

УДК 534.34; 534.231.1

© Г. Н. Кузнецов¹, А. Н. Степанов^{1,2}

¹Институт общей физики им. А.М. Прохорова РАН, г. Москва

²Самарский национальный исследовательский университет, г. Самара
skbmortex@mail.ru, stepanovanni@gmail.com

АППРОКСИМАЦИЯ ЗАКОНОМЕРНОСТЕЙ ОСЛАБЛЕНИЯ ЗВУКОВОГО ДАВЛЕНИЯ В ЗОНАХ ИНТЕРФЕРЕНЦИОННЫХ МАКСИМУМОВ

Статья поступила в редакцию 18.04.2018, после доработки 24.04.2019

Получены и исследуются аналитические зависимости, определяющие связанные с увеличением расстояния закономерности ослабления звукового давления низкочастотных сигналов, формируемых в волноводе в зонах интерференционных максимумов. Применительно к волноводу Пекериса и ненаправленному монополюсному источнику найдены удобные аппроксимирующие выражения, которые хорошо согласуются с точными законами спада поля давления в этих зонах.

Ключевые слова: монополь, волновод, ослабление звукового давления в зонах интерференционных максимумов.

G. N. Kuznetsov¹, A. N. Stepanov^{1,2}

¹Prokhorov General Physics Institute, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

²Samara National Research University, Samara, Russia

APPROXIMATION OF THE LAWS OF ATTENUATION OF SOUND PRESSURE IN ZONES OF INTERFERENCE MAXIMA

Received 18.04.2018, in final form 24.04.2019

Analytic dependences determining the propagation-related laws of attenuation of the sound pressure of low-frequency signals formed in a waveguide in zones of interference maxima are obtained and investigated. As applied to the Pekeris waveguide and a non-directional monopole source, convenient approximating expressions are found that are in good agreement with the exact laws of the drop in the pressure field in these zones.

Keywords: monopole, waveguide, attenuation of sound pressure in zones of interference maxima.

1. Введение

Основы методов приближенной аппроксимации законов спада усредненной – регулярной составляющей поля звукового давления (ЗД), создаваемого монополем в волноводе, заложены в [1]. Позднее эта задача применительно к волноводу Пекериса–Бреховских рассматривалась в целом ряде работ, обзор и анализ которых, а также обобщение законов спада на векторно-скалярные поля и мультипольные источники выполнено в [2]. Вместе с тем из простых физических соображений следует, что кроме затухания усредненного поля представляют интерес законы спада звуковой энергии в зонах интерференционных максимумов амплитуды (ИМА) – особенно для дискретных составляющих, на которых интерференция проявляется наиболее ярко.

В этих зонах, во-первых, наблюдается наибольшее отношение сигнал/помеха [3]. Во-вторых, при расположении приемной или излучающей антенны в зоне ИМА прослеживаются сравнительно гладкие и предсказуемые градиенты фазы [4, 5], что позволяет накапливать звуковую энергию на апертуре антенны и тем самым повышать помехоустойчивость обнаружения [6]. Одновременно из-

Ссылка для цитирования: Кузнецов Г.Н., Степанов А.Н. Аппроксимация закономерностей ослабления звукового давления в зонах интерференционных максимумов // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2019. Т. 12, № 4. С. 94–104.

For citation: Kuznetsov G.N., Stepanov A.N. Approximation of the laws of attenuation of sound pressure in zones of interference maxima. *Fundamentalnaya i Prikladnaya Gidrofizika*. 2019, 12, 4, 94–104.

DOI: 10.7868/S2073667319040117

за гладкости и предсказуемости градиентов фазы в этих зонах в результате фазирования сигналов на апертуре антенны приобретает возможность достаточно точного пеленгования источников звуковых сигналов [6, 7].

При выполнении теоретического анализа также важно учитывать гидрофизические характеристики акватории, в частности, учитывать и/или исследовать характеристики морского дна [5, 6, 8, 9]. В этом случае верификация модели передаточной функции волновода будет более объективной и точной [10].

Рассмотрим отдельные аспекты поставленной задачи. Для общности анализа на первом этапе не будем разделять поля на регулярную и осциллирующую составляющие — в этом случае они могут анализироваться совместно. При расчетах выполним анализ возможности аппроксимации модовой модели передаточной функции волновода с учетом свойств грунта, влияния расстояния, глубины волновода и глубин расположения точек излучения и приема [10].

Поставленная задача представляется актуальной, поскольку упрощенное представление передаточной функции в зонах ИМА не требует сложных полевых расчетов. В результате должны быть получены приближенные модели для учета интерференции мод и вариации сигнала в точке приема, позволяющие выполнить прогноз вероятности правильного обнаружения [3], оценку скрытности [11, 12], а также оценить приведенную шумность морских объектов в морской среде [13]. Эти задачи представляются особенно важными для инфразвуковых частот, для которых вариации уровней сигнала наиболее велики [2—6].

Большой интерес к зонам ИМА связан также с особыми свойствами интерференционной структуры звукового поля [14]. В частности, с возможностью построения и анализа динамических инвариантов [15, 16]. С использованием этих «особых» характеристик интерференционной структуры связывают также возможность устойчивого пеленгования широкополосных сигналов [5, 6] и эффективного обнаружения слабых сигналов на фоне помех [17, 18]. Не меньший интерес представляют обнаружение и одновременная оценка расстояния до источника и радиальной скорости его движения [19].

Важные представления о законах изменения интенсивности звукового поля в зонах ИМА получены в [20]. Однако анализ выполнен только для ограниченного интервала расстояний между приемником и излучателем и для приемников или источников, расположенных непосредственно в середине волновода или вблизи поверхностей раздела — у свободной поверхности или у дна. Тем не менее, несмотря на указанные ограничения, были получены интересные результаты. В частности, установлено существенное различие законов ослабления интенсивности звука в зависимости от указанных глубин расположения источника и приемника. И самое главное — впервые обнаружена общая закономерность — во всех случаях уменьшение или увеличение интенсивности при изменении расстояния происходит в зонах ИМА в $\sqrt{r}$ быстрее, чем изменение величины регулярной составляющей (r — горизонтальное расстояние между источником и приемником).

Представляет интерес обобщить полученные в [20] результаты и получить соответствующие аппроксимирующие зависимости для произвольных глубин источника z_0 и приёмника z и любых расстояний r между монополярным источником и приемником.

