

УДК 551.466.3

© Д. В. Чаликов^{1,2}, К. Ю. Булгаков¹

¹ Институт океанологии им. П. П. Ширшова РАН, Москва

² Мельбурнский университет, Австралия

dmitry-chalikov@yandex.ru

СТРУКТУРА ПРИВОДНОГО СЛОЯ АТМОСФЕРЫ

Статья поступила в редакцию 30.10.2018, после доработки 24.04.2019

Сформулирована одномерная модель пограничного слоя над волнами. Модель основана на результатах ранее проведенных численных экспериментов с объединенной двумерной моделью волнового пограничного слоя. Пограничный слой над волнами отличается от пограничного слоя над твердой поверхностью появлением дополнительного механизма вертикального волнового потока импульса, созданного непосредственно искривленной и движущейся поверхностью. Одномерные уравнения волнового пограничного слоя могут быть выведены только в следующей поверхности системе координат. В этом случае уравнения явно содержат дополнительные члены, отражающие специфику взаимодействия ветра и волн. Обмен импульсом между ветром и волнами рассчитывается в спектральном пространстве как сумма отдельных потоков создаваемых волновыми модами. Традиционно предполагается, что поток импульса пропорционален спектральной плотности волновой энергии с коэффициентом пропорциональности, зависящим от возраста моды. Проведены расчеты, иллюстрирующие особенности волнового пограничного слоя: профили скорости ветра, энергии турбулентности, волновых и турбулентных потоков импульса. Обсуждается соотношение внешнего (на верхней границе волнового пограничного слоя) и внутреннего (у поверхности) параметров шероховатости. Показывается, что коэффициент сопротивления зависит от скорости ветра и от параметров волнения, в частности, от формы спектра, что объясняет большой разброс данных для этой величины. Сформулированы перспективы дальнейшего развития подхода и его применения в задачах геофизической гидродинамики. Модель такого рода предназначена для объединения атмосферных и океанических моделей с моделями поверхностных волн.

Ключевые слова: волновой пограничный слой, поток импульса и энергии к волнам, коэффициент сопротивления, волновой спектр.

D. V. Chalikov^{1,2}, K. Yu. Bulgakov¹

¹ Shirshov Institute of Oceanology of Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

² University of Melbourne, Australia

THE STRUCTURE OF SURFACE LAYER ABOVE SEA

Received 30.10.2018, in final form 24.04.2019

The one-dimensional model of boundary layer above sea waves is suggested. The model is based on results obtained before with two-dimensional coupled model of wind and waves. The boundary layer above waves is different of model above flat surface by appearance of additional momentum flux created directly by curvilinear and moving interface. The one-dimensional equations of wave boundary layer can be derived in curvilinear surface-following coordinate system. In this case the equations contain explicitly the specifics of wave boundary layer. The momentum exchange between wind and waves is calculated in spectral space as a sum of separate fluxes, produced by wave modes. It is traditionally suggested that momentum flux is proportional to spectral density of wave energy with coefficient depending on wave age of each mode. The calculations illustrating the specific features of wave boundary layer: velocity and energy of turbulence profiles, wave and turbulent fluxes of momentum. The ratio of external (at upper level of boundary layer) and internal (at surface) roughness parameters is discussed. It is shown that external drag coefficient depends not only on wind velocity but also on shape of wave spectrum, what explains the large scatter of experimental data. Further development of suggested approach for problems of geophysical fluid mechanics is discussed. Such models are intended for coupling of atmosphere and ocean models with wave forecasting models.

Keywords: wave boundary layer, flux of momentum and energy to waves, drag coefficient, wave spectrum.

Ссылка для цитирования: Чаликов Д.В., Булгаков К.Ю. Структура приводного слоя атмосферы // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2019. Т. 12, № 2. С. 50–65.

For citation: Chalikov D.V., Bulgakov K.Yu. The structure of surface layer above sea. *Fundamentalnaya i Prikladnaya Gidrofizika*. 2019, 12, 2, 50–65.

DOI: 10.7868/S2073667319020072

Введение

Теория приземного слоя разработана основательно и достаточно хорошо подтверждена экспериментальными данными. Теория подобия для стратифицированного приземного слоя атмосферы Монина—Обухова используется практически во всех атмосферных моделях. Нижний слой атмосферы толщиной порядка десятков метров обычно объявляется нижним слоем численной модели. В приземном слое вертикальная дивергенция вертикальных потоков импульса, тепла и влаги оказываются главными членами, благодаря чему применимы предположения квази-стационарности и горизонтальной квази-однородности. При этом, как правило, в нижнем слое сохраняются все члены уравнений для атмосферы, но они малы, и поэтому можно предположить, что вертикальная структура приземного слоя и его термодинамическое взаимодействие с поверхностью описывается теорией подобия Монина—Обухова. Выше приземного слоя до высоты порядка одного километра простирается пограничный слой атмосферы. В отличие от приземного слоя, в пограничном слое все члены уравнений, включая силу Кориолиса, имеют в среднем один и тот же порядок величины, поэтому нельзя ожидать, что структура пограничного слоя атмосферы может быть в каком-то смысле универсальной. Более того, пограничный слой атмосферы оказывается более сложным объектом, чем свободная атмосфера, поскольку в нем постоянно присутствуют вертикальные потоки импульса, тепла и других субстанций, обеспечиваемые сдвиговой и конвективной турбулентностью. Для параметризации этого процесса применяются различные подходы — от формул, связывающих коэффициенты турбулентности с локальными параметрами среды, до формулировки дифференциальных уравнений (например, уравнения баланса энергии турбулентности).

Приземный слой атмосферы над морем (называемый часто приводным слоем) в основной своей толще не отличается от приземного слоя атмосферы над сушей, поэтому к нему применяются алгоритмы, разработанные для пограничного слоя над твердой поверхностью. При этом, однако, имеется существенное отличие — нижняя граница слоя оказывается движущейся и криволинейной. Для учета этой особенности в большинстве моделей используется формула Чарнока [1] для параметра шероховатости z_0

$$z_0 = mv_*^2 / g, \quad (1)$$

где $v_* = \sqrt{\tau/\rho_a}$ — скорость трения, g — ускорение силы тяжести, m — эмпирический коэффициент порядка 0.01 (τ — вертикальный поток импульса на верхней границе приводного слоя, ρ_a — плотность воздуха). Масштаб длины $Ch = v_*^2/g$ был введен в знаменитой одностраничной статье [1]. Благодаря неизбежному появлению этого масштаба в теориях взаимодействия волн и ветра, его вполне можно называть масштабом Чарнока.

Никакие волновые характеристики в формулу (1) не входят. В действительности предполагается, что волнение развито и полностью характеризуется скоростью ветра, т.е. скоростью трения v_* . Это предположение не так уж плохо, поскольку в среднем при более сильном ветре наблюдаются более высокие волны. Поэтому масштабирование по Чарноку уменьшает разброс данных о параметре шероховатости. Эта закономерность, видимо, и обеспечивает популярность формулы (1). Неточность этой формулы выражается в достаточно большом разбросе данных о коэффициенте m в формуле (1) в пределах $0.005 < m < 0.05$. Можно ожидать, что величина этого коэффициента влияет на успешность прогноза погоды над морем, однако исследования такого рода нам не известны. Заметим, что зависимости типа (1) применяются (с меньшим основанием) также и для расчетов тепло- и влагообмена.

Существует раздел геофизической гидродинамики, для которой упрощения, принятые в формуле (1), неприемлемы. В этом разделе объектом воспроизведения и исследования являются сами волны. Современные модели прогноза ветрового волнения основаны на уравнениях эволюции двумерного волнового спектра $S(x, y, t, \omega, \theta)$ (x и y — координаты точки, t — время, ω — частота, θ — направление). Задача состоит в одновременном расчете эволюции спектра $S(\omega, \theta)$ на пространственной сетке под действием притока энергии от ветра, диссипации и адвекции волновой энергии. Приток энергии от ветра существенно зависит от структуры пограничного слоя.

2. Волновой Пограничный Слой

Потенциальным волнам энергия передается неравномерным распределением не гидростатического давления p на волновой поверхности. Формирование пространственного распределения давления осуществляется в Волновом Пограничном Слое (ВПС). ВПС определяется как самая нижняя часть атмосферного пограничного слоя [2–7], где четко выражены колебания, производимые волнами. Высота ВПС имеет порядок характерной высоты волны H_s , обычно – несколько метров. Внизу он контактирует с морской поверхностью, а наверху переходит в пограничный слой, где справедлива теория Монина–Обухова [8]. В большинстве случаев высота ВПС не превышает высоты динамического подслоя; как следствие, прямое влияние стратификации на взаимодействие волн с ветром является пренебрежимо малым. Внутри ВПС движение подвергается воздействию поверхностных волн. Поскольку ВПС формирует волновое сопротивление, его структура изменяет динамику всего приводного слоя.

