

УДК 556.55:556.124

© С. Ю. Волков, С. Р. Богданов, Г. Э. Здорovenнова, Р. Э. Здорovenнов, Н. И. Пальшин, А. Ю. Тержевик
 Институт водных проблем Севера КарНЦ РАН, ФИЦ «Карельский научный центр РАН», Петрозаводск, Россия
 taranarmo@gmail.com

КРУПНОМАСШТАБНАЯ СТРУКТУРА КОНВЕКТИВНОГО ПЕРЕМЕШАННОГО СЛОЯ В МЕЛКОВОДНОМ ОЗЕРЕ ПОДО ЛЬДОМ

Статья поступила в редакцию 29.06.2018, после доработки 16.11.2018.

В работе представлены результаты анализа данных наблюдений, полученных в период весенней подлёдной конвекции в мелководном Вендюрском озере. Использование высокоточных температурных датчиков позволило количественно описать динамику конвективного перемешанного слоя и оценить его интегральные параметры. Течения в конвективном перемешанном слое измерялись с помощью акустического доплеровского профилографа скорости. Показано, что, несмотря на относительно малые (порядка мм/с) скорости движения, динамика слоя представлена пульсациями в широком спектре частот, что свидетельствует о развитом турбулентном режиме конвекции. Основное внимание было уделено изучению низкочастотных колебаний и, соответственно, крупномасштабной пространственной структуры слоя. На основе использования кумулятивных методов (анализ годографов и прогрессивно-векторных диаграмм) установлено, что эта структура представлена системой конвективных ячеек, играющих роль когерентных структур. При этом наблюдаемая нерегулярность пульсаций в низкочастотной области не противоречит существованию квазидетерминированных ячеек. Динамика таких пульсаций может служить примером возникновения хаоса в маломодовых системах. Процедура распознавания образа ячеек основывалась на сопоставлении прогрессивно-векторных диаграмм с семействами диаграмм, рассчитанных с использованием простейших идеализированных моделей ячеек. В рамках разработанной процедуры идентификации ячеек произведена оценка их параметров.

Ключевые слова: подлёдная конвекция, мелководное озеро, квазидетерминированные конвективные ячейки, акустический доплеровский измеритель скорости.

S. Yu. Volkov, S. R. Bogdanov, G. E. Zdorovennova, R. E. Zdorovennov, N. I. Palshin, A. Yu. Terzhevik
 Northern Water Problems Institute, Karelian Research Center, Russian Academy of Sciences, Petrozavodsk, Russia

LARGE-SCALE STRUCTURE OF CONVECTIVELY-MIXED LAYER IN A SHALLOW ICE-COVERED LAKE

Received 29.06.2018, in final form 16.11.2018.

The paper represents findings based on observational data obtained in shallow Lake Vendyurskoe during early-spring under-ice convection development. The use of highly-precise temperature sensors allowed to quantitatively describe dynamics of the convectively-mixed layer and to estimate its integral parameters. Currents within convectively-mixed layer were registered with Acoustic Doppler Current Profilers. Despite relatively low (mm/s) current velocities, convectively-mixed layer dynamics is presented by the wide spectrum of pulsations typical for the developed turbulent regime. Main attention is paid to the study of low-frequency fluctuations, i. e. large-scale convectively-mixed layer structure. The use of hodographs and progressive vector diagrams allowed revealing a system of convective cells functioning as coherent structures. Observed irregularity of pulsations in the low-frequency part of spectrum does not contradict to the existence of quasi-deterministic cells. Dynamics of such pulsations can be considered as an example of the chaos onset in low-dimensional systems. The cell recognition procedure was based on fitting the experimental progressive vector diagrams to the set of diagrams calculated for the case of idealized cell models. Estimation of the cell parameters is performed in frames of the developed procedure of their identification.

Ссылка для цитирования: Волков С. Ю., Богданов С. Р., Здорovenнова Г. Э., Здорovenнов Р. Э., Пальшин Н. И., Тержевик А. Ю. Крупномасштабная структура конвективного перемешанного слоя в мелководном озере подо льдом // *Фундаментальная и прикладная гидрофизика*. 2019. Т. 12, № 1. С. 30—39.

For citation: *Volkov S. Yu., Bogdanov S. R., Zdorovennova G. E., Zdorovennov R. E., Palshin N. I., Terzhevik A. Yu.* Large-scale structure of convectively-mixed layer in a shallow ice-covered lake. *Fundamentalnaya i Prikladnaya Gidrofizika*. 2019, 12, 1, 30—39. doi: 10.7868/S2073667319010040

Keywords: shallow lake, radiatively-driven under-ice convection, quasi-deterministic convective cells, Acoustic Doppler Current Profilers.

Интерес к изучению весенней конвекции в озерах, покрытых льдом, обусловлен двумя факторами. Во-первых, этот процесс, представляющий важную фазу годового термического цикла, играет большую роль в функционировании озерных экосистем [1]. С другой стороны, изучение механизмов этого явления тесно связано с фундаментальными проблемами турбулентности в стратифицированной жидкости [2, 3]. При рассмотрении этих проблем задача описания конвекции, обусловленной неоднородным прогревом, может рассматриваться как эталонная, естественным образом рафинированная. Это обусловлено, в частности, тем, что соответствующий процесс возникает даже при отсутствии сдвига средней скорости. Кроме того, во многих случаях возникающий в результате этого процесса перемешанный слой можно считать квазиоднородным [4], так что диффузионными слагаемыми можно пренебречь. Соответственно, баланс турбулентной энергии существенно упрощается, и в качестве единственного механизма накачки выступает поток плавучести, обусловленный неоднородностью прогрева водной толщи.

Даже с использованием отмеченных допущений задача остается весьма сложной, и некоторые ключевые вопросы остаются открытыми. К ним можно отнести, в первую очередь, крупномасштабную структуру конвективно-перемешанного слоя (КПС) и ее динамику, а также механизм переноса энергии по спектру. Существенный прогресс в изучении базового параметра такого переноса — скорости диссипации энергии ε — был достигнут в последние два десятилетия за счет использования современных высокоточных акустических доплеровских профилографов скорости ADCP (*Acoustic Doppler Current Profiler*) [5, 6]. Что же касается структуры и динамики энергосодержащих вихрей, возможности эксперимента для выявления особенностей горизонтальной структуры КПС здесь весьма ограничены: использование одного или даже нескольких приборов позволяет построить лишь вертикальные профили скорости. Попытки численного решения подобной задачи единичны. Наиболее известна работа [7], в которой в рамках подхода LES (*Large Eddy Simulation*) удалось выявить ячеистую структуру слоя и проанализировать ряд ее особенностей по сравнению со случаем классической конвекции Рэлея-Бенара.

В целом, однако, проблема крупномасштабной структуры КПС остается открытой. При этом нерешенным остается даже вопрос о характере «первичной генерации» кинетической энергии за счет накопленной потенциальной, что отражается даже в соответствующей терминологии. Некоторые авторы полагают, что характер этой генерации определяется случайным процессом образования и обрушения термиков (*thermals/plumes* / «detached eddies»). Согласно другой точке зрения КПС представляет собой самоорганизованную структуру, состоящую из квазидетерминированных конвективных ячеек, играющих роль когерентных структур [8, 9].

Указанная дилемма представляет собой основной предмет рассмотрения в данной работе. Основой работы послужили данные измерений скорости, температуры и радиационных потоков в небольшом озере в период развития весенней подледной конвекции. Анализ данных по скорости осуществлялся с помощью кумулятивных методов (прогрессивно-векторные диаграммы, годографы скорости), наиболее приемлемых для обнаружения закономерностей в условиях слабого сигнала. Использование этих методов позволило подтвердить рабочую гипотезу о том, что крупномасштабная структура КПС представлена квазидетерминированными конвективными ячейками. В рамках разработанной процедуры идентификации ячеек произведена оценка их параметров.

