

УДК 519.63; 532.5

© К. С. Плыгунова^{1*}, А. С. Козелков^{1,2}, Д. Ю. Стрелец³, Д. А. Уткин¹, В. В. Курулин¹, 2022

¹Российский Федеральный Ядерный Центр — Всероссийский научно-исследовательский институт экспериментальной физики, 607188, пр. Мира, д. 37, г. Саров, Нижегородская обл., Россия

²Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева, 603950, ул. Минина, д. 24, г. Нижний Новгород, Россия

³Московский авиационный институт, 125993, Волоколамское ш., д. 4, г. Москва, Россия

*E-mail: xenia28_94@mail.ru

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ЧИСЛЕННОГО МЕТОДА И СЕТОЧНЫХ ПАРАМЕТРОВ НА ТОЧНОСТЬ МОДЕЛИРОВАНИЯ СВОБОДНЫХ КОЛЕБАНИЙ ЦИЛИНДРА НА ВОДНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Статья поступила в редакцию 08.04.2021, после доработки 01.12.2021, принята в печать 20.12.2021

Аннотация

Статья посвящена исследованию влияния численного метода и сеточных параметров на точность моделирования свободных колебаний цилиндра на водной поверхности. Представлено описание используемого численного метода моделирования плавания тел, основанного на численном решении уравнений Навье-Стокса. Для численной дискретизации используется конечно-объемный метод, позволяющий проводить расчеты на неструктурированной сетке. Моделирование свободной поверхности проводится по методу VOF (Volume Of Fluid). Учет движения твердого тела осуществляется путем деформации расчетной сетки с сохранением ее топологии. Для решения уравнения движения и неразрывности используется метод SIMPLE. Учет сил поверхностного натяжения осуществляется с помощью модели CSF (Continuum Surface Force). Описанный численный метод применяется для решения задачи о затухающих свободных колебаниях цилиндра на водной поверхности. Рассматриваются вопросы влияния на решение сеточного разрешения, величины шага по времени, порядка аппроксимации по времени и по пространству, а также вопросы, касающиеся метода сглаживания гидродинамических сил, действующих на тело, которые зачастую используются для решения практических задач. Анализ полученных результатов показывает, что применение схем повышенного порядка для дискретизации по пространству и времени позволяет повысить точность решения. При высоком сеточном разрешении и малом шаге по времени коэффициент релаксации силы, действующей на тело, не оказывает сильного влияния на получаемый результат.

Ключевые слова: вычислительная гидродинамика, volume of fluid, плавание тел, свободная поверхность, уравнения Навье-Стокса

© К. С. Плыгунова^{1*}, А. С. Козелков^{1,2}, Д. Ю. Стрелец³, Д. А. Уткин¹, В. В. Курулин¹, 2022

¹Russian Federal Nuclear Center — The All-Russian Research Institute of Experimental Physics, 607188, pr. Mira, 37, Sarov, Nizhny Novgorod Region, Russia

²Nizhny Novgorod State Technical University n.a. R.E. Alekseev, 603950, Minin Str., 24, Nizhny Novgorod, Russia

³Moscow Aviation Institute, 125993, Volokolamskoe Shosse, 4, Moscow, Russia

*E-mail: xenia28_94@mail.ru

THE INFLUENCE OF NUMERICAL METHOD AND GRID PARAMETERS ON THE SIMULATION ACCURACY OF DAMPED OSCILLATIONS OF FREE FLOATING CYLINDER

Received 08.04.2021, Revised 01.12.2021, Accepted 20.12.2021

Abstract

The paper concentrates on the influence of grid parameters, the time step size, and the order of temporal and spatial approximation on the solution accuracy of the floating body problem. Damped free oscillations of the cylinder on the water surface is under consideration. The numerical simulation method of the floating bodies is based on the solution of a system of Navier-Stokes

Ссылка для цитирования: Плыгунова К.С., Козелков А.С., Стрелец Д.Ю., Уткин Д.А., Курулин В.В. Исследование влияния численного метода и сеточных параметров на точность моделирования свободных колебаний цилиндра на водной поверхности // *Фундаментальная и прикладная гидрофизика*. 2022. Т. 15, № 2. С. 33–46. doi:10.48612/fpg/kx4r-pr4d-fba8

For citation: Plygunova K.S., Kozelkov A.S., Strelets D.Y., Utkin D.A., Kurulin V.V. The Influence of Numerical Method and Grid Parameters on the Simulation Accuracy of Damped Oscillations of Free Floating Cylinder. *Fundamental and Applied Hydrophysics*. 2022, 15, 2, 33–46. doi:10.48612/fpg/kx4r-pr4d-fba8

equations together with a VOF (Volume Of Fluid) method. The Navier–Stokes equations are discretized using finite volume method (FVM), and solved by SIMPLE method. The motion of the body is ensured by the deformation of the computational grid. A CSF (Continuum Surface Force) model is used to account for the surface tension forces. The method is implemented in LOGOS software package. The research has shown that implementation of the second-order scheme for temporal and spatial discretization leads to a more accurate result. The relaxation factor of body surface force has no effects on the solution accuracy.

Keywords: CFD, volume of fluid, floating body, free surface flows, Navier–Stokes equations

1. Введение

В задачах вычислительной гидродинамики большой интерес представляет процесс плавания тел, который встречается во многих отраслях науки и техники. Влияние волновых нагрузок на гидротехнические сооружения, в том числе на плавучие платформы для добычи нефти и газа [1] и волновые электростанции [2], расчет качки судов на встречном волнении [3, 4], проектирование оптимальной формы обвода судна для обеспечения мореходности [5, 6], воздействие штормовых волн на корпус судна [7], моделирование приводнения пассажирского самолета [8] — все эти задачи промышленности, так или иначе, связаны с процессом плавания. Их главные особенности — это наличие свободной поверхности и твердых подвижных тел.

Основными используемыми подходами для моделирования течений со свободной поверхностью являются: метод маркеров в ячейках (marker-and-cell method) [9], метод движения границы раздела (the front-tracking method) [10], метод функций уровня (levelset method) [11], метод фазовых полей (phase-field methods) [12], метод VOF (volume of fluid) [13]. Последний, метод VOF, нашел широкое применение в связи с тем, что он хорошо обобщается на случай неструктурированных сеток и произвольного количества фаз [14].

Учет подвижных тел можно осуществлять различными методами. Распространенным является метод деформации сетки с сохранением ее топологии, в котором расчетная сетка двигается и деформируется в соответствии с движением границ тела [15, 16]. Вычисление сглаженного перемещения узлов осуществляется методом интерполяции, например, IDW [17]. Метод подходит для задач с небольшими перемещениями тела, в случае значительных перемещений он приводит к излишней деформации сетки, деградации ее качества и, как итог, к нарушению сходимости численного метода. Вторым популярным методом является метод перекрывающихся сеток [18, 19], который подразумевает наличие нескольких топологически несвязанных сеток и обеспечивает их взаимодействие как единого целого, позволяя получать хорошие результаты при соблюдении ряда требований к разрешению сеток в области перекрытия [20, 21]. Недостатком метода является необходимость использования интерполяции величин на границе перекрытия сеток, что приводит к возможному нарушению консервативности и потери точности решения. Существуют и другие методы учета перемещений тела, например, метод погруженных границ [22, 23], метод перестроения сетки с изменением топологии [24], которые менее распространены при моделировании плавания тел, вследствие наличия тех или иных недостатков.