Полностью нелинейное моделирование взаимодействия волн с ветром (как и концепция волнового пограничного слоя) было впервые представлено в работе [3, 4]. Наиболее надежный подход для исследования проблемы взаимодействия волн с ветром – моделирование объединенной динамики волн и WBL [9–11]. В настоящее время подготавливается новая версия модели. Подход к проблеме базируется на нескольких важных принципах: (1) модель формулируется как проблема высокого разрешения в нестационарной следующей поверхности системе координат; (2) волны являются объектом моделирования, т.е. полные уравнения потенциальных волн решаются одновременно с уравнениями для пограничного слоя при согласовании решений на поверхности раздела; (3) используется хорошо разработанный и точный метод преобразования Фурье; (4) проблема формулируется как типичная задача статистической гидродинамики, т.е. модель вырабатывает обширные ансамбли двумерных или трехмерных полей основных переменных, которые потом подвергаются разнообразной статистической обработке.

В настоящее время существует единственная гипотеза, связывающая скорость ветра $U(z)$ с давлением на волновой поверхности раздела p . Согласно линейной теории, компоненты Фурье поверхностного давления p_k и p_{-k} связаны с компонентами Фурье возвышения поверхности h_k и h_{-k} следующим выражением:

$$p_k + ip_{-k} = (\beta_k + i\beta_{-k})(h_k + ih_{-k}), \quad (2)$$

где β_k и β_{-k} – реальная и мнимая части β -функции (т.е. коэффициенты Фурье при COS и SIN соответственно). Оба коэффициента β являются функциями безразмерной частоты $\Omega = \omega U/g$. Поскольку снабжение волн энергией и импульсом происходит в слое, толщина которого пропорциональна длине волны, разумно предположить, что значение скорости ветра может быть разным для различных частот; тогда безразмерная частота Ω_k могла бы определяться следующим образом:

$$\Omega_k = \omega_k U (\lambda_k/2) / g = U (\lambda_k/2) / c_k, \quad (3)$$

где $\omega_k = |gk|^{1/2}$ безразмерная частота, k – волновое число, $c_k = g/\omega_k$ – фазовая скорость k -ой моды, а U – скорость ветра при высоте $\zeta = \lambda_k/2$, где $\zeta = 2\pi/k$ – длина k -ой моды.

Форма функции β была получена обработкой одновременных значений данных о возвышении поверхности $\eta(x)$ и поверхностного давления $p(x)$, генерируемых совместной моделью (рис. 1).

Для расчета притока энергии к волнам в спектральных моделях используется только мнимая часть. Обе части функции β используются при расчете поверхностного давления в физическом пространстве. В результате была получена следующая аппроксимация мнимой части функции $\beta(\Omega)$.

$$\beta = \begin{cases} \beta_0 + a_0(\Omega - \Omega_0) + a_1(\Omega - \Omega_0)^2 & \Omega_0 < \Omega \\ \beta_0 + a_0(\Omega - \Omega_0) - a_1(\Omega - \Omega_0)^2 & \Omega < \Omega_0 \end{cases}, \quad (4)$$

где $a_0 = 0.02277$, $a_1 = 0.09476$, $a_2 = -0.3718$, $a_3 = 14.80$, $\beta_0 = -0.02$, $\Omega_0 = 0.58$.

Одномерная модель ВПС гораздо проще, чем двухмерная. Поэтому волновой спектр можно представить вплоть до очень высоких частот. Максимальная частота ограничена пределами $\Omega = \pm 50$, охваченными анализом, проведенным в [10] для аппроксимации (4). Вместе с тем, надо иметь в виду, что аккуратность аппроксимации падает с увеличением $|\Omega|$. Теория неустойчивости Майлса [12] предсказала, что зависимость функции β при $\Omega > 0$ является квадратичной. Однако эта зависимость не может простирается далеко, поскольку она дает слишком большие значения β , а интеграл от потока импульса к волнам при асимптотике $S(\omega) \propto \omega^{-5}$ расходится. Наши данные как будто бы показали, что квадратичная зависимость сменяется линейной, что позволяет вычислить поток импульса к высоким частотам и интегральному потоку импульса. Заметим, что знак функции β при $\Omega < 0$ иногда может быть положительным, тогда он учитывается в формулах для расчета потоков импульса и энергии.

Все модели, описывающие взаимодействие волн и ветра, в той или иной степени опирались на линейную теорию Майлса [12], в которой волны конечной амплитуды фактически отсутствовали. В этих моделях рассматривалась структура потока над одной волной с бесконечно малой амплитудой, а для получения интегрального эффекта производила линейная суперпозиция полученных характеристик. Таким образом, модель процесса построена в координате, связанной со средним уровнем. Между тем, средний уровень не является физическим объектом, в отличие от самой движущейся криволинейной поверхности, на которой выполняется кинематическое условие, подразумевающее отсутствие обмена массой через поверхность. Используемые в линейной теории предположения выражают стремление упростить ситуацию путем введения фиктивного пространства и игнорированием скачка плотности. В действительности над свободной поверхностью, т.е. на разных расстояниях от средней поверхности, существует флуктуирующий пограничный слой, переходящий в вязкий подслой. Формально при осреднении уравнений Навье–Стокса (или Рейнольдса) в фиксированной системе координат ничего кроме турбулентного потока энергии и импульса не получается, т.е. отсутствуют потоки импульса и энергии, продуцируемые непосредственно волнами.

Существование поверхности раздела диктует использование отслеживающей поверхность системы координат, в которой положение поверхности фиксировано. На плоской поверхности $z = 0$ естественным граничным условием является равенство нулю вертикальной скорости w . В конформных координатах роль w приобретает нормальная контравариантная компонента скорости W . Кинематическое условие на поверхности в конформных координатах означает, что $W = 0$, т.е. отсутствует обмен через поверхность раздела конечными объемами.

Осреднение уравнения Рейнольдса для горизонтального импульса, записанного в конформных координатах вдоль координатных линий $\zeta = \text{const}$ дает уравнение эволюции осредненного потока горизонтального импульса. Скобки $\langle \rangle$ ниже означают осреднение (см. подробнее в [11])

$$\frac{\partial \langle u \rangle}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(-\langle uW \rangle + \langle \eta_x p \rangle + \left\langle -\eta_x \overline{u'u'} + \overline{u'w'} \right\rangle \right), \quad (5)$$

$\langle 1 \rangle$
 $\langle 2 \rangle$
 $\langle 3 \rangle$
 $\langle 4 \rangle$

η — поверхность, $\eta_x = \partial \eta / \partial x$. Поскольку $\langle \zeta \rangle = z$, а $\langle \partial / \partial \zeta \rangle = \partial / \partial z$, уравнение (5) можно рассматривать как записанное в декартовой системе координат.

Согласно (5), скорость изменения импульса $\langle 1 \rangle$ зависит от вертикальной дивергенции вертикального потока импульса, создаваемого скоростями, генерируемыми волнами $\langle 2 \rangle$, давлением $\langle 3 \rangle$,

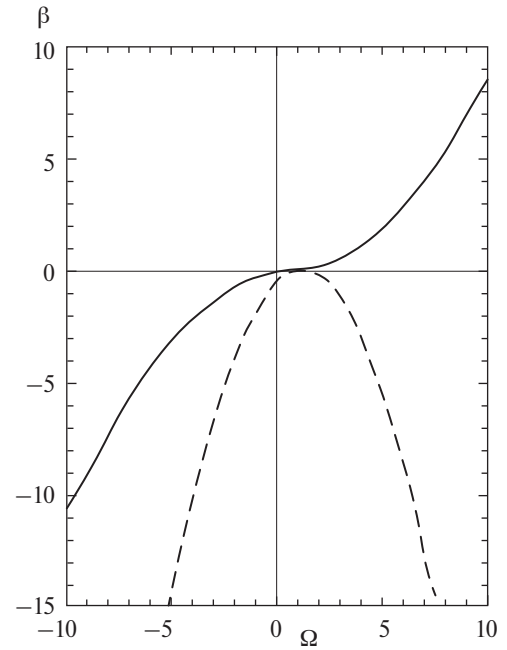


Рис. 1. Мнимая (сплошная кривая) и действительная (пунктирная кривая) части β -функции.