Приборы и методы. Объект исследования. Измерения гидрофизических параметров проводились 8—13 апреля 2016 г. на небольшом озере Вендюрском (юг Карелии). Гидрологическая характеристика озера с подробной батиметрической картой приведена в работе [10]. Измерения течений, температуры воды и потоков солнечной радиации проводились в центральной глубоководной части озера (глубина 11.1 м), приборы устанавливались со льда. Для измерения течений использовался акустический доплеровский профилограф скорости Aquadopp Nortek HR-Profiler (точность 1 % от измеренного значения). Этот прибор обладает очень высокой чувствительностью, поскольку скорость определяется не по Доплеровскому сдвигу частоты (*normal mode*), а по измерениям фазового сдвига между двумя последовательными отраженными импульсами (*pulse-coherent mode*) [5]. Такой режим в сочетании с достаточно высокой частотой измерений позволяет использовать прибор для измерения низкоамплитудных пульсаций скорости.

Прибор вмораживался в лунку таким образом, что сканировал верхнюю часть КПС, зона сканирования составляла 2.1 м ниже прибора. Использовались следующие приборные установки: ориентация — downlooking, система координат — ENU (East-North-Up), промежуток измерений (burst interval) — 60 с, количество отсчетов за промежуток измерений (samples per burst) — 16, частота измерений (sampling rate) — 4 Hz, расстояние между отсчетами по лучу (cell size) — 5 см.

Прибор выдавал скорости по трем компонентам — двум горизонтальным и вертикальной. Исходные данные были подвергнуты процедуре минутного осреднения, затем полученные ряды, в зависимости от задач исследования, были осреднены скользящим средним с периодом от 10 до 100 мин. Спектральный анализ проводился с использованием быстрого преобразования Фурье. Изучение корреляции динамики разных компонент скорости проводилось путем построения годографов скорости. В рамках такого метода значения любых двух компонент скорости в данный момент времени представляются точкой на соответствующей плоскости; траектория этой точки, в свою очередь, наглядно представляет временную динамику обеих компонент. Предполагая существование квазиупорядоченных структур в КПС, в попытках их количественного описания дальнейший анализ мы осуществляли на основе построения и изучения прогрессивно-векторных диаграмм (ПВД) во всех трех плоскостях, что позволило выявить корреляции в динамике разных компонент скорости. Важное преимущество этого метода в условиях слабого сигнала заключается в кумулятивном характере его обработки, что позволяет в значительной степени сгладить шумы и уменьшить погрешности. Как показали расчеты, относительная ошибка в определении смещений уменьшалась более чем на два порядка по сравнению с погрешностью определения скорости при рассмотрении смещений на интервалах времени порядка нескольких часов.

Для измерения температуры воды использовалась коса, оснащенная 43-мя температурными датчиками TR-1060 (RBR Ltd, точность ± 0.002 °C, интервал — 10 с), размещенными через 0.25 м по вертикали от нижней поверхности льда до дна. Потоки падающей солнечной радиации на нижней границе льда и в водной толще до глубины 5 м измерялись с использованием косы, оснащенной датчиками фотосинтетически активной солнечной радиации ФАР («Alec Electronics», разрешение $1 \text{ мкмоль м}^{-2} \text{ с}^{-1}$, интервал измерений — 1 мин), закрепленными на глубинах 0, 0.5, 1, 1.5, 2, 3, 4 и 5 м. Предполагая экспоненциальное затухание потока ФАР в водной толще, мы рассчитали коэффициент экстинкции K_w :

$$K_w(z, z_1) = -\frac{1}{z_1 - z} \ln \left(\frac{\text{ФАР}(z_1)}{\text{ФАР}(z)} \right),$$

где $\text{ФАР}(z)$, $\text{ФАР}(z_1)$ — поток ФАР на разных глубинах в водной толще.

Результаты.

Динамика потока солнечной радиации в водной толще и температуры воды. В период измерений 8—13 апреля 2016 г. поток ФАР на нижней границе льда характеризовался хорошо выраженным дневным ходом с максимумом в 13—14 ч по местному времени, достигающим $1400 \text{ мкмоль м}^{-2} \text{ с}^{-1}$. Поток ФАР быстро уменьшался с увеличением глубины и глубже 4 м не превышал $50 \text{ мкмоль м}^{-2} \text{ с}^{-1}$. Наибольшие значения коэффициента экстинкции K_w , достигающие $1.5—1.8 \text{ м}^{-1}$, были отмечены в 0.5-м подледном слое, глубже 1 м — снижались до $0.8—1 \text{ м}^{-1}$. По данным термоксы установлено, что в период измерений наблюдалась развитая конвекция: на температурном профиле четко определялся КПС, верхняя граница которого располагалась на глубине ~ 0.5 м, а нижняя граница опустилась с 5.5 до 6.75 м в период 8—13 апреля. Температура КПС в первый день измерений составляла 2.11 °C, к последнему дню повысилась до 2.53 °C.

Динамика компонент скорости. Практически в течение всего периода наблюдений отчетливо прослеживались колебания обеих горизонтальных компонент с периодом ~ 27 мин, наиболее выраженные в ночные часы. На рис. 1, а (см. вклейку) представлена динамика трех компонент скорости на глубине 1 м в течение 12 апреля 2016 г. В период с 03:00 до 08:00 обе горизонтальные компоненты скорости характеризовались колебаниями с указанным периодом, в то время как вертикальная компонента менялась слабо. Как показал анализ спектральных данных, в ночные часы для горизонтальных компонент также выделялся пик с периодом, близким к 7 мин (рис. 1, б). В дневные часы усиливались колебания всех трех компонент с несколько большими периодами — в несколько десятков минут (рис. 1, в). Амплитуда преобладающих колебаний слабо зависела от горизонта измерений в слое, охватываемом сканированием прибора. Анализ временных рядов и спектров вертикальной компоненты

скорости показал, что в ночные часы энергетика ее колебаний заметно снижалась. Периоды преобладающих в ночные часы колебаний горизонтальных компонент скорости были близки к рассчитанным по формуле Мериана значениям первых мод продольной и поперечной баротропных сейш Вендюрского озера [10].

На графиках зависимости компонент скорости от времени сейшевые колебания более ярко выражены в ночное время; в дневные часы их присутствие нивелируется гораздо более мощными движениями, обусловленными развитием конвекции под действием потока солнечной радиации, проникающего под лёд (рис. 2, *а*, см. вклейку). Эти движения проявляются в виде низкочастотных (с периодами в несколько часов) колебаний всех компонент скорости и имеют весьма сложный нерегулярный характер. В отличие от сейш, их период не постоянен, а значения амплитуд образуют неупорядоченный ряд. По форме осцилляции весьма далеки от синусоидальных колебаний и более соответствуют релаксационным процессам; в ряде случаев кривые имеют пилообразный характер (рис. 2, *б*, *в*). Следует отметить, что в отличие от вертикальных движений, интенсивность которых значительно ослабевает в отсутствие радиации, низкочастотные вариации горизонтальных компонент скорости наблюдаются даже в ночные часы.

Годографы. Нерегулярный характер крупномасштабной временной динамики каждой отдельной компоненты не исключает возможности существования квазидетерминированного процесса, управляющего этой динамикой, и соответствующих упорядоченных структур [11]. Одним из ключей для распознавания природы таких процессов может служить изучение корреляции динамики различных компонент скорости. В этой связи при дальнейшем анализе данных особое внимание было уделено построению и исследованию годографов скорости во всех трех плоскостях.

