



DOI [https://doi.org/10.59887/2073-6673.2026.19\(2\)-3](https://doi.org/10.59887/2073-6673.2026.19(2)-3)

EDN <https://elibrary.ru/jasest>

УДК 551.465

© С. Г. Демьшев*, О. А. Дымова, 2026

Морской гидрофизический институт РАН, 299011, Севастополь, ул. Капитанская, д. 2

*demyshev@gmail.com

Моделирование циркуляции Черного моря с использованием схем аппроксимации, обладающих дискретными квадратичными инвариантами

Статья поступила в редакцию 21.11.2025, после доработки 27.03.2026, принята в печать 20.04.2026

Аннотация

С целью оценки точности результатов моделирования гидрофизических полей проведено сравнение трех типов консервативных схем аппроксимации адвективных слагаемых в уравнениях движения, которые дают возможность сохранять либо энергию (1 эксперимент), либо потенциальную энтропию (2 эксперимент), либо как энергию, так и потенциальную энтропию (3 эксперимент). Задача решалась на примере моделирования циркуляции Черного моря при помощи модели Морского гидрофизического института. Выполнено три эксперимента с атмосферным воздействием, соответствующим 2016 г. Результаты расчетов сравнивались между собой, а также с данными наблюдений.

Получено, что результаты всех экспериментов близки между собой и качественно соответствуют данным наблюдений. Валидация реконструированных гидрофизических полей по данным измерений температуры, солености и скорости течений показала небольшие количественные отличия от данных наблюдений. Анализ энергетики циркуляции показал, что наибольшая разница имеет место в работе сил адвекции и плавучести в областях интенсивной динамики (на периферии мезомасштабных вихрей и струйных течений). Из анализа баланса сил следует, что соблюдение одновременно законов сохранения энергии и потенциальной энтропии в разностной задаче обеспечивает более высокую точность при описании работы архимедовой силы и, следовательно, воспроизведении процессов бароклинной неустойчивости.

Ключевые слова: моделирование океана, консервативные схемы, нелинейные инварианты, кинетическая энергия, данные наблюдений

© S. G. Demyshev*, O. A. Dymova, 2026

Marine Hydrophysical Institute of the Russian Academy of Sciences, 2, Kapitanskaya St., Sevastopol, 299011, Russia

*demyshev@gmail.com

Modeling of the Black Sea circulation using approximation schemes with discrete quadratic invariants

Received 21.11.2025, Revised 27.03.2026, Accepted 20.04.2026

Abstract

To assess the accuracy of the modeling hydrophysical fields, a comparison of three types of conservative approximation schemes for advective terms in the motion equations was made. These schemes ensure conservation of energy (Experiment 1), potential enstrophy (Experiment 2), and both energy and potential enstrophy (Experiment 3). A numerical simulation method of the Black Sea circulation was applied by using the Marine Hydrophysical Institute model. Three diagnostic simulations with realistic boundary conditions for 2016 were performed, and the results were compared with each other and with observational data. It was found that based on all three schemes, the experimental results were close to each other and qualitatively corresponded to the observational data. Validation of the reconstructed hydrophysical fields using measurements of the temperature, salinity, and current velocity revealed small quantitative differences from the observational data. An analysis of the circulation energetics showed that the greatest difference occurs in the work of advection and buoyancy forces in areas of intense dynamics (in the periphery of

Ссылка для цитирования: Демьшев С.Г., Дымова О.А. Моделирование циркуляции Черного моря с использованием схем аппроксимации, обладающих дискретными квадратичными инвариантами // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2026. Т. 19, № 2. С. 26–40. EDN JASEST. [https://doi.org/10.59887/2073-6673.2026.19\(2\)-3](https://doi.org/10.59887/2073-6673.2026.19(2)-3)

For citation: Demyshev S.G., Dymova O.A. Modeling of the Black Sea circulation using approximation schemes with discrete quadratic invariants. *Fundamental and Applied Hydrophysics*. 2026;19(2);26–40. [https://doi.org/10.59887/2073-6673.2026.19\(2\)-3](https://doi.org/10.59887/2073-6673.2026.19(2)-3)

mesoscale eddies and jet currents). From the analysis of the forces balance it follows that the simultaneous observance of the conservation laws of energy and potential enstrophy in the difference problem ensures higher accuracy in describing the Archimedes force work and, consequently, in reproducing the processes of baroclinic instability.