Численному моделированию плавания тел посвящено большое количество работ. Наиболее часто встречающийся способ отслеживания границы раздела фаз — VOF метод и его различные модификации. Он используется в [25], где моделируется плавание цилиндра на регулярных волнах с помощью перекрывающихся сеток и деформирующихся сеток, результаты сравниваются между собой, а также с экспериментальными данными [26]. Второй метод учета движения цилиндра оказался более эффективным, поскольку потребовал меньше времени расчета при одинаковых вычислительных затратах и схожих численных результатах. В [27] изучается движение T-образного контейнера под действием различных волновых нагрузок. Численно эксперимент воспроизводится при помощи VOF-подобного метода THINC/WLIC для отслеживания межфазной границы и разновидности метода частиц, разработанного авторами, для учета движения тела. Полученные в работе результаты, в целом, хорошо согласуются с экспериментальными данными, однако, методика учета движения тела не получила широкого распространения. Существует ряд работ, в которых успешно используется метод сглаженных частиц — бессеточный метод, в котором среда заменяется набором точечных частиц, переносящих её свойства. Так, в [28] численно исследуется плавание контейнера, который удерживается якорной системой. В работе [7] проводится натурный и численный эксперимент по изучению поведения упрощенной модели рыбацкого судна на регулярных волнах большой амплитуды. Но следует заметить, что применение данного метода при решении крупномасштабных задач может привести к огромным вычислительным затратам.

За последнее время появилось много работ, в которых рассматриваются модели реальных морских судов. Одна из самых распространенных — международная тестовая модель контейнеровоза KCS (KRISO container ship), которую разработал Южно-Корейский научно-исследовательский институт кораблестро-

ения и океанической инженерии (Korea Research Institute of Ships and Ocean Engineering, KRISO). Изучению её гидродинамических характеристик посвящены работы [4], [28]. В [29] моделируются самоходные испытания контейнеровоза KCS с помощью метода функций уровня и технологии сеток с перекрытиями. В [4] определяются буксировочное сопротивление и сопротивление судна на встречном волнении, кривые действия гребного винта, а также численно моделируются самоходные испытания. Для отслеживания границы раздела фаз в этой работе использовался VOF метод, для учета движения контейнеровоза — метод деформации сетки и метод перекрывающихся сеток.

Обзор работ показывает, что для моделирования плавания тел наиболее популярной является связка метода VOF для отслеживания свободной поверхности и метода деформации сетки для учета движения тел. Ключевым вопросом для этой связки является влияние параметров численного метода и сеточных параметров на точность моделирования процесса плавания тел. Обычно приводятся лишь итоговые решения, либо решения на сетках разной размерности, опуская вопросы выбора шага по времени, порядка схем дискретизации, сглаживания и другие. Поскольку рассматриваемая задача является нелинейной, а процессы гидродинамики и движения тела расщеплены по времени, перечисленные параметры могут серьезно влиять на итоговый результат. Данная статья является попыткой восполнить описанный пробел. В ней рассматривается метод VOF совместно с методом деформации сетки и исследуется влияние численного метода и сеточных параметров на точность моделирования плавания тел.

В качестве базовой рассматривается задача о затухающих свободных колебаниях цилиндра на водной поверхности. Данная задача имеет простую конфигурацию, но при этом воспроизводит сложный для моделирования процесс нестационарного движения с значительным влиянием сил поверхностного натяжения, и имеет надежные аналитические и экспериментальные данные [30, 31]. Рассматриваются вопросы влияния на решение сеточного разрешения, величины шага по времени, порядка аппроксимации по времени и по пространству, а также вопросы, касающиеся метода сглаживания гидродинамических сил, действующих на тело, которые зачастую используются для решения практических задач. Исследование выполнено на базе российского CAE-решения ЛОГОС [32–34].

2. Методы и подходы

Используемая математическая модель для моделирования плавания тел основана на трехмерных уравнениях Навье–Стокса и методе VOF для отслеживания свободной поверхности. Предполагается, что течение изотермическое, а поле скорости общее для всех фаз. Учитывая данные допущения, получим систему уравнений, состоящую из уравнения сохранения массы, уравнения сохранения импульса и уравнения переноса объёмной доли, которая в декартовых координатах имеет вид [13]:

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i) = 0, \\ \frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i u_j) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \tau_{ij} + \rho g_i, \\ \frac{\partial \rho_\xi \alpha_\xi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(u_i \rho_\xi \alpha_\xi) = 0 \end{cases} \quad (1)$$

где t — время, $u_i = \{u_1, u_2, u_3\} = \{u, v, w\}$ — скорость, x_i — компонент пространственного вектора, τ_{ij} — тензор вязких напряжений, g_i — вектор ускорения свободного падения, ξ — индекс, указывающий на принадлежность к отдельной фазе, α_ξ — объёмная доля ξ -й фазы, ρ — результирующая плотность, представляющая собой усреднённое значение плотности по всем фазам:

$$\rho = \sum_{\xi=1}^N \rho_\xi \alpha_\xi, \quad (2)$$

где N — количество фаз.

Тензор вязких напряжений принимает вид [34]:

$$\tau_{ij} = \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{2}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right), \quad (3)$$

где μ — результирующая динамическая вязкость, δ_{ij} — символ Кронекера.

Для учёта подвижных тел используется метод деформации расчётной сетки без изменения её топологии. Учёт движения сетки в системе (1) осуществляется путём перехода в уравнениях переноса объёмной доли фаз и импульса к подвижной системе координат по известному закону [35]:

$$\frac{d^* \varphi}{dt} = \frac{\partial \varphi}{\partial t} + v_i \frac{\partial \varphi}{\partial x_i}, \quad (4)$$

где $\frac{d^* \varphi}{dt}$ — субстанциональная производная переносимого скаляра φ относительно подвижной системы координат, v_i — вектор скорости перемещения сетки. С использованием (4) уравнение переноса объёмной доли можно записать следующим образом:

$$\frac{d^* \alpha_\xi}{dt} + (u_i - v_i) \frac{\partial \alpha_\xi}{\partial x_i} + \alpha_\xi \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = -\frac{\alpha_\xi}{\rho_\xi} \left[\frac{d^* \rho_\xi}{dt} + (u_i - v_i) \frac{\partial \rho_\xi}{\partial x_i} \right]. \quad (5)$$

Здесь $\frac{d^* \alpha_\xi}{dt}$ — субстанциональная производная на движущейся сетке.

Уравнение сохранения импульса также формулируется относительно подвижной системы координат с учётом (4):

$$\rho \frac{d^* u_i}{dt} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_i (u_j - v_j)) - u_i \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho (u_j - v_j)) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + \rho g_i. \quad (6)$$

Уравнение сохранения массы записывается относительно скорости в подвижной системе координат:

$$\frac{\partial (u_i - v_i)}{\partial x_i} = -\sum_{\xi} \frac{\alpha_\xi}{\rho_\xi} \left[\frac{d^* \rho_\xi}{dt} + (u_i - v_i) \frac{\partial \rho_\xi}{\partial x_i} \right]. \quad (7)$$

Таким образом, конечная система уравнений (1) принимает следующий вид:

$$\begin{cases} \frac{\partial (u_i - v_i)}{\partial x_i} = -\sum_{\xi} \frac{\alpha_\xi}{\rho_\xi} \left[\frac{d^* \rho_\xi}{dt} + (u_i - v_i) \frac{\partial \rho_\xi}{\partial x_i} \right] \\ \rho \frac{d^* u_i}{dt} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_i (u_j - v_j)) - u_i \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho (u_j - v_j)) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + \rho g_i \\ \frac{d^* \alpha_\xi}{dt} + (u_i - v_i) \frac{\partial \alpha_\xi}{\partial x_i} + \alpha_\xi \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = -\frac{\alpha_\xi}{\rho_\xi} \left[\frac{d^* \rho_\xi}{dt} + (u_i - v_i) \frac{\partial \rho_\xi}{\partial x_i} \right] \end{cases} \quad (8)$$

В таком виде уравнения системы (8) реализуются в рамках конечно-объёмной технологии дискретизации [36–38]. Вычисление перемещения узлов осуществляется методом IDW [16].