2. Анализ исходных аналитических соотношений

В [1] предложен способ приближённого аналитического решения дисперсионного уравнения в волноводе Пекериса $\operatorname{ctg} x = \frac{i}{\tilde{m}x} \sqrt{x^2 - (khv)^2}$, i — мнимая единица, $\tilde{m} = \rho_1 / \rho_0$, ρ_0 — плотность среды в волноводе, ρ_1 — плотность среды в подстилающем полупространстве, $k = \omega / c_0$ — волновое число, ω — круговая частота источника звука, c_0 — скорость звука в волноводе, h — толщина волновода, $v^2 = 1 - \tilde{n}^2$, $\tilde{n} = n_0(1 + i\beta)$, $n_0 = c_0 / c_1 < 1$, c_1 — скорость звука в подстилающем полупространстве, $\beta \geq 0$ — коэффициент поглощения звука в грунте. Найденные приближенные значения корней дисперсионного уравнения имеют вид $x_l \approx l\pi h / H$, $l = 1, 2, \dots$; $H = h + \tilde{m} / kv_0$ — эффективная толщина волновода Пекериса, $v_0^2 = 1 - n_0^2$. Это решение позволило получить выражение для потенциала ψ звукового поля монополярного излучателя в волноводе Пекериса в виде суммы нормальных волн:

$$\psi(r, z_0, z) = \frac{2\pi}{kh} \sum_{l=1}^N A_l H_0^{(1)}(\xi_l r), \quad (1)$$

где $A_l = \frac{x_l \sin \alpha_{l0} \sin \alpha_l}{\sin^2 x_l \operatorname{tg} x_l / \tilde{m}^2 + \sin x_l \cos x_l - x_l}$, $\alpha_{l0} = l\pi z_0 / H$, $\alpha_l = l\pi z / H$, $H_0^{(1)}$ – функции Ханкеля первого

рода нулевого порядка, $\xi_l = k\sqrt{1 - x_l^2 / (kh)^2}$ – горизонтальные волновые числа, N – количество нормальных волн. Для больших расстояний r выражение (1) можно упростить, заменив функцию Ханкеля ее асимптотическим представлением

$$H_0^{(1)}(u) \approx \sqrt{\frac{2}{\pi u}} e^{i(u - \pi/4)} \quad (2)$$

и, пренебрегая в знаменателе выражения, определяющего значения A_l , всеми слагаемыми по сравнению с x_l . После этого, умножая полученное выражение на комплексно сопряженное и переходя от потенциала к ЗД, получим известное [1] выражение для квадрата модуля амплитуды ЗД точечного ненаправленного излучателя в волноводе Пекериса:

$$|P(r, z_0, z)|^2 = \frac{8\pi\omega^2 \rho_0^2}{k^3 h^2 r} \left[\sum_{l=1}^N p_l^2 e^{-2\delta r l^2} + \sum_{l=1}^N \sum_{l' \neq l}^N p_l p_{l'} e^{-\delta r(l^2 + l'^2)} \cos(\Delta k_{ll'} r) \right], \quad (3)$$

где $p_l = \sin \alpha_{l0} \sin \alpha_l$ – коэффициент возбуждения l -й нормальной волны, $\delta = \beta\pi^2 n_0^2 \tilde{m} k / (kHv_0)^3$, $\Delta k_{ll'} = k_l - k_{l'}$ – разность между волновыми числами соответствующих нормальных волн.

Можно показать, что для произвольных расстояний r и глубин z_0 и z интерференционные кривые $|P(r, z_0, z)|^2$ могут быть ограничены сверху функцией $G(r, z_0, z)$:

$$|P(r, z_0, z)|^2 \leq G(r, z_0, z) = \frac{A}{r} \left(\sum_{l=1}^N |\sin l\alpha_1 \sin l\alpha_2| e^{-\delta r l^2} \right)^2, \quad (4)$$

где $A = 8\pi\omega^2 \rho_0^2 / k^3 h^2$, $\alpha_1 = \pi z_0 / H$, $\alpha_2 = \pi z / H$. Функции $G(r, z_0, z)$ в правой части неравенства (4) получаются, если положить в (3) $\cos(\Delta k_{ll'} r)$ для всех номеров мод, равными единице, и взять модуль от слагаемых. Видно, что для амплитуд ЗД функции $G(r, z_0, z)$ описывают поверхности интерференционных максимумов (ПИМ), т.е. поверхности, которые ограничивают сверху любую интерференционную кривую. Причем, некоторые максимумы этих кривых лежат на поверхности, а некоторые к ней приближаются, но не достигают. В [20] для источников и приёмников, находящихся на разных глубинах, получены следующие аппроксимации функции $G(r, z_0, z)$: на середине волновода $z = z_0 = H/2$ ограничивающая функция $G(r, z, z_0) \sim 1/r^2$; для $z_0^2 \ll \gamma r / k^2 H$, $z = H/2$, $\gamma = \beta \tilde{h}_0^2 \tilde{m} / v_0^2$ – источник у поверхности и приёмник на середине волновода (или наоборот) – $G(r, z, z_0) \sim z_0^2 / r^3$; для $z_0^2, z^2 \ll \gamma r / k^2 H$ (источник и приёмник располагаются у поверхности или у дна) – $G(r, z, z_0) \sim z_0^2 z^2 / r^4$.

3. Зависимость поверхностей интерференционных максимумов от расстояния и глубин расположения приемников или излучателя

Прежде чем изучить общие свойства ПИМ, рассмотрим частный пример – сечение ПИМ вдоль горизонтальной координаты при фиксированных глубинах излучателя и приемника. На рис. 1 приведены в относительных единицах три связанные с ЗД зависимости от расстояния: рассчитанная по (1) интерференционная кривая (кривая 1), регулярная составляющая амплитуды, способ вычисления которой описывается в [2], (кривая 2) и рассчитанная по формуле (4) функция $\sqrt{G(r, z_0, z)}$ (кривая 3). Расчеты выполнены для источника с частотой 50 Гц, погруженного на глубину $z_0 = 100$ м, и приёмника,

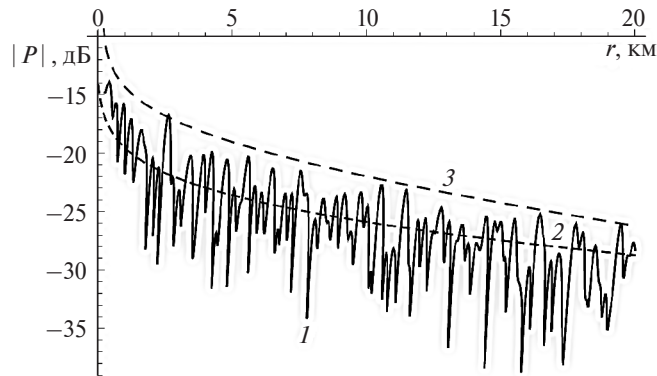


Рис. 1. Интерференционная кривая (1), регулярная составляющая (2) и кривая максимумов амплитуды звукового давления (3) на расстояниях между источником и приёмником до 20 км.

Fig. 1. The interference curve (1), the regular component (2) and the curve maximum of the sound pressure amplitude (3) at distances between the source and the receiver up to 20 km.

находящегося у дна $z = 200$ м, горизонтальное расстояние между источником и приёмником изменяется в диапазоне от 100 м до 20 км. Толщина волновода $h = 200$ м, скорость звука в воде — 1500 м/с, параметры дна $\tilde{m} = 2.7$, $\tilde{n} = 0.83$, коэффициент поглощения 0.15. Поведение кривых 2 и 3 наглядно показывает, что сигналы, рассчитанные в зонах интерференционных максимумов, спадают заметно быстрее, чем регулярная составляющая, определяющая средний уровень звукового давления.

Более общую картину можно получить, зафиксировав в соотношениях (3) и (4) глубину источника z_0 и варьируя глубину приёмника z и расстояние r от источника до приёмника. На рис. 2 (см. вклейку) в координатах (r, z) представлены рассчитанная по выражению (1) интерференционная поверхность $|P(r, z)|$ и ограничивающая её сверху поверхность интерференционных максимумов $\sqrt{G(r, z)}$, вычисленные при вариации расстояния и глубины приёмника для погруженного на глубину $z_0 = 100$ м источника звука. Расчеты произведены для частоты 25 Гц и коэффициента поглощения дна 0.01.

