

УДК 556.5

© Н. Е. Вольцингер¹, К. А. Клеванный²

¹ Институт океанологии им. П. П. Ширшова РАН, Москва

² ООО «Кардинал-софт», Санкт-Петербург

kklevanny@mail.ru

ВОЗДЕЙСТВИЕ НЕГИДРОСТАТИЧЕСКОЙ ДЛИННОВОЛНОВОЙ ДИНАМИКИ НА ГИДРОТЕХНИЧЕСКИЕ СООРУЖЕНИЯ

Статья поступила в редакцию 13.11.2018, после доработки 04.02.2019

Для моделирования длинноволнового воздействия на гидротехнические сооружения ставится краевая задача в трехмерной области для уравнений движения, неразрывности, конститuentов плотности и характеристик турбулентности. Задача решается разностным методом поэтапно на каждом временном шаге; негидростатическая компонента давления определяется на заключительном этапе решением краевой задачи для уравнения Пуассона. Расчеты выполняются с помощью программного комплекса CARDINAL. Используется гранично-зависимая криволинейная сетка, по вертикали σ -преобразование. Характеристики турбулентности рассчитываются с помощью k - ϵ модели. Численный метод тестируется на модельных примерах. Для оценки влияния негидростатического модуля приводятся результаты расчета экстремального цунами на водозаборе атомной электростанции Эль-Дабаа, Египет, проектируемой на побережье Средиземного моря, и расчет поля скорости при штормовом нагоне в судопропускном сооружении комплекса сооружений защиты Санкт-Петербурга от наводнений. Обнаружено, что в негидростатической постановке при входе в узость, на поднятии дна увеличение вертикальных скоростей во всей толще воды до поверхности вызывает здесь локальный подъем уровня. Приводимые приложения метода показывают, что динамическая компонента давления может заметно модифицировать структуру течений на элементах гидротехнического сооружения.

Ключевые слова: гидростатика/негидростатика, проекционный метод, цунами, штормовой нагон, комплекс сооружений защиты Санкт-Петербурга от наводнений, программный комплекс CARDINAL.

N. E. Voltzinger¹, K. A. Klevanny²

¹ Shirshov Institute of Oceanology of Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

² LLC CARDINAL-Soft, St.-Petersburg, Russia

IMPACT OF NON-HYDROSTATIC LONG WAVE DYNAMICS ON HYDROTECHNICAL CONSTRUCTIONS

Received 13.11.2018, in final form 04.02.2019

For modeling of long-wave impact on hydraulic engineering constructions the boundary value problem in three-dimensional area for the equations of the motion, continuity, constituents of density and characteristics of turbulence is set. The problem is solved by finite-difference fractional time method; non-hydrostatic component of pressure is defined at the final stage by the solution of a boundary value problem for the Poisson's equation. Calculations are carried out by means of the program system CARDINAL. The boundary-fitted curvilinear grid is used, in the vertical direction σ -transformation is used. Characteristics of turbulence are calculated with the help of k - ϵ model. The numerical method is tested on simplified examples. Assessment of influence of non-hydrostatic pressure component is made with calculation of extreme tsunami on a water intake of nuclear power plant El-Dabaa, Egypt projected on the Mediterranean coast and calculation of the velocity field during the storm surge in the navigation canal of St.-Petersburg Flood Protection Barrier. It is revealed that in non-hydrostatic solution at an entrance to narrowness, on a bottom raising increase in vertical velocities from bottom to surface, causes local rise in water level here. The provided applications of a method show what dynamic component of pressure can modify considerably structure of currents on elements of the hydraulic engineering constructions.

Keywords: hydrostatics/non-hydrostatics, projection method, tsunami, storm surge, St.-Petersburg Flood Protection Barrier, program system CARDINAL.

Ссылка для цитирования: Вольцингер Н.Е., Клеванный К.А. Воздействие негидростатической длинноволновой динамики на гидротехнические сооружения // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2019. Т. 12, № 2. С. 66–76.

For citation: Voltzinger N.E., Klevanny K.A. Impact of non-hydrostatic long wave dynamics on hydrotechnical constructions. *Fundamentalnaya i Prikladnaya Gidrofizika*. 2019, 12, 2, 66–76.

DOI: 10.7868/S2073667319020084

Введение

Характер воздействия волны на гидротехнические сооружения определяется среди прочих параметров ее длиной. Короткие, ветровые волны в обычных условиях оказывают устойчивое и постоянное, но относительно слабое воздействие, тогда как длинные волны влияют кратковременно, но сильно и порой разрушительно. Потому к репрезентативному моделированию экстремальной длинноволновой динамики предъявляются высокие требования.

Традиционное описание всех длинноволновых процессов — приливов, морских наводнений, цунами, сейш, бора и др. — использует приближение гидростатики, например [1, 2]: $\frac{\partial}{\partial z} p_r = -g\rho$, где p_r — гидростатическое давление, g — гравитационное ускорение, ρ — плотность воды.

Приближение гидростатики выполняется с высокой точностью при числе Фридрихса $F_r = \frac{H^2}{L^2} \ll 1$, где H , L соответственно вертикальный и горизонтальный масштабы движения [3]. При этом предполагается возможность достижения высокой точности моделирования длинноволновых процессов в гидростатическом приближении. Внимательное рассмотрение показывает, однако, что это не так или не совсем так. Выражение для давления в жидкости имеет вид: $p = p_a + p_r + q$, где p_a — атмосферное давление, q — негидростатическая (динамическая) компонента давления, возникающая в слоях жидкости при их относительном движении. В обычных условиях динамическое давление уступает статическому на несколько порядков, но в ситуациях возникновения значительных вертикальных скоростей, как, например, при волновом накате или ветровой циркуляции у стенки, при прохождении волны над подводным препятствием, при сходе и движении подводного оползня, при длинноволновом движении на горном рельефе, на экстремумах приливного цикла и др., значения динамического давления по порядку величины сравнимы с его гидростатической компонентой [4–7]. В таких условиях учет динамической компоненты давления весьма желателен, а в ряде случаев и необходим. Отказ от приближения гидростатики (Гс) и использование полного уравнения движения по вертикали меняет тип краевой задачи и всю структуру алгоритма ее решения. Как известно, в отличие от негидростатической (Нг) задачи, краевая задача для примитивных уравнений в области с открытой границей некорректна [8], и ее численная реализация в приграничной зоне связана с определенными трудностями. Платой за преимущества Нг краевой задачи — ее корректности и углубленного содержания — является усложнение численного алгоритма и резкое увеличение вычислительных затрат. Рациональный подход к построению модели Нг динамики состоит в расщеплении оператора задачи, таком, что на каждом временном шаге решение примитивных уравнений является предиктором для нахождения динамического давления из краевой задачи для уравнения Пуассона, после чего корректируются поля скорости и уровня. Трудоемкость реализации Нг-модуля обязана как дополнительным затратам на решение трехмерной эллиптической задачи на каждом шаге, так и необходимостью дробления разностной сетки, ибо на грубой сетке Нг-эффекты могут быть недостаточно проявлены.

