} = 0, \quad q|_{\sigma=0} = 0; \quad \frac{\partial q}{\partial n}|_{\partial Q_1^*} = 0, \quad \frac{\partial q}{\partial n}|_{\partial Q_2^*} = \chi(\xi, \sigma, t). \quad (10)$$

Решением задачи (9), (10) определяется динамическая компонента давления, по градиенту которой находится Нг вектор скорости  $(U, V, W)^{k+1}$ , а затем и декартова скорость из соотношений:

$$u = J_*(U\eta_y - V\xi_y), \quad v = J_*(V\xi_x - U\eta_x), \quad w = H(W - \mathbf{v}\nabla\sigma). \quad (11)$$

### 3. Модельные эксперименты

Характерные черты динамики на крутом склоне делают весьма полезным их рассмотрение на модельных экспериментах. Такие эксперименты помимо выявления роли Нг на крутом рельефе являются и тестами для проверки точности и репрезентативности численного метода в региональных моделях подобластей материкового склона и свала глубин окраинных морей.

#### 3.1. Прохождение волны над препятствием

Используемым тестом для верификации численного метода является расчет движения волны на топографии рис. 1, а, имеющего измерительную базу значений уровня [32]. На рис. 1, б приведено сравнение с данными измерений задач в Гс и Нг постановках. На открытой границе канала задается волна с амплитудой 1 см и периодом 2.02 с. Шаг сетки по горизонтали брался равным 1.25 см, шаг по времени 0.01 с.

При вполне удовлетворительной точности Нг решения существенным отличием двух задач является нелинейное укручение фронта опережающей Гс волны и его реалистическое сглаживание дисперсией в Нг постановке.

#### 3.2. Гравитационное приспособление к равновесию

Рассмотрим процесс приспособления двух равных объемов жидкости различной плотности  $\rho_1, \rho_2$ ,  $\rho_1 < \rho_2$  в прямоугольном резервуаре имеющем длину 0.8 м и глубину 0.1 м, разделенных в начальный момент вертикальной перегородкой. При снятии перегородки приспособление определяется движением поверхности раздела сред. На рис. 2 (см. вклейку) показаны три положения поверхности раздела в процессе приспособления: начальное, промежуточное и конечное в резервуаре единичной площади основания и высоты  $H$ .

Потенциальная энергия на единицу площади начальной конфигурации:

$$P_0 = g \int_{-1/2}^0 \frac{1}{2} H^2 \rho_1 dx + g \int_0^{1/2} \frac{1}{2} H^2 \rho_2 dx = \frac{1}{4} g H^2 (\rho_1 + \rho_2). \quad (12)$$

Потенциальная энергия конечного положения равновесия:

$$\hat{P} = g \rho_2 \int_{-1/2}^{1/2} dx \int_0^{H/2} z dz + g \rho_1 \int_{-1/2}^{1/2} dx \int_{H/2}^H z dz = \frac{1}{8} g H^2 (\rho_2 + 3\rho_1). \quad (13)$$

Доступная потенциальная энергия — максимальная энергия, полученная при превращении всей первоначальной энергии в кинетическую:

$$P_0 - \hat{P} = \frac{1}{8} g H^2 (\rho_2 - \rho_1). \quad (14)$$

При этом среднеквадратичная скорость перехода определяется из равенства:

$$\frac{1}{4} u^2 H (\rho_1 + \rho_2) - \frac{1}{8} g H^2 (\rho_2 - \rho_1), \quad \text{откуда } u \approx \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{g'H}, \quad (15)$$

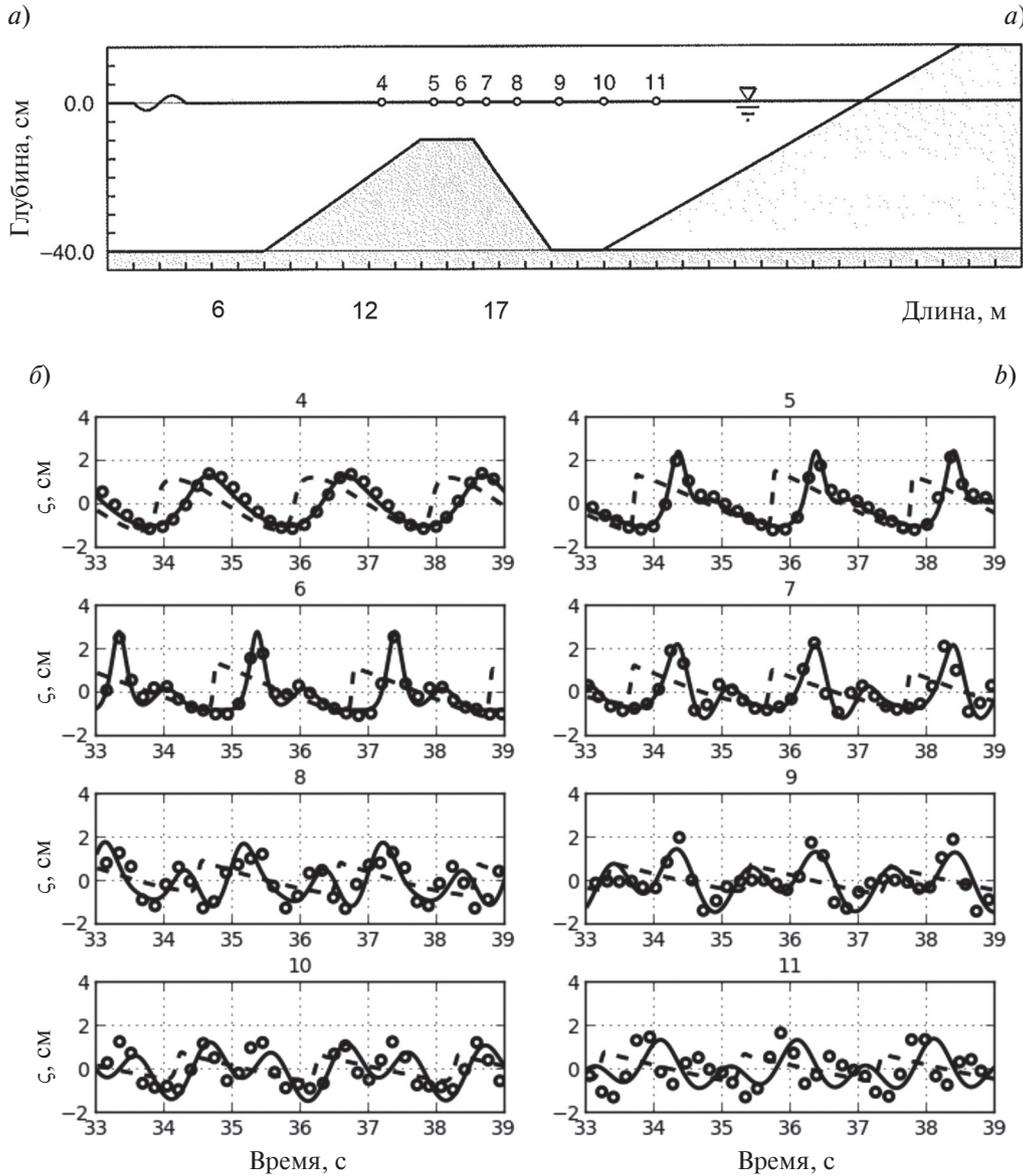
$g' = g(\rho_2 - \rho_1)/\rho_2$  — редуцированная гравитация.