На рис. 3 (см. вклейку) представлены вычисленные по соотношению (4) ПИМ амплитуды 3Д для монопольного излучателя с частотой 50 Гц, находящегося на глубине 100 м в волноводе с указанными выше параметрами. Глубина приёмника, как и на рис. 2, изменяется от 0 до 200 м, горизонтальное расстояние — от 100 м до 10 км.

Приведенные на рис. 2, б и рис. 3 поверхности отображают «не заслонённые» мелкомасштабными интерференционными колебаниями закономерности спадания поля при увеличении расстояния и изменении глубины приёмника. В частности, видно, что спадание интерференционных максимумов при увеличении расстояния в среднем подобно спаданию регулярных составляющих, но происходит интенсивнее. Изменение формы ПИМ при увеличении глубины приёмника носит ярко выраженный «колебательный характер». На глубине, равной середине эквивалентного волновода, 3Д имеет небольшой локальный максимум, а сама ПИМ с учётом продолжения аргумента z за границу глубины волновода h оказывается симметричной относительно середины эквивалентной глубины H .

4. Аппроксимирующие соотношения для описания поверхностей интерференционных максимумов

Для практических целей целесообразно иметь удобные приближённые аналитические соотношения, которыми по аналогии с оценками для спадания регулярных составляющих [2] можно аппроксимировать выражение (4) для функций, определяющих ПИМ давления. Отметим, что в [2] при аппроксимации соотношений, которые описывают регулярные составляющие квадратов модулей амплитуд давления, суммы приближенно заменялись интегралами. Однако напрямую использовать этот способ для аппроксимации функции, описывающей структуру ПИМ, нельзя, так как наличие модуля произведения тригонометрических функций под знаком интеграла приводит к невозможно-

сти вычислить его аналитически. Кроме того, как следует из рис. 2 и 3, характеристики ИМА на малых глубинах изменяются очень резко. Резкие изменения амплитуды и фазы сигналов происходят также в зонах интерференционных минимумов (ИМИ). Поэтому подобрать одну общую аппроксимацию для всех глубин, по нашему мнению, затруднительно. В связи с указанными обстоятельствами область изменения глубин $0 \leq z, z_0 \leq h$ разбивается на несколько подобластей, в каждой из которых можно освободиться от знака модуля и/или подобрать подходящую аппроксимацию. Такими подобластями могут быть интервалы приповерхностных, придонных и средних глубин. Приповерхностные глубины источника и излучателя, которые удовлетворяют условиям $0 \leq z, z_0 \leq H / N$, а также с учетом симметрии аргументов у функции, описывающей ПИМ, относительно середины эффективной толщины волновода $H / 2$ — и придонные глубины $H - H / N \leq z, z_0 \leq h$, в дальнейшем для краткости будем называть «приграничными» глубинами. Глубины, не удовлетворяющие этим условиям, т.е. относящиеся к средней части волновода глубины $H / N \leq z, z_0 \leq H - H / N$, условно назовём «средними» глубинами.

4.1. Приграничные глубины

Для приграничных глубин $(0 \leq z, z_0 \leq H / N) \vee (H - H / N \leq z, z_0 \leq h)$ аргументы тригонометрических функций $l\alpha_1 = l\pi z_0 / H$ и $l\alpha_2 = l\pi z / H$ для любых нормальных волн не превосходят π : $l\alpha_1 \leq \pi$ и $l\alpha_2 \leq \pi$, $\forall l \leq N$. Следовательно, для любых приграничных глубин $\sin l\alpha_1 \geq 0$ и $\sin l\alpha_2 \geq 0$, поэтому знак модуля в (4) можно опустить:

$$G(r, z_0, z) = \frac{A}{r} \left(\sum_{l=1}^N |\sin l\alpha_1 \sin l\alpha_2| e^{-\delta r l^2} \right)^2 = \frac{A}{r} \left(\sum_{l=1}^N \sin l\alpha_1 \sin l\alpha_2 e^{-\delta r l^2} \right)^2. \quad (5)$$

Это дает возможность применить метод, разработанный в [2].

На малых расстояниях ($\delta r \ll 1$) для всех номеров нормальных волн l можно пренебречь изменением экспоненциального множителя, $\exp(-\delta r l^2) \approx 1$. В результате получим:

$$G(r, z_0, z) \approx \frac{A}{4r} \left(\sum_{l=1}^N \cos l \frac{\pi(z - z_0)}{H} - \sum_{l=1}^N \cos l \frac{\pi(z + z_0)}{H} \right)^2. \quad (6)$$

Поскольку [21]

$$E_c(x) = \sum_{l=1}^N \cos lx = \cos \frac{(N+1)x}{2} \sin \frac{Nx}{2} \sin^{-1} \frac{x}{2}, \quad (7)$$

то соотношение, аппроксимирующее зависимости $G(r, z_0, z)$ для приграничных глубин и малых расстояний, может быть записано в виде:

$$G(r, z_0, z) \approx G^*(r, z_0, z) = \frac{A}{4r} (E_{\tilde{n}}(a_1) - E_{\tilde{n}}(a_2))^2, \quad (8)$$

где $G^*(r, z_0, z)$ — обозначение аппроксимирующего соотношения, $a_1 = \pi(z - z_0) / H$, $a_2 = \pi(z + z_0) / H$.

Для больших расстояний, когда экспоненциальным множителем $\exp(-\delta r l^2)$ пренебречь невозможно, сумму в ПИМ давления можно аппроксимировать интегралом

$$\sum_{l=1}^N \sin l\alpha_1 \sin l\alpha_2 e^{-\delta r l^2} \approx \int_0^N \sin \alpha_1 x \sin \alpha_2 x e^{-\delta r x^2} dx. \quad (9)$$

Этот интеграл выражается через специальные функции [21]:

$$\int_0^N \sin \alpha_1 x \sin \alpha_2 x e^{-\delta r x^2} dx = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{\pi}{\delta r}} (S(a_1) - S(a_2)), \quad (10)$$

где

$$S(x) = \exp\left(-\frac{x^2}{4\delta r}\right) \operatorname{Re}\left(\operatorname{erf}\left(N\sqrt{\delta r} + i\frac{x}{2\sqrt{\delta r}}\right)\right) \quad (11)$$

и $\operatorname{erf}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-u^2} du$ — интеграл вероятностей. Следовательно, аппроксимирующая зависимость для функции, описывающей ПИМ звукового давления монополя для приграничных глубин и больших расстояний, имеет вид:

$$G(r, z_0, z) \approx G^*(r, z_0, z) = \frac{A\pi}{16\delta r^2} (S(a_1) - S(a_2))^2. \quad (12)$$

Формула (12), аппроксимирующая структуру ПИМ, в отличие от [20], позволяет выполнить прогноз значений ЗД для различных r , z и z_0 . Раскладывая (12) в двойной ряд Тейлора по z и по z_0 при нулевой глубине и ограничиваясь двумя первыми члена разложения, можно получить выражение

$$G(r, z_0, z) \approx \frac{A^2 z^2 z_0^2}{16\delta^2 r^4} \left(\sqrt{\frac{\pi}{\delta r}} \operatorname{erf}(N\sqrt{\delta r}) - e^{-\delta r N^2} \right)^2, \quad (13)$$

соответствующее полученному в [17] результату — $G(r, z_0, z) \sim z_0^2 z^2 / r^4$ — но только для источников и приёмников, расположенных непосредственно у поверхности.