Fig. 1. Imaginary (solid curve) and real parts (dashed curve) of β -function.

и осредненным турбулентным потоком $\langle 4 \rangle$. Уравнение (5) аналогично стандартному уравнению баланса импульса над плоской поверхностью:

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} = \frac{\partial \langle u'w' \rangle}{\partial z}, \quad (6)$$

на которое фактически уповают авторы линейных теорий и которое можно получить осреднением за пределами наибольших возвышений поверхности. Тем не менее в этом уравнении, в отличие от уравнения (5) нет ни волн, ни механизмов передачи импульса волнам. Заметим, что метод осреднения на равных расстояниях от волновой поверхности физически реализуем в лабораторных [13] и натурных условиях [14]. Представим уравнение (6) в виде:

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z}(\tau + \tau_w), \quad (7)$$

где $U = \langle u \rangle$ – профиль ветра, $\tau = \langle u'w' \rangle$ – турбулентный поток импульса, $\tau_w = \langle \eta_x p + -\eta_x \overline{u'u'} + \overline{u'w'} \rangle$ – продуцируемый волнами поток импульса (ВПИ, в английской литературе – *Wave Produced Momentum Flux, WPMF*). Векторы U , τ и τ_w направлены вдоль оси x .

Осредненные профили спектральных компонент ВПИ, рассчитанные в [10], показаны как функция z на рис. 2, *a*. Как видим, форма этих профилей значительно зависит от волнового числа. Эти данные можно упорядочить, нормализуя каждый профиль его поверхностным значением τ_w^k и вводя безразмерную высоту Gkz . После такого преобразования профили τ_w^k собираются вместе. Упорядочивание может быть сделано точнее введением следующей зависимости:

$$\tau_w^k = \tau_{w0}^k \exp(Gkz), \quad (8)$$

где G – слабая функция $\tilde{\omega} = \Omega/\Omega_p$:

$$G = 0.985 + 0.4(\tilde{\omega})^{0.81}, \quad (9)$$

при этом $\tilde{\omega}$ также равна отношению размерных частот ω и ω_p . Заметим, что введение функции G в (8) мало влияет на результаты расчетов, так что в большинстве случаев можно положить $G \equiv 1$. Спектральные компоненты профилей τ_w/τ_{w0} , как функция Gkz , представлены в нижней секции на рис. 2. Как видно, формула (8) дает удовлетворительную аппроксимацию вертикального профиля спектральных компонент волнового потока импульса.

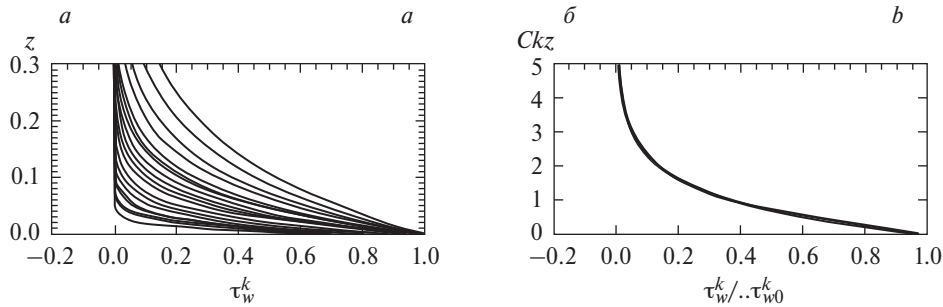


Рис. 2. Структура вертикального потока импульса.

a – вертикальные профили Фурье компонент τ_w^k продуцируемого волнами потока импульса (ВПИ) как функция z ;

b – те же профили, но нормализованные поверхностными значениями, как функция Gkz (уравнение (8)).

Fig. 2. The structure of vertical flux of momentum.

a – vertical profiles of Fourier components of wave produced momentum flux τ_w^k as function of z ;

b – the same profiles bur normalized by surface values as function of Gkz (eq. (8)).

3. Модель пограничного слоя атмосферы над волнами

ВПС определяется как нижняя часть приводного слоя атмосферы, в которой заметная доля вертикальных потоков импульса и энергии осуществляется пульсациями скорости и давления, создаваемые непосредственно волнами. Высота ВПС по порядку величины близка к высоте характерной волны (равной дисперсии поверхности, умноженной на 4), т.е. не превышает нескольких метров. В основании ВПС прилегает к взволнованной поверхности, а в верхней части переходит в пограничный слой Монина–Обухова. В огромном большинстве случаев высота ВПС не превышает высоты динамического подслоя, так что учет прямого влияния стратификации в ВПС не нужен. Уравнения одномерной модели ВПС были получены в [10] путем осреднения двумерных уравнений движения Рейнольдса, записанных в конформной системе координат вдоль координатных линий:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(K \frac{\partial u}{\partial z} + \tau_w \right), \quad (10)$$

$$\frac{\partial e}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} K \frac{\partial e}{\partial z} + P - \varepsilon, \quad (11)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} K \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} + \frac{\varepsilon}{e} (c_2 P - c_4 \varepsilon), \quad (12)$$

где u – горизонтальная компонента скорости, e – кинетическая энергия турбулентности, ε – скорость диссипации турбулентности, K – коэффициент турбулентности, $K_e = K_\varepsilon = K/c_e$, τ_w – волновой поток импульса, c_2, c_4 – константы. P – скорость генерации энергии турбулентности:

$$P = \frac{\partial u}{\partial z} \left(K \frac{\partial u}{\partial z} + \tau_w \right). \quad (13)$$

Используется следующее соотношение, связывающее коэффициент турбулентной вязкости, энергию турбулентности и скорость диссипации [15]:

$$K = c_e \frac{e^2}{\varepsilon}. \quad (14)$$

Рассматривается осредненная по площади структура пограничного слоя атмосферы над волновой поверхностью, заданной двумерным волновым спектром $S(\omega_i, \theta_j)$ м²с. В настоящей работе рассматривается симметричный относительно оси x спектр $S(\omega, \theta) = S(\omega, -\theta)$, заданный в области $(-\pi/2 \leq \theta \leq \pi/2)$. Форма спектра будет описана ниже. Спектр аппроксимируется на сетке

$$\begin{aligned} \theta_j &= -\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{N} \left(\frac{1}{2} + j \right), \quad j = 0, 1, 2 \dots N-1 \\ \omega_{i+1} &= \sum_{i=0}^{M-1} \Delta \omega_i, \quad \Delta \omega_{i+1} = \gamma_\omega \Delta \omega_i, \quad i = 0, 1, 2 \dots M-1, \quad \omega_0 = 0, \end{aligned} \quad (15)$$

т.е. используется равномерная сетка по углу θ с шагом π/N и растянутая сетка по частоте ω с коэффициентом растяжения $\gamma_\omega = 1.03$.

Плотность поверхностного волнового потока импульса $\tau_{i,j}$ (м²/с) в спектральном интервале $(\Delta \omega_i, \Delta \theta_j)$ в направлении x рассчитывается с помощью аппроксимации (4) для функции β :

$$\tau_{i,j} = \omega_i^2 \beta(\Omega_{i,j}) S(\omega_i, \theta_j). \quad (16)$$

Профиль полного волнового потока импульса τ_w (м²/с²), входящий в уравнения (10)–(13), создаваемого волновыми флуктуациями скорости, напряжений и давления, может быть рассчитан путем интегрирования спектральных составляющих волнового потока импульса:

$$\tau_w(z) = \sum_{j=0}^{N-1} \sum_{i=0}^{M-1} \omega_i^2 \beta(\Omega_{i,j}) S(\omega_i, \theta_j) \exp \left[-G(\tilde{\omega}_i) \frac{\omega_i^2 z}{g} \right] \Delta \omega_i \Delta \theta_j. \quad (17)$$

Кажущаяся (т.е. вычисленная по направлению ветра) безразмерная частота $\Omega_{i,j}$ рассчитывается по формуле:

$$\Omega_{i,j} = \omega_i U (\lambda_j / 2) \cos(\theta_j) / g = \omega_i U \left(\frac{\pi g}{\omega_i^2} \right) \cos(\theta_j) / g, \quad (18)$$

где принято во внимание, что $\lambda_j = \pi g / \omega_j^2$.