Потенциальная энергия промежуточного положения поверхности раздела, сечение которого  $z = -(1-x)H/2$ :

$$P_1 = g \rho_2 \int_{-1/2}^{1/2} dx \int_0^{-(1-x)H/2} z dz + g \rho_1 \int_{-1/2}^{1/2} dx \int_{-(1-x)H/2}^H z dz = \frac{1}{96} g H^2 (13\rho_2 + 35\rho_1), \quad (16)$$

и доступная потенциальная энергия в этом случае:

$$P_0 - \hat{P} = \frac{1}{96} g H^2 (\rho_2 - \rho_1). \quad (17)$$



**Рис. 1.** Прохождение волны над препятствием: *a* — моделируемая область; *b* — результаты сравнения Нг и Гс задач на станциях, указанных на рис. 1, *a*. Пунктирная линия — задача в Гс постановке; сплошная линия — задача в Нг постановке; окружности — данные лабораторного эксперимента.

**Fig. 1.** Wave over the sea mountain: *a* — modeled area; *b* — the results of comparing nonhydrostatic (*Nh*) and hydrostatic (*Hs*) tasks at the stations shown in fig. 1, *a*.

Для доли кинетической энергии, перешедшей в потенциальную:

$$\frac{1}{4}u^2 H(\rho_1 + \rho_2) = \frac{1}{96}gH^2(\rho_2 - \rho_1), \quad u \approx \frac{1}{5}\sqrt{g'H}. \quad (18)$$

На рис. 3 (см. вклейку) показано сечение поверхности раздела в процессе приспособления на 35 с для решения задач в Гс и Нг постановках.

### 3.3. Длинноволновая динамика на идеализированном материковом склоне

Некоторым аналогом динамики на обрывистом откосе может служить трансформация волны на уступе. Ряд аналитических решений такой задачи получен в [33].

Более реалистичный рельеф представлен на рис. 4, *а*, задаваемый глубиной (см. вклейку):

$$h(x) = h_0 + \frac{1}{2}(H - h_0)[1 + \operatorname{tg}(x - x_0)/l], \quad (19)$$

$h_0 = 200$  м,  $H = 4$  км,  $l = 10$  км,  $x_0 = 100$  км; максимальная крутизна склона  $\sim 10^\circ$ . На рельефе задается плотность  $\rho_1 = 1030$  кг/м<sup>3</sup> в его плоской части, имитирующей шельф, при  $x = 60$  км и однородная плотность  $\rho_0 = 1025$  кг/м<sup>3</sup> на склоне. Такая топография использовалась [26] в Гс постановке и [29] для Нг расчета гравитационного приспособления.

Приведем некоторые результаты численных экспериментов, выполненных с целью более полного выявления роли Нг на таком рельефе.

На рис. 4, *б* дан ход полной энергии движения на десятичасовом отрезке времени прохождения волны. Неустойчивость в Гс постановке, проявляющаяся после первых шести часов, делает ее нереалистичной. На рис. 4, *в* приведены вертикальные скорости в трех точках склона. Видно, что в Нг постановке движение имеет волновой характер со значительными амплитудами; при этом пикноклин должен колебаться с периодом приходящей с шельфа волны, тогда как в Гс задаче периодичность отсутствует; к тому же амплитуды в точке РЗ у подножия склона на порядок меньше, а поле вертикальных скоростей искажено и, как и следует ожидать, избыточно нелинейно. На рис. 4, *г* приведены градиенты давления в Гс и Нг задачах: видно, что Нг градиенты на порядок превышают таковые в Гс постановке.

На рис. 5 представлены поля вертикальных скоростей и изменения плотности на момент времени 10 ч в двух постановках (см. вклейку). В Нг подходе вертикальное поле скоростей имеет ярко выраженную двухячейковую структуру. На гладком фронте плотностной линзы происходит подъём воды, вызванный ее движением, а за фронтом происходит опускание водных масс. Расчеты в Гс приближении приводят к сильной неустойчивости в поле вертикальных скоростей и форме плотностной линзы по всему континентальному склону.

Важность учета Нг на крутом склоне проявляется также и в более интенсивных по сравнению с Гс процессах вертикального перемешивания и диффузии [34].

#### 4. Моделирование Нг приливной динамики на свале глубин пролива Ломбок

##### 4.1. Общие сведения

Пролив Ломбок является важнейшим элементом системы проливов Индонезийского архипелага (рис. 6, *а*; см. вклейку). Тихоокеанские воды, проходя между островами Калимантан и Сулавеси через Макассарский пролив и Яванское море, выходят в Индийский океан через пролив Ломбок (рис. 6, *б*). Расход воды через пролив, составляющий несколько свердрупов ( $1Sv = 10^6$  м<sup>3</sup>/с), колеблется в зависимости от изменчивости глобальных характеристик динамики граничных океанов и локальных характеристик муссона.

Пролив протяженностью около 60 км и шириной около 30 км расположен между островами Бали и Ломбок. Основной чертой морфометрии пролива является подводная гора в наиболее узком его месте (рис. 6, *в*). Глубина над вершиной горы около 250 м, к югу глубина растет, достигая 2000 м, и вписывается в свал глубин Индийского океана; крутой северный склон тянется до границы с Яванским морем при увеличении глубины до 1000 м.

Водообмен через проливы Индонезийского прохода характеризуется общим устойчивым переносом в Индийский океан, который определяется градиентом давления между океанами, формируемым пассатными ветрами тропической зоны Тихого океана. Перенос через Ломбок в значительной мере определяется ситуацией на его северной границе и вместе с тем непосредственным влиянием сильных приливов Индийского океана.

В приливной динамике пролива Ломбок в его северной части выделяется суточная волна  $S_1$  с амплитудой приливного течения до 0.5 м/с. Над подводной горой доминируют полусуточные волны  $S_2$  и  $M_2$  со скоростями приливного течения около 3.5 м/с. Нелинейное взаимодействие суточной и полусуточных волн генерирует сильный прилив с периодом около 14 сут [35].

Термохалинные течения в проливе имеют двухслойную структуру, вызванную различием гидрологических характеристик граничных океанов. Поверхность раздела слоев, когда она выражена, залегает на глубине около 300 м, причем адвекция в нижнем слое на порядок уступает активному адвективному переносу в поверхностном слое. Влияние бароклинности на приливные гармоники определяет их изменчивость, особенно в окрестностях подводной горы, где баротропно-бароклинное взаимодействие наиболее интенсивно [36].