В следующих разделах приводится постановка Нг краевой задачи, метод ее решения и некоторые результаты моделирования цунами на водозаборе проектируемой АЭС Эль-Дабаа (Египет) на побережье Средиземного моря и поля скорости в судопропускном сооружении С-1 КЗС в Финском заливе. В Гс постановке результаты расчетов влияния КЗС на поля течений и примеси представлены в [9, 10]. Расчеты и оценка Нг-эффектов выполнена с использованием программного комплекса CARDINAL [11–13].

Постановка задачи

В области $Q = \{x, y, -h \leq z \leq \zeta; 0 \leq t \leq T\}$, ограниченной свободной поверхностью воды $\zeta(x, y, t)$, дном $h(x, y)$ и боковой поверхностью ∂Q , рассмотрим уравнения:

$$\frac{d}{dt} \mathbf{v} + g \nabla_2 (\zeta + I) + \frac{1}{\rho_0} \nabla_2 q + \mathbf{f}_0 - \mathbf{f}_r \mathbf{w} = (\mathbf{v} \mathbf{v}_z)_z + \nabla_2 (K \nabla_2 \mathbf{v}), \quad (1)$$

$$\frac{d}{dt} w + \frac{1}{\rho_0} q_z + \mathbf{f}_r \cdot \mathbf{v} = (\mathbf{v} w)_z + \nabla_2 (K \nabla_2 w), \quad (2)$$

$$\operatorname{div} \cdot \mathbf{u} = 0. \quad (3)$$

Здесь $\mathbf{u} = (\mathbf{v}, w)$ – вектор скорости, $\mathbf{v} = (u, v)$ – вектор горизонтальной скорости $\nabla_2 = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y} \right)$ – горизонтальный оператор градиента, f – вертикальная компонента параметра Кориолиса, $\mathbf{f}_\Gamma = (-f_y, f_x)$ – вектор его горизонтальных компонент, $\mathbf{v}_0 = (-v, u)$, $\rho' = \rho - \rho_0$ – отклонение плотности от ее отсчетного значения ρ_0 , $I = \int_z^\zeta \frac{\rho'}{\rho_0} dz$.

К уравнениям (1)–(3) следует присоединить вертикально-осредненные уравнения горизонтального движения для определения уровня ζ , уравнения переноса тепла и солей, уравнение состояния морской воды для определения плотности ρ и турбулентное замыкание для определения коэффициентов турбулентного обмена ν, K [12]

$$\nu = c_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}, \quad (4)$$

$$K = \gamma (\sqrt{S})^{4/3} \quad (5)$$

Уравнения для k и ε решаются без учета адвективных членов, имеющих второй порядок малости

$$k_t = (\nu k_z)_z + \nu(P + B) - \varepsilon, \quad (6)$$

$$\varepsilon_t = \left(\frac{\nu}{\sigma_\varepsilon} \varepsilon_z \right)_z + \frac{\varepsilon}{k} \nu (c_{1\varepsilon} P + c_{3\varepsilon} B) - c_{2\varepsilon} \frac{\varepsilon^2}{k}, \quad (7)$$

где k – кинетическая энергия турбулентных пульсаций, ε – скорость диссипации этой энергии за счет внутреннего трения, S – площадь расчетной ячейки, $P = u_z^2 + v_z^2$, $B = \frac{g}{Pr\rho_0} \rho_z$, c_μ , $c_{1\varepsilon}$, $c_{2\varepsilon}$, $c_{3\varepsilon}$, Pr , γ – эмпирические константы.

Уравнения (1)–(7) решаются при граничных условиях по вертикали:

$$\begin{aligned} \nu \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial z} \Big|_{z=-h} &= \frac{\boldsymbol{\tau}_b}{\rho_0}, & \nu \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial z} \Big|_{z=\zeta} &= \frac{\boldsymbol{\tau}^s}{\rho_0}, \\ w \Big|_{z=-h} &= -(h_x u + h_y v) \Big|_{z=-h}, & w \Big|_{z=\zeta} &= \frac{d\zeta}{dt}, \\ k \Big|_{z=-h} &= \frac{f_b |\mathbf{v}|^2 \Big|_{z=-h}}{\sqrt{c_\mu}}, & k \Big|_{z=\zeta} &= \frac{\rho_a C_D}{\sqrt{c_\mu} \rho_0} |\mathbf{W}|^2, \\ \varepsilon \Big|_{z=-h} &= \frac{c_\mu^{3/4} k^{3/2} \Big|_{z=-h}}{k z_b}, \end{aligned}$$

где $\boldsymbol{\tau}_b$ – вектор касательных напряжений на дне, $\boldsymbol{\tau}^s$ – вектор касательных напряжений на свободной поверхности.

На непроницаемой части боковой поверхности ∂Q_1 ставится условие прилипания для скорости. На открытой границе ∂Q_2 при входе задается нормальная скорость и инвариант Римана. Представленная краевая задача преобразуется к криволинейным гранично-согласованным координатам, отображающим физическую область Q на вычислительный параллелепипед Q^* [1, 13].

Для оценки членов уравнений (1)–(3) приведем их к безразмерному виду. Введем безразмерные переменные:

$$\begin{aligned} (x', y') &= \frac{(x, y)}{L_0}, & z' &= \frac{z}{H_0}, & t' &= \frac{t}{c_0/L}, & (c_0 &= \sqrt{gH_0}); \\ \mathbf{v}' &= \frac{\mathbf{v}}{u_0}, & \mathbf{w}' &= \frac{w}{w_0}, & \left(w_0 &= \varepsilon u_0, \quad \varepsilon = \frac{H_0}{L_0} \right); & g\zeta_0 &= u_0 c_0, & q' &= \frac{q}{q_0}, & gI' &= \frac{I}{H_0^2 N_0^2} \end{aligned}$$

($N_0 = \sqrt{\frac{g}{\rho_0}} \rho_z$ – характерная частота плавучести); $(f', \mathbf{f}_r') = \frac{(f, \mathbf{f}_r)}{f_0}$, $\mathbf{v}' = \frac{\mathbf{v}}{v_0}$, $K' = \frac{K}{K_0}$ и запишем уравнения в безразмерном виде:

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_t' + \frac{u_0}{c_0}(\mathbf{u}' \cdot \nabla')\mathbf{v}' + \nabla_2' \zeta' + \frac{q_0}{u_0 c_0} \nabla_2' q' + \frac{H_0^2 N_0^2}{c_0 u_0} \nabla_2' I' + \\ + \frac{f_0 L_0}{c_0} \left(f' \mathbf{v}'_0 - \mathbf{f}_r' \varepsilon w' \right) = \frac{v_0}{\varepsilon c_0 H_0} (\mathbf{v}' \mathbf{v}'_{z'})_{z'} + \frac{K_0}{L_0 c_0} \nabla_2' (K' \nabla_2' \mathbf{v}'), \end{aligned} \quad (8)$$

$$w_t' + \frac{u_0}{c_0}(\mathbf{u}' \cdot \nabla')w' + \frac{q_0}{\varepsilon^2 u_0 c_0} q_z' - \frac{f_0 L_0}{\varepsilon c_0} \mathbf{f}_r' \cdot \mathbf{v}' = \frac{v_0}{\varepsilon u_0 H_0} (\mathbf{v}' w'_{z'})_{z'} + \frac{K_0}{L_0 c_0} \nabla_2' (K' \nabla_2' w'), \quad (9)$$

$$\operatorname{div} \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (10)$$