Для уравнения (10) на верхней границе области H задается вертикальный поток горизонтального импульса (напряжение) τ_H ($\text{м}^2\text{с}^{-2}$), определяющий внешнюю скорость трения $v_* = \sqrt{\tau}$.

$$\left(K \frac{du}{dz} \right)_{z=H} = v_*^2. \quad (19)$$

На нижней границе области задается локальное напряжение

$$\left(K \frac{du}{dz} \right)_{z=0} = v_{*0}^2, \quad (20)$$

где v_{*0} — локальная скорость трения, определенная ниже.

Для уравнения (11) задается верхнее значение энергии турбулентности e :

$$e_{z=H} = c_1 v_*^2 \quad (21)$$

и отсутствие вертикальной диффузии e на нижней границе

$$\left(K_e \frac{de}{dz} \right)_{z=0} = 0. \quad (22)$$

Для уравнения (12) задается верхнее значение диффузии скорости диссипации

$$\left(K_e \frac{d\varepsilon}{dz} \right)_{z=H} = -v_* H^4. \quad (23)$$

Для формулировки нижнего граничного условия используется асимптотическое поведение скорости диссипации $\varepsilon \propto z^{-1}$, откуда получается соотношение, связывающее скорость диссипации на уровнях z_1 и z_2 :

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_2 z_2 z_1^{-1}. \quad (24)$$

Система уравнений (10)–(12) решается на сетке с неравномерным шагом $\Delta z_{i+1} = \gamma_z \Delta z_i$, а самый нижний шаг рассчитывался по формуле

$$\Delta z_* = H (\gamma_z - 1) (\gamma_z^L - 1)^{-1}, \quad (25)$$

где H — высота ВПС, L — число слоев, а γ_z — коэффициент разрешения для вертикальной сетки.

Специфику ВПС составляет появление волнового потока импульса τ_w , который вызывает отклонение от логарифмического распределения скорости. В нижней части ВПС распределение скорости снова становится логарифмическим, но с другим наклоном, определяемым локальным сопротивлением:

$$U(z) = \frac{v_{*0}}{\kappa} \ln \frac{z}{z_{00}}, \quad (26)$$

где v_{*0} — пристеночное значение скорости трения, κ — постоянная Кармана, z_{00} — поверхностная шероховатость, определяемая высокочастотными поверхностными волнами за пределами рассматриваемой спектральной области, т.е. при $\omega > \omega_M$, где ω_M — верхний предел частоты для волнового спектра. Далее используется гипотеза, что действие малых беспорядочных волн аналогично действию элементов шероховатости на плоской подстилающей поверхности [6, 7], т.е. параметр шероховатости пропорционален среднеквадратичной высоте h элементов шероховатости:

$$z_{00} = Ah, \quad h = \left(\int_{\omega_M}^{\infty} S(\omega) d\omega \right)^{1/2}, \quad (27)$$

где $A \approx 0.03$. На высоких частотах спектр ведет себя как $S \propto \omega^{-5}$. Еще выше форма спектра зависит от капиллярности, однако этот интервал не дает заметного вклада в h . Из формул (27) получаем

$$z_{00} = 0.5A\sqrt{\omega_M S_1(\omega_M)}. \quad (28)$$

Таким образом, пристеночное значение скорости трения v_{*0} , определяющее граничное условие (20) рассчитывается по формуле

$$v_{*0} = \kappa U_1 \left(\ln \frac{z}{z_{00}} \right)^{-1} \quad (29)$$

(U_1 – скорость на нижнем уровне). Уравнения аппроксимировались конечными разностями второго порядка. Использовалась явная схема интегрирования по времени, шаг по времени Δt выбирался по условию

$$\Delta t = 0.25 \min(\Delta z^2 / K). \quad (30)$$

Начальные профили скорости ветра $U(z)$, энергии турбулентности $e(z)$ и скорости диссипации $\epsilon(z)$ задаются формулами:

$$U(z) = \frac{v_*}{\kappa} \ln \frac{z}{z_0}, \quad e(z) = c_1 v_*^2, \quad \epsilon(z) = \frac{v_*^3}{\kappa z}. \quad (31)$$

Начальные значения внешнего параметра шероховатости z_0 задавались формулой Чарнока

$$z_0 = 0.02 v_*^2 / g. \quad (32)$$

На этом заканчивается формулировка модели предназначенной для описания структуры и эволюции волнового пограничного слоя. Модель непосредственно учитывает воздействие волн, заданных произвольным двумерным волновым спектром, формирующим волновой поток импульса. Модель может использоваться для изучения структуры или эволюции волнового пограничного слоя над волновой поверхностью, заданной эмпирическим спектром. По сравнению с работой [1] в модель внесены ряд изменений: исключено уравнение для диссипации, не влияющее на решение, модифицирована формулировка нижних граничных условий и пересмотрена аппроксимация функции β . Данная работа предназначена для использования в прогностических моделях ветрового волнения и объединенных моделях атмосферы и океана.

4. Исходный волновой спектр

Рассмотрим ситуацию, когда волны определены спектром JONSWAP [16] $S(\omega, \theta)$:

$$S(\omega, \theta) = S_1(\omega) D(\tilde{\omega}, \theta). \quad (33)$$

Здесь $S_1(\omega)$ – одномерный спектр, а $D(\theta)$ – функция, описывающая угловое распределение плотности потенциальной энергии.

$$S_J(\omega) = \alpha g^2 \omega^{-5} \exp(-1.25 \tilde{\omega}^{-4}) \Gamma, \quad (34)$$

где $\tilde{\omega} = \omega / \omega_p$ (ω_p – частота максимума спектра), $\Gamma = 3.3$, α – коэффициент, зависящий от $\tilde{\omega}$ [17]:

$$\alpha = 0.01 (U_{10} / c_p)^{0.66}, \quad (35)$$

Γ – функция $\tilde{\omega}$:

$$\Gamma = \exp\left(\left(\frac{\tilde{\omega} - 1}{\sqrt{2}\sigma}\right)^2\right) \quad (36)$$

$$\text{где } \sigma = \begin{cases} 0.7 & \tilde{\omega} < 1 \\ 0.9 & \tilde{\omega} \geq 1 \end{cases} \quad (37)$$

Известно, что аппроксимация JONSWAP при малых значениях обратного возраста волны $\Omega_0 = U_{10} / c_p < 1.5$ примерно в полтора раза завышает максимальное значение спектра по сравнению со спектром Пирсона–Московитца [18] для развитого волнения:

$$S_p(\omega) = 0.0081g^2\omega^{-5} \exp(1.25\tilde{\omega}^{-4}) \quad (38)$$

Комбинированный спектр $S(\omega)$, учитывающий асимптотическое поведение спектра (37) может быть получен линейной комбинацией S_J и S_p :

$$S(\omega) = WS_p + (1 - W)S_J \quad (39)$$

где $W = \exp(-15(\Omega_0 - \Omega_m))$, где $\Omega_m = 0.855$ – предельный обратный возраст волн.

Угловое расширение спектра $D(\tilde{\omega}, \theta)$ предложено Донеланом [19].

$$D(\omega, \theta) = 0.5B(\tilde{\omega})\text{sech}(B(\tilde{\omega})\theta)\bar{D}^{-1} \quad (40)$$

где $\bar{D}^{-1}$ – множитель, обеспечивающий $\sum_{\theta} D = 1$, а $B(\tilde{\omega})$ – функция:

$$B(\omega) = \begin{cases} 1.24 & \tilde{\omega} < 0.56 \\ 2.61\tilde{\omega}^{1.3} & 0.56 \leq \tilde{\omega} \leq 0.95 \\ 2.28\tilde{\omega}^{-1.3} & 0.95 < \tilde{\omega} \end{cases} \quad (41)$$

Форма спектра зависит от единственного параметра Ω_0 . Частота максимума ω_p определяется формулой

$$\omega_p = \Omega_0 g / U_{10}. \quad (42)$$

Для обеспечения достаточной аппроксимации низкочастотной части спектра $S(\omega)$ первый интервал $\Delta\omega_1$ в формуле (15) рассчитывается по формуле

$$\Delta\omega_1 = 0.1\omega_p\Omega_0, \quad (43)$$

спектр потока энергии $E_{i,j}$ к волнам рассчитывается по соотношению

$$E_{i,j} = g\omega\beta(\Omega_{i,j})S(\omega_i, \theta_j), \quad (44)$$

а интегральный поток энергии к волнам равен

$$E_w(z) = \sum_{j=0}^{N-1} \sum_{i=0}^{M-1} g\omega_i\beta(\Omega_{i,j})S(\omega_i, \theta_j)\Delta\omega_i\Delta\theta_j. \quad (45)$$

В рассмотренном варианте модели структура пограничного слоя над волнами рассматривается для симметричного относительно угла волнового спектра. Поэтому направленные противоположно поперечные компоненты потока импульса компенсируют друг друга, а интегральный поток импульса направлен вдоль скорости ветра.