#### 4.2. Оценка влияния Нг фактора на динамику пролива

В приливной динамике, вполне удовлетворительно моделируемой в Гс приближении, проявление существенных Нг эффектов можно ожидать лишь в подобласти подводной горы на экстремумах приливного цикла [5]. В динамике Ломбока с его изрезанным горным рельефом роль Нг фактора проявляется во всей области пролива и особенно на свале глубин в его северной части. На рис. 7 (см. вклейку) представлена разность  $\delta(\boldsymbol{\mu})$  решений Нг и Гс задач для вектора  $\boldsymbol{\mu} = (\mathbf{v}, \zeta, \rho')$ ,  $\rho' = \rho - \rho_0$ , в максимальной норме С:

$$|\boldsymbol{\mu}|_C = \max_N (\boldsymbol{\mu}_{Нг} - \boldsymbol{\mu}_{Гс}) \quad (20)$$

по всем узлам свала глубин сеточной области  $N$  в ходе цикла приливной волны  $M_2$ . Разность решений для динамических характеристик ведет себя одинаково, достигая максимальных значений  $\delta(\zeta)_C \approx 3$  см,  $\delta(u)_C \approx \approx 25$  см/с в интервале  $T/2$  при смене течений, когда динамическая компонента давления возрастает. Разность решений в отношении бароклинной компоненты проявляется иначе: она кратно увеличивается в начале и в конце приливного цикла, испытывая влияние более плотных вод Индийского океана.

Различие характеристик — компонентов вектора  $\boldsymbol{\mu}$ , являющихся решениями Нг и Гс задач, в среднеквадратичной норме:

$$\delta\boldsymbol{\mu}_{L_2} = \left[ \frac{1}{N} \sum_N (\delta\boldsymbol{\mu})^2 \right]^{1/2} \quad (21)$$

пренебрежимо мало.

#### 4.3. Оценка влияния Нг фактора на поле вертикальной скорости

Роль Нг в длинноволновых движениях непосредственно определяется полем вертикальных скоростей, обязанным динамической компоненте давления. Поэтому особый интерес представляет сравнение значений вертикальной скорости при решении полной Нг задачи и задачи в Гс приближении для примитивных уравнений при моделировании длинноволновой склоновой динамики. В области северного склона подводной горы Ломбока выполнено такое сравнение в трех пунктах  $P1, P2, P3$ , указанных на рис. 6, в, на глубинах для каждого пункта — 50 м от дна, 50 м от поверхности и в средней по глубине точке. На рис. 8 приведены результаты сравнения хода самой вертикальной скорости в приливном цикле волны  $M_2$  и ее спектра (см. вклейку). Общий вывод, следующий из рассмотрения этих результатов, сводится к тому, что насыщенные ложные спектры Гс задачи, отвечающие извилистому ходу вертикальной скорости в контрольных точках всех станций, свидетельствует об ошибках вычисления  $w$  из уравнения неразрывности; при этом значения нулевой гармоники в Гс и Нг задачах могут отличаться в несколько раз и даже на порядок.

Поле вертикальной скорости на свале глубин в Гс приближении полностью искажено и нереалистично.

### 5. Заключение

Совокупность физических процессов на крутом материковом склоне и свале глубин в регионах Мирового океана характеризуется активной динамикой, гравитационным приспособлением к равновесию водных масс разной плотности, их вовлечением и перемешиванием на фоне бароклинной неустойчивости — если более плотная вода стекает с континентального шельфа. В наиболее выраженной форме склоновая динамика приобретает характер каскадинга, взаимодействующего с регулярным приливом. Ниспадение более плотных водных масс является не только активным механизмом водообмена, но и формирует гидрологическую структуру глубоководных течений.

Трудности моделирования склоновой динамики связаны с адекватным описанием и воспроизведением физических процессов, составляющих ее содержание, локальных по сути, что требует либо их параметризации, либо очень высокого сеточного разрешения — при том, что моделирование ставится как Нг краевая задача, требующая сама по себе дополнительных вычислительных затрат. Этим объясняется определенное отставание в таком направлении, несмотря на развитую технологию вычислений и возможности современных суперкомпьютеров.

В работе расчет каскадинга выполняется на идеализированном склоне с целью воспроизведения его характеристик: полей скорости, давления и формирования головной уплотненной линзы. Предварительно Нг модель верифицируется для удостоверения в ее точности и репрезентативности на численных экспериментах прохождения волны над препятствием при сравнении с данными лабораторных измерений и на модельной задаче гравитационного приспособления.

Расчет склоновой динамики в реальной области выполнен на основе решения трехмерной Нг задачи в подобласти свала глубин пролива Ломбок. Постановка задачи использует переход к криволинейным гранично-согласованным координатам и задание условий на границе пролива из решения крупномасштабной глобальной задачи.

Известно, что желательность, а порой и необходимость отказа от приближения Гс при моделировании длинноволновых процессов связана с увеличением вертикальной скорости на горном рельефе. Несколько неожиданным оказывается, что в отношении склоновой динамики это не так: наоборот, Гс вертикальные скорости и в среднем, и особенно локально могут значительно превосходить вертикальные скорости в полной Нг задаче, к тому же Гс спектр вертикальной скорости в приливном цикле совершенно искажен и нереалистичен.

Гс приближение для моделирования склоновой динамики неприемлемо.

Можно ли считать столь суровый приговор окончательным? Неудовлетворительные результаты моделирования гравитационных течений на материковом склоне в Гс приближении обязаны бароклинной неустойчивости, как то следует из сравнения хода энергии двух задач на рис. 4, б. Но неустойчивость можно подавить релаксационной процедурой, или увеличенным коэффициентом обмена, или более эффективной параметризацией турбулентности в иерархии замыканий — и продолжить расчет. Такая возможность сомнительна, поскольку Гс моделирование требует в десятки раз меньших вычислительных затрат. Однако редукция полного уравнения движения по вертикали к Гс приближению приводит к физической неполноценности получаемых результатов: ущербности описания процессов вертикального перемешивания, вовлечения, пренебрежению дисперсией на малых масштабах, исключению горизонтальной компоненты ускорения Кориолиса и др. Представляется, что совокупность физических ограничений Гс описания динамики на материковом склоне не может компенсироваться меньшими вычислительными затратами, тем более что развитие вычислительных технологий снижает и будет снижать роль затратного фактора в Нг моделировании.

## 6. Финансирование

Работа выполнена в рамках государственного задания (тема 0149–2019–0015).