Здесь:

$\frac{u_0}{c_0} = \sqrt{\operatorname{Fr}}$, Fr – число Фруда; $\frac{H_0^2 N_0^2}{c_0 u_0} = \operatorname{Ri}^* = \sqrt{\operatorname{Fr}} \operatorname{Ri}$, где Ri – число Ричардсона; $\frac{f_0 L_0}{c_0} = \frac{1}{\operatorname{Ro}^*} = \frac{\sqrt{\operatorname{Fr}}}{\operatorname{Ro}}$, Ro – число Россби; $\frac{v_0}{\varepsilon u_0 H_0} = \frac{1}{\varepsilon \operatorname{Re}_v^*}$, $\frac{K_0}{L_0 c_0} = \frac{1}{\operatorname{Re}_r^*}$, Re_v^* , Re_r^* – модифицированные, как и выше, вертикальное и горизонтальное числа Рейнольдса.

Для переменных в Нг подобласти региона гидротехнического сооружения примем характерные масштабы: $H_0 = 10^2$ м, $L_0 = 2 \cdot 10^3$ м, $u_0 = 1$ м/с, $N_0^2 = 10^{-7} \text{ с}^{-2}$, $f_0 = 10^{-4} \text{ с}^{-1}$. Тогда: $\sqrt{\operatorname{Fr}} \simeq 3 \cdot 10^{-2}$, $\operatorname{Ri}^* = 0(10^{-5})$, $\frac{1}{\operatorname{Ro}^*} = 10^{-2}$, $\frac{1}{\varepsilon \operatorname{Ro}^*} = 0.2$; при $v_0 = 2 \cdot 10^{-2} \text{ м}^2/\text{с}$, $K_0 = 1 \text{ м}^2/\text{с}$ имеем $\frac{1}{\varepsilon \operatorname{Re}_v^*} = 0(10^{-4})$, $\frac{1}{\operatorname{Re}_r^*} = 0(10^{-5})$.

Из (9) следует масштаб Нг компоненты давления: $q_0 = \varepsilon^2 u_0 c_0$ и коэффициент при градиенте динамического давления – ε^2 . При характерных геометрических масштабах $\varepsilon^2 = 0(10^{-3})$, то есть влиянием бароклинности и горизонтального турбулентного обмена можно пренебречь. Опуская штрихи у переменных в уравнениях (8)–(10), имеем:

$$\mathbf{v}_t + \sqrt{\operatorname{Fr}}(\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{v} + \nabla_2(\zeta + \varepsilon^2 q) + \frac{1}{\operatorname{Ro}^*}(\mathbf{f}\mathbf{v}_0 - \mathbf{f}_r \varepsilon w) = \frac{1}{\varepsilon \operatorname{Re}_v^*}(\mathbf{v}\mathbf{v}_z)_z \quad (11)$$

$$w_t + \sqrt{\operatorname{Fr}}(\mathbf{u} \cdot \nabla)w + q_z - \frac{1}{\varepsilon \operatorname{Ro}^*} \mathbf{f}_r \cdot \mathbf{v} = \frac{1}{\varepsilon \operatorname{Re}_v^*}(\mathbf{v}w_z)_z \quad (12)$$

$$\operatorname{div} \cdot \mathbf{u} = 0. \quad (13)$$

Заметим, что при выборе адвективного масштаба времени $t_0 = \frac{L_0}{u_0}$, безразмерный вид динамических уравнений следует из (8), (9), если формально положить $\sqrt{\operatorname{Fr}} = 1$; при этом числа Ричардсона, Россби и Рейнольдса не модифицируются, увеличиваясь на порядок. Такая ситуация отвечает крупномасштабной динамике при удержании всех членов в уравнениях (8), (9).

Численный метод

Для решения используется проекционный метод расщепления. Для простоты оставим за обозначением разностных операторов их дифференциальную форму и запишем расщепление уравнений на этапах временного шага при переходе $k\tau \rightarrow (k+1)\tau$, $k = 1, 2, \dots [T/\tau]$, τ – шаг по времени:

$$\frac{\mathbf{v}^* - \mathbf{v}^k}{\tau} + g \nabla_2 \zeta^* = (\mathbf{v}\mathbf{v}_z)_z^* + \mathbf{R}_v^k, \quad (14)$$

$$\frac{\mathbf{w}^* - \mathbf{w}^k}{\tau} = (\mathbf{v}w_z)_z^* + \mathbf{R}_w^k, \quad (15)$$

где $\mathbf{R}_v$, R_w содержат члены адвекции, бароклинной компоненты давления и горизонтального турбулентного обмена. Здесь переход $\mathbf{v}^k \rightarrow \mathbf{v}^*$ может включать и промежуточные этапы [4, 6].

Вычитая уравнения (14), (15) из (1), (2), получим:

$$\frac{(\mathbf{u}^{k+1} - \mathbf{u}^*)}{\tau} = \frac{1}{\rho_0} \nabla q^{k+1}. \quad (16)$$

Применяя к (16) операцию дивергенции, с учетом (3) имеем уравнение для определения динамического давления:

$$\nabla^2 q^{k+1} = \frac{\rho_0}{\tau} \nabla \cdot \mathbf{u}^*. \quad (17)$$

В гранично-согласованных координатах аналогом уравнения Пуассона (17) является значительно более сложное уравнение для оператора Лапласа-Бельтрами, содержащее смешанные производные и коэффициенты – метрику преобразования под знаком производных; правой частью преобразованного уравнения является дивергенция промежуточного контравариантного поля скорости [4]. Уравнение (17) решается итерационно методом верхней релаксации при однородных граничных условиях на твердых гранях параллелепипеда Q^* и условий Неймана на открытых гранях, задаваемых в итерационном процессе с предыдущей итерации.

После определения из (17) динамического давления q^{k+1} определяется из (16) поле скорости $\mathbf{v}^{k+1}$ и из (18) w^{k+1}

$$w^{k+1} = w^{k+1}|_{z=-h} - \int_{-h}^z \operatorname{div} \mathbf{v} dz, \quad (18)$$

Затем корректируются значения удельных расходов и уровня ζ^{k+1} .

Результаты

Рассмотрим тестовую задачу о сейшевых колебаниях малой амплитуды $\zeta_0 = 0.1$ м в замкнутом прямоугольном бассейне с постоянной глубиной $H = 10$ м и длиной $L = 100$ м. В начальный момент задано отклонение уровня от равновесного положения $\zeta = \zeta_0 \cos(\pi x/L)$.