Keywords: ocean simulation, conserving schemes, nonlinear invariants, kinetic energy, observational data

1. Введение

В настоящее время при моделировании динамики сплошной среды выполнению дискретных законов сохранения уделяется большое внимание. В качестве примера можно привести работу [1], в которой для одномерного дискретного уравнения динамики доказывается теорема Нётер, устанавливающая взаимно-однозначное соответствие между группами симметрий и законами сохранения. При повышении размерности решаемых уравнений особое внимание уделяется схемам с несколькими нелинейными инвариантами. Это объясняется тем, что при двумерном движении, сохраняя дискретную энергию и потенциальную энтропию, минимизируется фиктивный поток энергии в движения с высокими волновыми числами. Пионерской работой является [2], в которой впервые была получена схема для уравнений бездивергентного движения, обеспечивающая в дискретном уравнении абсолютного вихря наличие двух квадратичных инвариантов. Эти результаты были обобщены для приближения мелкой воды в [3].

Результаты работы [4] позволили создать схему, которая имеет два дискретных нелинейных инварианта (а именно, энергия и потенциальная энтропия) как по пространству, так и по времени. В работе [5] схема Аракавы–Лэмба (А–Л), которая ранее была получена для ортогональных прямоугольных сеток, обобщена для произвольных неортогональных сферических полигональных сеток, и показано, что такой ее вид также удовлетворяет дискретным законам сохранения энергии и потенциальной энтропии. В работе [6] схема А–Л записана в виде трех слагаемых, которые отвечают за различные свойства конечно-разностных уравнений. Сохранение дискретной кинетической энергии гарантирует первое слагаемое; наличие второго слагаемого обеспечивает два нелинейных инварианта при бездивергентном движении; сумма первого, второго и третьего слагаемых дает первоначальную схему А–Л. В работе [7] для модели мелкой воды, учитывающей силу Кориолиса и переменный рельеф дна, построена схема, исключаящая абберацию прямого и обратного каскадов энергии в квазидвумерной турбулентности за счет сохранения дискретной потенциальной энтропии и дискретной энергии.

Описанные выше схемы широко применяются в современных моделях общей циркуляции океана для уменьшения ошибок моделирования особенно при долгосрочных прогнозах. Проблема увеличения точности воспроизводимых гидрофизических полей решается несколькими путями: повышением порядка точности схем аппроксимации адвективных членов (модели ROMS [8], FVCOM [9], HYCOM [10], MITgcm [11]), использованием схем, обладающих нелинейными инвариантами (модели NEMO [12], MOM6 [13], MPAS-Ocean [14]), сохранением энергии и других инвариантов в рамках миметического подхода (ICON-O [15]), регуляризацией уравнений турбулентности (POP [16]). В контексте задачи настоящего исследования следует выделить ряд работ, где тестирование схем адвекции импульса, обладающих нелинейными инвариантами, проводилось для реальных гидрофизических процессов. Так, в [17] представлены результаты тестовых задач геофизической гидродинамики (сохранение геострофического баланса, воспроизведение бароклинной неустойчивости и др.) для схем адвекции, используемых в ICON-O [15], и достоверно продемонстрирована важность корректного воспроизведения каскадов энергии и энтропии для длительных расчетов циркуляции. В [18] показано, что качество результатов моделирования циркуляции в Северной Атлантике по модели NEMO улучшается при применении схемы адвекции импульса, сохраняющей энергию и энтрофию. Кроме того, наличие нелинейных инвариантов важно в параметризациях подсеточных вихрей. Так, на тестовых расчетах процесса баротропной, свободно затухающей турбулентности авторы [19] показывают, что сохранение кинетической энергии вихрей и потенциальной энтропии вихрей обеспечивает двунаправленный обмен кинетической энергией между параметризованными вихрями и крупномасштабным потоком.

Четыре численные схемы для адвекции импульса, обладающие нелинейными инвариантами, из работ [2, 20, 21] предлагаются в модели MOM6 ([13] раздел Spatial Discretization/Discrete Coriolis Term). Кроме того, имеются гибридные варианты, которые позволяют «смешивать» схемы. По итогам тестов, результаты которых представлены в репозитории Explore лаборатории NOAA¹, авторы модели предлагают использовать схему, сохраняющую энергию по [20], при моделировании крупномасштабных процессов. Если необходимо исследовать интенсивные мезомасштабные вихри, рекомендуются схема [3] и ее модификация [21], сохраняющие энергию и энтрофию.

¹ <https://egitlab.gfdl.noaa.gov/NOAA-GFDL/MOM6> (дата обращения: 15.10.2025)

Однако, как показала практика, применение схем, обладающих нелинейными инвариантами, не гарантирует отсутствия численных неустойчивостей [22], что требует постоянного тестирования и совершенствования алгоритмов. Настоящая работа продолжает эти исследования и посвящена анализу результатов трех прогностических расчетов циркуляции Черного моря с реалистическими краевыми условиями при использовании различных схем сохранения.