## Литература

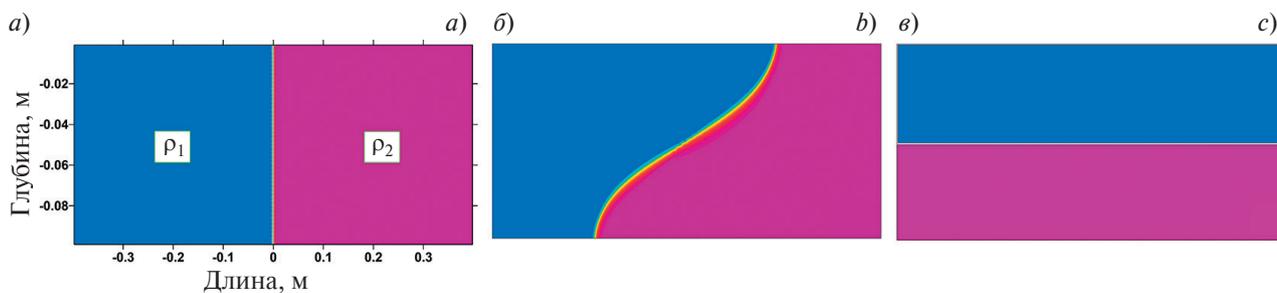
1. Уизем Дж. Линейные и нелинейные волны. М.: Мир, 1977. 622 с.
2. Гилл А. Динамика атмосферы и океана. М.: Мир, 1986. 398 с.
3. Пелиновский Е.Н. Гидродинамика волн цунами. Нижний Новгород: ИПФ РАН, 1996. 276 с.
4. Марчук Г.И., Каган Б.А. Динамика океанских приливов. Л.: Гидрометеиздат, 1983. 359 с.
5. Вольцингер Н.Е., Андросов А.А. Негидростатическая динамика региона с подводной горой // Океанология. 2016. 56(4). С. 537–546.
6. Вольцингер Н.Е., Андросов А.А. Негидростатическая динамика проливов Мирового океана // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2016. Т. 9, № 1. С. 26–40.
7. Ivanov V.V., Shapiro G.I., Huthnance J.M., Aleynik D.L., Golovin P.N. Cascades of dense water around the world ocean // Progress in Oceanography. 2004. 60(1). P. 47–98. doi: 10.1016/j.poccean.2003.12.002
8. Jones E.P., Rudels B., Anderson L.G. Deep waters of the Arctic Ocean: origins and circulation // Deep Sea Research I. 1995. V. 42, N5. P. 737–760. doi: 10.1016/0967–0637(95)00013-V
9. Gordon A.L., Orsi A.H., Muench R., Huber B.A., Zambianchi E., Visbeck M. Western Ross Sea continental slope gravity currents // Deep Sea Research II. 2009. V. 56 (13–14). P. 796–817. doi: 10.1016/j.dsr2.2008.10.037
10. Budillon G., Castagno P., Aliani S., Spezie G., Padman L. Thermohaline variability and Antarctic bottom water formation at the Ross Sea shelf break // Deep Sea Research I. 2011. V. 58, Iss. 10. P. 1002–1018. doi: 10.1016/j.dsr.2011.07.002
11. Mihanović H., Vilibić I., Carniel S., Tudor M., Russo A., Bergamasco A., Bubić N., Ljubešić Z., Viličić D., Boldrin A., Malačić V., Celio M., Comici C., and Raicich F. Exceptional dense water formation on the Adriatic shelf in the winter of 2012 // Ocean Sci. 2013. 9(3), 561–572.
12. Magaldi M.G., Haine T.W.N. Hydrostatic and non-hydrostatic simulations of dense water cascading off a shelf: The East Greenland case // Deep Sea Research I. 2015. V. 96. P. 89–104. doi: 10.1016/j.dsr.2014.10.008
13. Whitehead J.A. Dense water off continents // Nature. 1987. 327, 656.
14. Canals M., Puig P., Durrieu de Madron, Heussner S., Palanques A., Fabres J. Flushing submarine canyons // Nature. 2006. 444(7117). P. 354–357.

15. *Britter R., Linden P.* The motion of the front of a gravity current travelling down an incline // *Journal of Fluid Mechanics*. 1980. 99(3). P. 531–543.
16. *Griffiths R.W.* Gravity currents in rotating systems // *Ann. Rev. Fluid Mech.* 1986. 18. P. 59–89.
17. *Shapiro G.I., Huthnance J.M., Ivanov V.V.* Dense water cascading off the continental shelf // *J. Geophysical Research: Oceans*. 2003. 108. C12.
18. *Федоров К.Н.* Тонкая термохалинная структура вод океана. Ленинград: Гидрометеиздат, 1976. 184 с.
19. *Whitehead D.S.* A finite element solution of unsteady two-dimensional flow in cascades // *Int. J. Numer. Meth. Fluids*. 1990. 10. P. 13–34.
20. *Condie S.A.* Descent of dense water masses along continental slopes // *J. Mar. Res.* 1995. 53. P. 897–928.
21. *Lane-Serff G.F., Baines P.G.* Eddy formation by dense flows on slopes in a rotating fluid // *J. Fluid Mech.* 1998. 363. P. 229–253.
22. *Shapiro G.I., Hill A.E.* Dynamics of dense water cascades at the shelf edge // *J. Phys. Oceanogr.* 1997. 27(1). P. 2381–2394.
23. *Özgökmen T.M., Chassignet E.P.* Dynamics of Two-Dimensional Turbulent Bottom Gravity Currents // *J. Phys. Oceanogr.* 2002. 32. P. 1460–1478.
24. *Özgökmen T.M., Fischer P.F., Duan J., Iliescu T.* Entrainment in bottom gravity currents over complex topography from three-dimensional nonhydrostatic simulations // *Geophysical Research Letters*. 2004. 31. L13212.
25. *Legg S., Hallberg R.W., Girton J.B.* Comparison of entrainment in overflows simulated by z-coordinate, isopycnal and non-hydrostatic models // *Ocean Modelling*. 2006. 11(1–2). P. 69–97.
26. *Vlasenko V., Stashchuk N., Hutter K.* Baroclinic tides. Theoretical modelling and observational evidence. Cambridge University Press, 2005. doi: 10.1017/CBO9780511535932
27. *Hide R., Mason P.J.* Sloping convection in a rotating fluids // *Adv. Phys.* 1975. 24. P. 47–100.
28. *Shapiro G.I., Zatsepin A.G.* Gravity currents down a steeply inclined slope in a rotating fluid // *Annales Geophysicae*. 1997. 15. P. 366–374.
29. *Haidvogel D., Beckmann A.* Numerical ocean circulation modeling. Imper. College Press, 1999. P. 283–286.
30. *Heggelund Y., Vikebo F., Berntsen J., Furnes G.* Hydrostatic and non-hydrostatic studies of gravitational adjustment over a slope // *Contin. Shelf Res.* 2004. 24. P. 3133–3148.
31. *Андросов А.А., Вольцингер Н.Е.* Проливы Мирового океана: общий подход к моделированию. СПб.: Наука, 2005. 187 с.
32. *Stelling G., Zijlema M.* An accurate and efficient finite-difference algorithm for non-hydrostatic free-surface flow with application to wave propagation // *Int. J. Numer. Meth. Fluids*. 2003. 43. P. 1–23.
33. *Куркин А.А., Сёмин С.В., Степаняц Ю.А.* Трансформация поверхностных и внутренних волн над донным уступом. Обзор // *Фундам. прикл. гидроф.* 2015. Т. 8, № 3. С. 3–19.
34. *Xing J., Davies A.* On the importance of non-hydrostatic processes in determining tidally induced mixing in sill regions // *Contin. Shelf Res.* 2007. 27. P. 2162–2185.
35. *Ffield A., Cordon A.L.* Tidal mixing signatures in the Indonesian Seas // *J. Phys. Oceanogr.* 1996. 26. P. 1924–1937.
36. *Robertson R., Ffield A.* Baroclinic tides in the Indonesian Seas // *J. Geophys. Res.* 2008. 113. C07031.