4.2. Сочетание приграничной и средней глубин

В случае, когда приграничным является источник $0 \leq z_0 \leq H/N$ или $H - H/N \leq z_0 \leq h$, а глубина приёмника находится в диапазоне $H/N < z < H - H/N$ в соотношении (4) из под знака модуля можно вынести только первый положительный сомножитель $\sin \alpha_1 l$. Для получения искомой аппроксимации остающийся в сумме (4) знакопеременный сомножитель $\sin \alpha_2 l$ может быть заменен средним по полупериоду значением: $|\sin \alpha_2 l| \approx 2/\pi$. Тогда

$$G(r, z_0, z) = \frac{A}{r} \left(\sum_{l=1}^N |\sin l \alpha_1 \sin l \alpha_2| e^{-\delta r l^2} \right)^2 \approx \frac{4A}{\pi^2 r} \left(\sum_{l=1}^N \sin l \alpha_1 e^{-\delta r l^2} \right)^2, \quad (14)$$

и для малых расстояний $\delta r \ll 1$ получим:

$$G(r, z_0, z) \approx G^*(r, z_0, z) = \frac{4A}{\pi^2 r} \left(\sum_{l=1}^N \sin l \alpha_1 \right)^2 = \frac{4A}{\pi^2 r} E_s^2(\alpha_1) \quad (15)$$

где

$$E_s(x) = \sum_{l=1}^N \sin lx = \sin((N+1)x/2) \sin(Nx/2) \sin^{-1}(x/2). \quad (16)$$

Аппроксимирующая зависимость для ПИМ давления монополя в этом случае представима в виде:

$$G(r, z_0, z) \approx G^*(r, z_0, z) = \frac{4A}{\pi^2 r} E_s^2(\alpha_1). \quad (17)$$

Для больших расстояний сумма в ПИМ давления может быть приближённо заменена интегралом

$$\sum_{l=1}^N \sin l \alpha_1 e^{-\delta r l^2} \approx \int_0^N \sin \alpha_1 x e^{-\delta r x^2} dx. \quad (18)$$

Поскольку [21]

$$\int_0^N \sin \alpha_1 x e^{-\delta r x^2} dx = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{\delta r}} \exp(-t_1^2) \operatorname{Im} \left(\operatorname{erf}(it_1) - \operatorname{erf}(N\sqrt{\delta r} + it_1) \right), \quad (19)$$

где $t_1 = 0.5\alpha_1 / \sqrt{\delta r}$, то аппроксимирующая зависимость для ПИМ давления монополя на больших расстояниях имеет вид:

$$G(r, z_0, z) \approx G^*(r, z_0, z) = \frac{A}{\pi \delta r^2} \exp(-2t_1^2) \operatorname{Im}^2 \left(\operatorname{erf}(it_1) - \operatorname{erf}(N\sqrt{\delta r} + it_1) \right). \quad (20)$$

Раскладывая (20) в ряд Тейлора по z_0 и ограничиваясь двумя первыми членами разложения, получим выражение $G(r, z_0, z) \approx \frac{A^p z_0^2}{\pi \delta r^3}$, которое соответствует результату $G(r, z_0, z) \sim z_0^2 / r^3$, полученному в [20], но только для источника, находящегося непосредственно у поверхности волновода.

Полностью аналогичные результаты получаются и в случае, когда условию «приграничности» удовлетворяет только глубина приёмника $0 \leq z \leq H/N$ или $H - H/N \leq z \leq h$, а глубина источника находится в диапазоне $H/N < z_0 < H - H/N$. Тогда в соотношении (4) из-под знака модуля можно вынести положительный сомножитель $\sin \alpha_2 l$, но останется знакопеременный сомножитель $\sin \alpha_1 l$, который, как и выше, предлагается заменить средним по полупериоду гармонической функции значением: $|\sin \alpha_1 l| \approx 2/\pi$. Таким образом, для этих вариантов аппроксимирующая зависимость для ПИМ давления монополя может быть записана в виде:
на малых расстояниях

$$G(r, z_0, z) \approx G^*(r, z_0, z) = \frac{A}{4\pi^2 r} (E_s(\alpha_2))^2, \quad (21)$$

на больших расстояниях

$$G(r, z_0, z) \approx G^*(r, z_0, z) = \frac{A}{\pi \delta r^2} \exp(-2t_2^2) \operatorname{Im}^2 \left(\operatorname{erf}(it_2) - \operatorname{erf}(N\sqrt{\delta r} + it_2) \right), \quad (22)$$

где $t_2 = 0.5\alpha_2 / \delta r$.

4.3. Средние глубины

Данная подобласть характеризуется тем, что обе глубины z и z_0 не удовлетворяют условиям приграничности: $H/N < z_0 < H - H/N$ и $H/N < z < H - H/N$. Поэтому в выражении (3) оба тригонометрических сомножителя являются знакопеременными и для получения приближённых зависимостей предлагается их заменить средними по полупериоду гармонической функции значениями $|\sin \alpha_1 l| \approx 2/\pi$ и $|\sin \alpha_2 l| \approx 2/\pi$:

$$\sum_{l=1}^N |\sin l \alpha_1 \sin l \alpha_2| e^{-\delta r l^2} \approx \frac{4}{\pi^2} \sum_{l=1}^N e^{-\delta r l^2}. \quad (23)$$

В последнем соотношении сумму предлагается считать приближенно равной соответствующему интегралу [21]:

$$\sum_{l=1}^N e^{-\delta r l^2} \approx \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{\delta r}} \operatorname{erf}(N \sqrt{\delta r}). \quad (24)$$

Тогда для любых расстояний

$$G(r, z_0, z) \approx G^*(r, z_0, z) = \frac{A}{\pi^3 \delta r^2} \operatorname{erf}^2(N \sqrt{\delta r}). \quad (25)$$

Соотношение (25) соответствует результату $G(r, z_0, z) \sim 1/r^2$, полученному в [20], но только для источника и приемника, находящихся непосредственно в середине эквивалентного волновода, $z = z_0 = H/2$.

5. Сравнение точных и аппроксимирующих зависимостей ПИМ от глубины и расстояния

Для выявления погрешностей полученных аппроксимирующих выражений была проведена серия расчетов, в которых сравнивались значения, вычисленные с использованием аппроксимаций, со значениями, описывающими структуру поверхности интерференционных максимумов, рассчитанными по формуле (4).

Расчеты выполнялись для частоты 100 Гц и коэффициента поглощения в дне 0.05 при разных глубинах погружения источника. На рис. 4, а и в (см. вклейку) приведены поверхности ИМА ЗД и аппроксимирующие их поверхности рис. 4, б и г, вычисленные для источника с частотой 25 Гц, расположенного вблизи поверхности $z_0 = 5$ м (рис. 4, а и б), и с частотой 100 Гц, расположенного посередине волновода $z_0 = 100$ м (рис. 4, в и г). Горизонтальные расстояния r изменяются в диапазоне от 50 м до 5 км, а глубины приёмника z в диапазоне 0—200 м.