Скорость ветра на высоте $\lambda_i/2$ рассчитывала линейной интерполяцией по профилю скорости $U(z)$, а на высотах $z > H$ – логарифмической экстраполяцией. Спектр $S(\omega, \theta)$ может быть фиксирован, тем не менее, в наших расчетах он периодически пересчитывался, поскольку профиль ветра в процессе адаптации несколько изменялся, что, впрочем, мало влияло на результаты.

5. Параметры модели и результаты расчетов

Волновой спектр задавался на сетке (15) при числе частот $M = 80$ и числе углов в интервале $-\pi/2 \leq \theta \leq \pi/2$ при коэффициенте растяжения $\varepsilon = 1.03$. При этом разрешении $\Delta\omega_1 = 0.039$, $\Delta\omega_M = 0.40 \text{ rad}^{-1}$, $\omega_M = 12.28 \text{ rad}^{-1}$. Разрешения по углу составляло 2° .

Модель интегрировалась на сетке (25), высота области $H = 10 \text{ м}$, коэффициент растяжения $\gamma_z = 1.05$ число слоев, $L = 100$, $\Delta z_1 = 0.002 \text{ м}$, $\Delta z_L = 0.504 \text{ м}$.

Схема замыкания уравнений ВПС, использует набор эмпирических констант: $\kappa \approx 0.41$ (постоянная Кармана), $c_1 = 3.7$, $c_e = 1$, $c_2 = 1.92$, $c_3 = 1.3$. При отсутствии волн, как это следует из автомодельности логарифмического пограничного слоя, постоянная c_4 связана с другими константами:

$$c_4 = (c_1 - c_2)\kappa^{-2}c_3^{-1}. \quad (46)$$

Всего было проведено 49 экспериментов при $\Omega_0 = \{0.855, 1.0, 1.25, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0\}$ и $v_* = \{0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0, 1.2, 1.4\}$. Стационарное численное решение уравнений (10)–(12) было получено на основе схемы второго порядка точности и явной схемы по времени. В целом, схема требует использования очень малого шага по времени, оцениваемого неравенством

$$\Delta t < 0.25 \min \left(\frac{(\Delta z)^2}{K} \right). \quad (47)$$

Для стационарных условий должен выполняться баланс импульса $\tau_z = K \partial u / \partial z + \tau_w = \tau$. Поэтому критерий стационарности был выбран в виде:

$$(\max(\tau_z) - \min(\tau_z)) / \tau < 0.001. \quad (48)$$

Тем не менее, при регулярном использовании одномерной модели ВПС (например, в рамках модели прогноза волн) целесообразно использовать метод прогонки [20] без итераций.

Ниже приведены основные результаты, характеризующие специфику волнового пограничного слоя.

Главная особенность ВПС состоит в том, что механизм передачи импульса волнам складывается очень близко к поверхности (рис. 2). Основное преимущество одномерного подхода, по сравнению с двумерным, состоит в том, что в нем можно учитывать гораздо более широкий интервал частот. В противоположность турбулентному напряжению, волновой поток импульса обязан своим возникновением волнам, т.е. криволинейности движущейся поверхности. Поскольку в стационарном пограничном слое полный поток импульса должен быть постоянным по высоте, турбулентный поток импульса должен с приближением к поверхности уменьшаться. Естественно, что с появлением WPMF модифицируется связь между профилем ветра и напряжением. Поэтому структура ВПС отлична от структуры пограничного слоя над плоской поверхностью.

Данные на рис. 3 характеризуют связь между H_s и скоростью трения v_* на верхней границе $z = H$ рассматриваемого слоя и обратным возрастом волны Ω . Как видно, H_s быстро падает с уменьшением возраста волн (т.е. увеличением Ω). Маркировка кривых на рис. 3 далее вводится только для первой и последней кривых.

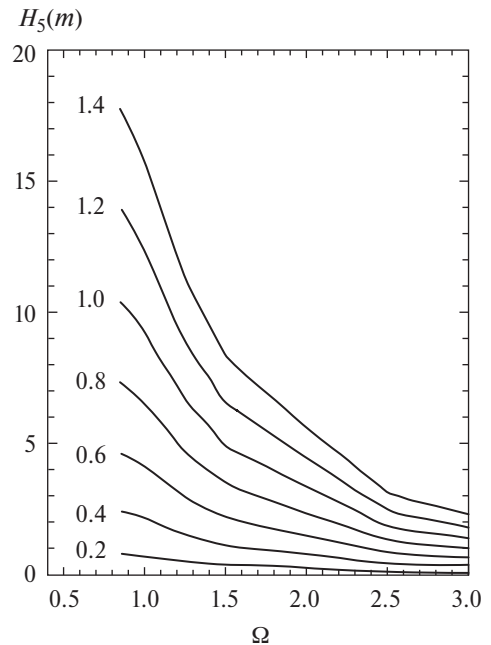


Рис. 3. Зависимость характерной высоты волны H_s (м) от обратного возраста волны Ω и скорости трения v_* (м/с) (цифры у кривых) на высоте $z = 10 \text{ м}$.

Fig. 3. Dependence of significant wave height H_s (m) on inverse wave age Ω and friction velocity v_* (m/s) (the numbers at curves) at height 10 m.

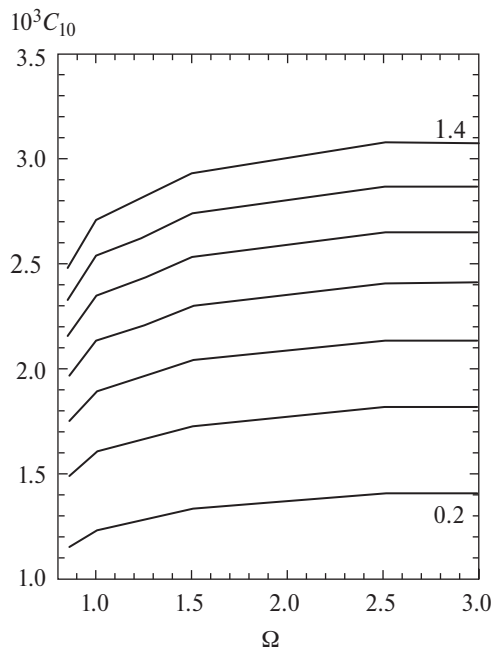


Рис. 4. Зависимость коэффициента трения C_{10} от обратного возраста волны Ω и скорости трения v_* (м/с) на высоте $z = 10$ м. Указаны крайние значения v_* (рис. 3).

Fig. 4. Dependence of drag coefficient C_{10} on inverse wave age Ω and friction velocity v_* at height $z = 10$ m. The edge values of v_* are indicated (fig. 3).

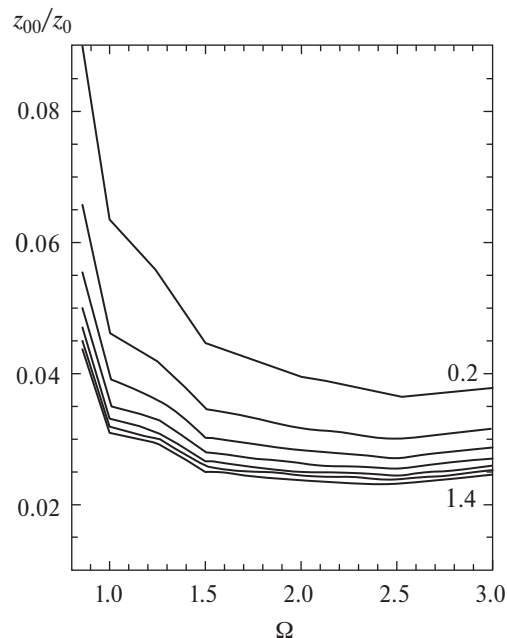


Рис. 5. Зависимость отношения локального (приповерхностного) параметра шероховатости z_{00} к параметру шероховатости z_0 , определяемому по скорости ветра и напряжению τ на высоте $z = 10$ м от обратного возраста волны Ω и скорости трения v_* (м/с) на высоте $z = 10$ м. Указаны крайние значения v_* (рис. 3).