Вначале мы использовали этот метод, применяя его для анализа исходных данных с 1-минутным осреднением. При этом не было обнаружено сколь-нибудь значимой корреляции в динамике различных компонент. На рис. 3, *а* (см. вклейку) представлена траектория годографа для горизонтальных компонент. Однако ситуация принципиально изменяется, если при построении годографов использовать осредненные временные ряды. Рис. 3, *б* и *в* иллюстрируют последовательную трансформацию линий годографа при увеличении периода осреднения T до 20 и 50 мин. При достижении порогового значения $T \sim 100$ мин неупорядоченная система точек, как правило, трансформируется в ясно различимую монотонную квазизамкнутую траекторию, напоминающую фигуры Лиссажу. Типичное семейство (для разных глубин) таких траекторий для горизонтальных компонент приведено на рис. 3, *г*.

Аналогичный вид имеют годографы в вертикальной плоскости (рис. 4, см. вклейку). Указанная трансформация годографов при исключении высокочастотной компоненты сигнала прослеживается и в дневное, и в ночное время. При этом кривые годографа днем обычно включают несколько петель переменного размера; ночью, как правило, меньшее число квазизамкнутых контуров. Таким образом, анализ годографов дает несколько иное представление о характере движений в перемешанном слое, и вывод о неупорядоченном характере низкочастотных вариаций скорости представляется преждевременным. Отмеченные выше особенности траекторий годографов свидетельствуют о коррелированности динамики различных компонент скорости (должным образом осредненных). Этот факт, в свою очередь, может свидетельствовать о своеобразной когерентности в характере движения и присутствии квазиупорядоченных конвективных структур в КПС.

Прогрессивно-векторные диаграммы. Типичные ПВД, описывающие движение в горизонтальной плоскости, представлены на рис. 5; кривая на панели *а* построена по данным измерений течений в апреле 1995 г. [10], на панели *б* — в апреле 2016 г. Характерные траектории, напоминающие кривые циклоидального типа, в первом приближении можно представлять в виде ломаных со многими звеньями. При этом на всех глубинах (рис. 5, *б*) прослеживается устойчивый тренд смещений в юго-западном направлении, что указывает на присутствие среднего крупномасштабного переноса. Средние значения компонент скорости U и V за период 8—13 апреля 2016 г. составляли, соответственно, -0.67 и -1.03 мм/с. В то же время на кривых, представленных на рис. 5, хорошо представлены изломы и скачки. При этом величина этих скачков соответствует изменениям скорости, сопоставимым со скоростью крупномасштабного переноса.

Указанные особенности ПВД позволяют представить регистрируемые значения скорости двумя слагаемыми: средней переносной скоростью и возмущениями, вызывающими отклонения от линейного тренда. При этом можно предположить, что указанные отклонения от линейного тренда связаны с конвективным движением внутри ячеек, переносимых средним потоком, а указанные скачки

соответствуют моментам времени, когда границы ячеек проходят мимо датчика. В рамках такого предположения траектории годографов и ПВД можно рассматривать как результат «протаскивания» структур (ячеек) относительно неподвижных датчиков (точек, где производятся измерения). При этом экспериментальные ряды описывают не временную изменчивость в заданной точке, а пространственную структуру поля скорости в ячейке, представленную в движущейся относительно ячейки системе отсчета. Подобное рассмотрение экспериментальных данных как результат своеобразного сканирования пространственной структуры ячеек означает, что указанные траектории можно рассматривать как своеобразный образ этих ячеек. Дальнейшая задача заключается в распознании этого образа и оценке геометрических и динамических параметров ячеек.

Моделирование. Распознавание образа. Чтобы верифицировать сформулированную выше гипотезу и провести количественные оценки, мы использовали классические результаты [12, 13], полученные при изучении поля скорости в конвективных ячейках. Согласно этим результатам, вертикальная скорость в любой точке ячейки высотой H задается формулой:

$$w = W(z)\Phi(x, y).$$

Здесь $\Phi(x, y)$ представляет решение мембранного уравнения, а первый множитель в простейшем случае одномодовой вертикальной структуры определяется формулой

$$W(z) = w_0 \sin(\pi z / H).$$

Горизонтальные компоненты скорости вычисляются непосредственно по формулам

$$u = \frac{1}{k^2} \frac{dW}{dz} \frac{\partial \Phi}{\partial x}; \quad v = \frac{1}{k^2} \frac{dW}{dz} \frac{\partial \Phi}{\partial y}. \quad (1)$$

Здесь k — горизонтальное волновое число, связанное с размерами ячейки.

Среди множества решений мембранного уравнения, описывающих ячейки с различными типами горизонтальной симметрии, в дальнейшем для определенности рассматриваются простейшие квадратные ячейки со стороной $a = 2\pi/k$. В этом случае $\Phi(x, y) = \cos(kx) + \cos(ky)$, и компоненты скорости задаются уравнениями:

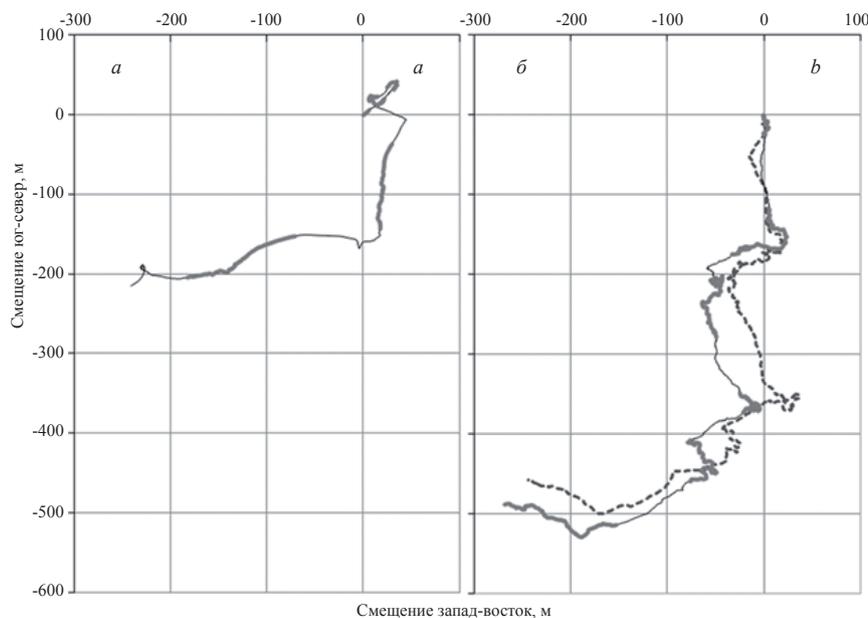


Рис. 5. Прогрессивно-векторные диаграммы для горизонтальных компонент скорости: a — период с 11:33 17 апреля 1995 г. до 6:57 24 апреля 1995 г., глубина измерений 1.2 м, глубина станции 7.7 м (тонкие и толстые линии); b — с 16:20 8 апреля до 13:00 13 апреля 2016 г., глубина измерений 1 м (пунктирная линия) и 2 м (тонкие и толстые линии). Тонкие линии — ночные часы с 20:00 до 08:00, толстые линии — дневные часы с 08:00 до 20:00.

Fig. 5. Progressive-vector diagrams for horizontal velocity components: a — from 11:33 a.m. 17 April 1995 to 06:57 a.m. 24 April 1995, depth 1.2 m, station depth 7.7 m; b — from 04:20 p.m. 8 April to 01:00 p.m. 13 April 2016, depth 1 m (dotted line) and 2 m (thin and thick lines). Thin lines — night time from 08:00 pm to 08:00 am, thick lines — day time from 08:00 am to 08:00 pm.

$$\begin{cases} w = w_0 \sin(\pi z / H)(\cos(kx) + \cos(ky)), \\ u = -\frac{\pi w_0}{kH} \cos(\pi z / H) \sin(kx), \\ v = -\frac{\pi w_0}{kH} \cos(\pi z / H) \sin(ky). \end{cases} \quad (2)$$

В случае гексагональных ячеек, когда имеется 3 главных направления волнового вектора, горизонтальная структура ячеек (планформа) определяется несколько более сложной функцией $\Phi(x, y) = 2 \cos\left(\frac{k}{2}\sqrt{3}x\right) \cos\left(\frac{k}{2}y\right) + \cos(ky + \vartheta)$. Горизонтальные проекции соответствующих линий тока для обеих планформ представлены на рис. 6.