## References

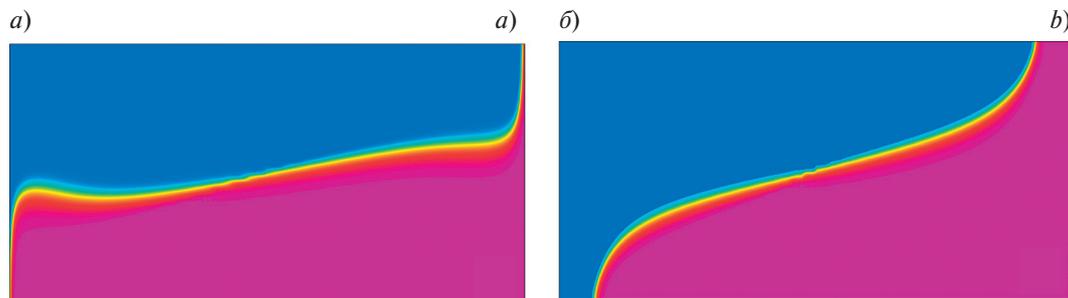
1. *Whitham G.B.* Linear and nonlinear waves. *Moscow, Mir*, 1977. 622 p. (in Russian).
2. *Gill A.* Dynamics of the atmosphere and ocean. *Moscow, Mir*, 1986. 398 p. (in Russian).
3. *Pelinovsky E.N.* Hydrodynamic of the tsunami wave. *IPF RAN, Nizhny Novgorod*, 1996. 274 p. (in Russian).
4. *Marchuk G.I., Kagan B.A.* Dynamics of ocean tides. *Leningrad, Gidrometeoizdat*, 1983. 359 p. (in Russian).
5. *Voltzinger N.E., Androsov A.A.* Nonhydrostatic tidal dynamics in the area of a seamount. *Oceanology*. 2016, 56, 4, 491–500. doi: 10.1134/S0001437016030243
6. *Voltzinger N.E., Androsov A.A.* Nonhydrostatic dynamics of straits of the World Ocean. *Fundam. Prikl. Gidrofiz.* 2016, 9, 1, 26–40 (in Russian).
7. *Ivanov V.V., Shapiro G.I., Huthnance J.M., Aleynik D.L., Golovin P.N.* Cascades of dense water around the world ocean. *Progress in Oceanography*. 2004, 60(1), 47–98. doi: 10.1016/j.pocean.2003.12.002
8. *Jones E.P., Rudels B., Anderson L.G.* Deep waters of the Arctic Ocean: origins and circulation. *Deep Sea Research I*. 1995, 42, 5, 737–760. doi: 10.1016/0967–0637(95)00013-V
9. *Gordon A.L., Orsi A.H., Muench R., Huber B.A., Zambianchi E., Visbeck M.* Western Ross Sea continental slope gravity currents. *Deep Sea Research II*. 2009, 56 (13–14), 796–817. doi:10.1016/j.dsr2.2008.10.037
10. *Budillon G., Castagno P., Aliani S., Spezie G., Padman L.* Thermohaline variability and Antarctic bottom water formation at the Ross Sea shelf break. *Deep Sea Research I*. 2011, 58, 10, 1002–1018. doi: 10.1016/j.dsr.2011.07.002

11. Mihanović H., Vilibić I., Carniel S., Tudor M., Russo A., Bergamasco A., Bubić N., Ljubešić Z., Viličić D., Boldrin A., Malačić V., Celio M., Comici C., and Raicich F. Exceptional dense water formation on the Adriatic shelf in the winter of 2012. *Ocean Sci.* 2013, 9(3), 561–572.
12. Magaldi M.G., Haine T.W.N. Hydrostatic and non-hydrostatic simulations of dense water cascading off a shelf: The East Greenland case. *Deep Sea Res. Part I.* 2015, 96, 89–104.
13. Whitehead J.A. Dense water off continents. *Nature.* 1987, 327, 656.
14. Canals M., Puig P., Durrieu de Madron, Heussner S., Palanques A., Fabres J. Flushing submarine canyons. *Nature.* 2006, 444(7117), 354–357.
15. Britter R., Linden P. The motion of the front of a gravity current travelling down an incline. *Journal of Fluid Mechanics.* 1980, 99(3), 531–543.
16. Griffiths R.W. Gravity currents in rotating systems. *Ann. Rev. Fluid Mech.* 1986, 18, 59–89.
17. Shapiro G.I., Huthnance J.M., Ivanov V.V. Dense water cascading off the continental shelf. *J. Geophysical Research: Oceans.* 2003, 108, C12.
18. Fedorov K.N. The thermohaline finestructure of the ocean. *Pergamon Press*, 1978. 170 p.
19. Whitehead D.S. A finite element solution of unsteady two-dimensional flow in cascades. *Int. J. Numer. Meth. Fluids.* 1990, 10, 13–34.
20. Condie S.A. Descent of dense water masses along continental slopes. *J. Mar. Res.* 1995, 53, 897–928.
21. Lane-Serff G.F., Baines P.G. Eddy formation by dense flows on slopes in a rotating fluid. *J. Fluid Mech.* 1998, 363, 229–253.
22. Shapiro G.I., Hill A.E. Dynamics of dense water cascades at the shelf edge. *J. Phys. Oceanogr.* 1997, 27(1), 2381–2394.
23. Özgökmen T.M., Chassignet E.P. Dynamics of Two-Dimensional Turbulent Bottom Gravity Currents. *J. Phys. Oceanogr.* 2002, 32, 1460–1478.
24. Özgökmen T.M., Fischer P.F., Duan J., Iliescu T. Entrainment in bottom gravity currents over complex topography from three-dimensional nonhydrostatic simulations. *Geophysical Research Letters.* 2004, 31, L13212.
25. Legg S., Hallberg R.W., Girton J.B. Comparison of entrainment in overflows simulated by z-coordinate, isopycnal and non-hydrostatic models. *Ocean Modelling.* 2006, 11(1–2), 69–97.
26. Vlasenko V., Stashchuk N., Hutter K. Baroclinic tides. Theoretical modelling and observational evidence. *Cambridge University Press*, 2005.
27. Hide R., Mason P.J. Sloping convection in a rotating fluids. *Adv. Phys.* 1975, 24, 47–100.
28. Shapiro G.I., Zatsepin A.G. Gravity currents down a steeply inclined slope in a rotating fluid. *Annales Geophysicae.* 1997, 15, 366–374. doi: 10.1007/s00585–997–0366-x
29. Haidvogel D., Beckmann A. Numerical ocean circulation modeling. *Imper. College Press.* 1999, 283–286.
30. Heggelund Y., Vikebo F., Berntsen J., Furnes G. Hydrostatic and non-hydrostatic studies of gravitational adjustment over a slope. *Contin. Shelf Res.* 2004, 24, 3133–3148.
31. Androsov A.A., Voltzinger N.E. The straits of World Ocean — the general approach to modeling. *St. Petersburg, Nauka*, 2005. 188 p.
32. Stelling G., Zijlema M. An accurate and efficient finite-difference algorithm for non-hydrostatic free-surface flow with application to wave propagation. *Int. J. Numer. Meth. Fluids.* 2003, 43, 1–23.
33. Kurkin A.A., Semin S.V., Stepanyants Y.A. Transformation of surface and internal waves over the bottom step. Review. *Fundam. Prikl. Gidrofiz.* 2015, 8(3), 3–19 (in Russian).
34. Xing J., Davies A. On the importance of non-hydrostatic processes in determining tidally induced mixing in sill regions. *Contin. Shelf Res.* 2007, 27, 2162–2185.
35. Ffield A., Cordon A.L. Tidal mixing signatures in the Indonesian Seas. *J. Phys. Oceanogr.* 1996, 26, 1924–1937.
36. Robertson R., Ffield A. Baroclinic tides in the Indonesian Seas. *J. Geophys. Res.* 2008, 113, C07031.