2. Материалы и методы

В работе представлены три схемы аппроксимации нелинейных горизонтальных слагаемых в уравнениях движения жидкости, которые тестируются на модели МГИ [23]. Модель относится к классу вихререшающих моделей общей циркуляции океана. Уравнения записаны в форме Громеки—Лэмба, в приближении Буссинеска, гидростатики и несжимаемости морской воды в декартовой системе координат (ось x направлена на восток, ось y — на север, ось z — вертикально вниз). Высота уровня моря вычисляется из линеаризованного кинематического условия на поверхности раздела вода-воздух, из уравнения неразрывности рассчитывается вертикальная скорость. Плотность представлена в виде полинома второй степени от температуры и солёности. Горизонтальная вязкость и диффузия параметризованы бигармоническим оператором Лапласа с постоянными коэффициентами, вертикальный турбулентный обмен представлен моделью замыкания Меллора-Ямады 2.5.

На границе раздела воздух-вода задаются напряжения трения ветра, скорости осадков и испарения, а также потоки тепла. Для уравнений движения ставятся условия прилипания на дне, на твердых боковых участках границы задаются равенство нулю нормальной скорости и нормальной производной касательной скорости, а также равенство нулю их лапласианов. Условия выбраны, чтобы уменьшить диссипацию в системе. Для уравнений переноса-диффузии тепла и соли на твердых стенках отсутствуют нормальные потоки тепла и соли, и равны нулю лапласианы нормальных потоков. На жидких участках границы (устья рек и проливы) задаются условия Дирихле: значения температуры рек Дунай, Днепр, Днестр взяты по среднемесячным климатическим данным [24], для остальных рек температура такая же, как в море; солёность постоянна и равна 7 ‰; в Керченском проливе температура такая же, как в море, солёность 12 ‰; скорость нормальных потоков в устьях рек, Керченском проливе и верхнебосфорском течении рассчитана по среднемесячным климатическим расходам рек и проливов [24]. В нижнебосфорском течении температура и солёность соответствуют среднегодовым характеристикам Мраморного моря 12 °C и 35 ‰. Среднемесячный расход (и затем скорость) в нижнебосфорском течении вычисляется из условия сохранения массы воды в бассейне в среднем за год.

Дискретизация уравнений модели выполнена на C -сетке. При проведении численных экспериментов для производной по времени использовалась схема центральных разностей («leap-frog»). Эта схема при малых шагах по времени практически не искажает длинноволновую часть спектра движения и при линейном изменении функции от шага к шагу по времени почти консервативна. Недостатки этой схемы обусловлены проявлением слабой неустойчивости, для предотвращения которой необходимо использовать временной фильтр, в качестве которого периодически применялась схема Матсуно. Аппроксимация по времени слагаемых уравнений адвекции-диффузии тепла и соли осуществлялась следующим образом. Для адвекции использовалась явная схема по времени, горизонтальная диффузия бралась с предыдущего шага по времени, вертикальная диффузия аппроксимировалась неявным образом. В уравнениях движения для нелинейных слагаемых использовалась явная схема, полунеявное представление давления [25], вертикальная вязкость описывалась неявным образом, горизонтальная вязкость рассчитывалась с предыдущего шага по времени. Описанная дискретизация по времени отличается от варианта модели, представленного в [23], и была выбрана с целью использования метода прогонки, который в отличие от применявшихся ранее является точным решением разностных уравнений.

Горизонтальное разрешение модели составляет 1,64 км, по вертикали заданы 27 z -горизонтов с неравномерным шагом от нескольких метров в верхних слоях до 200 м в глубинных. Используемое горизонтальное разрешение меньше бароклинного радиуса деформации Россби (который в Черном море варьирует от ~5 км в прибрежной зоне до ~20 км в глубоководной части), поэтому модель МГИ воспроизводит мезомасштабные вихри в явном виде. Шаг по времени равен 96 с.

Морской бассейн «аппроксимируется боксами, центрам которых соответствуют целочисленные значения индексов i, j, k ($i = i_1, \dots, i_N, j = j_1, \dots, j_M, k = 1, \dots, K_{i,j}$), граням — $i+1/2, j+1/2, k+1/2$. Горизонтальные размеры боксов (h_x, h_y) постоянные, по вертикали используется неравномерная аппроксимация ($h_z^k = z_{k+1/2} - z_{k-1/2}, h_z^{k+1/2} = z_{k+1} - z_k$). На горизонтах z_k рассчитываются горизонтальные компоненты ско-

рости u и v , на горизонтах $z_{k\pm 1/2}$ — вертикальная скорость w . Температура T , соленость S и плотность ρ вычисляются в центре бокса, компоненты вихря скорости ξ — на его гранях. Пространственное распределение прогностических переменных показано на рис. 1» [6, с. 349–350].