Динамическое давление в такой волне определяется выражением [14]

$$q = \rho g \zeta \left[\frac{ch[(H+z)k]}{ch[Hk]} - 1 \right],$$

где $k = 2\pi/\lambda$, $\lambda = 2L$. Скорость волны малой амплитуды в негидростатическом приближении определяется по формуле

$$c = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi} th(kh)},$$

что при длине волны 200 м и глубине 10 м дает значение 9.74 м/с. В приближении гидростатики скорость волны

$$c = \sqrt{gh}$$

равна 9.90 м/с. Соответственно период колебаний равен 20.52 с и 20.20 с. Расчет выполнялся на сетке с шагом 4 м, 20 слоями по вертикали и с шагом по времени 0.1 с. Результаты показывают, что распределение динамического давления (рис. 1) и период колебаний хорошо совпадают с полученными по аналитическим формулам. В зоне восходящих вертикальных движений динамическое давление отрицательно, в зоне нисходящих – положительно. Максимальные и минимальные значения – у дна у стенок канала.

Рассмотрим также тестовую задачу о течении в канале длиной 25 км и шириной 500 м с глубиной, изменяющейся от 15 до 100 м: $h = 15 + 100\sin(\pi x/25000)$. На левой верхней границе канала задан расход в 10^4 м³/с, на правой – нуль уровня. По вертикали задавалось 20 расчетных слоев, по оси канала – 200 узлов. Расчеты велись с шагом по времени 1 с. При решении уравнения (17) итерирование на каждом шаге по времени продолжалось до достижения сходимости с относительной ошибкой $o(10^{-9})$.

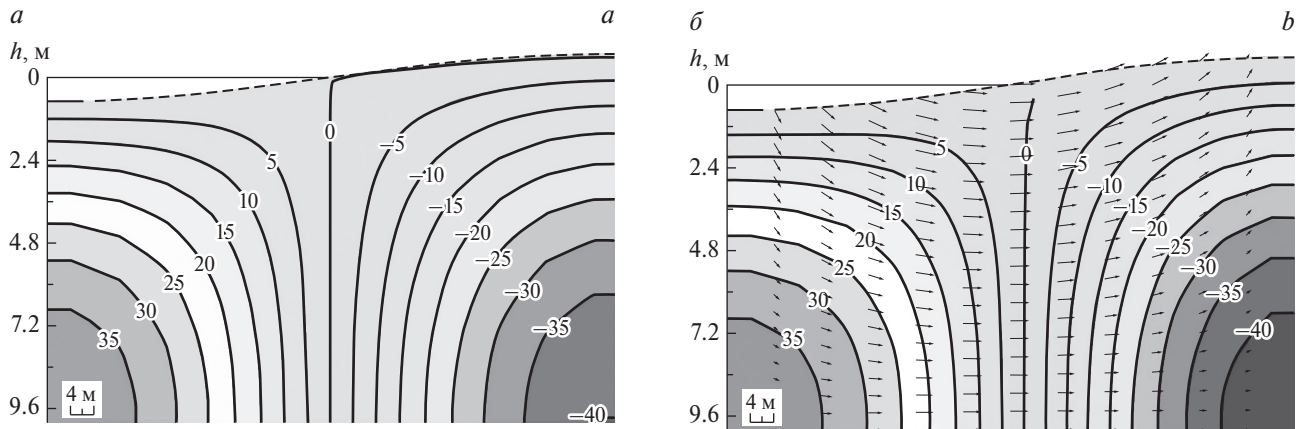


Рис. 1. Изолинии негидростатического давления (Па) и векторы скорости в момент $T/2$ при сейшевых колебаниях уровня в прямоугольном бассейне длиной 100 м и глубиной 10 м. В начальный момент задан уровень по формуле $0.1 \cos(\pi x/100)$. *a, б* – аналитическое и численное решения соответственно

Fig. 1. Isolines of non-hydrostatic pressure (Pa) and velocity vectors at $T/2$ moment of seiche oscillations in rectangular basin 100 m long and 10 m depth. Initial water level is assigned with expression $0.1 \cos(\pi x/100)$
a, б – analytical and numerical solutions respectively.

Необходимость такой высокой точности обусловлена некоторым различием порядка членов в правой части (14).

На рис. 2 показаны векторы и изолинии скорости на вертикальном продольном разрезе в Гс и Нг приближениях. Скорости на мелководных входе и выходе – около 100 см/с, в центральной глубоководной части в Гс – 16–18 см/с, в Нг – от 14 см/с на поверхности до 22 см/с у дна.