Формулы (2) определяют значения скоростей в системе отсчета, связанной с ячейками. В эксперименте же производились измерения скорости в неподвижной системе отсчета, относительно которой ячейки предположительно движутся, увлекаемые средним течением с компонентами скорости $(U_x, U_y, 0)$. Очевидно, в этой системе с использованием системы координат, связанной с осями симметрии ячеек, компоненты измеренной скорости можно представить в виде $(u + U_x, v + U_y, w)$. При этом следует также иметь в виду, что координаты x и y в уравнениях (2) будут изменяться со временем. В предположении, что средняя скорость квазипостоянна, можно записать:

$$x(t) = x_0 + U_x t; \quad y(t) = y_0 + U_y t. \quad (3)$$

Здесь (x_0, y_0) — начальные координаты точки измерений в системе отсчета, связанной с ячейками. В результате для компонент измеренной скорости получаем следующее представление:

$$\begin{cases} w = w_0 \sin(\pi z / H)(\cos(k(x_0 + U_x t)) + \cos(k(y_0 + U_y t))), \\ u = -\frac{\pi w_0}{kH} \cos(\pi z / H) \sin(k(x_0 + U_x t)) + U_x, \\ v = -\frac{\pi w_0}{kH} \cos(\pi z / H) \sin(k(y_0 + U_y t)) + U_y. \end{cases} \quad (4)$$

Следует также иметь в виду, что непосредственно измерялись значения компонент скорости (u_E, u_N, w) в системе координат ENU; так что измеренные значения скорости могут быть увязаны с

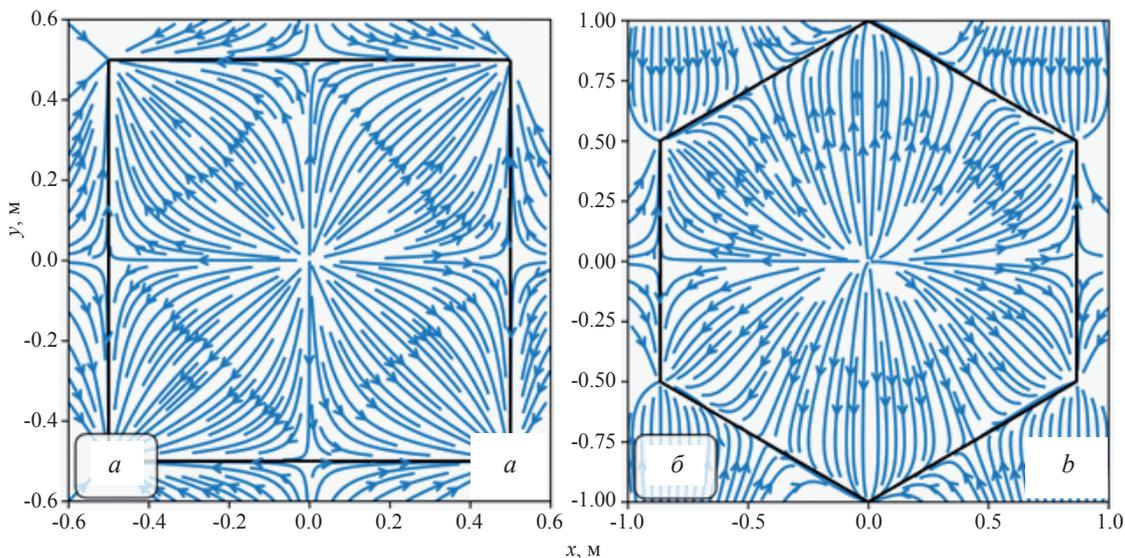


Рис. 6. Линии тока в квадратной (a) и гексагональной (b) ячейках.

Fig. 6. Streamlines for square (a) and hexagonal (b) cells.

явными выражениями (2) для компонент конвективной скорости внутри ячейки лишь после поворота системы координат на угол φ , определяющий ориентацию осей симметрии ячеек в системе ENU:

$$\begin{cases} u_E = u \cos \varphi + v \sin \varphi \\ u_N = -u \cos \varphi + v \sin \varphi \end{cases} \quad (5)$$

Переходя к анализу аналитических представлений (4) и (5), определяющих зависимость компонент скорости от времени, прежде всего следует отметить, что при всей внешней громоздкости эта зависимость весьма проста: она определяется суммой двух синусов. Однако значения соответствующих частот (kU_x и kU_y) в общем случае несоизмеримы. Такого рода функции хорошо известны в математике как квазипериодические и обладают рядом замечательных свойств [14]. Одно из них связано с крайне нерегулярным характером зависимости от времени, чем и обусловлен интерес к их изучению в контексте проблем возникновения хаоса в маломодовых системах [11, 15].

Указанное свойство квазипериодических функций на качественном уровне согласуется с особенностями динамики измеренной скорости, отмеченными в предыдущем разделе. При этом нерегулярная временная динамика, включая скачкообразные изменения скорости, находит свое объяснение при сохранении основного предположения о существовании квазидетерминированного движения в упорядоченной системе ячеек. Следует также отметить, что зависимости (4) и (5) качественно согласуются также с экспериментальными годографами скорости. Соответствующие кривые, как было отмечено, имеют квазизамкнутый характер, характерный для фигур Лиссажу при сравнении колебаний с несоизмеримыми частотами.

Следующий шаг сравнения аналитического представления (4), (5) с опытными данными естественно увязывать с разработкой методов распознавания ячеек и количественной оценки их параметров. На первый взгляд эта задача представляется очень сложной, поскольку эти представления включают большое число параметров. Однако большая часть этих параметров может быть либо оценена по данным наблюдений, либо исключена из рассмотрения. Эту процедуру целесообразно рассмотреть последовательно.

Во-первых, из двух параметров x_0 и y_0 , определяющих положение датчика в начальный момент времени, один может быть исключен за счет выбора начального момента времени. Например, отсчет времени можно начать с того момента, когда точка наблюдения пересекает границу ячейки, на которой горизонтальные компоненты скорости равны нулю. При этом на границах ячеек указанные параметры связаны простыми соотношениями (Приложение 1), которые позволяют исключить один из них как зависимый. Величина w_0 , определяющая амплитуду вертикальных движений в ячейке, может быть рассчитана непосредственно по измерениям радиационного потока [4]. В рамках такой процедуры можно рассчитать не только среднее значение величины w_0 , но и ее временную динамику в течение суток. При этом, с учетом значительных отклонений кривых ПВД от линейного тренда, можно ожидать, что характерные скорости движений в ячейке сопоставимы со скоростью крупномасштабного переноса.

Значения U_E и U_N компонент средней скорости, как отмечалось выше, также могут быть оценены из эксперимента. В дальнейшем в модельных расчетах эти значения предполагались постоянными. Размер H ячеек в рамках одномодового приближения можно отождествить с толщиной перемешанного слоя, которая, в свою очередь, может быть точно определена из температурных данных.

Таким образом, из определяющих параметров неизвестными остаются лишь два: угол φ , определяющий ориентацию осей симметрии ячеек в системе ENU и один из параметров x_0 и y_0 . Волновое число k , присутствующее в выражениях (4), можно исключить из этого списка, поскольку оно, будучи связано с горизонтальным масштабом ячеек, относится к параметрам, подлежащим определению.