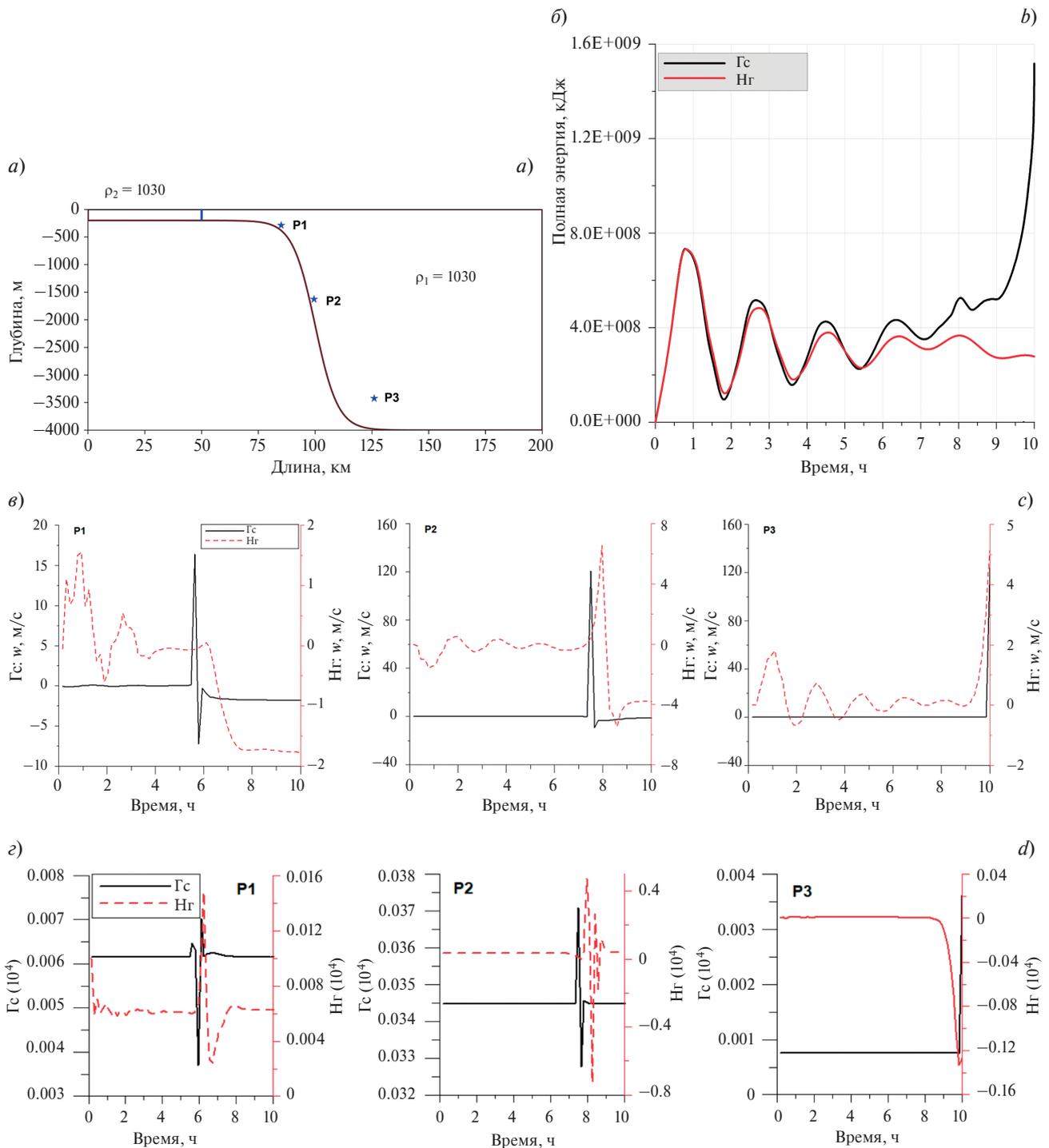
**Рис. 2.** Три положения поверхности раздела в процессе гравитационного приспособления: начальное (а), промежуточное, 25 с (б) и конечное (в).

**Fig. 2.** Three positions of the interface in the process of gravitational adaptation: initial (a); intermediate (25 sec) (b), final (c).



**Рис. 3.** Сечение поверхности раздела в процессе приспособления на момент времени 35 с для решения задач в Гс (а) и Нг (б) постановках.

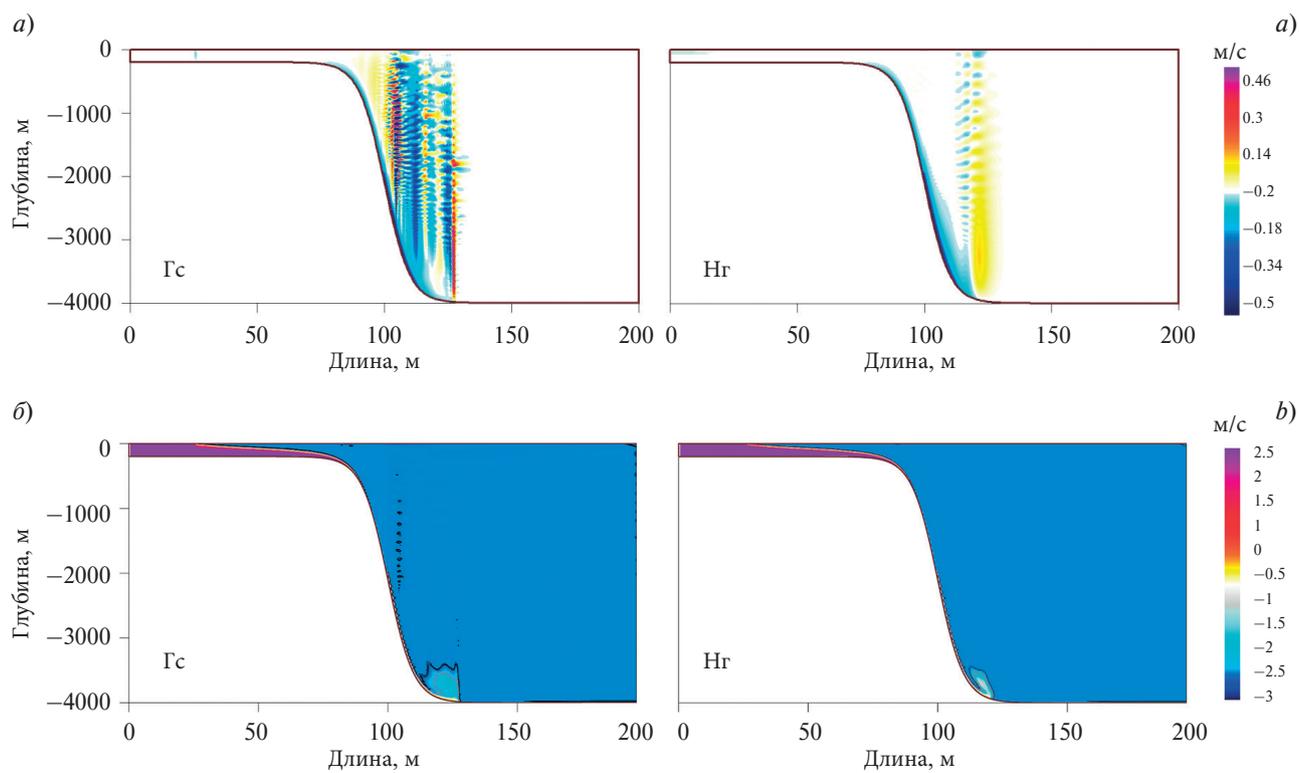
**Fig. 3.** Section of the interface in the process of adaptation at the moment of time 35 sec for solving problems in (a) *Hs* and (b) *Nh* approaches.