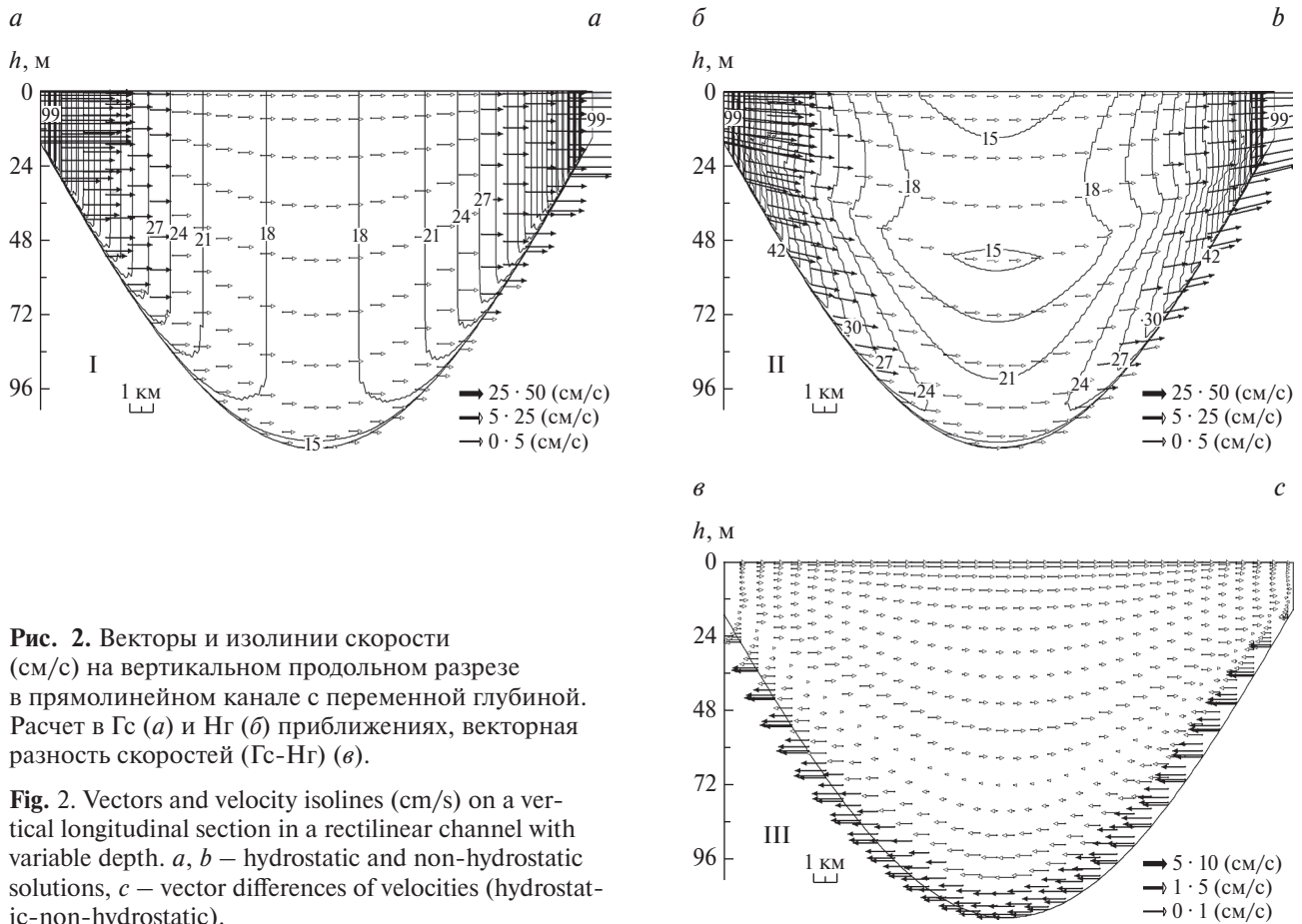


Рис. 2. Векторы и изолинии скорости (см/с) на вертикальном продольном разрезе в прямолинейном канале с переменной глубиной. Расчет в Гс (*a*) и Нг (*б*) приближениях, векторная разность скоростей (Гс-Нг) (*в*).

Fig. 2. Vectors and velocity isolines (cm/s) on a vertical longitudinal section in a rectilinear channel with variable depth. *a, б* – hydrostatic and non-hydrostatic solutions, *с* – vector differences of velocities (hydrostatic-non-hydrostatic).

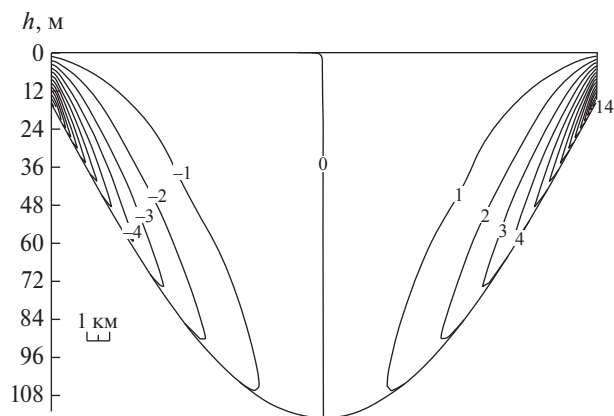


Рис. 3. Изолинии вертикальной скорости (мм/с) на вертикальном продольном разрезе в прямолинейном канале с переменной глубиной. Расчет в негидростатическом приближении.

Fig. 3. Isolines of the vertical velocities (mm/s) on a vertical longitudinal section in a rectilinear channel with variable depth. Non-hydrostatic solution.

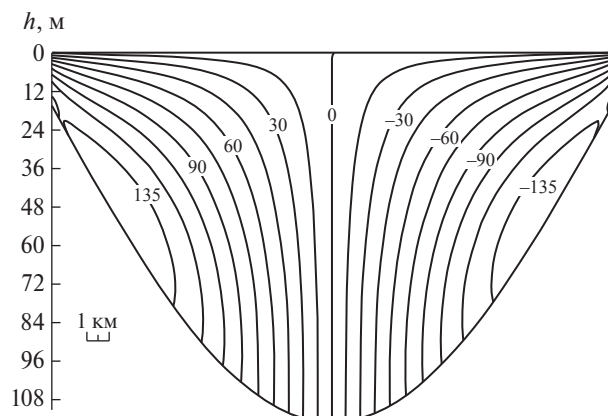


Рис. 4. Изолинии негидростатического давления (Па) на вертикальном продольном разрезе в прямолинейном канале с переменной глубиной.

Fig. 4. Isolines of non-hydrostatic pressure (Pa) on a vertical longitudinal section in a rectilinear channel with variable depth.

Характер изоток коренным образом изменился: от вертикальных с придонным пограничным слоем в Гс до наклонных с увеличением скорости у дна в Нг. На рис. 2, в показаны векторные разности скоростей. Отличия максимальны у дна — до 15 см/с. Минимальные отличия в срединном слое. В придонном слое в Нг произошло увеличение скоростей, в поверхностном — уменьшение. В левой части канала на свале глубин скорости направлены вниз, в правой — вверх. Вертикальная компонента скорости лежит в пределах до 14 мм/с (рис. 3). Отрицательное Нг давление в правой части канала привело к подъему здесь уровня — он стал примерно на 1 см выше, чем в левой части канала. На рис. 4 — изолинии динамического давления. В зоне опускания вод давление повышено, в зоне подъема понижено. Значения давления лежат в пределах от -135 до 135 Па. Эта поправка к гидростатическому давлению в 0.03%, тем не менее она оказала качественное влияние на поле течений.

Следующий пример показывает влияние динамического давления на проникновение волны цунами в защитные сооружения водозабора атомной электростанции Эль-Дабаа, Египет, проектируемой на побережье Средиземного моря в 150 км к западу от Александрии. Схема водозабора приведена на рис. 5, а. Расчеты показывают, что из четырех возможных причин подъема уровня воды у Эль-Дабаа (приливы, воздействие полей ветра и атмосферного давления в экстремальном циклоне и цунами) наибольшую опасность представляет цунами. Согласно каталогу [15] за 4 тысячи лет в этом регионе зарегистрировано 13 цунами. Цунамигенные зоны находятся у северного и восточного побережий Средиземного моря. Согласно [16] в районе Эль-Дабаа высота волн цунами с обеспеченностью 0.1% составляет 1.8–2.5 м, с обеспеченностью 0.01% — 4.5–6.5 м.

В данной работе расчеты выполнялись по модели защитных сооружений водозабора АЭС. Средний шаг сетки 55 м, длина расчетной области 3200 м, шаг по времени 0.1 с. На открытой границе защитных сооружений задавался временной ход уровня в виде синусоидальной волны цунами высотой 3 м и периодом 20 мин (кривая 1 на рис. 5, а). Расчет в Нг приближении дал увеличение уровня в проране и на водозаборе по сравнению с гидростатикой. На водозаборе увеличение уровня составило 6% (143 см вместо 135 см). Расход через проран достигал $4840 \text{ м}^3/\text{с}$ при расчете в Нг приближении и $4440 \text{ м}^3/\text{с}$ — в Гс (рис. 5, б). При площади прорана в 2150 м^2 , средние по сечению скорости в проране достигали соответственно 2.25 м/с и 2.06 м/с.