Сравнение рис. 4, а и б, а также рис. 4, в и г показывает, что аппроксимирующие поверхности близки к поверхностям интерференционных максимумов: наблюдается хорошее согласие ПИМ и аппроксимирующих поверхностей. Однако крупномасштабные «волны», присутствующие на поверхностях максимумов, на аппроксимирующих поверхностях отсутствуют, поскольку так выбраны аппроксимирующие соотношения.

На рис. 5 изображены зависимости от расстояния максимумов, рассчитанных по формуле (4) и их аппроксимации. На рис. 5, а и б приведены сечения изображенных на рис. 4, а и б поверхности максимумов и её аппроксимации, а на рис. 5, в и г приведены сечения поверхностей, изображенных на рис. 4, в и г. На рис. 5, а и в представлены кривые, полученные при размещении приёмника в середине волновода для $z = 100$ м. А на рис. 5, б и г — зависимости, полученные в случае придонного приема сигналов — $z = 200$ м. Для условий, соответствующих рис. 5, а и б, максимальные погрешности аппроксимации (отклонения от точных значений) составляют в зонах ИМИ и у свободной поверхности 2.4 дБ и 1.4 дБ. Для глубин, выбранных для рис. 5, в, максимальные погрешности аппроксимаций составляют 0.9 дБ, а для глубин, соответствующих рис. 5, г, максимальные погрешности аппроксимации — 1.3 дБ.

Для анализа и обобщения возможных погрешностей, полученных при использовании аппроксимирующих соотношений, выполнены расчеты максимальных абсолютных значений разностей

$$\Delta(z_0, z) = \max_{100 \leq r \leq 5000} |G(r, z_0, z) - G^*(r, z_0, z)| \quad (26)$$

между функциями интерференционных максимумов $G(r, z_0, z)$ и зависящими от интервалов расстояний и глубин z и z_0 аппроксимациями $G^*(r, z_0, z)$, рассчитанными по (8), (12), (17), (20)—(22) и (25). В качестве примера на рис. 6 приведена поверхность абсолютных погрешностей аппроксимаций $\Delta(z_0, z)$, рассчитанная по соотношению (4) для заданных глубин источника и приёмника. В расчётах принято: частота 50 Гц, коэффициент поглощения в дне — 0.05. Остальные параметры волновода прежние.

Комплекс расчетов, выполненных применительно к волноводу Пекериса с перечисленными выше характеристиками, показали, что наибольшее влияние на погрешность аппроксимации оказывают

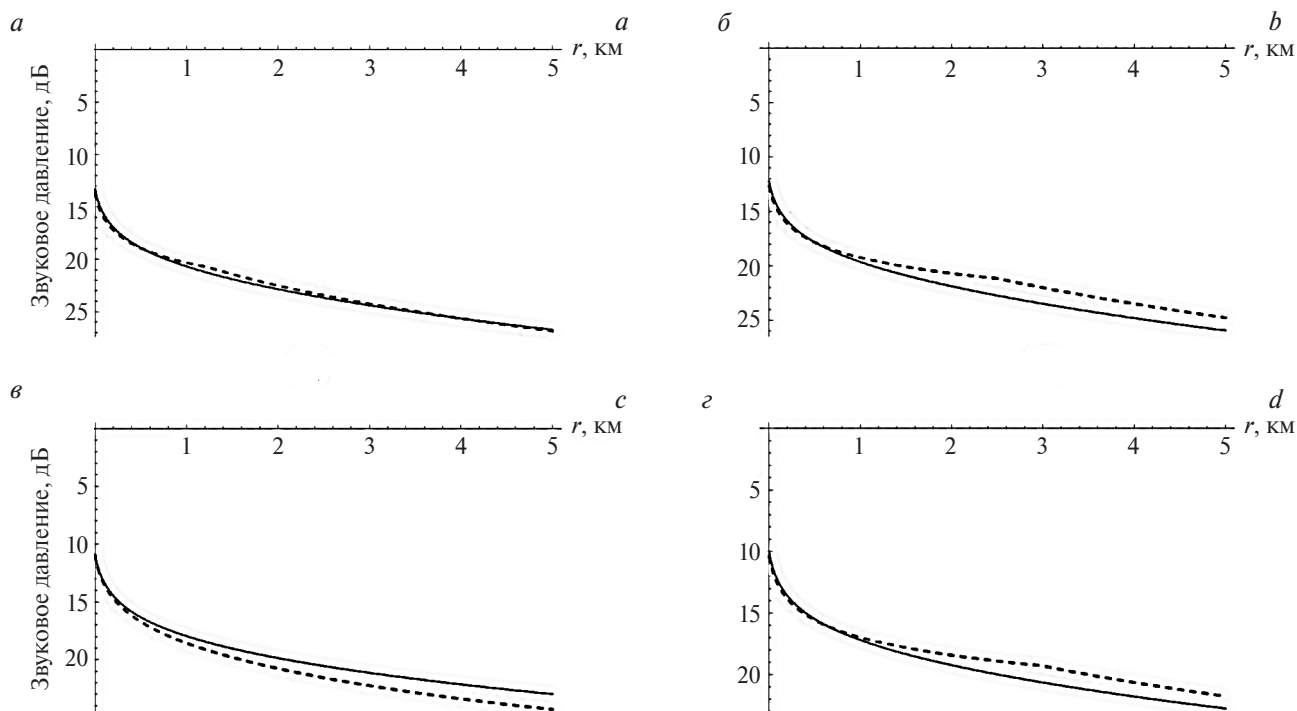


Рис. 5. Сечения поверхностей максимумов давления (сплошные линии) и их аппроксимации (пунктирные линии) на частотах 25 (а, б) и 100 Гц (в, г) и глубинах приёмника 100 (а, в) и 200 м (б, г).

Fig. 5. . Cross-sections of surfaces of the maxima of sound pressure (solid curves) and their approximation (dashed curve) at frequencies 25 (a, b) and 100 Hz (c, d) and receiver depths 100 (a, c) and 200 m (b, d).

частота источника и коэффициент поглощения в дне. Повышение частоты из-за увеличения количества нормальных волн уменьшает погрешность аппроксимации, вычисленной при замене сумм интегралами. Увеличение коэффициента поглощения влияет на показатель δr в находящих под знаком суммы экспонентах, что приводит вымиранию мод высоких номеров, уменьшению общего количества нормальных волн и увеличению погрешности. Для оценки влияния этих факторов на погрешности аппроксимации с использованием (8), (12), (17), (20)—(22) и (25) выполнены расчёты для частот в диапазоне 25—200 Гц и коэффициентов поглощения со значениями 0.001, 0.01, 0.05, 0.1 и 0.2. Оказалось, что максимальная погрешность аппроксимации во всех вариантах — даже в зонах интерференционных минимумов и вблизи свободной поверхности не превышает 3 дБ. На рис. 6 (см. вклейку) также видно, что максимальные значения погрешностей наблюдаются также на границах «склеивания» различных вариантов аппроксимации. Вне указанных зон погрешности аппроксимации оказались не более 1.0—2 дБ.