Fig. 5. Dependence of local (surface) roughness parameter z_{00} to roughness parameter z_0 , calculated on wind velocity and stress τ at height 10 m on inverse wave age Ω and friction velocity v_* (m/s) at height $z = 10$ m. The edge values of v_* are indicated (fig. 3).

Наиболее важной проблемой является зависимость коэффициента сопротивления C_{10} от скорости ветра u_{10} . Хорошо известно, что такого рода данные имеют большой разброс, но они показывают, что, в целом, C_{10} растет со скоростью. Зависимости C_{10} от u_{10} и u_{10}/c_p , рассчитанные по одномерной модели, показаны на рис. 4. Как видно, коэффициент сопротивления зависит от степени развития волнения даже сильнее, чем от скорости ветра. Этот вывод качественно согласуется с наблюдениями [21]. Экспериментальные данные о коэффициенте трения над морем здесь не приводятся. Как известно, эти данные настолько хаотичны, что в равной степени они могут как подтверждать, так и опровергать теорию. Большому разбросу такого рода данных можно найти объяснение. Уже по наземным измерениям удалось установить, что стационарность и горизонтальная однородность пограничного слоя чрезвычайно сильно влияют на величину измеряемого напряжения трения. Над морем, кроме ошибок наблюдений, могут также существовать: естественная нестационарность ветра, термическая неоднородность поверхности моря, порывистость или, в общем случае, мезомасштабная турбулентность в пограничном слое и прочие процессы. Вряд ли в природе можно найти случаи, когда теория точно соответствует природному явлению. Тем не менее, модели нуждаются в параметризации многих процессов. Схемы параметризации практически никогда не будут верны в каждом отдельном случае, но они обязаны правильно описывать интегральный эффект, в котором сглажены не поддающиеся исправлению недостатки.

В работах, посвященных приводному пограничному слою, обычно не учитывается, что волновой поток импульса изменяет профиль ветра. Поэтому такое понятие, как коэффициент шероховатости усложняется тем, что в нижней части ВПС профиль скорости отклоняется от логарифмического, поэтому формально определяемый параметр шероховатости оказывается функцией высоты. В самой

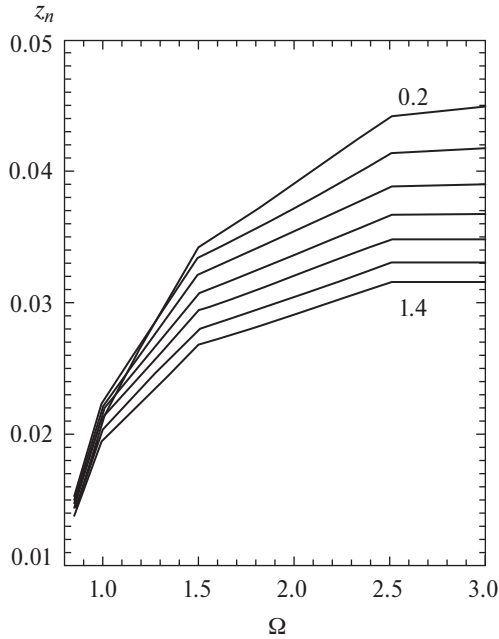


Рис. 6. Зависимость безразмерного параметра шероховатости z_n от обратного возраста волны Ω и скорости трения v_* (м/с) на высоте $z = 10$ м. Указаны крайние значения v_* (рис. 3).

Fig. 6. Dependence of nondimensional roughness parameter z_n on inverse wave age Ω and friction velocity v_* (m/s) at height 10 m. Only edge values of v_* are indicated (fig. 3).

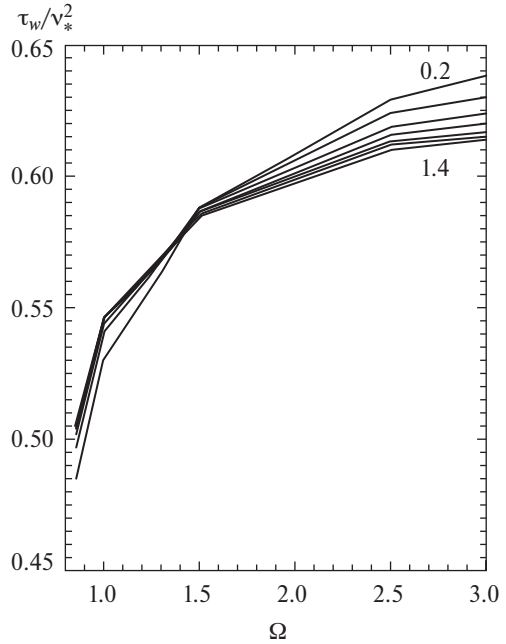


Рис. 7. Зависимость безразмерного волнового потока импульса τ_w/v_*^2 к волнам от обратного возраста волны Ω и скорости трения v_* (м/с) на высоте $z = 10$ м. Указаны крайние значения v_* (рис. 3).

Fig. 7. Dependence of nondimensional wave produced momentum flux τ_w/v_*^2 to waves on inverse wave age Ω and friction velocity v_* (m/s) at height 10 m. Only edge values of v_* are indicated (fig. 3).

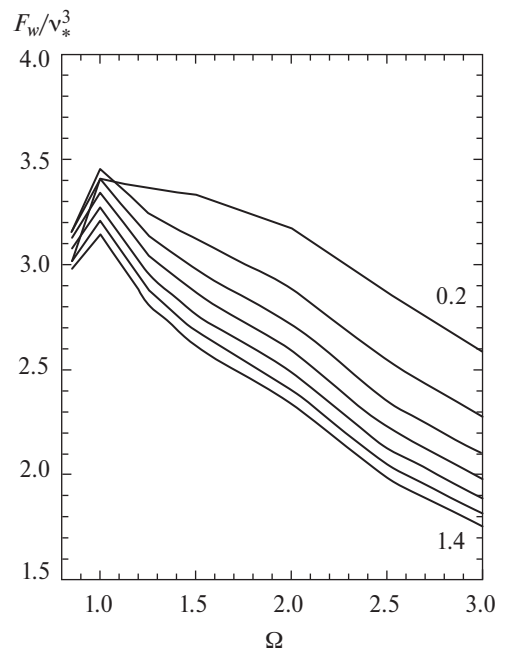
нижней части ВПС, прилегающей к поверхности раздела, профиль скорости снова приближается к логарифмическому, так что можно ввести понятие *локального* параметра шероховатости z_{00} .

Его величина, как правило, оказывается гораздо меньше, чем величина «внешнего» параметра шероховатости z_0 . Отношение локального и внешнего параметров шероховатости, как функции скорости ветра (характеризуемой внешней скоростью трения), показано на рис. 5. Параметр шероховатости, нормированный масштабом Чарнока, показан на рис. 6. Отношение волнового потока импульса к полному потоку импульса (т.е. его значению выше ВПС) дано на рис. 7.

Как видно, волновой поток импульса может достигать 64% полного потока, но его доля уменьшается по мере развития волн, что, безусловно, связано с так называемым «эффектом превышения» — уменьшения энергии в коротковолновой части спектра по мере развития волнового поля. Очень интересно, что поток энергии ведет себя прямо

Рис. 8. Зависимость безразмерного потока энергии F_w/v_*^3 к волнам от обратного возраста волны Ω и скорости трения v_* (м/с) на высоте $z = 10$ м. Указаны крайние значения v_* (рис. 3).

Fig. 8. Dependence of nondimensional wave produced energy flux F_w/v_*^3 to waves on inverse wave age Ω and friction velocity v_* (m/s) at height 10 m. Only edge values of v_* are indicated (fig. 3).



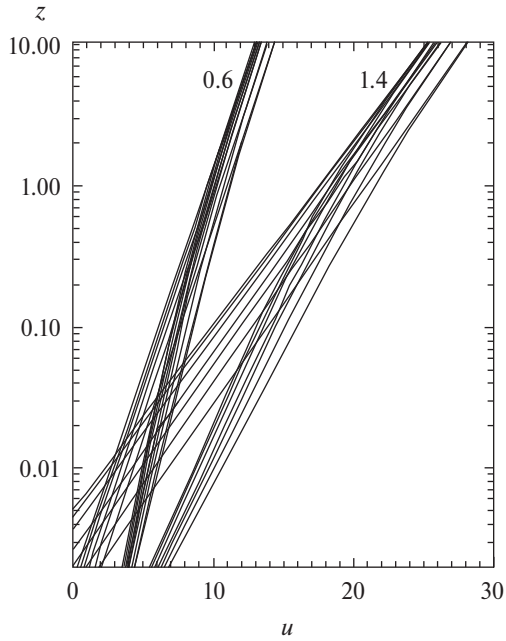


Рис. 9. Профили скорости u . Левая группа относится к $v_* = 0.6$ м/с. Правая — к $v_* = 1.4$ м/с. Жирные кривые — расчет по модели, тонкие кривые — профиль скорости в отсутствии волнового потока импульса при том же напряжении на верхней границе. В каждой группе кривые упорядочены в порядке возрастания Ω (слева направо).