Дискретизация уравнений системы (8) осуществляется на основе метода конечных объёмов с учётом неструктурированности расчётной сетки. Решение системы уравнений (8) основано на алгоритме типа SIMPLE [32, 37–40]: нахождение полей скорости и давления по схеме предиктор-корректор с формировкой систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Учет силы тяжести производится с использованием алгоритма, основанного на поправке объёмных сил [40], который обеспечивает отсутствие осцилляций, связанных с неколокированным размещением неизвестных величин, на сетках любого типа.

Описанная выше методика, реализована в ЛОГОС [32, 36] — российском САЕ-решении, предназначенном для моделирования сопряженных трехмерных задач конвективного теплопереноса, аэродинамики, гидродинамики и прочности на высокопараллельных ЭВМ. Пакет программ ЛОГОС успешно прошел верификацию и показал достаточно хорошие результаты на серии различных гидродинамических задач [33, 40], включая распространение гравитационных волн на свободной поверхности (цунами) [34, 41], и промышленных задач [36, 42]. Ускорение вычислений для проведения расчетов на высокопроизводительных супер-ЭВМ осуществляется многосеточным методом [36].

3. Численный эксперимент

Рассматривается задача о свободном движении цилиндра на поверхности воды. Расчетная область состоит из бассейна длиной $130d$ и высотой $16d$, заполненного водой на $8,17d$, и цилиндра диаметром

$d = 0,1524$, плотность которого равна половине плотности воды. В начальный момент времени цилиндр погружен в воду на $0,16d$ выше своей оси (рис. 1), затем под действием силы Архимеда он начинает совершать свободные затухающие колебания на водной поверхности. Для данной задачи имеется аналитическое решение [30] и экспериментальные данные [31] по перемещению центра масс цилиндра от времени.

Затухание движения обусловлено вязкостью и эффектом поверхностного натяжения. Роль поверхностного натяжения можно оценить посредством соотношения между вязким трением и поверхностным натяжением через число капиллярности Ca :

$$Ca = \mu u / \sigma,$$

где $\sigma = 0,073$ Н/м — коэффициент поверхностного натяжения μ — молекулярная вязкость, $u \approx 0,2$ м/с — характерная скорость движения жидкости. В задаче влияние поверхностного натяжения значительное ($Ca \approx 0,003$). Для его учета использовалась модель CSF (Continuum Surface Force) [43].

В расчете использовались следующие параметры веществ: молекулярная вязкость воздуха $\mu_{\text{возд}} = 1,85 \times 10^{-5}$ кг/(м·с), плотность воздуха $\rho_{\text{возд}} = 1,205$ кг/м³, молекулярная вязкость воды $\mu_{\text{в}} = 0,001$ кг/(м·с), плотность воды $\rho_{\text{в}} = 1000$ кг/м³. Течение принимается ламинарным.

В качестве граничных условий на стенки и дно бассейна, а также на стенки цилиндра накладывалось граничное условие непротекания, на границе сверху фиксировалось нулевое статическое давление. Использовалась преимущественно шестигранная расчетная сетка с призматическими слоями у поверхности цилиндра, со сгущением в области расположения цилиндра и на границе раздела фаз (рис. 2). Базовый размер ячейки и измельчение в призматических слоях варьировалось для оценки сеточной сходимости.

В процессе расчета в соответствии с перемещением цилиндра происходила деформация расчетной сетки, пример таких деформаций представлен на рис. 3.

На рис. 4 показана трехмерная картина распространения волн от цилиндра на различные моменты времени.

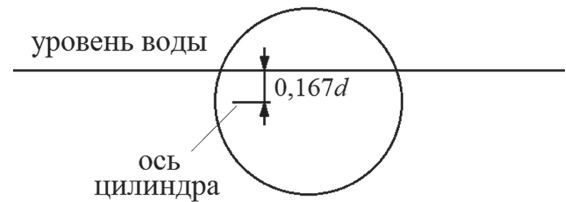


Рис. 1. Начальное положение цилиндра

Fig. 1. Initial position of the cylinder

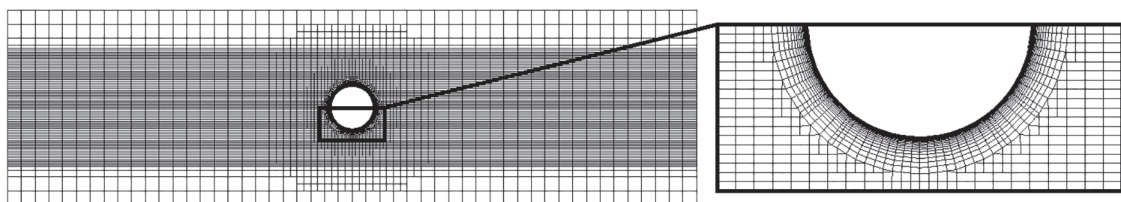


Рис. 2. Расчетная сетка и ее фрагмент в области цилиндра

Fig. 2. The computational grid and its portion in the area of the cylinder

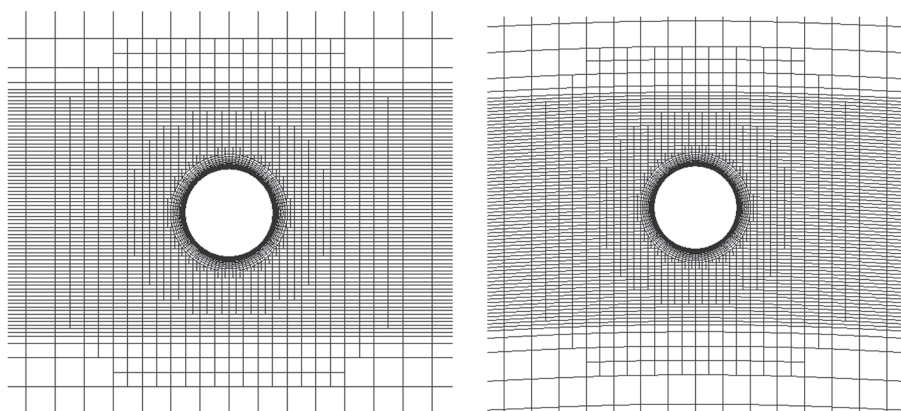


Рис. 3. Фрагмент расчетной сетки на начало расчета и на момент времени максимального сдвига цилиндра

Fig. 3. The computational grid at initial time and at a point in time of the cylinder's peak displacement

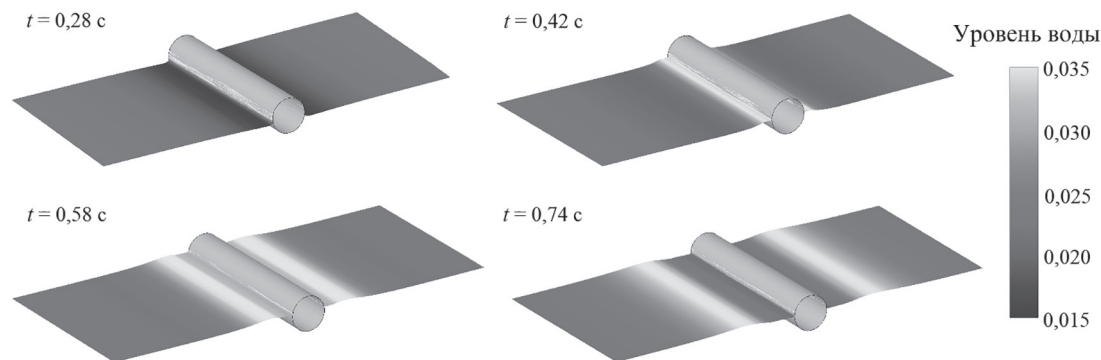


Рис. 4. Распространение волн от цилиндра

Fig. 4. Wave propagation from the cylinder

Шаг по времени и схема дискретизации по времени варьировались для исследования влияния на результат. В уравнении объемной доли для дискретизации конвективных слагаемых использовалась схема HRIC, в уравнении движения — противопоточная схема первого порядка, за исключением расчетных случаев, где схема дискретизации изменялась. Далее представлены исследования влияния различных параметров на точность решения задачи.