6. Заключение

Выполнено обобщение аппроксимирующих зависимостей звукового давления от расстояния между источником и приемником при их размещении в зонах ИМА на различных глубинах. Показано, что значения ЗД при всех глубинах источника и приемника в зонах ИМА уменьшаются при увеличении расстояния в $\sqrt{r}$ быстрее, чем регулярные зависимости ЗД в тех же условиях. Полученные соотношения позволяют выполнить прогноз законов спада ЗД для произвольных глубин расположения излучателей и приемников и расстояний между ними. Использование аппроксимирующих зависимостей существенно упрощает прогноз дальности обнаружения и оценку приведенной шумности, поскольку нет необходимости выполнять сложные волновые расчеты. При переходе к предельным зависимостям, вычисленным по полученным формулам для глубин равных нулю или середине эквивалентного волновода, можно получить результаты, согласующиеся с [20].

Расчеты показывают, что погрешность аппроксимации существенно возрастает в зонах с большими градиентами амплитуды и фазы. Особенно большие погрешности наблюдаются при описании поля вблизи поверхности раздела и в зонах интерференционных минимумов, для которых динамика амплитуды и особенно фазы практически не предсказуема. Возрастает погрешность также на стыке зон, разделяющих структуру звуковых полей в вертикальной плоскости (приповерхностная и придонная зоны, с одной стороны, и центральная зона волновода, с другой стороны). В зонах ИМА погрешности аппроксимации в исследованных диапазонах расстояний (до 30 км), частот (до 200 Гц) и параметров грунта не превышают 1.0–2 дБ.

Введение ПИМ позволяет дать укрупненное описание поведения ЗД в зонах ИМА при изменении расстояния и частоты. Этот результат может использоваться при оценке эффективности алгоритмов обнаружения и оценки параметров источников, учитывающих интерференционную структуру звукового поля [17–19].

При распространении сигналов на большие расстояния даже на инфразвуковых частотах проявляются волнение свободной поверхности и расчлененность поверхности грунта. Влияет также неоднородность гидрологических характеристик в водном слое. Это приводит к уменьшению когерентности мод и дополнительному ослаблению сигналов в зонах ИМА по сравнению с полученными в статье зависимостями.

Эта проблема требует дополнительного рассмотрения.

Работа выполнена по программе «Акустика мелкого моря, нелинейная акустическая диагностика, нелинейная динамика волн» (номер гос. регистрации АААА-А18-118021390174-1).

Литература

1. Бреховских Л.М. Волны в слоистых средах. М.: Изд-во АН СССР, 1957. 502 с.
2. Кузнецов Г.Н., Степанов А.Н. Аппроксимирующие модели регулярной составляющей инфразвукового поля мультипольных источников в плоском волноводе // Акуст. журн. 2013. Т. 59, № 3. С. 378–390.
3. Урик Р.Дж. Основы гидроакустики. Л.: Судостроение, 1978.
4. Грачев Г.А., Кузнецов Г.Н. О средней скорости изменения фазы акустического поля вдоль плоского волновода // Акуст. журн. 1985. Т. 31, № 2. С. 266–268.
5. Kuznetsov G.N., Stepanov A.N. Interference and phase structure of the low-frequency vector-scalar field in shallow water for variable reception or transmission depths // Phys. Wave Phenom. 2015. V. 23, N 4. P. 279–291.
6. Kuznetsov G.N., Lebedev O.V. The use of effective phase velocity to decrease the direction finding error for a low-frequency signal in a waveguide // Phys. Wave Phenom. 2012. V. 20, N 1. P. 58–66.
7. Rouseff D., Zurk L.M. Striation-based beam forming for estimating the waveguide invariant with passive sonar // J. Acoust. Soc. Am. Exp. Lett. 2011. V. 130, N 2. P. 76–81.
8. Никифоров С.Л., Попов В.А., Попов О.Е., Селезнев И.А. Концепция создания единой базы геоакустических данных морского дна и технологии геоакустического моделирования // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2010. № 3(9). С. 49–61.
9. Белов А.И., Кузнецов Г.Н. Методы и результаты акустической калибровки локальных зон мелкого моря // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2015. № 8(1). С. 1–11.
10. Волженский М.Н., Родионов А.А., Семенов Е.В., Филатов Н.Н., Зимин А.В., Булатов М.Б. Опыт верификации оперативной модели для мониторинга гидрофизических полей Белого моря в 2004–2008 гг. // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2009. № 3(5). С. 33–41.
11. Пархоменко В.Н., Пархоменко В.В. Снижение шумности отечественных атомных подводных лодок в период с 1965 по 1995 год // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2012. Т. 5, № 2. С. 52–58.
12. Родионов А.А., Семенов Е.В., Зимин А.В. Развитие системы мониторинга и прогноза гидрофизических полей морской сред в интересах обеспечения скрытности и защиты кораблей ВМФ // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2012. Т. 5, № 2. С. 89–109.
13. Калью В.А., Таровик В.И., Чижов В.Ю. Уменьшение подводной шумности коммерческих судов – актуальная задача судовой акустики // Сборник трудов XXIV сессии РАО. Саратов, 2011. Т. 2. С. 218–222.
14. Орлов Е.Ф., Шаронов Г.А. Интерференция звуковых волн в океане. Владивосток: Дальнаука, 1998. 196 с.
15. Чупров С.Д. Интерференционная структура звукового поля в слоистом океане // Акустика океана. Современное состояние. М.: Наука, 1982. С. 71–82.
16. Касаткин Б.А. Инвариантные характеристики звукового поля в слоистом океане // Докл. АН СССР. 1986. Т. 291, № 6. С. 1483–1487.

17. Каришнев Н.С., Кузнецов Г.Н., Луньков А.А. Анализ надводной обстановки с использованием векторно-скалярной цилиндрической антенны // *Гидроакустика*. 2015. Вып. 23(3). С. 27—40.
18. Кузнецов Г.Н., Кузькин В.М., Переселков С.А. Спектрограмма и локализация источника звука в мелком море // *Акуст. журн.* 2017. Т. 63, № 4. С. 406—418.
19. Кузнецов Г.Н. и др. Помехоустойчивость интерферометрического метода оценки скорости источника звука в мелком море // *Акуст. журн.* 2016. Т. 62, № 5. С. 556—572.
20. Грачев Г.А., Кузнецов Г.Н. Ослабление интерференционных максимумов акустического поля в мелком море // *Акуст. журн.* 1985. Т. 31, № 5. С. 675—678.
21. Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. 4-е изд. М.: Физматгиз, 1963.