На рис. 6 показаны изолинии вертикальной скорости на вертикальном разрезе, проходящем вблизи открытой границы водозабора, полученные в Гс и Нг приближениях в один из моментов подъема уровня. Здесь же показаны проекции векторов скорости на плоскость разреза. Вблизи

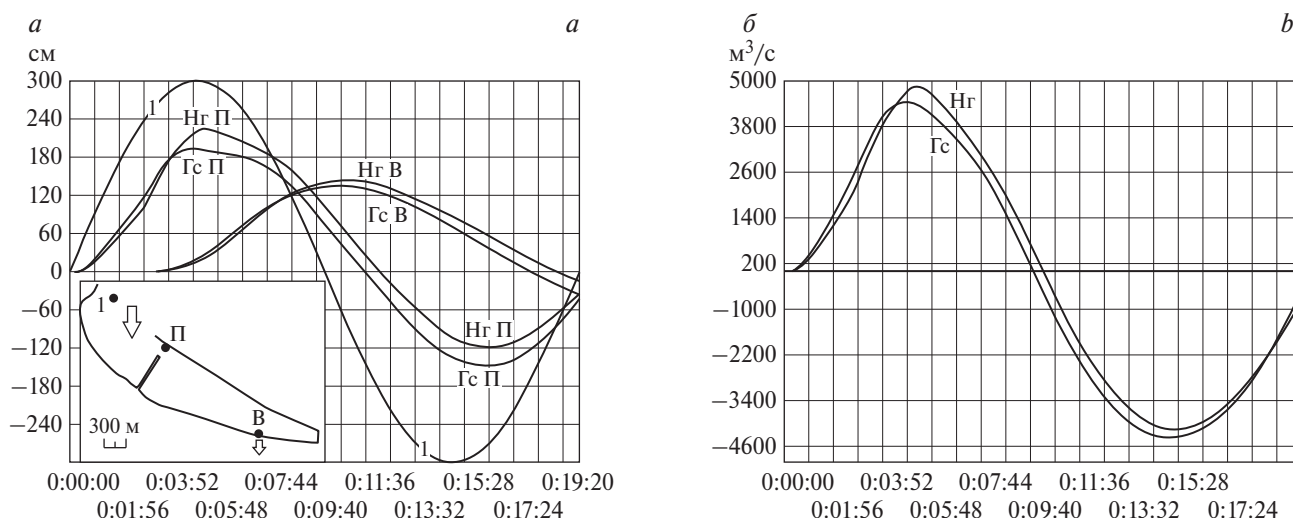


Рис. 5. Временной ход уровня (а) в затоне АЭС в Эль-Дабба и расхода через проран (б) при расчетах в гидростатическом и негидростатическом приближениях.
1 — входящая волна цунами, П — проран, В — водозабор.

Fig. 5. The time histories of water level in water intake protection construction of Al-Dabaa NPS (a) and discharges through the water gap (b) in hydrostatic and non-hydrostatic solutions.
1 — incoming tsunami wave, П — water gap, В — water intake.

входа в проран на поднятии дна вертикальные скорости достигают в Гс 10 см/с, а в Нг — 14 см/с и охватывают всю толщу воды до поверхности, вызывая здесь, перед сужением локальный подъем уровня (рис. 6, б).

Рассмотрим результаты расчета прохождения штормового нагона через судопропускное сооружение С-1 комплекса сооружений защиты Санкт-Петербурга от наводнений (КЗС). КЗС перегораживает Невскую губу примерно в 25 км от Санкт-Петербурга, его длина по открытой акватории 22.2 км. Строительство завершено в августе 2011 г. В состав КЗС входят 6 водопропускных и 2 судопропускных сооружения. С-1 шириной 200 м и глубиной на пороге 16 м предназначено для пропуска судов всех типов. При прогнозе наводнения все сооружения КЗС закрываются. Прогнозы выполняются в оперативном режиме 4 раза в сутки с помощью ПК CARDINAL, метеорологической модели HIRLAM и модели Балтийского моря BSM-2010 [17].

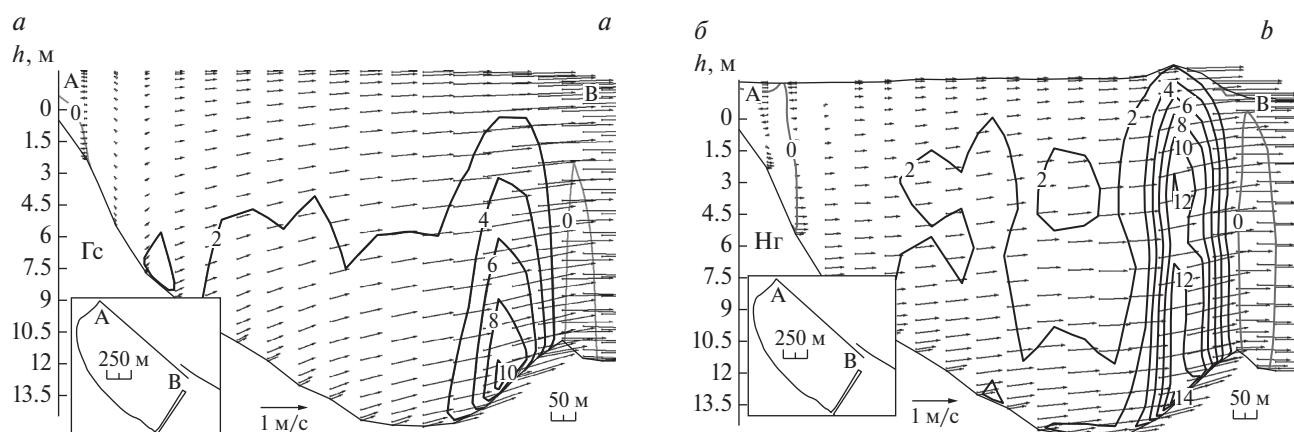


Рис. 6. Изолинии вертикальной скорости (см/с) и векторы продольной составляющей скорости на вертикальном разрезе А-В в гидростатике (а) и в негидростатике (б) в затоне АЭС Эль-Дабба в момент 2 мин 30 с.

Fig. 6. Isolines of the vertical velocity (cm/s) and vectors of velocities along the vertical cross-section A-B in water intake protection construction of Al-Dabaa NPP with hydrostatic (a) and non-hydrostatic (b) solutions at 2 min 30 s.