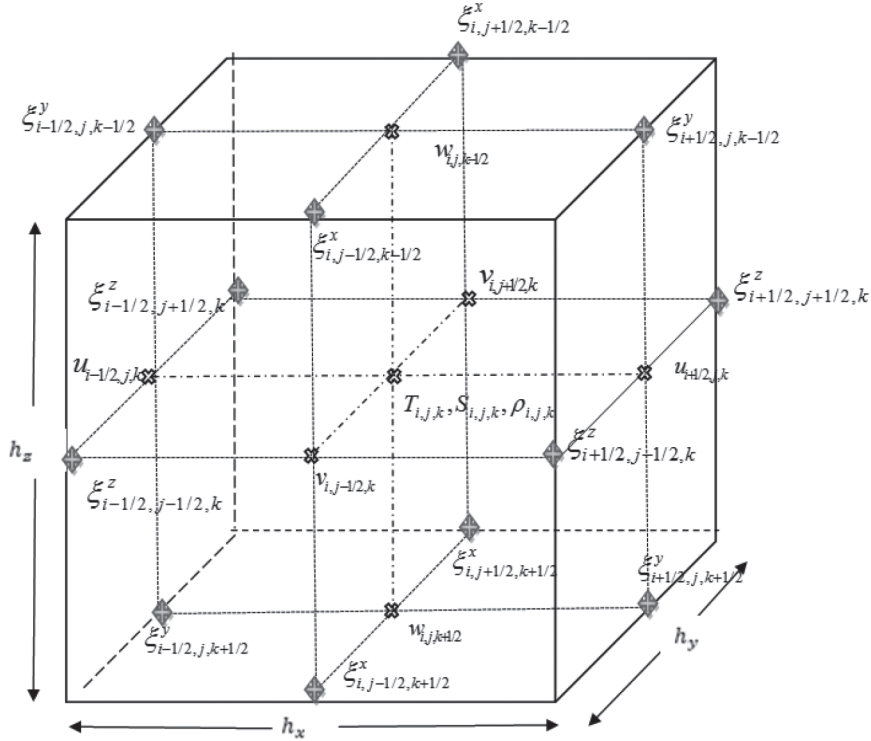


Рис. 1. Распределение переменных в боксе (i, j, k) [6]

Fig. 1. Distribution of variables in the box (i, j, k) [6]

Введем обозначения для конечно-разностных операторов, действующих вдоль оси x (аналогично вдоль y и z):

$$\overline{\varphi}_{i,j,k}^x = \frac{\varphi_{i+1/2,j,k} + \varphi_{i-1/2,j,k}}{2}, \quad \delta_x \varphi_{i,j,k} = \frac{\varphi_{i+1/2,j,k} - \varphi_{i-1/2,j,k}}{h_x}, \quad \nabla_{x,y}^2 \varphi_{i,j,k} = \delta_x^2 \varphi_{i,j,k} + \delta_y^2 \varphi_{i,j,k}. \quad (1)$$

Тогда разностные уравнения движения в модели записываются следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{du_{i+1/2,j,k}}{dt} - [v, \xi^z]_{i+1/2,j,k} + \overline{w_{i+1/2,j,k}}^x \overline{\xi_{i+1/2,j,k}^y} h_z^k (h_z^k)^{-1} &= -\delta_x (E_{i+1/2,j,k} + P_{i+1/2,j,k}), \\ \frac{dv_{i,j+1/2,k}}{dt} + [u, \xi^z]_{i,j+1/2,k} + \overline{w_{i,j+1/2,k}}^y \overline{\xi_{i,j+1/2,k}^x} h_z^k (h_z^k)^{-1} &= -\delta_y (E_{i,j+1/2,k} + P_{i,j+1/2,k}). \end{aligned} \quad (2)$$

Для задания граничных условий на свободной поверхности используются данные атмосферной модели *SKIRON* [26], которая для Черного моря имеет наибольшее на сегодняшний день горизонтальное разрешение $0,1^\circ$. При учете реалистичного атмосферного воздействия за 2016 г. проведено три численных эксперимента сроком на один год. Их отличие между собой заключалось в формуле аппроксимации нелинейных горизонтальных слагаемых в уравнениях движения (вторые слагаемые в левой части (2)). В первом расчете (эксперимент 1) они имеют вид:

$$[v, \xi^z]_{i+1/2,j,k} = \overline{v_{i+1/2,j,k}}^y \overline{\xi_{i+1/2,j,k}^z}^{xy^x}, \quad [u, \xi^z]_{i,j+1/2,k} = \overline{u_{i,j+1/2,k}}^x \overline{\xi_{i,j+1/2,k}^z}^{xy^y}. \quad (3)$$

Схема (3) обеспечивает сохранение энергии в дискретном виде и записана на минимальном разностном шаблоне.