References

1. Brekhovskikh L.M. Waves in layered media. Moscow, Izd-vo AN SSSR, 1957. 502 p. (in Russian).
2. Kuznetsov G.N., Stepanov A.N. Approximating models for the regular component of the infrasound field produced by multipole sources in planar-stratified waveguide. *Acoust. Phys.* 2013, 59, 3, 378—390.
3. Urlick R.J. Principles of underwater sound. N.Y., McGraw-Hill, 1975. 384 p.
4. Grachev G.A., Kuznetsov G.N. On the average rate for phase variation in the acoustic field along the flat waveguide. *Sov. Phys.-Acoust.* 1985, 31, 2, 266—268.
5. Kuznetsov G.N., Stepanov A.N. Interference and phase structure of the low-frequency vector-scalar field in shallow water for variable reception or transmission depths. *Phys. Wave Phenom.* 2015, 23, 4, 279—291.
6. Kuznetsov G.N., Lebedev O.V. The use of effective phase velocity to decrease the direction finding error for a low-frequency signal in a waveguide. *Phys. Wave Phenom.* 2012, 20, 1, 58—66.
7. Rouseff D., Zurk L.M. Striation-based beam forming for estimating the waveguide invariant with passive sonar. *J. Acoust. Soc. Am. Exp. Lett.* 2011. V. 130, N 2. P. 76—81.
8. Nikiforov S.L., Popov V.A., Popov O.E., Seleznev I.A. The concept of common sea-bottom geoacoustic database creation and geoacoustic modeling techniques. *Fundamentalnaya i Prikladnaya Gidrofizika*. 2010, 3(9), 49—61 (in Russian).
9. Belov A.I., Kuznetsov G.N. Methods and results of acoustic calibration of shallow sea local zones *Fundamentalnaya i Prikladnaya Gidrofizika*. 2015, 8(1), 68—78 (in Russian).
10. Volzhenskij M.N., Rodionov A.A., Semenov E.V., Filatov N.N., Zimin A.V., Bulatov M.B. Experience of verification of operative model of monitoring of the White Sea in 2004—2008. *Fundamentalnaya i Prikladnaya Gidrofizika*. 2009, 3(5), 33—41 (in Russian).
11. Parkhomenko V.N., Parkhomenko V.V. Reduction of noise of domestic nuclear submarines in the period from 1965 to 1995. *Fundamentalnaya i Prikladnaya Gidrofizika*. 2012, 5, 2, 52—58 (in Russian).
12. Rodionov A.A., Semenov E.V., Zimin A.V. Advancement of the real-time analysis and forecast hydrological sea fields in behalf of the defense and the conceal of naval ships. *Fundamentalnaya i Prikladnaya Gidrofizika*. 2012, 5, 2, 52—58 (in Russian).
13. Kal'yu V.A., Tarovik V.I., Chizhov V.Yu. Reduction of the underwater noise of commercial vessels is an actual task of ship acoustics. *Proc. of the XXIV Session of the RAO. Saratov*, 2011, 2, 218—222.
14. Orlov E.F., Sharonov G.A. Interference of the sound waves in ocean. *Vladivostok, Dal'nauka*, 1998. 196 p. (in Russian).
15. Chuprov S.D. Interference structure of sound in a layered ocean. *Ocean Acoustics. Current State. Moscow, Nauka*, 1982, 71—82 (in Russian).
16. Kasatkin B.A. Invariant characteristics of a sound field in a layered ocean. *Dokl. AN USSR*. 1986, 291, 6, 1483—1487 (in Russian).
17. Karishnev N.S., Kuznetsov G.N., Lunkov A.A. Analysis of surface conditions using vector-scalar cylindrical array. *Gidroakustika*. 2015, 23(3), 27—40 (in Russian).
18. Kuznetsov G.N., Kuz'kin V.M., Pereselkov S.A. Spectrogram and localization of a sound source in shallow water. *Acoust. Phys.* 2017, 63, 4, 449—461.
19. Kuznetsov G.N. et al. Interference immunity of an interferometric method of estimating the velocity of a sound source in shallow water. *Acoust. Phys.* 2016, 62, 5, 559—574.
20. Grachev G.A., Kuznetsov G.N. Attenuation of Interference Maxima of the Acoustic Field in the Shallow Sea. *Sov. Phys.-Acoust.* 1985, 31, 5, 408—410.
21. Gradshteyn I.S., Ryzhik I.M. Tables of Series, Products and Integrals. 4th Ed. Moscow, Nauka, 1963 (in Russian).

К статье Кузнецов Г.Н., Степанов А.Н. Аппроксимация закономерностей ослабления звукового давления в зонах интерференционных максимумов

Kuznetsov G.N., Stepanov A.N. Approximation of the laws of attenuation of sound pressure in zones of interference maxima

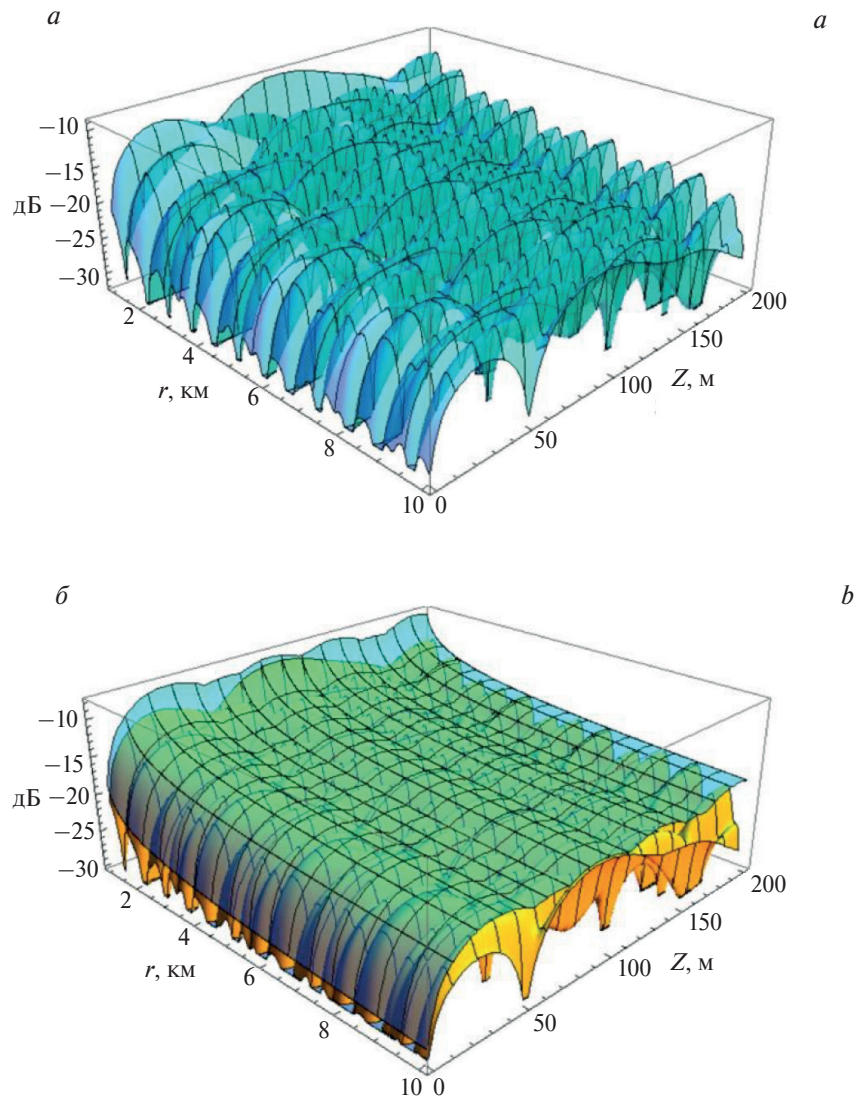


Рис. 2. Интерференционная поверхность (а) и поверхности максимумов, ограничивающая интерференционную поверхность (б), частота 25 Гц.