4. Результаты и обсуждение

4.1. Влияние сеточного разрешения и схемы дискретизации конвективного слагаемого

Для исследования влияния сеточного разрешения на точность результата расчет проводится на четырех сетках, отличающихся базовым размером ячейки и толщиной призматического слоя. Их параметры приведены в табл. 1.

Шаг по времени составлял $\Delta t^* = 1 \cdot 10^{-4} \cdot \sqrt{g/r}$. Данное значение было выбрано по результатам предварительных расчетов и является достаточно малым, чтобы не оказывать влияния на результат. Схемы дискретизации конвективного слагаемого — противопоточная схема первого порядка UD (Upwind Differences) и противопоточная схема второго порядка с линейной интерполяцией LUD (Linear Upwind Differences).

В качестве сравнительной характеристики рассматривается перемещение центра масс во времени. Используются нормированные координаты $y^* = y/y_0$ и время $t^* = t\sqrt{g/r}$, где y_0 — начальная координата центра масс цилиндра, g — ускорение свободного падения, r — радиус цилиндра. Результаты расчета на четырех различных сетках показаны на рис. 5.

Как видно из рис. 3, для первых трех колебаний ($t^* < 22$) все четыре расчетные зависимости хорошо описывают характер движения цилиндра. У всех сеток до $t^* = 22$ положения максимумов и минимумов нормированной координаты центра масс тела совпадают с экспериментальными. После момента времени $t^* = 22$ результаты для сеток G2–G4 качественно повторяют эксперимент, для сетки G1 результат отклоняется от экспериментальной кривой вследствие недостаточного разрешения на границе раздела фаз.

Таблица 1
Table 1

Параметры расчетных сеток
Parameters of computational grids

Сетка	Базовый размер ячейки, м	Толщина призматического слоя, м
G1	0,1125	0,05625
G2	0,075	0,0375
G3	0,05	0,025
G4	0,033	0,01665

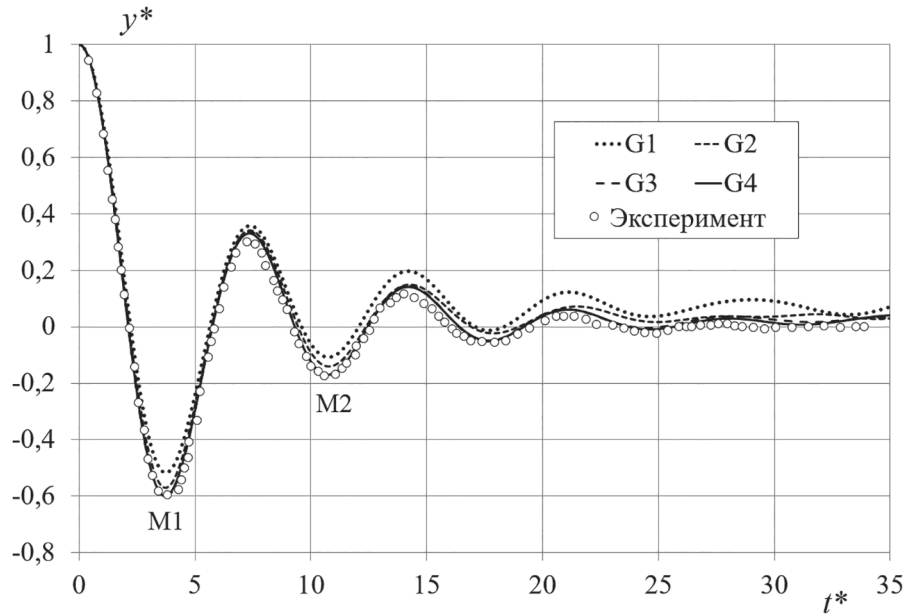


Рис. 5. График зависимости координаты цилиндра от времени для G1–G4 и схемы UD

Fig. 5. Coordinates of the cylinder plotted against the time for G1–G4 and UD scheme

В качестве количественной меры были выбраны значения двух экстремумов временной зависимости перемещения центра масс тела, которые соответствуют всплытию цилиндра — M1, M2. Такой выбор обусловлен тем, что при начальном всплытии тела сила Архимеда преобладает над силами поверхностного натяжения, однако при последующем погружении цилиндра и далее влияние эффекта поверхностного натяжения возрастает, поэтому экстремумы, соответствующие погружению, не рассматриваются.

Отклонения значений экстремумов, полученных в расчетах со схемой UD и LUD на различных сетках, от экспериментального значения приведены в табл. 2.

Максимальные отклонения результатов расчета от эксперимента наблюдаются для экстремума M2 и составляют для сеток G1 и G2 со схемой UD около 40 % и 20 % соответственно, со схемой LUD — около 35 % и 20 % соответственно. Сетки G3 и G4 имеют достаточное разрешение для качественного результата, отклонение значений экстремумов не превышает 4 % в случае применения схемы UD и 3 % в случае применения схемы LUD.

На рис. 6 и 7 приведены зависимости отклонений значений экстремумов M1 и M2 на сетках G1-G4 для схем UD и LUD от удельного размера ячейки расчетной сетки.

При последовательном измельчении расчётной сетки достигается предельное численное решение, которое перестаёт зависеть от используемой схемы дискретизации. Из рис. 6–7 видно, что схема LUD быстрее стремится к этому значению, чем схема UD. Таким образом, использование схемы второго порядка точности (LUD) для дискретизации конвективных слагаемых для скорости позволяет увеличить точность получаемого решения.

Из рис. 6–7 также видно, что сеточная сходимость достигается на G4, и дальнейшего измельчения расчетной сетки не требуется. Дальнейшие исследования проводятся на сетке G4.

Таблица 2

Table 2

Отклонения значений экстремумов, полученных на сетках G1-G4, от эксперимента
 Deviations in the values of extreme points M1 and M2 for G1-G4 from experimental data

Экстремум	Отклонение от эксперимента, %							
	G1		G2		G3		G4	
	UD	LUD	UD	LUD	UD	LUD	UD	LUD
M1	13,4	11,4	4,4	3,1	-1,3	-2,8	-0,5	-1,0
M2	38,6	33,4	20,2	19,2	3,6	1,1	3,2	1,6

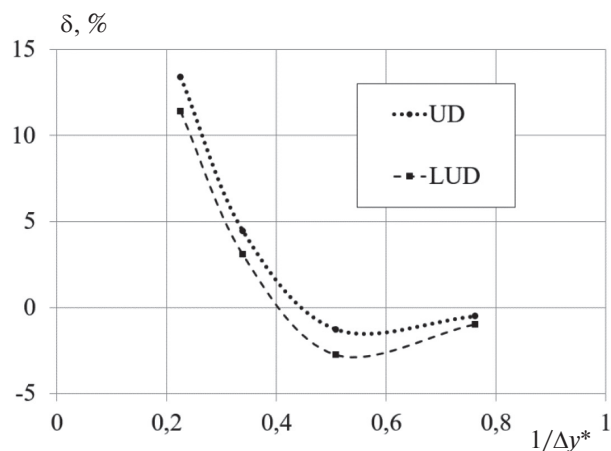


Рис. 6. Зависимости отклонений значений экстремума M1 на сетках G1-G4 для схем UD и LUD

Fig. 6. Deviations in the values of extreme point M1 as a function of a specific size of a computational cell

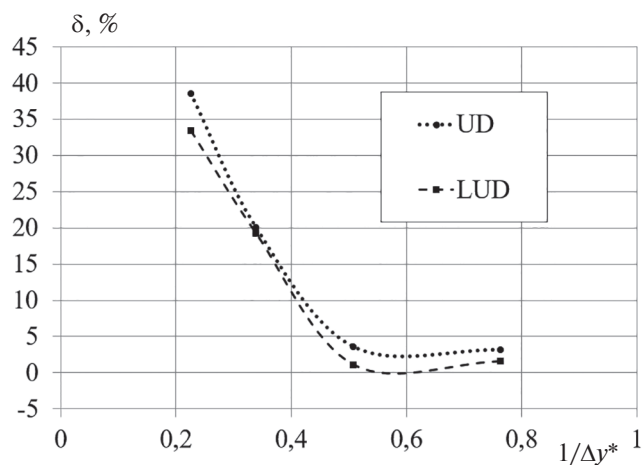


Рис. 7. Зависимости отклонений значений экстремума M2 на сетках G1-G4 для схем UD и LUD

Fig. 7. Deviations in the values of extreme point M2 as a function of a specific size of a computational cell

4.2. Влияние величины шага по времени и схемы дискретизации по времени

Рассматриваемая задача является нелинейной и нестационарной, при этом численный метод использует расщепление процессов по времени для движения среды жидкость-газ и для движения твердого тела. В таких условиях велико влияние на результат величины временного шага и схемы дискретизации по времени. Для исследования рассмотрим шесть различных значения временных шагов (табл. 3).