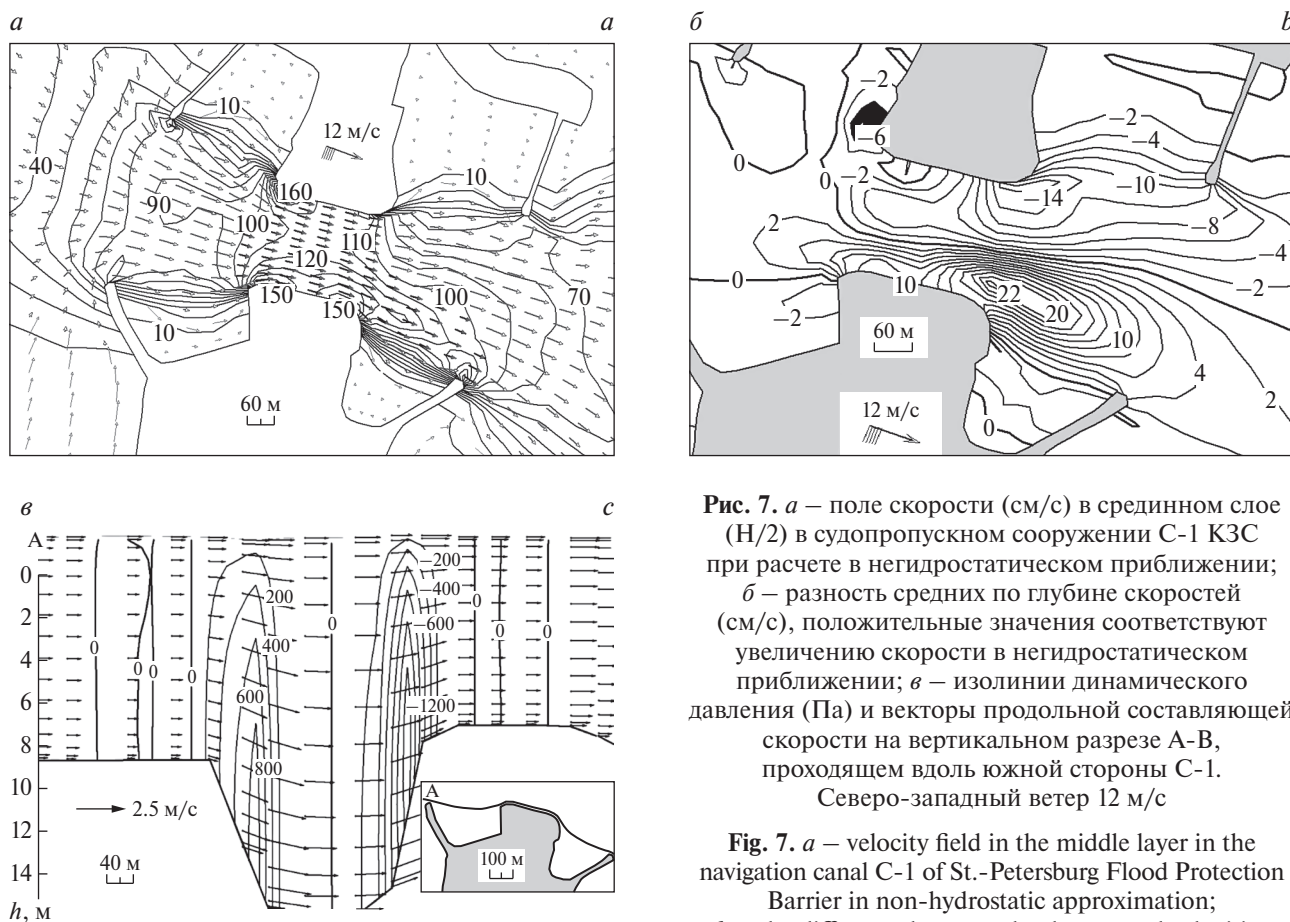


Рис. 7. *а* – поле скорости (см/с) в срединном слое ($H/2$) в судопропускном сооружении С-1 КЗС при расчете в негидростатическом приближении; *б* – разность средних по глубине скоростей (см/с), положительные значения соответствуют увеличению скорости в негидростатическом приближении; *в* – изолинии динамического давления (Па) и векторы продольной составляющей скорости на вертикальном разрезе А-В, проходящем вдоль южной стороны С-1. Северо-западный ветер 12 м/с

Fig. 7. *a* – velocity field in the middle layer in the navigation canal C-1 of St.-Petersburg Flood Protection Barrier in non-hydrostatic approximation; *b* – the difference between depth averaged velocities (cm/s), positive values correspond to increase in velocity in the non-hydrostatic approximation; *c* – isolines of non-hydrostatic pressure (Pa) on the vertical section AB, extending along the south side of the C-1. North-west wind 12 m/c.

Если получено превышение уровня воды в Санкт-Петербурге выше отметки 160 см БС, расчет автоматически повторяется с учетом закрытия КЗС для определения оптимального времени его закрытия (минимизация этого времени в связи с судоходством и недопущение подъема уровня в Санкт-Петербурге выше критической отметки). Увеличение точности этих прогнозов имеет важное практическое значение.

Моделирование выполнялось с помощью локальной модели района судопропускного сооружения С-1. Длина расчетной области в модели около 8 км. По вертикали было задано 16 слоев, шаг сетки в С-1 в продольном направлении составлял 25 м, в поперечном – 10 м. Шаг по времени 1 с. На западной открытой границе задавался расход $4380 \text{ м}^3/\text{с}$, при котором скорость течения в С-1 достигает до 2 м/с. На рис. 7, *а* показано поле скоростей в Нг постановке в районе С-1 в срединном слое ($H(x, y)/2$) при северо-западном ветре 12 м/с. На рис. 7, *б* – разность средних по глубине скоростей в Нг и Гс постановках. При сохранении общего расхода через С-1 за счет Нг произошло увеличение средней скорости на его южной стороне до +22 см/с (14%) и уменьшение на северной стороне до –14 см/с. Учет динамического давления привел к значительному увеличению максимальной придонной скорости в С-1: с 1.03 м/с в Гс до 1.68 м/с в Нг. Аналогичный результат получен и при юго-западном ветре той же силы – увеличение средней по глубине скорости с южной стороны С-1 (до +14 см/с) и уменьшение у северной (до –10 см/с). В придонном слое динамическое давление лежит в пределах от –1700 Па у южной стороны С-1 до 2100 Па у его северной стороны. На рис. 7, *в* показано распределение динамического давления вдоль южной стенки С-1. При входе в С-1 на свале глубин давление увеличивается, на выходе при уменьшении глубин – уменьшается.

Заключение

В работе представлены постановка негидростатической краевой задачи и проекционный метод ее решения, основанный на расщеплении оператора задачи и определении динамического давления из решения 3-*D* эллиптической задачи на каждом временном шаге. Метод тестирован на модельных примерах и применен для определения воздействия длинноволновой динамики на гидротехнические сооружения.

Приводимые приложения метода показывают, что динамическая компонента давления может заметно модифицировать структуру течений на элементах гидротехнического сооружения.

Одной из особенностей решения краевой задачи в Нг постановке является ее высокая вычислительная затратность. При этом обычно Нг эффекты проявляются локально, что делает целесообразным их учет только в подобластях выраженной Нг и решении задачи в гидростатической постановке во всей остальной области. Подобласти Нг могут определяться для каждого объекта, исходя из общих соображений или экспериментальных расчетов.

Следует заметить, что приведенные примеры относятся к условиям длинноволнового воздействия, далеко от экстремальных, когда оно, облекаясь в грозную форму стихийного бедствия, носит разрушительный характер, как, например, цунами в Японии в 2011 г. В таких ситуациях динамическая компонента давления, возрастая на несколько порядков, становится сравнимой с гидростатической компонентой и ее учет очевидно необходим.

Работа выполнена в рамках государственного задания ФАНО России (тема № 0149-2019-0015).