**Рис. 4.** Динамика на континентальном склоне. *a* — моделируемая область с тремя точками вдоль материкового склона для анализа результатов; *b* — полная энергия  $H_s$  и  $N_h$  решения; *в* — вертикальная скорость для  $H_s$  и  $N_h$  задач в выбранных точках, отмеченных на рис. 4, *a*; *г* — сравнение  $H_s$  и  $N_h$  давления в точках P1-P3 (рис. 4, *a*).

**Fig. 4.** Dynamics on the continental slope. *a* — a modelled area with three points along the continental slope for analysis of results; *b* — total energy of the  $H_s$  and  $N_h$ ; *с* — vertical velocity for  $H_s$  and  $N_h$  approaches at selected points shown in upper panel left; *d* — comparison of  $H_s$  and  $N_h$  pressure at points P1-P3 (*a*).

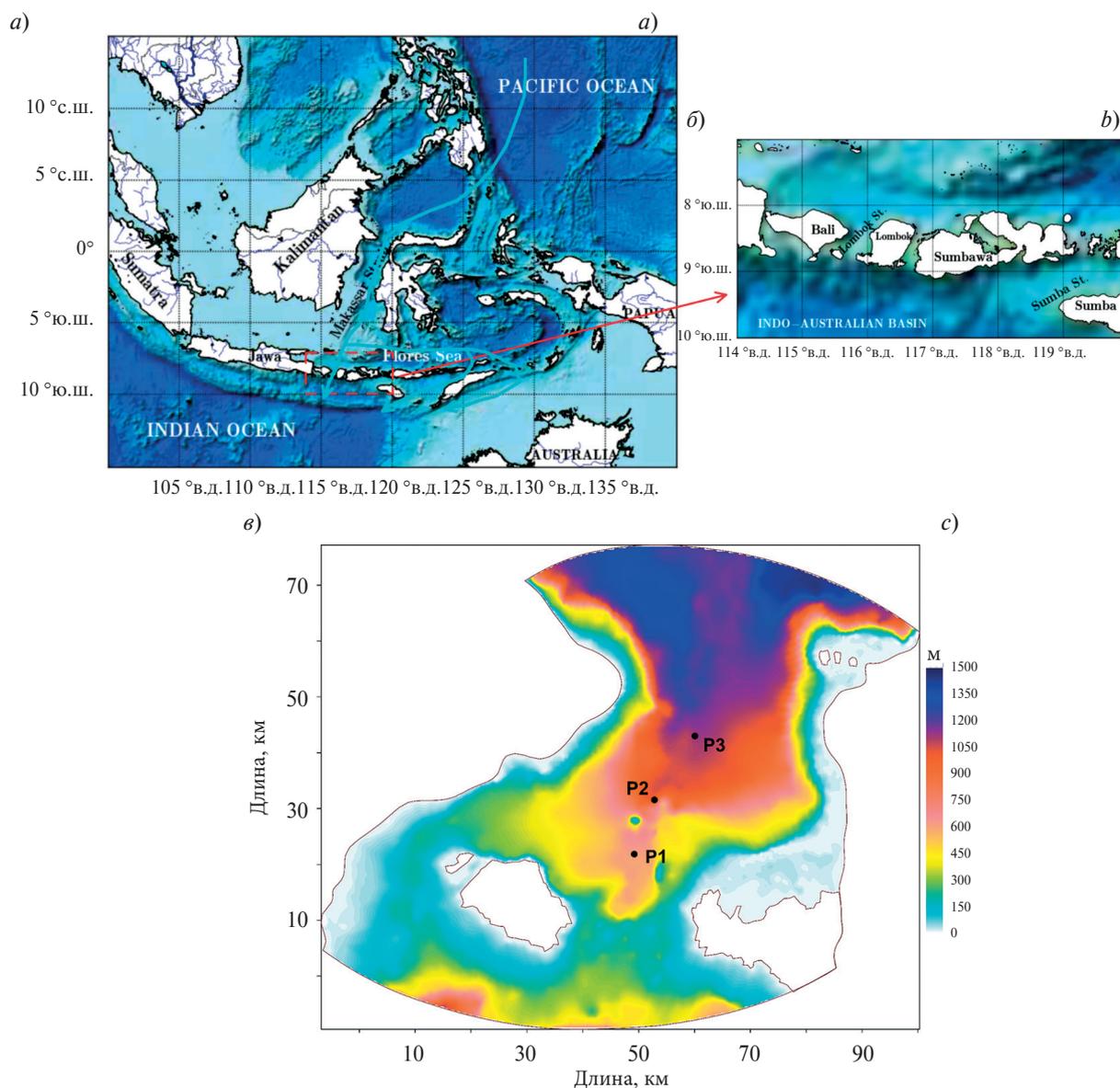
К статье *Вольцингер Н.Е., Андросов А.А. Моделирование длинноволновой динамики...*  
*Voltzinger N.E., Androsov A.A. Modelling long-wave dynamics on the continental slope...*



**Рис. 5.** Динамика на континентальном склоне. *a* — поле вертикальных скоростей; *b* — плотностной линзы на континентальном склоне на момент времени 10 ч в Гс и Нг постановках.

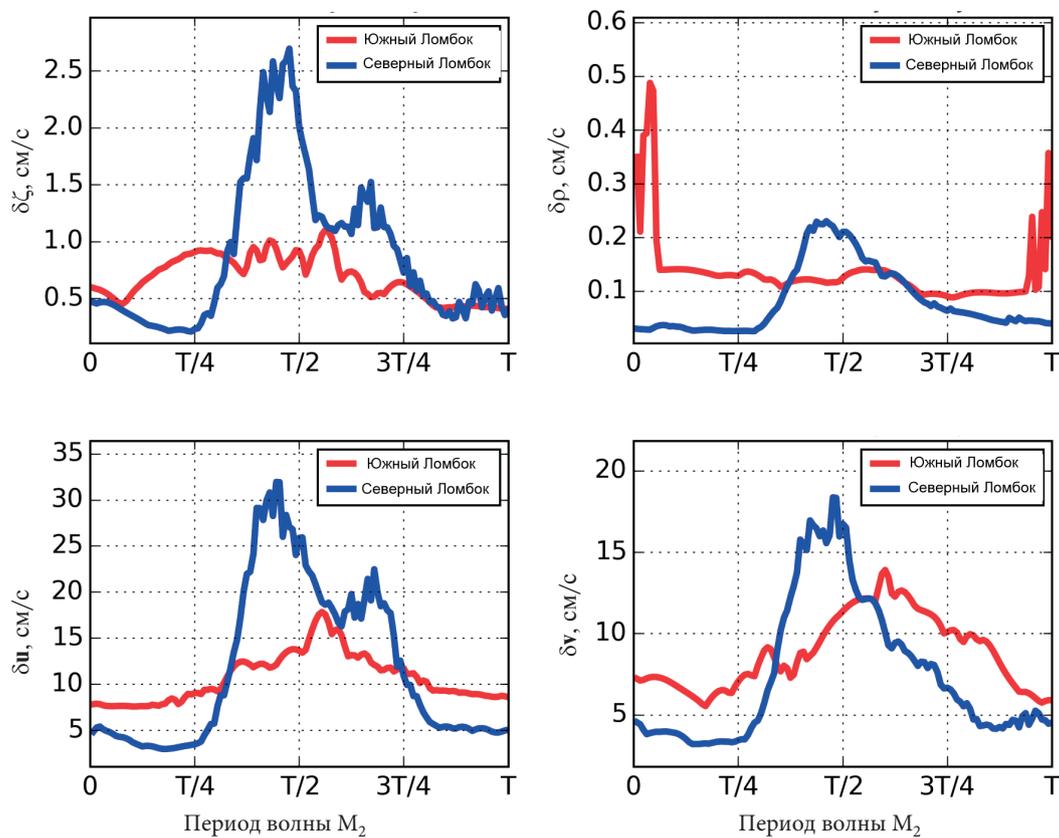
**Fig. 5.** Dynamics on the continental slope. *a* — vertical velocities; *b* — density lens on the continental slope at the moment of time 10 h in *Hs* and *Nh*.