Учитывая приведенные комментарии, систему уравнений (4)–(5) можно рассматривать как двухпараметрическую. Однако даже указанное сокращение числа параметров не позволяет непосредственно сравнить наблюдаемую динамику компонент скорости с модельными представлениями. В этой связи мы ограничились оценкой влияния указанных свободных параметров на характер и специфику ПВД. При этом сама процедура построения диаграмм была весьма простой. После интегрирования выражений (4) по времени (с учетом приведенного выше замечания о выборе начального момента времени) выражения для координат $x(t)$ и $y(t)$, которые и определяют вид диаграммы в параметрической форме, были получены в явном виде.

В качестве иллюстрации на рис. 7 и 8 (см. вклейку) приведены семейства ПВД, соответствующие различным значениям одного из параметров при заданном значении другого. В обоих случаях интервал времени составлял 11 ч, для компонент U_E и U_N использовались полученные из опыта оценки, для величин w_0 и L использовались характерные значения 1 мм/с и 10 м, соответственно; система ячеек считалась стационарной. Все смещения указаны в метрах. Конфигурация соответствующих семейств линий, как показывают расчеты, оказывается весьма чувствительной к значениям свободных параметров. При этом, однако, основные особенности остаются неизменными, и общий вид кривых согласуется с полученными из экспериментальных данных. Так, например, все линии семейства ПВД представляются квазипериодическими кривыми циклоидального типа, периодичность которых, а также изломы и скачки обусловлены сменой ячеек. Таким образом, приведенный анализ позволяет на качественном уровне объяснить специфику результатов, полученных в эксперименте, и соответственно, адекватность рассматриваемой версии структуры КПС. Строгие количественные расчеты, однако, весьма затруднительны. Одна из причин — неопределенность, связанная с формой ячеек, а также, предположительно, с их распределением по размерам.

Тем не менее, некоторые количественные оценки можно получить, оставаясь в рамках рафинированной модели ячеек. В частности, размер ячеек можно оценить по среднему интервалу времени $\langle \Delta t \rangle$ между последовательными минимумами компонент скорости. Детали расчета приведены в Приложении. Для случая квадратных ячеек получено следующее выражение для их размера:
$$L = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} JU \langle \Delta t \rangle \approx 0.98 U \Delta t$$
, где $J = F(\pi/4, 1)$ — нормальный эллиптический интеграл Лежандра. Величины $\langle \Delta t \rangle$ и U могут быть непосредственно рассчитаны по экспериментальным данным, так что приведенная формула позволяет осуществить непосредственную оценку размера L ячеек.

При характерных значениях $\langle \Delta t \rangle \sim (2—3)$ часа была получена оценка $L \sim (15—20)$ м. Следует также отметить, что этим оценкам соответствует значение аспектного числа $kH \sim (2—3)$, близкое к значениям этого параметра в случае классической задачи Рэлея [16]. Аналогичные результаты, отличающиеся от приведенных лишь численными множителями, были получены также для модели гексагональных ячеек, а также при оценке размеров ячеек по величине среднего интервала времени знакопостоянства различных компонент скорости.

Непосредственный анализ экспериментальных данных по динамике компонент скорости в конвективном перемешанном слое небольшого покрытого льдом озера свидетельствует о ее крайне нерегулярном характере. В то же время использование кумулятивных методов — годографов и прогрессивно-векторных диаграмм — позволило выявить существование квазидетерминированной крупномасштабной структуры слоя. В частности, после исключения высокочастотной компоненты сигнала обнаружена определенная синхронизация в динамике различных компонент скорости, что на плоскости годографа отразилось в трансформации неупорядоченного набора точек в квазизамкнутые траектории, а при построении ПВД — в появлении характерных кривых циклоидального типа.

Присутствие в слое крупномасштабных конвективных ячеек подтверждается качественным сравнением экспериментальных ПВД и модельных, рассчитанных с использованием простейших идеализированных моделей ячеек. В рамках этих моделей динамика компонент скорости описывается квазипериодическими функциями, а ее нерегулярный характер — пример хаотического сценария в маломодовой системе. При этом расчетные модельные ПВД не только воспроизводят основные особенности кривых, полученных из эксперимента (квазипериодичность, скачки направлений скорости, немонотонный по времени характер движения), но и позволяют объяснить эти особенности в рамках наглядного сценария сканирования ячеек датчиками скорости.

С использованием простейших геометрических моделей конфигурации структуры слоя (квадратные и гексагональные ячейки одинакового размера) проведены количественные оценки размеров ячеек, при этом значение аспектного числа kH оказалось весьма близким к классическому. Эти оценки были получены по расчетам среднего интервала времени между экстремумами и нулями компонент скорости. В дальнейшем, на основе более детального изучения особенностей и параметров экспериментальных ПВД и их сопоставления с более реалистичными моделями, планируется уточнение типа и формы ячеек, а также их распределения по размерам.

Наличие среднего крупномасштабного переноса оказывается существенным фактором в приведенном анализе структуры КПС. В данной работе значения U_x и U_y компонент средней скорости принимались постоянными, и анализ природы указанного переноса не производился. Однако предложенный аппарат исследований допускает возможность изучения и более сложных случаев, когда среднее течение не стационарно. Сопоставление соответствующих модельных ПВД с экспериментальными может пролить свет на природу указанного переноса.

Основное внимание в работе было уделено крупномасштабной структуре КПС и, соответственно, низкочастотным (с периодами в несколько часов) пульсациям скорости. При этом было показано, что нерегулярный характер этих пульсаций не только не противоречит, но находит объяснение в факте присутствия в слое квазидетерминированных конвективных ячеек. Следует, однако, иметь в виду, что для смежных спектральных декад, соответствующих более высоким частотам, также характерны неупорядоченные пульсации, причем представленные сплошным спектром (рис. 1, б и в). Эти пульсации проявляются на годографах и ПВД: при использовании меньших периодов усреднения соответствующие кривые приобретают фрактальный характер: появляются многочисленные петли все меньших размеров. Неупорядоченный характер этих пульсаций имеет другую природу, а именно, эти пульсации представляют собственно турбулентное движение в конвективном слое. Об этом свидетельствуют прямые оценки модифицированного параметра Рэлея R , используемого для оценки развитости режима турбулентной конвекции с внутренними источниками тепла [17—19]:

$$R = \frac{\beta g H^5 I}{\kappa^2 \eta}.$$

Здесь η и κ — коэффициенты кинематической вязкости и температуропроводности. В отличие от классической версии этого параметра в качестве характерной разности температур используется величина Ih^2/k , где I — скорость радиационного нагрева, рассчитываемая по неоднородности потока плавучести. При характерных значениях $I \sim 3 \times 10^{-6}$ К/с для параметра Рэлея получаем оценку $R \sim 10^{14}$. Эта оценка на несколько порядков превышает критическое значение R_c , а также значения, достигнутые при прямом численном моделировании [19, 20]. Таким образом, несмотря на весьма малые (\sim мм/с) характерные скорости, гидродинамический режим КПС можно характеризовать как вполне развитый турбулентный. При этом крупномасштабные конвективные ячейки играют роль энергосодержащих когерентных структур, обеспечивающих перенос энергии вниз по спектру, к более мелким собственно турбулентным пульсациям.

Исследование выполнено в рамках государственного задания Института водных проблем Севера — обособленного подразделения ФГБУ науки ФИЦ «Карельский научный центр Российской академии наук».

Приложение. Оценки размера ячеек.