В табл. 3 представлена величина шага по времени, реализующееся в расчете максимальное значение числа Куранта, а также отношение величины шага по времени к периоду колебания цилиндра, который равен $T^* \approx 7,3$.

На рис. 8 представлены зависимости положения центра тяжести цилиндра от времени для расчетов с различными временными шагами и схемой дискретизации по времени второго порядка.

Из рис. 8 видно, что зависимости, полученные в расчетах с временными шагами Δt_3^* , Δt_4^* , Δt_5^* и Δt_6^* , сливаются в одну линию. С ростом временного шага наблюдается характерный сдвиг положений максимумов и минимумов расчетной зависимости по времени. Кроме того, при увеличении шага амплитуда колебаний начинает значительно отличаться от экспериментального значения, что особенно выражено у экстремумов, которые соответствуют погружению тела. Это связано с тем, что модель CSF для учета поверхностного натяжения чувствительна к величине шага по времени. Слишком большой временной шаг не разрешает распространение капиллярной волны, и модель становится нестабильной.

Отклонение значений экстремумов, полученных в расчетах с различными временными шагами и порядком по времени, от экспериментального значения приведено в табл. 4.

Таблица 3
Table 3

Рассматриваемые временные шаги
Time steps under consideration

Обозначение	Величина шага по времени	Максимальное число Куранта max CFL	$\frac{\Delta t^*}{T^*}$
Δt_1^*	0,113	102,8	0,01554
Δt_2^*	0,057	10,3	0,00777
Δt_3^*	0,011	8,9	0,00155
Δt_4^*	0,003	0,09	0,00039
Δt_5^*	0,002	0,05	0,00022
Δt_6^*	0,001	0,03	0,00016

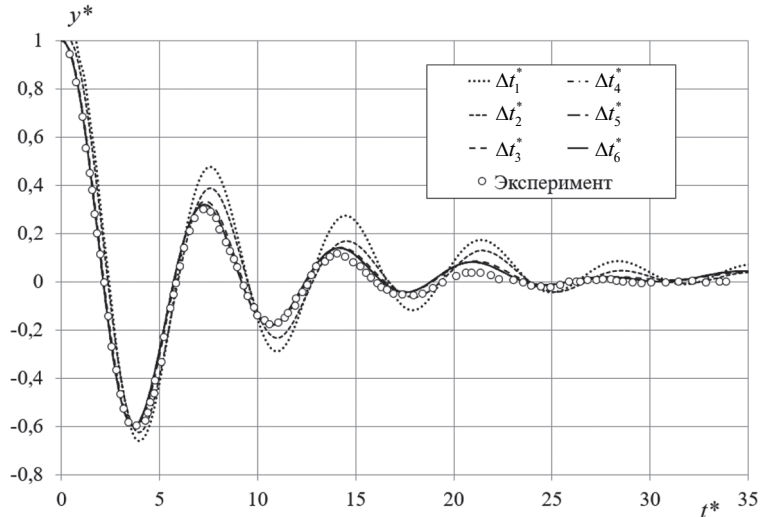


Рис. 8. Сравнение перемещения центра масс цилиндра при различных временных шагах

Fig. 8. Displacement of the cylinder centroid at different time steps

Таблица 4
 Table 4

Отклонение значений экстремумов, в расчетах с различными временными шагами и порядком по времени, от эксперимента

Deviations in the values of extreme points M1 and M2 for different time steps and time order from experimental data

Экстремум	Отклонение от эксперимента, %											
	Δt_1^*		Δt_2^*		Δt_3^*		Δt_4^*		Δt_5^*		Δt_6^*	
	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II
M1	-4,4	-10,5	-4,5	-4,6	1,0	-0,4	0,2	-0,1	-1,6	-1,6	-1,6	-1,7
M2	-9,2	-64,1	-6,5	-32,5	0,2	-3,3	-0,3	-2,9	-3,8	-3,6	-4,5	-3,6

Для временных шагов Δt_1^* и Δt_2^* и второго порядка по времени отклонения от эксперимента для экстремума M2 составляют около 65% и 35% соответственно, в расчете с первым порядком — около 10% и 10% соответственно.

На рис. 9 и 10 приведены зависимости отклонений значений экстремумов M1 и M2 для схем первого и второго порядка по времени от удельного временного шага.

Из рис. 9 и 10 видно, что при достаточно малом временном шаге достигается предельное численное решение, которое перестает зависеть от используемого порядка схемы дискретизации по времени. При больших временных шагах использование первого порядка по времени приводит к меньшему отклонению от эксперимента. Однако, при уменьшении шага по времени, начиная с Δt_3^* , схема дискретизации второго порядка начинает быстрее стремиться к независимому значению. Таким образом, использование схемы дискретизации по времени второго порядка позволяет повысить точность получаемого решения, при условии достаточно малого шага по времени.

4.3. Влияние коэффициента релаксации силы

Для исследования влияния коэффициента релаксации силы проводились расчеты с тремя различными значениями коэффициента: $r_1 = 0,5$, $r_2 = 0,75$, $r_3 = 1$. На рис. 11 представлены зависимости положения центра тяжести цилиндра от времени для расчетов с рассматриваемыми коэффициентами релаксации и шагом по времени Δt_5^* .

Из рис. 11 видно, что все три расчетные зависимости сливаются в одну линию.

Отклонение значений экстремумов, полученных в расчетах с коэффициентами релаксации r_1 , r_2 и r_3 , от экспериментального значения приведено в табл. 5.

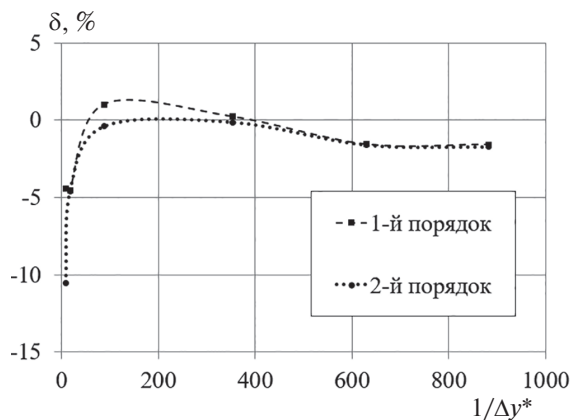


Рис. 9. Зависимости отклонений значений экстремума M1 от удельного временного шага для первого и второго порядка по времени