Fig. 2. Interference surface (a) and surface of maxima, limiting interference surface (b), frequency 25 Hz.

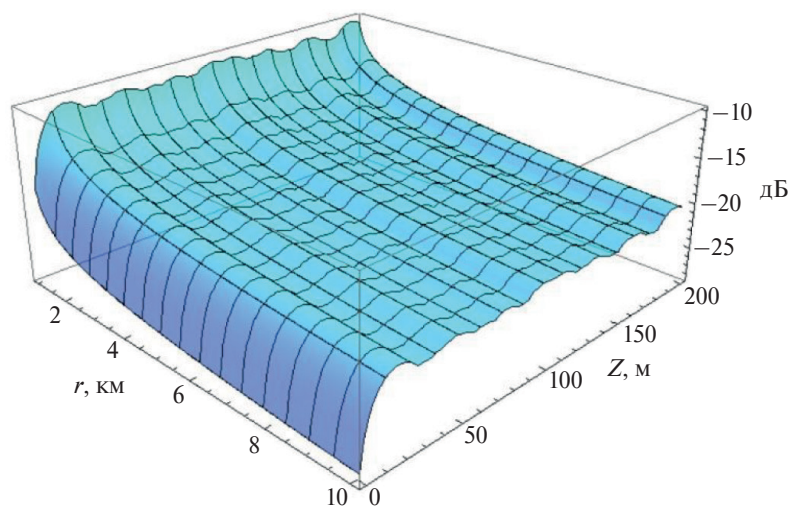


Рис. 3. Поверхность интерференционных максимумов амплитуды звукового давления на частоте 50 Гц.

Fig. 3. The surface of the interference maxima of the sound pressure amplitude at a frequency of 50 Hz.

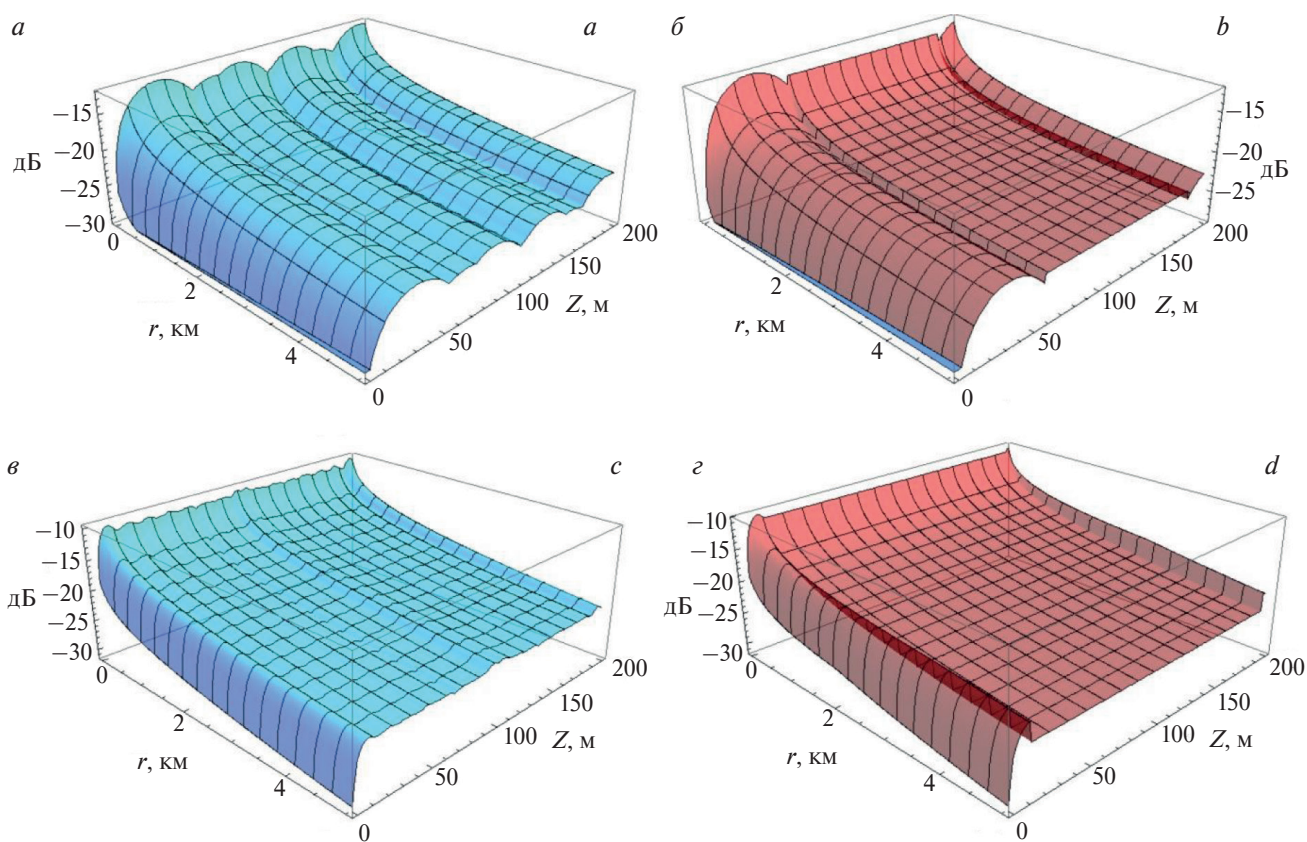


Рис. 4. Поверхности максимумов давления (*а, в*) и их аппроксимации (*б, г*) на частотах 25 (*а, б*) и 100 Гц (*в, г*).

Fig. 4. Surfaces of pressure maxima (*a, c*) and their approximations (*b, d*) at frequencies 25 (*a, b*) and 100 Hz (*c, d*).

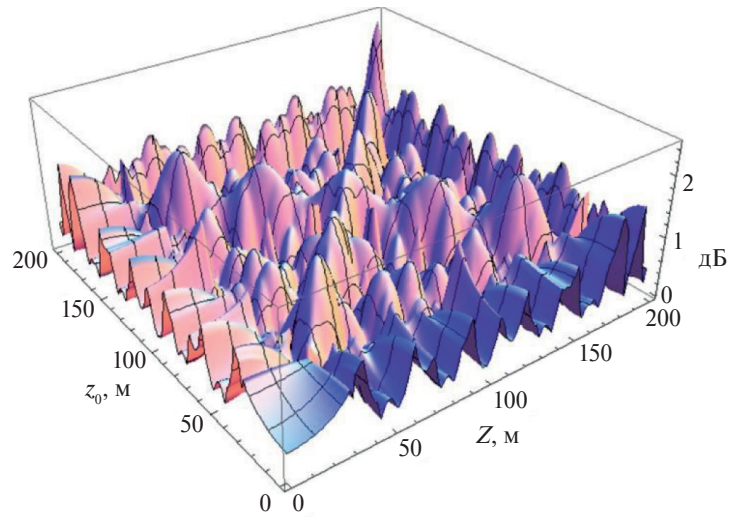


Рис. 6. Поверхность погрешностей аппроксимации в зависимости от глубин приемника и источника.

Fig. 6. The surface errors of approximation depending on the depth of the receiver and source.