Fig. 9. Velocity u profiles. Left group refers to $v_* = 0.6$ m/s, right — to $v_* = 1.4$ m/s.

Solid curves correspond to calculations with model, *thin curves* are wind profiles in absence of wave produced momentum flux at the same stress at upper level. In each group the curves are in order of growing Ω (fig. 3).

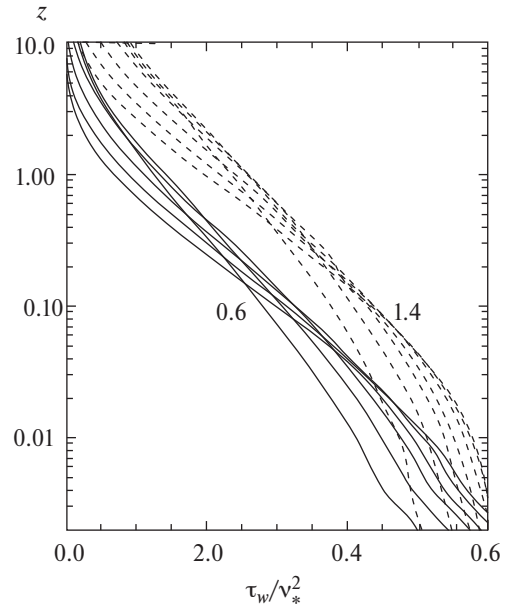


Рис. 10. Профили волнового потока импульса τ_w/v_*^2 . Левая группа относится к $v_* = 0.6$ м/с, правая — к $v_* = 1.4$ м/с. На верхней границе. В каждой группе кривые упорядочены в порядке возрастания Ω (слева направо).

Fig. 10. Profiles of wave produced momentum flux. Velocity u profiles. Left group refers to $v_* = 0.6$ m/s, right — to $v_* = 1.4$ m/s. In each group the curves are in order of growing Ω (fig. 3).

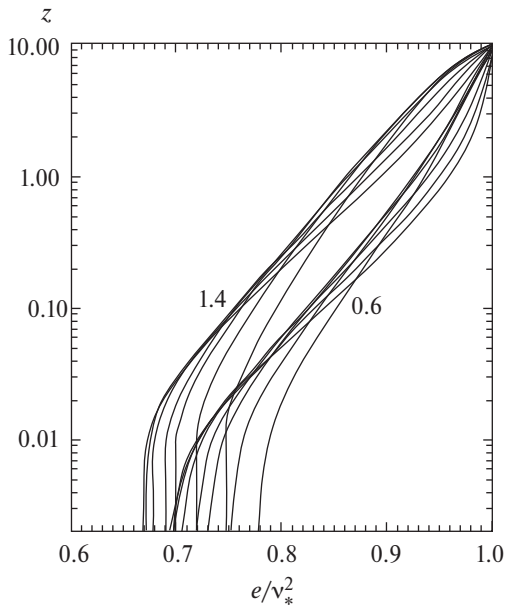


Рис. 11. Профили энергии турбулентности $e/c_1 v_*^2$. Правая группа относится к $v_* = 0.6$ м/с, левая — к $v_* = 1.4$ м/с на верхней границе. В каждой группе кривые упорядочены в порядке возрастания Ω (слева направо).

Fig. 11. Profiles of energy turbulence ave produced momentum flux. Right group refers to $v_* = 0.6$ m/s, right — to $v_* = 1.4$ m/s. In each group the curves are in order of growing Ω (fig. 3).

противоположно — доля волнового потока энергии увеличивается с развитием волнения (рис. 8). Это объясняется тем, что волны снабжаются энергией большей частью в энергосодержащей части спектра.

Заметим, что при отсутствии тангенциального напряжения сами волны не могут обеспечить достаточного сопротивления даже при высоком разрешении, так что коэффициент трения становится нереально малым. Это указывает на то, что часть импульса всегда переносится молекулярной вязкостью и на таких высоких частотах, на которых измерения пока недоступны.

В настоящее время точная форма волнового спектра на высоких частотах и соответствующая β -функция неизвестны. Поэтому наиболее важным выводом из полученных выше результатов является необходимость установление преобладающей зависимости сопротивления морской поверхности от энергии в высокочастотной части спектра.

Профили ветра над волнами при различных значениях обратного «возраста волны» U_{10}/c_p и двух значениях скорости ветра (около 15 м/с и 30 м/с) показаны на рис. 9 как функция высоты z (м). Тонкие кривые соответствуют вертикальной логарифмической экстраполяции профиля ветра, т.е. показывают профиль ветра при отсутствии волнового потока импульса при том же напряжении $\tau = \nu_*^2$ на высоте 10 м. Как видно из рисунка, в самой нижней части ВПС отклонения профиля ветра от логарифмического может достигать нескольких метров при $u_{10} \sim 14$ м/с, а при $u_{10} \sim 30$ м/с — порядка 10–20 м/с.

Важно отметить, что столь большие отклонения имеют место на очень малой высоте. На высоте порядка 0.1 м профили первой группы отклоняются от логарифмического примерно на 1 м, а второй группы — на 7–10 м. Такие особенности на малой высоте можно измерять только с помощью отслеживающих поверхность измерений, подобных разработанным в [14]. Несмотря на то, что возмущения скорости сосредоточены в очень тонком слое, эта особенность полностью определяет формирование потоков энергии и импульса к волнам и коэффициента трения C_D .

Вертикальное распределение волнового потока импульса показано на рис. 10. Как видно, волновой поток импульса вблизи поверхности составляет около половины потока импульса на верхней границе волнового пограничного слоя. Его величина падает в среднем по экспоненциальному закону. На высоте 10 м ВПИ не обращается в ноль, т.е. высота волнового пограничного слоя оказывается больше 10 м. Это явление, однако, возникает при очень высоких скоростях ветра.

Вертикальное распределение энергии турбулентности, нормированной ее верхним невозмущенным значением $c_1 \nu_*^2$, показано на рис. 11. Как видно, отклонения от автомодельного профиля $e = \text{const}$ очень велики — порядка 20–30%. Энергия турбулентности уменьшается с приближением к поверхности из-за ослабления градиентов скорости, вызванных появлением волнового потока импульса и связанной с ним скорости генерации турбулентности.

6. Заключение

В отличие от турбулентного трения, продуцируемый волнами поток импульса не является внутренним свойством турбулентного пограничного слоя, поскольку он создан внешними воздействиями, т.е. волнами. Именно этот поток определяет специфические свойства волнового пограничного слоя (ВПС). Профиль ветра в ВПС значительно отклоняется от логарифмического (рис. 9). Благодаря своей простоте одномерная модель ВПС позволяет исследовать множество проблем, в частности, зависимость коэффициента сопротивления C_D от скорости ветра (рис. 4). Показано, что большой разброс экспериментальных данных по коэффициенту сопротивления может объясняться влиянием формы спектра и его расположения в спектральном пространстве. Такой же эффект наблюдается для параметра шероховатости, нормированного масштабом Чарнока. (рис. 6).

Разработанная одномерная модель позволяет рассчитать совместную динамику волн и ветра путем объединения двух моделей. Эти расчеты очень эффективны, поскольку громоздкие уравнения ВПС заменены одномерной моделью. Сформулированная проблема может, кроме того, решаться для спектральной модели, учитывающей буквально ту же самую схему для притока энергии, а также схемы диссипации, разработанные для спектральных моделей [22].

Одномерная модель ВПС является полезным инструментом для исследования широкого спектра проблем. Главным преимуществом подхода является прямая связь структуры пограничного слоя с произвольным волновым спектром. В общем случае это нестационарная проблема: пограничный

слой все время адаптируется к изменяющемуся волновому полю и верхнему граничному условию — вектору ветра или напряжения.