Fig. 9. Displacements of M1 extremum value as a function of a specific time step

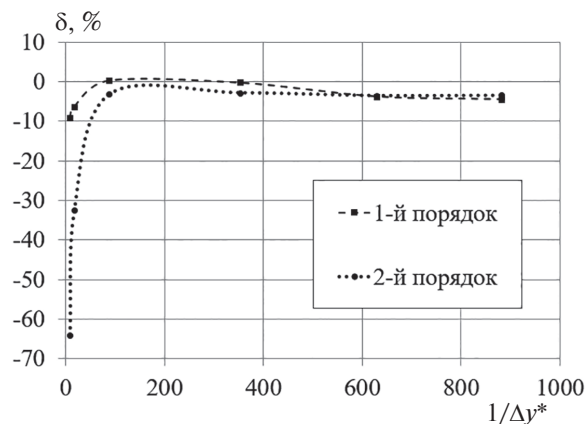


Рис. 10. Зависимости отклонений значений экстремума M2 от удельного временного шага для первого и второго порядка по времени

Fig. 10. Displacements of M2 extremum value as a function of a specific time step

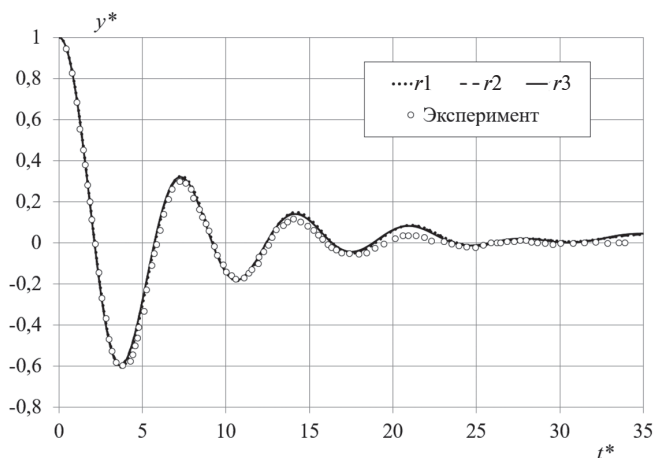


Рис. 11. Сравнение перемещения центра масс цилиндра с различными коэффициентами релаксации

Fig. 11. Displacement of the cylinder centroid with different relaxation factors

Таблица 5
Table 5

Отклонение значений экстремумов, в расчетах с различными коэффициентами релаксации, от эксперимента
Deviations in the values of extreme points M1 and M2 for different relaxation factors from experimental data

Экстремум	Отклонение от эксперимента, %		
	r1	r2	r3
M1	-1,3	1,1	-0,1
M2	-4,6	-1,0	-2,9

Из табл. 5 видно, что при всех трех коэффициентах порядок отклонения одинаков, то есть коэффициент релаксации силы не сильно влияет на получаемое решение. Максимальное отклонение от эксперимента наблюдается для экстремума M2 в расчете с коэффициентом релаксации r1, оно не превышает 5%.

Таким образом, при достаточно высоком сеточном разрешении и малом шаге по времени коэффициент релаксации сил не оказывает значительное влияние на получаемый результат.

5. Заключение

В настоящей работе представлена методика моделирования задач плавания тел, основанная на методе VOF совместно с техникой деформации сетки. Методика реализована на базе пакета программ ЛОГОС. Рассматривалась задача о затухающих свободных колебаниях цилиндра на водной поверхности.

Изучены вопросы влияния сеточного разрешения на точность результата, величины временного шага, порядка аппроксимации по времени и по пространству, метода сглаживания гидродинамических сил, которые действуют на тело.

Максимальное отклонение решения от референсных данных наблюдается при наибольшем базовом размере ячейки расчетной сетки. С уменьшением базового размера ячейки, получаемые на соответствующих сетках расчетные зависимости практически перестают отличаться между собой. Исследование показало, что использование схемы второго порядка дискретизации конвективных слагаемых для скорости позволяет увеличить точность получаемого решения.

Сравнение результатов расчетов с различными временными шагами показало, что при большом шаге схема дискретизации по времени первого порядка дает меньшее отклонение от референсных данных, однако при уменьшении шага по времени до определенного достаточно малого значения использование схемы второго порядка позволяет получить более точный результат.

При высоком сеточном разрешении и малом шаге по времени коэффициент релаксации силы, действующей на тело, не оказывает сильного влияния на получаемый результат.

6. Финансирование

Результаты получены при финансовой поддержке национального проекта «Наука и университеты» в рамках программы Минобрнауки РФ по созданию молодёжных лабораторий № FSWE-2021–0009 (научная тема: «Разработка численных методов, моделей и алгоритмов для описания гидродинамических характеристик жидкостей и газов в естественных природных условиях, и условиях функционирования промышленных объектов в штатных и критических условиях на суперкомпьютерах петафлопсного класса»), а также при финансовой поддержке гранта Президента Российской Федерации по государственной поддержке ведущих научных школ НШ-70.2022.1.5.

Литература

1. *Rajesh Kannah T., Natarajan R.* Experimental study on the hydrodynamics of a floating, production, storage and offloading system // *Journal of Waterway, Port, Coastal, Ocean Engineering*. 2006. Vol. 132. P. 66–70. doi:10.1061/(ASCE)0733-950X(2006)132:1(66)
2. *Cruz J.* *Ocean Wave Energy*. Springer Series in Green Energy and Technology, UK, 2008.
3. *Холодилин А.Н., Шмырев А.Н.* Мореходность и стабилизация судов на волнении. Л.: Судостроение, 1976. 328 с.
4. *Таранов А.Е.* Определение локальных и интегральных гидродинамических характеристик контейнеровоза в цифровом бассейне // *Труды Крыловского государственного научного центра*. 2019. Т. 3, № 389. С. 73–82. doi:10.24937/2542-2324-2019-3-389-73-82
5. *Турбал В.К., Шпаков В.С., Штумпф В.М.* Проектирование обводов и движителей морских транспортных судов. Л.: Судостроение, 1983. 304 с.
6. *Храмушин В.Н.* Поисковые исследования штормовой мореходности корабля. Владивосток: Дальнаука, 2003. 172 с.
7. *Kawamura K., Hashimoto H., Matsuda A., Terada D.* SPH simulation of ship behavior in severe water-shiping situations // *Ocean Engineering*. 2016. Vol. 120. P. 220–229. doi:10.1016/j.oceaneng.2016.04.026
8. *Kozelkov A.S., Pogosyan M.A., Strelets D.Y., Tarasova N.V.* Application of mathematical modeling to solve the emergency water landing task in the interests of passenger aircraft certification // *Aerospace Systems*. 2021. Vol. 4. P. 75–89. doi:10.1007/s42401-020-00082-7
9. *Harlow F., Welch J., et al.* Numerical calculation of time-dependent viscous incompressible flow of fluid with free surface // *Physics of Fluids*. 1965. Vol. 8. P. 2182–2189. doi:10.1063/1.1761178
10. *Unverdi S., Tryggvason G.* A front-tracking method for viscous, incompressible, multi-fluid flows // *Journal of Computational Physics*. 1992. N 100. P. 25–37. doi:10.1016/0021-9991(92)90307-K
11. *Sussman M., Smereka P., Osher S.* A level set approach for computing solutions to incompressible two-phase flow // *Journal of Computational Physics*. 1994. Vol. 114. P. 146–159. doi:10.1006/jcph.1994.1155
12. *Anderson D., McFadden G., Wheeler A.* Diffuse-interface methods in fluid mechanics // *Annual Review of Fluid Mechanics*. 1998. N 30. P. 139–165. doi:10.1146/annurev.fluid.30.1.139