На рис. 7, а и 8, а схематически представлена система квадратных ячеек и линии, представляющие траектории движения датчика в системе отсчета XOY , связанной с ячейками. Скорость U считается постоянной по величине; угол, определяющий ее направление по отношению к оси OX , обозначим α ; $\alpha \in (0, \pi/2)$. В рамках этих допущений координаты датчика в любой момент времени t определяются непосредственно: $(x_0 + Ut \cos \alpha; y_0 + Ut \sin \alpha)$. При этом для достаточно больших промежутков времени количество пересечений траектории с границами ячеек, которые параллельны осям X и Y , составляет, соответственно $n_x = (Ut \cos \alpha) / L$ и $n_y = (Ut \sin \alpha) / L$, где L — размер ячейки. На границах ячеек вертикальная скорость w имеет максимальное отрицательное значение, так что величина $n = n_x + n_y$ задает число соответствующих экстремумов w за промежуток t . Соответственно, средний промежуток времени Δt между двумя последовательными минимумами будет определяться выражением:

$$\Delta t = \frac{L}{U(\cos \alpha + \sin \alpha)}.$$

Величина Δt существенно зависит от угла α , определяющего направление средней скорости. Параметр α существенно влияет на динамику скорости и вид трансфера. Его значение определяется многими случайными факторами, хотя не исключен определенный *fitting*, ориентационное подстраивание осей ячеек под направление средней скорости. Для получения предварительных оценок, величина α считается случайной функцией с равномерным распределением на интервале $[0, \pi/2]$. В рамках такого предположения можно аналитически рассчитать среднее $\langle \Delta t \rangle$ по ансамблю α значение Δt :

$$\langle \Delta t \rangle = \frac{2\sqrt{2}}{\delta} J \frac{L}{U}.$$

Здесь $J = F(\pi/4, 1) \approx 0.88$ — нормальный эллиптический интеграл Лежандра. Величины $\langle \Delta t \rangle$ и U могут быть рассчитаны по экспериментальным данным, так что приведенная формула позволяет осуществить непосредственную оценку размера L ячеек.

Литература

1. Kelley D. E. Convection in ice-covered lakes: effects on algal suspension // J. Plankton Res. 1997, 19, P. 859—1880. doi: 10.1093/plankt/19.12.1859
2. Zilitinkevich S. S. Turbulent Penetrative Convection. Aldershot: Avebury Tech. 1991. 180 p.
3. Lohse D., Xia K.-Q. Small-Scale Properties of Turbulent Rayleigh-Benard Convection // Ann. Rev. Fluid Mech. 2010, 42, P. 335—364.
4. Mironov D. et al. Radiatively driven convection in ice-covered lakes: Observations, scaling, and a mixed layer model // J. Geophys. Res. 2002. 107(C4). doi:10.1029/2001JC000892.
5. Lorke A., Wüest A. Application of Coherent ADCP for Turbulence Measurements in the Bottom Boundary Layer // J. Atmos. Oceanic Technol. 2005. 22. P. 1821—1828.
6. Wiles P. J. et al. A novel technique for measuring the rate of turbulent dissipation in the marine environment // Geophys. Res. Lett. 2006. 33. L21608. doi:10.1029/2006GL027050.
7. Mironov D. V. Radiatively-driven convection in ice-covered lakes: observations; LES, and bulk modeling // Proc. of the Workshop on Interdisciplinary Aspects of Turbulence: Ringberg Castle, Tegernsee, Germany, April 18—25, 2005, P. 105—111.
8. Lenschow D. H., Stephens P. L. The role of thermals in the convective boundary layer // Boundary-Layer. Meteorol. 1980. 19. P. 509—532. <https://doi.org/10.1007/BF00122351>.
9. Jonas T. Convective mixing processes in natural waters. Ph.D. Thesis, Eidg. Tech. Hochschule, Zürich, Switzerland. 2001. 113 p.
10. Malm J. et al. A field study on currents in a shallow ice-covered lake // Limnol Oceanogr. 1998. 43. P. 1669—1679.
11. Lorenz E. N. Deterministic nonperiodic flow // J. Atmospheric Sci. 1963. 20. P. 130—141.
12. Lord Rayleigh O.M. F.R.S. On convection currents in a horizontal layer of fluid, when the higher temperature is on the under side // Philosoph. Magazine Series 6. 1916. 32. 192. P. 529—546.
13. Bisshopp F. E. On two-dimensional cell patterns // J. Math. Anal. Appl. 1960. 1. P. 373—385.
14. Besicovitch A. S. Almost periodic functions. Cambridge Univ. Press., 1932. 180 p.
15. Maeda I. Simple Quasi-periodic Functions and an Inverse Power Law // J. Facul. Sci., Hokkaido University. Series 7, Geophysics. 1996. 10(1). P. 21—30.
16. Гетлинг А. В. Формирование пространственных структур конвекции Рэлея-Бенара // УФН. 1991. 161(9). С. 1—80.
17. Straus J. M. Penetrative convection in a layer of fluid heated from within // Astrophys. J. 1976. 209. 179—189.
18. Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1972. 392 с.
19. Goluskin D., van der Poel E. P. Penetrative internally heated convection in two and three dimensions // J. Fluid Mech. 2016. 791. R6. doi:10.1017/jfm.2016.69.
20. Chasnov J. R., Tse K. L. Turbulent penetrative convection with an internal heat source // Fluid Dynam. Res. 2001. 28. P. 397—421. doi:10.1016/S0169-5983(00)00037-X.

К статье Волков С. Ю. и др. Крупномасштабная структура...

Volkov S. Yu. et al. Large-scale structure...

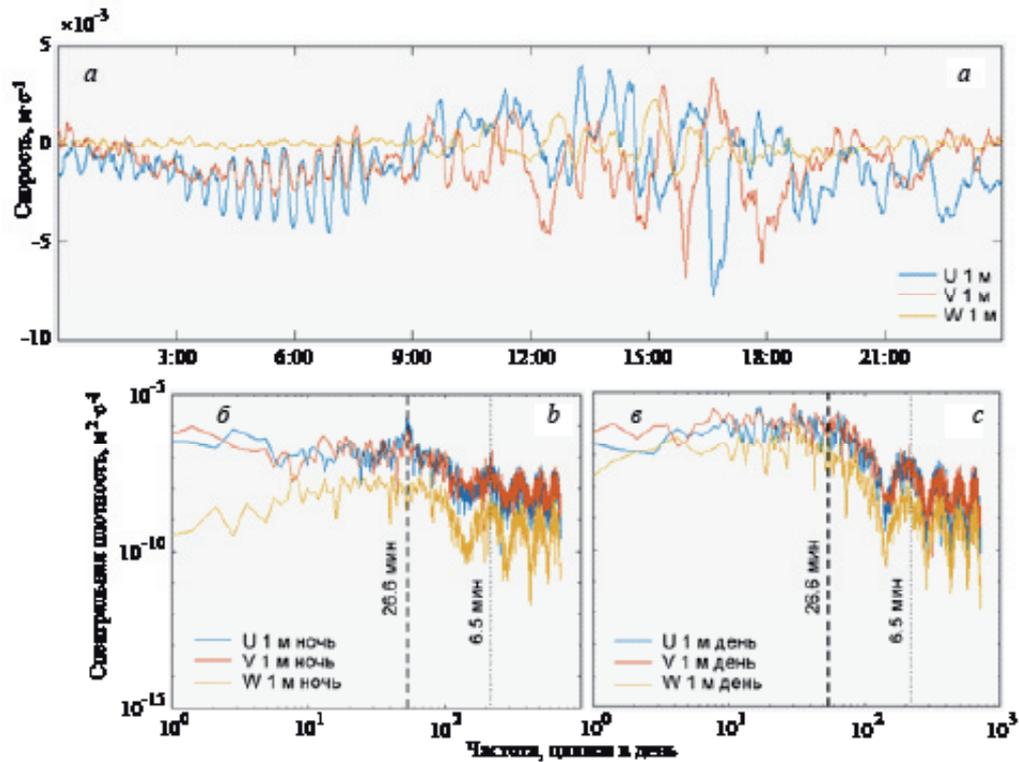


Рис. 1. Динамика поля скорости.

a — восточная (*U*), северная (*V*) и вертикальная (*W*) компоненты скорости на глубине 1 м 12 апреля 2016 г., осреднение исходных данных 10-минутным скользящим средним;

б и *в* — спектры для ночных (с 20:00 до 08:00) и дневных часов (с 08:00 до 20:00); с 8 по 13 апреля 2016 г. Штриховыми и пунктирными линиями показаны периоды, соответствующие преобладающим частотам колебаний.