К статье *Вольцингер Н.Е., Андросов А.А. Моделирование длинноволновой динамики...*  
*Voltzinger N.E., Androssov A.A. Modelling long-wave dynamics on the continental slope...*



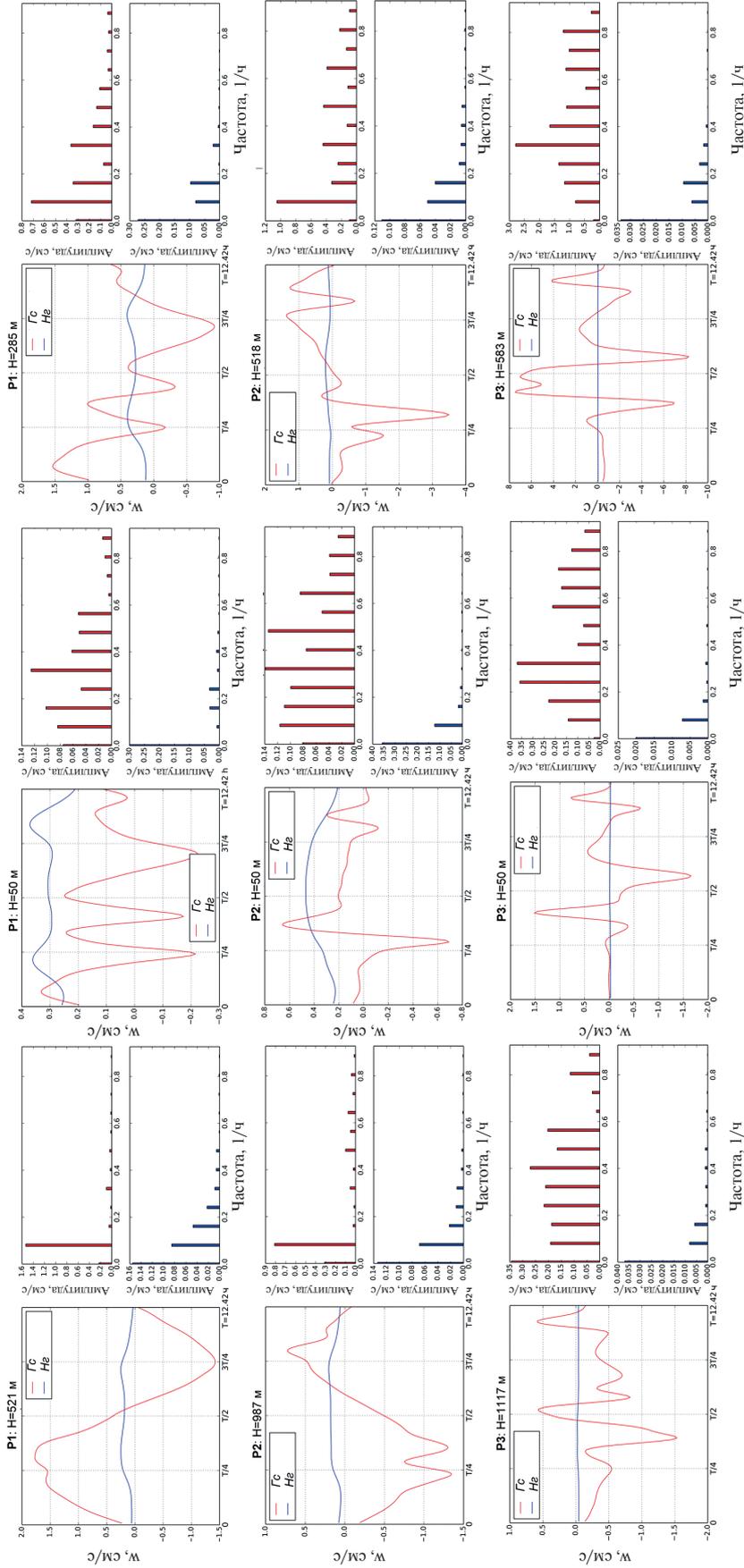
**Рис. 6.** Ломбокский пролив. *a* — карта области Индонезийского архипелага; *b* — детализация области пролива Ломбок; *в* — батиметрия пролива Ломбок с тремя точками (P1-P3) для анализа вертикальной скорости.

**Fig. 6.** Lombok Strait. The upper panel left (*a*) — map of the area of the Indonesian Archipelago; upper panel right (*b*) — detailing the area of the Lombok Strait; bottom panel (*c*) — bathymetry of the Lombok Strait with three points (P1-P3) for the analysis of vertical velocity.



**Рис. 7.** Разность  $\delta(\boldsymbol{\mu})$  решений Нг и Гс задач для вектора  $\boldsymbol{\mu} = (\mathbf{v}, \zeta, \rho')$ ,  $\rho' = \rho - \rho_0$ , в максимальной норме.

**Fig. 7.** The difference  $\delta(\boldsymbol{\mu})$  of the solutions  $Nh$  and  $Hs$  of problems for the vector  $\boldsymbol{\mu} = (\mathbf{v}, \zeta, \rho')$ ,  $\rho' = \rho - \rho_0$ , in the maximum norm.



**Рис. 8.** Поведение вертикальной скорости в трех точках (рис. 6, *е*) за приливной период волны M2 на трех горизонтах. Верхняя панель — P1; средняя панель — P2; нижняя панель — P3. Левый ряд — 50 м от дна; средний ряд — 50 м от поверхности; правый ряд — средняя по глубине точка. Красный цвет — Гс; синий цвет — Hg.

**Fig. 8.** The behaviour of the vertical velocity at three points (fig. 6 bottom panel) during the tidal period of the M2 wave at three horizons. Top panel — P1; middle panel — P2; bottom panel — P3. Left row — 50 meters from the bottom; middle row — 50 meters from the surface; the right row is the point average in depth. Red — *Hs*; blue — *Mh*.