В следующей, более прагматической, версии модели, которая предназначена для использования в моделях более высокого уровня будут внесены значительные модификации. На наш взгляд, нет необходимости использовать для замыкания уравнения для скорости диссипации турбулентной энергии (12). Предположение $K = \kappa z \sqrt{e}$ дает результаты очень близкие и повышает скорость сходимости к стационарному решению. Если модель используется как связующее звено в системе атмосфера-океан-волны, стационарное решение не требуется, и как правило недостижимо, поскольку граничные условия — скорость ветра (или напряжение трения) и волновой спектр — непрерывно изменяются, поэтому модель должна адаптироваться на каждом шаге по времени. В общем случае направление ветра на высоте 10 м не совпадает с направлением волнового потока импульса у поверхности, поэтому одномерная модель волнового пограничного слоя должна быть сформулирована для векторов скорости и потока импульса. Модель должна интегрироваться по времени с применением полунейвной схемы и прогонки. В этом случае шаг по времени для ВПС может совпадать с шагом по времени атмосферной модели, в которую он включен как блок. В модель ВПС могут быть легко включены эффекты стратификации в приводном слое.

Результаты исследований, представленные в разделах 4–6, получены за счет средств РФФИ (проект № 18-05-01122). Разделы 1–3 выполнены в рамках государственной программы 0149-2019-0015.

Литература

1. Charnock H. Wind stress on a water surface // Quart. J. Roy. Meteorol. Soc. 1955. V. 81. P. 639–640.
2. Chalikov D.V. A mathematical model of wind-induced waves // Doklady Acad. Sci USSR. 1976. V. 229 P. 121–126.
3. Chalikov D.V. Numerical simulation of wind-wave interaction // J. Fluid Mech. 1978. V. 87. P. 561–582.
4. Chalikov D.V. Mathematical modeling of wind-induced waves. News and problems of sciences series. Gidrometeoizdat.: 1980. 50 p. (in Russian).
5. Chalikov D.V. Numerical simulation of the boundary layer above waves // Bound Layer Met. 1986. V. 34. P. 63–98.
6. Chalikov D. The parameterization of the wave boundary layer // J. Phys. Oceanogr. 1995. V. 25. P. 1335–1349.
7. Chalikov D., Belevich M. One-dimensional theory of the wave boundary layer // Bound-Lay Meteorol. 1993. V. 63. P. 65–96.
8. Monin A.S., Yaglom A.M. Statistical fluid mechanics: mechanics of turbulence. Vol. 1. Cambridge: M.I.T. Press, 1971. 770 p.
9. Chalikov D. Interactive modeling of surface waves and boundary layer // Proceeding of the third international symposium WAVES97. 1998. P. 1525–1540.
10. Chalikov D., Rainchik S. Coupled numerical modelling of wind and waves and the theory of the wave boundary layer // Boundary-Layer Meteorol. 2010. V. 138, Iss 1. P. 1–41. doi:10.1007/s10546-010-9543-7
11. Chalikov D. Numerical modeling of sea waves. Springer, 2016. 330 p.
12. Miles J.W. On the generation of surface waves by shearflows // J. Fluid Mech. 1957. V. 3, Iss. 2. P. 185–204.
13. Donelan M.A., Babanin A.V., Young I.R., Banner M.L., McCormick C. Wave follower field measurements of the wind input spectral function Part I. Measurements and calibrations // J. Atmos. Oceanic Tech. 2005. V. 22. P. 799–813.
14. Donelan M.A., Babanin A.V., Young I.R., Banner M.L. Wave follower field measurements of the wind input spectral function. Part II. Parameterization of the wind input // J. Phys Oceanogr. 2006. V. 36. P. 1672–1688.
15. Launder B.E., Spalding D.B. The numerical computation of turbulent flows // Comput. Methods Appl. Mech. Eng. 1974. V. 3. P. 269–289.
16. Hasselmann K., Barnett R.P., Bouws E. et al. Measurements of wind-wave growth and swell decay during the Joint Sea Wave Project (JONSWAP). Deutsches Hydrogr. Inst. 1973. 95 p.
17. Babanin A.V., Soloviev Yu.P. Parameterization of width of directional energy distributions of wind-generated waves at limited fetches // Izv. RAS, Atmospheric and Oceanic Physics. 1987. V. 23. P. 645–651.
18. Pierson W.J., Moskowitz L. A proposed spectral form for fully developed wind seas based on the similarity theory of S.A. Kitaigorodskii // J. Geophys. Res. 1964. V. 69, Iss. 24. P. 5181–5190.
19. Donelan M.A. Air-sea interaction // The sea. 1990. V. 9. P. 239–292.
20. Thomas L.H. Elliptic problems in linear differential equations over a network. New York: Columbia. University, 1949.
21. Smedman A.S., Larsen X.G., Höström U. Is the logarithmic wind law valid over the sea? // Wind over waves II: forecasting and fundamentals of applications. 2003. P. 23–33.
22. Tolman H., Chalikov D. On the source terms in a third-generation wind wave model // J. Phys. Oceanogr. 1996. V. 11. P. 2497–2518.

References

1. Charnock H. Wind stress on a water surface. *Quart. J. Roy. Meteorol. Soc.* 1955, 81, 639–640.
2. Chalikov D.V. A mathematical model of wind-induced waves. *Doklady Acad Sci USSR*. 1976, 229, 121–126.
3. Chalikov D.V. Numerical simulation of wind-wave interaction. *J. Fluid Mech.* 1978, 87, 561–582.
4. Chalikov D.V. Mathematical modeling of wind-induced waves. News and problems of sciences series. *Gidrometeoizdat*, 1980, 50 p. (in Russian).
5. Chalikov D.V. Numerical simulation of the boundary layer above waves. *Bound Layer Met.* 1986, 34, 63–98.
6. Chalikov D. The parameterization of the wave boundary layer. *J. Phys. Oceanogr.* 1995, 25, 1335–1349.
7. Chalikov D., Belevich M. One-dimensional theory of the wave boundary layer. *Bound-Lay Meteorol.* 1993, 63, 65–96.
8. Monin A.S., Yaglom A.M. Statistical fluid mechanics: mechanics of turbulence. Vol. 1. *Cambridge, M.I.T. Press*, 1971. 770 p.
9. Chalikov D. Interactive modeling of surface waves and boundary layer. *Proceeding of the third international symposium WAVES97*. 1998, 1525–1540.
10. Chalikov D., Rainchik S. Coupled numerical modelling of wind and waves and the theory of the wave boundary layer. *Boundary-Layer Meteorol.* 2010, 138, 1, 1–41. doi:10.1007/s10546-010-9543-7
11. Chalikov D. Numerical modeling of sea waves. *Springer*, 2016. 330 p.
12. Miles J.W. On the generation of surface waves by shearflows. *J. Fluid Mech.* 1957, 3, 2, 185–204.
13. Donelan M.A., Babanin A.V., Young I.R., Banner M.L., McCormick C. Wave follower field measurements of the wind input spectral function Part I. Measurements and calibrations. *J. Atmos. Oceanic Tech.* 2005, 22, 799–813.
14. Donelan M.A., Babanin A.V., Young I.R., Banner M.L. Wave follower field measurements of the wind input spectral function. Part II. Parameterization of the wind input. *J. Phys Oceanogr.* 2006, 36, 1672–1688.
15. Launder B.E., Spalding D.B. The numerical computation of turbulent flows. *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.* 1974, 3, 269–289.
16. Hasselmann K., Barnett R.P., Bouws E. et al. Measurements of wind-wave growth and swell decay during the Joint Sea Wave Project (JONSWAP). *Deutsches Hydrogr. Inst.* 1973, 95 p.
17. Babanin A.V., Soloviev Yu.P. Parameterization of width of directional energy distributions of wind-generated waves at limited fetches. *Izv. RAS, Atmospheric and Oceanic Physics*. 1987, 23, 645–651.
18. Pierson W.J., Moskowitz L. A proposed spectral form for fully developed wind seas based on the similarity theory of S.A. Kitaigorodskii. *J. Geophys. Res.* 1964, 69, 24, 5181–5190.
19. Donelan M.A. Air-sea interaction. *The sea*. 1990, 9, 239–292.
20. Thomas L.H. Elliptic problems in linear differential equations over a network. *New York, Columbia University*, 1949.
21. Smedman A.S., Larsen X.G., Höström U. Is the logarithmic wind law valid over the sea? Wind over waves II: forecasting and fundamentals of applications. 2003, 23–33.
22. Tolman H., Chalikov D. On the source terms in a third-generation wind wave model. *J. Phys. Oceanogr.* 1996, 11, 2497–2518.