13. *Hirt C.W., Nichols B.D.* Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries // *Journal of Computational Physics*. 1981. Vol. 39. P. 201–225. doi:10.1016/0021-9991(81)90145-5
14. *Ubbink O.* Numerical prediction of two fluid systems with sharp interfaces: PhD thesis. Imperial College, University of London, 1997.
15. *Palm J., Eskilsson C., Moura Paredes G., Bergdahl L.* Coupled mooring analysis for floating wave energy converters using CFD: Formulation and validation // *International Journal of Marine Energy*. 2016. N 16. P. 83–99. doi:10.1016/J.IJOME.2016.05.003
16. *Yu Y.H., Li Y.* Reynolds-Averaged Navier-Stokes simulation of the heave performance of a two-body floating-point absorber wave energy system // *Computers & Fluids*. 2013. Vol. 73. P. 104–114. doi:10.1016/j.compfluid.2012.10.007
17. *Luke E., Collins E., Blades E.* A fast mesh deformation method using explicit interpolation // *Journal of Computational Physics*. 2012. N 231. P. 586–601. doi:10.1016/j.jcp.2011.09.021
18. *Benek J.A., Buning P.G., Steger J.L.* A 3-D Chimera Grid Embedding Technique // *American Institute of Aeronautics and Astronautics Paper*. 1985. N 85. P. 15–23.
19. *Benek J.A., Donegan T.L., Suhs N.E.* Extended Chimera grid embedding scheme with application to viscous flow // *American Institute of Aeronautics and Astronautics Paper*. 1987. N 87. P. 11–26.
20. *Chan W.M.* Overset grid technology development at NASA ames research center // *Computers & Fluids*. 2009. Vol. 3, N 38. P. 496–503. doi:10.1016/j.compfluid.2008.06.009
21. *Ma Z.H., Qian L., Martínez-Ferrer P.J.* et al. An overset mesh based multiphase flow solver for water entry problems // *Computers & Fluids*. 2018. N 172. P. 689–705.
22. *Mittal R., Iaccarino G.* Immersed boundary methods // *Annual Review of Fluid Mechanics*. 2005. Vol. 37. P. 239–261. doi:10.1146/annurev.fluid.37.061903.175743
23. *Pinelli A., Naqavi I.Z., Piomelli U., Favier J.* Immersed-boundary methods for general finite-difference and finite-volume Navier–Stokes solvers // *Journal of Computational Physics*. 2010. N 229. P. 9073–9091. doi:10.1016/j.jcp.2010.08.021
24. *Bihs H., Kamath A.* A combined level set/ghost cell immersed boundary representation for floating body simulations // *International Journal for Numerical Methods in Fluids*. 2017. Vol. 83, N 12. P. 905–916. doi:10.1002/flid.4333
25. *Chena H., Qiana L., Maa Z.* et al. Application of an overset mesh based numerical wave tank for modelling realistic free-surface hydrodynamic problems // *Ocean Engineering*. 2019. Vol. 176. P. 97–117. doi:10.1016/j.oceaneng.2019.02.001
26. *Kristiansen D.* Wave induced effects on floaters of aquaculture plants: PhD thesis. Norwegian University of Science and Technology, 2010.
27. *Zhao X., Hu C.* Numerical and experimental study on a 2-D floating body under extreme wave conditions // *Applied Ocean Research*. 2012. N 35. P. 1–13. doi:10.1016/j.apor.2012.01.001
28. *Domínguez J., Crespo A., Hall M.* et al. SPH simulation of floating structures with moorings // *Coastal Engineering*. 2019. N 153. P. 35–60. doi:10.1016/j.coastaleng.2019.103560
29. *Castro A.M., Carrica P.M., Stern F.* Full scale self-propulsion computations using discretized propeller for the KRISO container ship KCS // *Computers & Fluids*. 2011. N 51. P. 35–47. doi:10.1016/j.compfluid.2011.07.005
30. *Maskell S.J., Ursell F.* The transient motion of a floating body // *Journal of Fluid Mechanics*. 1970. Vol. 44. P. 303–313. doi:10.1017/S0022112070001842
31. *Soichi I.* Study of the transient heave oscillation of a floating cylinder. Massachusetts institute of technology, 1977.
32. *Lashkin S.V., Kozelkov A.S., Yalozo A.V., Gerasimov V.Y., Zelensky D.K.* Efficiency analysis of the parallel implementation of the SIMPLE algorithm on multiprocessor computers // *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*. 2017. Vol. 58, N 7. P. 1242–1259. doi:10.1134/S0021894417070069
33. *Kozelkov A.S., Krutyakova O.L., Kurulin V.V., Tyatyushkina E.S., Kurkin A.A.* Zonal RANS–LES approach based on an algebraic Reynolds stress model // *Fluid Dynamics*. 2015. Vol. 50, N 5. P. 621–628. doi:10.1134/S0015462815050038
34. *Kozelkov A.S., Kurkin A.A., Pelinovskii E.N., Kurulin V.V., Tyatyushkina E.S.* Modeling the disturbances in the lake Cherbarkul caused by the fall of the meteorite in 2013 // *Fluid Dynamics*. 2015. Vol. 50, N 6. P. 828–840. doi:10.1134/S0015462815060137
35. *Лойцянский Л.Г.* Механика жидкости и газа. М: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1950. 678 с.
36. *Козелков А.С., Курулин В.В., Лашкин С.В., Шагалиев Р.М., Ялозо А.В.* Исследование потенциала суперкомпьютеров для масштабируемого численного моделирования задач гидродинамики в промышленных приложениях // *Журнал вычислительной математики и математической физики*. 2016, Т. 56, № 8. С. 1524–1535. doi:10.7868/S004446691608010X
37. *Флетчер К.* Вычислительные методы в динамике жидкостей в двух томах. М: Мир, 1991. 1058 с.
38. *Jasak H.* Error analysis and estimation for the finite volume method with applications to fluid flows. Thesis submitted for the degree of doctor // Department of Mechanical Engineering, Imperial College of Science, 1996.

39. Ferziger J.H., Peric M. Computational methods for fluid dynamics. Berlin, Heidelberg: Springer, 2002. 423 p.
40. Ефремов В.П., Козелков А.С., Корнев А.В., Куркин А.А., Курулин В.В., Стрелец Д.Ю., Тарасова Н.В. Метод учета сил гравитации при моделировании течений со свободной поверхностью // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2017. Т. 57, № 10. С. 1748–1762. doi:10.7868/S0044466917100088
41. Kozelkov A.S. The numerical technique for the landslide tsunami simulations based on Navier–Stokes equations // Journal of Applied Mechanics and Technical Physics. 2017. Vol. 58, N 7. P. 1192–1210. doi:10.1134/S0021894417070057
42. Betelin V.B., Shagaliev R.M., et al. Mathematical simulation of hydrogen–oxygen combustion in rocket engines using LOGOS code // Acta Astronautica. 2014. Vol. 96, N 1. P. 53–64. doi:10.1016/j.actaastro.2013.11.008
43. Brackbill J.U., Kothe D.B., Zemach C. A continuum method for modeling surface tension // Journal of Computational Physics. 1992. N 100. P. 335–354. doi:10.1016/0021-9991(92)90240-Y