Fig. 1. Velocity field dynamics.

a — east (*U*), north (*V*), and vertical (*W*) velocity components at depth 1 m, 12 April 2016.

b and *c* respectively — spectra of velocity components at night time (from 8 p.m. to 8 a.m.) and day time (from 8 a.m. to 8 p.m.); 8—13 April 2016. The dominant frequencies are marked by the hatch and dotted lines.

К статье Волков С. Ю. и др. Крупномасштабная структура...

Volkov S. Yu. et al. Large-scale structure...

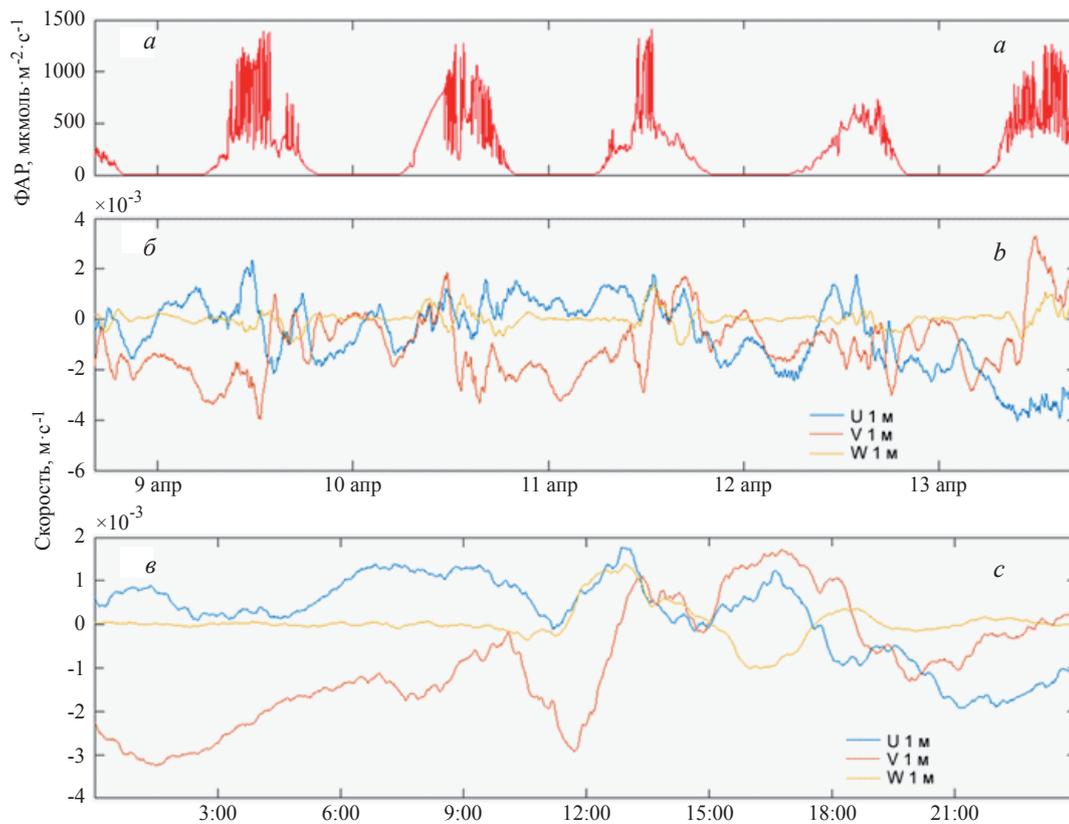


Рис. 2. Отклик поля скорости на изменчивость потока солнечной радиации.

a и *б* — динамика ФАР и компонент скорости, 8—13 апреля 2016 г.;

в — динамика компонент скорости 11 апреля 2016 г., 100-минутное осреднение, глубина — 1 м.

Fig. 2. Velocity response to solar radiation variability.

a and *b* respectively — solar radiation and velocity components dynamics during 8—13 April 2016;

c — velocity components dynamics, 11 April 2016, depth — 1 m, 100-min averaging.

К статье *Волков С. Ю. и др. Крупномасштабная структура...*
Volkov S. Yu. et al. Large-scale structure...

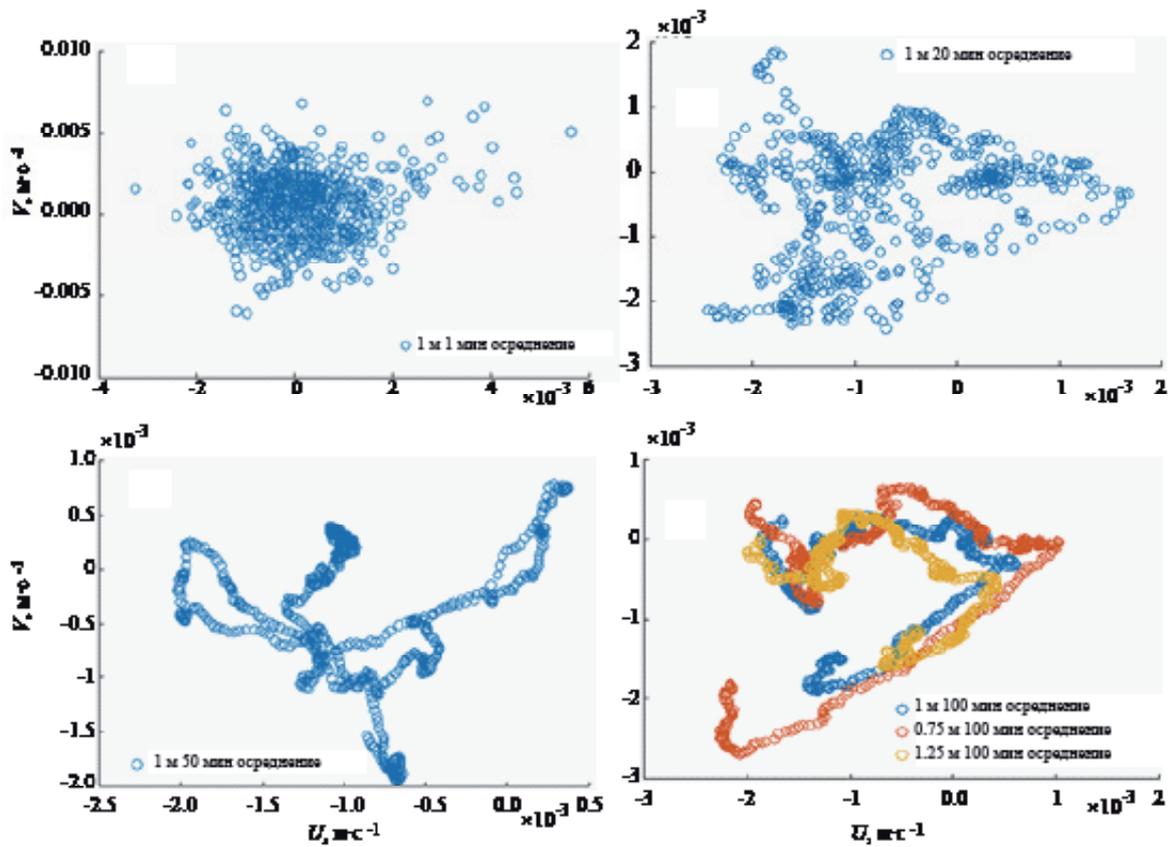


Рис. 3. Годографы горизонтальных компонент скорости с разным осреднением и на разных глубинах в период с 20:00 9 апреля 2016 г. до 06:00 10 апреля 2016 г.