Литература

1. Вольцингер Н.Е., Клеванный К.А., Пелиновский Е.Н. Длинноволновая динамика прибрежной зоны. Л.: Гидрометеиздат, 1989. 270 с.
2. Марчук Г.И., Коган Б.А. Динамика океанских приливов. Л.: Гидрометеиздат, 1983. 380 с.
3. Стокер Д. Волны на воде. М.: ИЛ, 1959. 617 с.
4. Вольцингер Н.Е., Андросов А.А., Клеванный К.А., Сафрай А.С. Океанологические модели негидростатической динамики. Обзор // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2018. Т. 11, № 1. С. 3–20.
5. Beisel S.A., Chubarov L.B., Dutykh D. Simulation of surface waves generated by an underwater landslides in a bounded reservoir // Rus. J. Numer. Anal. Math. Modelling. 1997. V. 12, N2. P. 127–149.
6. Kanarska Y., Shchepetkin A., Mc Williams J.C. Algorithm for non-hydrostatic dynamics in the Regional Oceanic Modeling System // Ocean Model. J. 2007. V. 18. P. 143–147.
7. Oliger J., Sundström A. Theoretical and practical aspects of some initial boundary-value problems in fluid dynamics // SIAM J. Appl. Math. 1978. V. 35, N3. P. 419–445.
8. Вольцингер Н.Е., Зольников А.В., Клеванный К.А., Преображенский Л.Ю. Расчет гидрологического режима Невской губы // Метеорология и гидрология. 1990. № 1. С. 70–77.
9. Kocyigit M.B., Falconer A., Lin B. Three-dimensional numerical modelling of free-surface flows with non-hydrostatic pressure // Int. J. for Numer. Math. Fluids. 2002. V. 40. P. 1145–1162.
10. Клеванный К.А., Глянцева О.В. Влияние сооружений защиты Санкт-Петербурга от наводнений на режим Невской губы. Influence of St.-Petersburg Flood Protection Barrier on water regime in Neva Bay // Тр.7-й Междун. конф. «День Балтийского моря». СПб.: Диалог, 2006. С. 525–532.
11. Клеванный К.А., Смирнова Е.В. Использование программного комплекса CARDINAL // Журнал Университета водных коммуникаций. 2009. Вып. 1. С. 153–162.
12. Программа для гидродинамического и гидроэкологического моделирования CARDINAL. ООО «Кардинал софт». URL: <http://cardinal-hydrosoft.com> (дата обращения: 09.11.2018).
13. Klevannyu K.A., Matveyev G.V., Voltzinger N.E. Integrated modeling system for coastal area dynamics // Int. J. for Numer. Meth. Fluids. 1994. V. 19, № 3. P. 181–206.
14. Dean R.J., Dalrymple R.A. Water wave mechanics for engineers and scientists // World Scientific. 1991.
15. Soloviev S.L., Solovieva O.N., Go Ch.N., Kim Kh.S., Schetnikov N.A. Tsunamis in the Mediterranean Sea. 2000 B.C., 2000 A.D. Kluwer, 2000.
16. Зайцев А.И., Клячко М.А., Куркин А.А., Пелиновский Е.Н., Ялчинер А.С. Воздействие цунами на берега и сооружения. Четырнадцатая Всероссийская конференция «Прикладные технологии гидроакустики и гидрофизики», Санкт-Петербург (23–25 May 2018), 2018, 27–31.
17. Клеванный К.А., Колесов А.М., Мостаманди М.-С.В. Прогноз наводнений в Санкт-Петербурге и восточной части Финского залива в условиях работы комплекса защитных сооружений // Метеорология и гидрология. 2015. № 2. С. 61–70.

References

1. Voltzinger N.E., Klevanny K.A., Pelinovsky E.N. Long-wave dynamics of coastal zone. Leningrad: Gidrometeoizdat, 1989. 270 p. (in Russian).
2. Marchuk G.I., Kagan B.A. Dynamics of ocean tides. *Kluwer Academic Publishers*, 1989. 380 p.
3. Stoker J.J. Water waves. *John Wiley and Sons*, 1958. 617 p.
4. Voltzinger N.E., Androso A.A., Klevanny K.A., Safrai A.S. Oceanological models of non hydrostatic dynamics. A review. *Fundamentalnaya i Prikladnaya Gidrofizika*. 2018, 11, 1, 3–20 (in Russian).
5. Beisel S.A., Chubarov L.B., Dutykh D. Simulation of surface waves generated by an underwater landslides in a bounded reservoir. *Rus. J. Numer. Anal. Math. Modelling*. 1997, 12, 2, 127–149.
6. Kanarska Y., Shchepetkin A., Mc Williams J.C. Algorithm for non-hydrostatic dynamics in the Regional Oceanic Modeling System. *Ocean Model. J.* 2007, 18, 143–147.
7. Oliger J., Sundström A. Theoretical and practical aspects of some initial boundary-value problems in fluid dynamics. *SIAM J. Appl. Math.* 1978, 35, 3, 419–445.
8. Voltzinger N.E., Zolnikov A.V., Klevanny K.A., Preobrazhensky L. Yu. Calculation of hydrological regime of Neva Bay. *Meteorologia i Gidrologia*. 1990, 1, 70–77 (in Russian).
9. Kocyigit M.B., Falconer A., Lin B. Three-dimensional numerical modelling of free-surface flows with non-hydrostatic pressure. *Int. J. for Numer. Meth. Fluids*. 2002, 40, 1145–1162.
10. Klevanny K.A., Glyantseva O.V. Influence of St.Petersburg Flood Protection Barrier on water regime in Neva Bay. Proc. 7th International Environment Forum Baltic Sea Day. St.-Petersburg, Dialog, 2006, 529–532.
11. Klevanny K.A., Smirnova E.V. Applications of program system CARDINAL. *Journal of University of maritime and inland shipping*. 2009, 1, 153–162 (in Russian).
12. CARDINAL – program for hydrodynamical and hydroecological modeling (Cardinal-Soft LLC). URL: <http://cardinal-hydrosoft.com> (date of access: 09.11.2018).
13. Klevanny K.A., Matveyev G.V., Voltzinger N.E. Integrated modeling system for coastal area dynamics. *Int. J. for Numer. Meth. Fluids*. 1994, 19, 3, 181–206.
14. Dean R.J., Dalrymple R.A. Water wave mechanics for engineers and scientists. *World Scientific*. 1991.
15. Soloviev S.L., Solovieva O.N., Go Ch.N., Kim Kh.S., Schetnikov N.A. Tsunamis in the Mediterranean Sea 2000 B.C. A.D. *Kluwer*, 2000.
16. Zaitsev A.I., Kliachko M.A., Kurkin A.A., Pelinovsky E.N., Yalciner A.C. Impact of tsunami on shores and constructions. Proc. 14th All-Russian conference Advanced technologies of hydroacoustics and hydrophysics. St.-Petersburg, 2018, 27–31 (in Russian).
17. Klevanny K.A., Kolesov A.M., Mostamandi M.-S. V. Predicting the floods in St.-Petersburg and the eastern part of the gulf of Finland under conditions of operation of the flood prevention facility complex. *Russian Meteorology and Hydrology*. 2015, 40, N2, P. 115–122.