References

1. Rajesh Kannah T., Natarajan R. Experimental study on the hydrodynamics of a floating, production, storage and offloading system. *Journal of Waterway, Port, Coastal, Ocean Engineering*. 2006, 132, 66–70. doi:10.1061/(ASCE)0733-950X(2006)132:1(66)
2. Cruz J. Ocean Wave Energy. *Springer Series in Green Energy and Technology, UK*, 2008.
3. Kholodilin A.N., Shmyrev A.N. Ship seaworthiness and regulation in sea-wave. *Leningrad, Sudostroeniye*, 1976. 328 p. (in Russian).
4. Taranov A.E. Determination of local and integral parameters for container cargo carrier in digital basin. *Transactions of the Krylov State Research Centre*. 2019, 3(389), 73–82 (in Russian). doi:10.24937/2542-2324-2019-3-389-73-82
5. Turbal V.K., Shpakov V.S., Shtumpf V.M. Design of naval shipping lines and propulsion devices. *Leningrad, Sudostroeniye*, 1983. 304 p. (in Russian).
6. Khramushin V.N. Exploratory research of ship wild seaworthiness. *Vladivostok, Dalnauka*, 2003, 172 p. (in Russian).
7. Kawamura K., Hashimoto H., Matsuda A., Terada D. SPH simulation of ship behavior in severe water-shiping situations. *Ocean Engineering*. 2016, 120, 220–229. doi:10.1016/j.oceaneng.2016.04.026
8. Kozelkov A.S., Pogosyan M.A., Strelets D.Y., Tarasova N.V. Application of mathematical modeling to solve the emergency water landing task in the interests of passenger aircraft certification. *Aerospace Systems*. 2021, 4, 75–89. doi:10.1007/s42401-020-00082-7
9. Harlow F., Welch J., et al. Numerical calculation of time-dependent viscous incompressible flow of fluid with free surface. *Physics of Fluids*. 1965, 8, 2182–2189. doi:10.1063/1.1761178
10. Unverdi S., Tryggvason G. A front-tracking method for viscous, incompressible, multi-fluid flows. *Journal of Computational Physics*. 1992, 100, 25–37. doi:10.1016/0021-9991(92)90307-K
11. Sussman M., Smereka P., Osher S. A level set approach for computing solutions to incompressible two-phase flow. *Journal of Computational Physics*. 1994, 114, 146–159. doi:10.1006/jcph.1994.1155
12. Anderson D., McFadden G., Wheeler A. Diffuse-interface methods in fluid mechanics. *Annual Review of Fluid Mechanics*. 1998, 30, 139–165. doi:10.1146/annurev.fluid.30.1.139
13. Hirt C.W., Nichols B.D. Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries. *Journal of Computational Physics*. 1981, 39, 201–225. doi:10.1016/0021-9991(81)90145-5
14. Ubbink O. Numerical prediction of two fluid systems with sharp interfaces: *PhD thesis. Imperial College, University of London*, 1997.
15. Palm J., Eskilsson C., Moura Paredes G., Bergdahl L. Coupled mooring analysis for floating wave energy converters using CFD: Formulation and validation. *International Journal of Marine Energy*. 2016, 16, 83–99. doi:10.1016/J.IJOME.2016.05.003
16. Yu Y.H., Li Y. Reynolds-Averaged Navier-Stokes simulation of the heave performance of a two-body floating-point absorber wave energy system. *Computers & Fluids*. 2013, 73, 104–114. doi:10.1016/j.compfluid.2012.10.007
17. Luke E., Collins E., Blades E. A fast mesh deformation method using explicit interpolation. *Journal of Computational Physics*. 2012, 231, 586–601. doi:10.1016/j.jcp.2011.09.021
18. Benek J.A., Buning P.G., Steger J.L. A 3-D Chimera Grid Embedding Technique. *American Institute of Aeronautics and Astronautics Paper*. 1985, 85, 15–23.
19. Benek J.A., Donegan T.L., Suhs N.E. Extended Chimera grid embedding scheme with application to viscous flow. *American Institute of Aeronautics and Astronautics Paper*. 1987, 87, 11–26.
20. Chan W.M. Overset grid technology development at NASA ames research center. *Computers & Fluids*. 2009, 3(38), 496–503. doi:10.1016/j.compfluid.2008.06.009
21. Ma Z.H., Qian L., Martínez-Ferrer P.J. et al. An overset mesh based multiphase flow solver for water entry problems. *Computers & Fluids*. 2018, 172, 689–705.

22. Mittal R., Iaccarino G. Immersed boundary methods. *Annual Review of Fluid Mechanics*. 2005, 37, 239–261. doi:10.1146/annurev.fluid.37.061903.175743
23. Pinelli A., Naqavi I.Z., Piomelli U., Favier J. Immersed-boundary methods for general finite-difference and finite-volume Navier–Stokes solvers. *Journal of Computational Physics*. 2010, 229, 9073–9091. doi:10.1016/j.jcp.2010.08.021
24. Bihs H., Kamath A. A combined level set/ghost cell immersed boundary representation for floating body simulations. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*. 2017, 83(12), 905–916.
25. Chena H., Qiana L., Maa Z., et al. Application of an overset mesh based numerical wave tank for modelling realistic free-surface hydrodynamic problems. *Ocean Engineering*. 2019, 176, 97–117. doi:10.1016/j.oceaneng.2019.02.001
26. Kristiansen D. Wave induced effects on floaters of aquaculture plants: *PhD thesis*. Norwegian University of Science and Technology, 2010.
27. Zhao X., Hu C. Numerical and experimental study on a 2-D floating body under extreme wave conditions. *Applied Ocean Research*. 2012, 35, 1–13. doi:10.1016/j.apor.2012.01.001
28. Domínguez J., Crespo A., Hall M., et al. SPH simulation of floating structures with moorings. *Coastal Engineering*. 2019, 153, 35–60.
29. Castro A.M., Carrica P.M., Stern F. Full scale self-propulsion computations using discretized propeller for the KRISO container ship KCS. *Computers & Fluids*. 2011, 51, 35–47. doi:10.1016/j.compfluid.2011.07.005
30. Maskell S.J., Ursell F. The transient motion of a floating body. *Journal of Fluid Mechanics*. 1970, 44, 303–313. doi:10.1017/S0022112070001842
31. Soichi I. Study of the transient heave oscillation of a floating cylinder. *Massachusetts Institute of Technology*, 1977.
32. Lashkin S.V., Kozelkov A.S., Yalozo A.V., Gerasimov V.Y., Zelensky D.K. Efficiency analysis of the parallel implementation of the SIMPLE algorithm on multiprocessor computers. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*. 2017, 58 (7), 1242–1259. doi:10.1134/S0021894417070069
33. Kozelkov A.S., Krutyakova O.L., Kurulin V.V., Tyatyushkina E.S., Kurkin A.A. Zonal RANS–LES approach based on an algebraic Reynolds stress model. *Fluid Dynamics*. 2015, 50 (5), 24–33. doi:10.1134/S0015462815050038
34. Kozelkov A.S., Kurkin A.A., Pelinovskii E.N., Kurulin V.V., Tyatyushkina E.S. Modeling the disturbances in the lake Cherbarkul caused by the fall of the meteorite in 2013. *Fluid Dynamics*. 2015, 50 (6), 828–840. doi:10.1134/S0015462815060137
35. Loytsyanskiy L.G. Fluid and gas mechanics. *Moscow, State Publishing House of Technical and Theoretical Literature*, 1950. 678 p.
36. Kozelkov A.S., Kurulin V.V., Lashkin S.V., Shagaliev R.M., Yalozo A.V. Investigation of supercomputer capabilities for the scalable numerical simulation of computational fluid dynamics problems in industrial applications. *Computational Mathematics and Mathematical Physics*. 2016, 56 (8), 1506–1516. doi:10.1134/S0965542516080091
37. Fletcher C. Computational techniques for fluid dynamics in two books. *Moscow, Mir*, 1991, 1058 p.
38. Jasak H. Error analysis and estimation for the finite volume method with applications to fluid flows. *Thesis submitted for the degree of doctor*. Department of Mechanical Engineering, Imperial College of Science, 1996.
39. Ferziger J.H., Peric M. Computational methods for fluid dynamics. *Berlin, Heidelberg: Springer*, 2002. 423 p.
40. Efremov V.R., Kozelkov A.S., Kornev A.V., et al. Method for taking into account gravity in free-surface flow simulation. *Computational Mathematics and Mathematical Physics*. 2017, 57 (10), 1720–1733. doi:10.1134/S0965542517100086
41. Kozelkov A.S. The numerical technique for the landslide tsunami simulations based on Navier–Stokes equations. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*. 2017, 58, 7, 1192–1210. doi:10.1134/S0021894417070057
42. Betelin V.B., Shagaliev R.M., et al. Mathematical simulation of hydrogen–oxygen combustion in rocket engines using LOGOS code. *Acta Astronautica*. 2014, 96, 1, 53–64. doi:10.1016/j.actaastro.2013.11.008
43. Brackbill J.U., Kothe D.B., Zemach C. A continuum method for modeling surface tension. *Journal of Computational Physics*. 1992, 100, 335–354. doi:10.1016/0021-9991(92)90240-Y