Fig. 3. Horizontal velocity hodographs for different depths and averaging periods, from 08:00 p.m. 9 April 2016 to 06:00 a.m. 10 April 2016.

К статье Волков С. Ю. и др. Крупномасштабная структура...

Volkov S. Yu. et al. Large-scale structure...

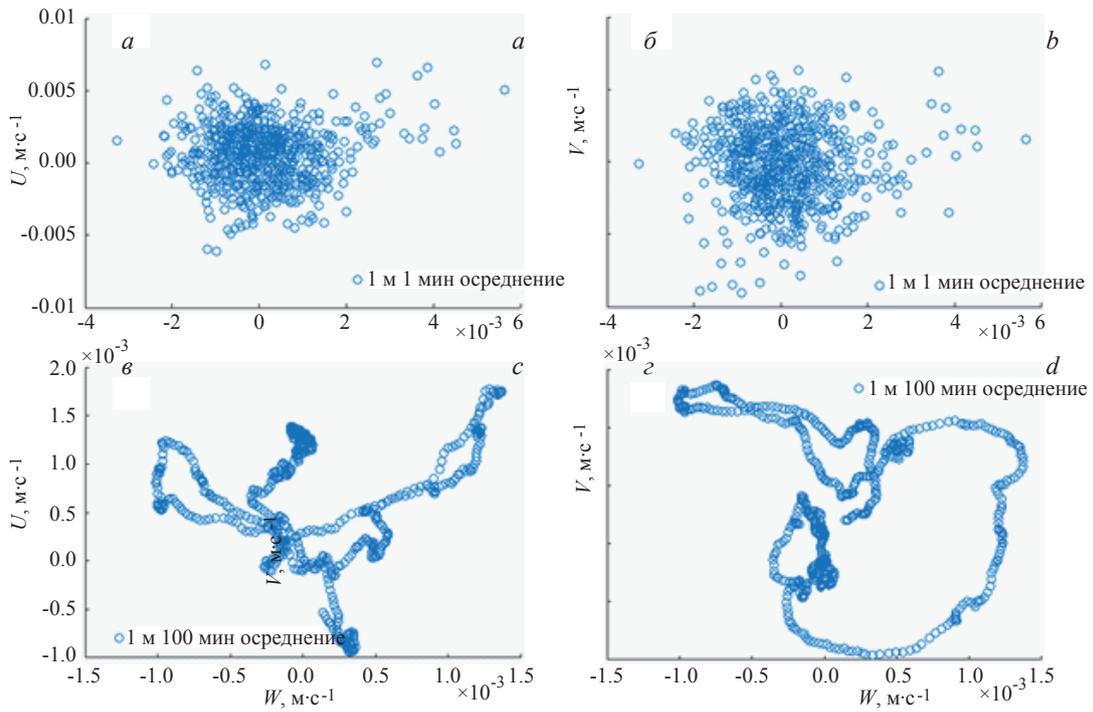


Рис. 4. Годографы, построенные по одной из горизонтальных (U или V) и вертикальной (W) компонентам скорости с разным осреднением для периода времени с 08:00 до 19:00 11 апреля 2016 г. Глубина — 1 м.

Fig. 4. Hodographs for vertical and one of the horizontal velocity components (U or V) for different averaging periods, from 08:00 a.m. 11 April 2016 to 07:00 p.m. 11 April 2016, depth — 1 m.

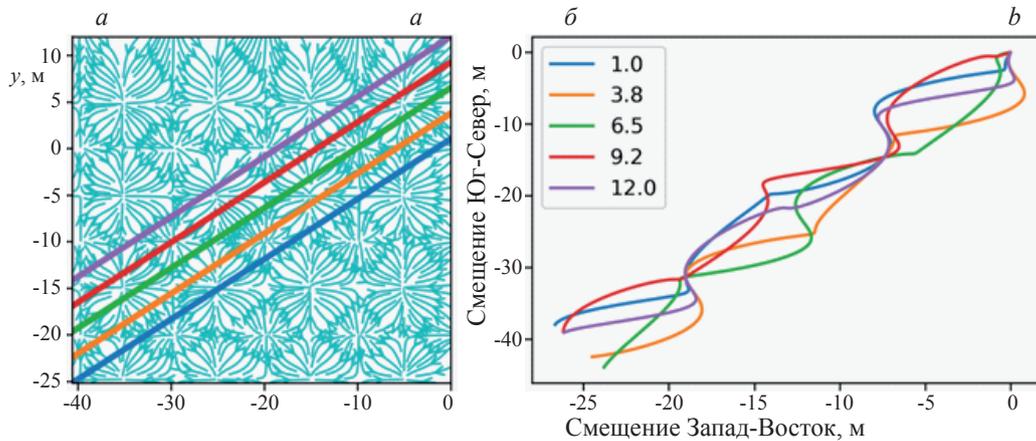


Рис. 7. Траектории датчика в системе отсчета, связанной с конвективными ячейками, и соответствующее семейство ПВД при заданной ориентации осей симметрии ячеек в системе ENU, $\varphi = -\pi/7$, $x_0 = 0$.
 а — Траектории для разных значений параметра y_0 ; б — соответствующее семейство ПВД.

Fig. 7. Sensor paths in the frame of reference, connected with convective cells and related set of progressive-vector diagrams PVD for the case when the impact parameter y_0 .
 The cells orientation in ENU system is fixed ($\varphi = -\pi/7$), $x_0 = 0$.
 а — paths for different values of y_0 ; б — the correspondent set of PVD.

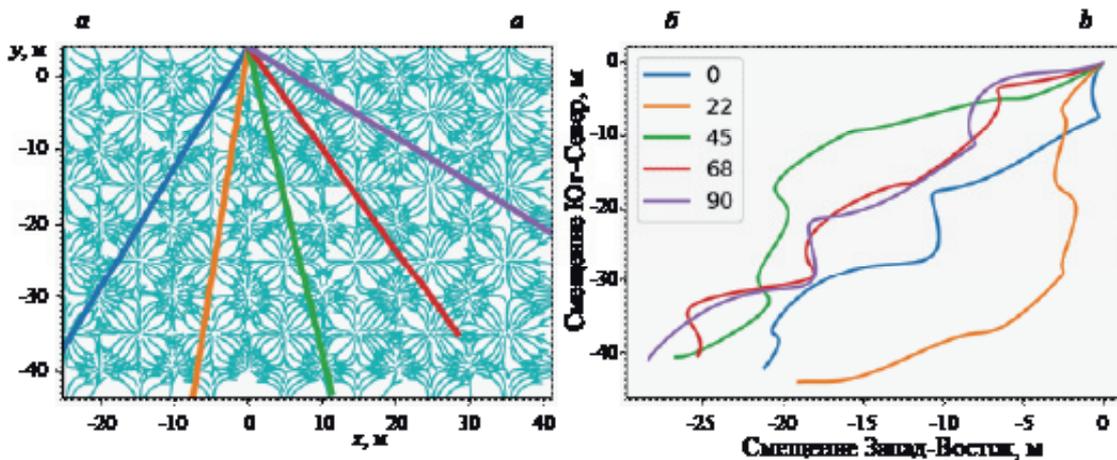


Рис. 8. Траектории датчика в системе отсчета, связанной с конвективными ячейками, и соответствующее семейство ПВД при заданном положении датчика в начальный момент ($x_0 = 0$, $y_0 = 4$), но различных значениях параметра φ , определяющего ориентацию осей симметрии ячеек в системе ENU.
 а — траектории, значения φ варьировались от 0 до 90°; б — соответствующее семейство ПВД.

Fig. 8. Sensor paths in the frame of reference, connected with convective cells, and related set of progressive-vector diagrams PVD for fixed initial position of the sensor ($x_0 = 0$, $y_0 = 4$), but different cells orientation in ENU system.
 а — trajectories; parameter φ varies from 0 to 90°; б — the correspondent set of PVD.