Во втором расчете (эксперимент 2) используем аппроксимацию, которая соответствует схеме Садурни [20] и сохраняет потенциальную энтрофию:

$$\begin{aligned} [v, \xi^z]_{i+1/2, j, k} &= \frac{1}{3} \left\{ \overline{2v_{i+1/2, j, k} \xi_{i+1/2, j, k}^z}^{xy} + \frac{\overline{v_{i+1, j, k} \xi_{i+3/2, j, k}^z}^y + \overline{v_{i, j, k} \xi_{i-1/2, j, k}^z}^y}{2} \right\}, \\ [u, \xi^z]_{i, j+1/2, k} &= \frac{1}{3} \left\{ \overline{2u_{i, j+1/2, k} \xi_{i, j+1/2, k}^z}^{xy} + \frac{\overline{u_{i, j+1, k} \xi_{i, j+3/2, k}^z}^x + \overline{u_{i, j, k} \xi_{i, j-1/2, k}^z}^x}{2} \right\}. \end{aligned} \quad (4)$$

В третьем эксперименте (эксперимент 3) применяется схема А–Л [3], при использовании которой в дискретном виде сохраняются и энергия, и потенциальная энтропия:

$$\begin{aligned} [v, \xi^z]_{i+1/2, j, k} &= \overline{v_{i+1/2, j, k} \xi_{i+1/2, j, k}^z}^{xy} + \frac{h_x^2 h_y^2}{48} \delta_x \left[(\delta_y v_{i+1/2, j, k}) (\delta_x \delta_y \xi_{i+1/2, j, k}^z) \right] - \\ &\quad - \frac{h_x h_y}{6} \left[\delta_x \left(\overline{u_{i+1/2, j, k} \delta_y \xi_{i+1/2, j, k}^z}^x \right) - \frac{1}{2} \left(u_{i+1/2, j, k} \delta_x \delta_y \overline{\xi_{i+1/2, j, k}^z}^x \right) \right], \\ [u, \xi^z]_{i, j+1/2, k} &= \overline{u_{i, j+1/2, k} \xi_{i, j+1/2, k}^z}^{xy} + \frac{h_x^2 h_y^2}{48} \delta_y \left[(\delta_x u_{i, j+1/2, k}) (\delta_x \delta_y \xi_{i, j+1/2, k}^z) \right] - \\ &\quad - \frac{h_x h_y}{6} \left[\delta_y \left(\overline{v_{i, j+1/2, k} \delta_x \xi_{i, j+1/2, k}^z}^y \right) - \frac{1}{2} \left(v_{i, j+1/2, k} \delta_x \delta_y \overline{\xi_{i, j+1/2, k}^z}^y \right) \right]. \end{aligned} \quad (5)$$

3. Результаты

По результатам трех экспериментов получены среднесуточные данные о высоте уровня моря, температуре, солености и скоростях течений Черного моря в 2016 г. Среднесуточное осреднение выполнено чтобы отфильтровать инерционные колебания (для Черного моря период колебаний около 17,6 ч), которые затрудняют интерпретацию результатов. Валидация результатов проводилась по контактными измерениями температуры, солености и скорости течений, которые получены в ходе экспедиций НИС «Профессор Водяницкий» в 2016 г. [27, 28], данных о температуре и солености с 14-ти буюв АРГО, профилировавших в течение 2016 г., а также на основе сопоставления со спутниковыми снимками температуры поверхности моря и восходящего изучения, свободно предоставляемыми Морским порталом МГИ [29]. Данные натурных наблюдений взяты из Банка океанографических данных МГИ [30]. Так как прямые измерения скорости течений в рейсах НИС были немногочисленны (из 336 станций, выполненных в 2016 г., измерения скорости проводились лишь на 102), то для общей оценки точности результатов моделирования рассчитаны среднеквадратические отклонения (СКО) модельных данных температуры и солености от натурных измерений для всех горизонтов модели до глубины 1500 м. СКО вычислялись для каждого бую и рейса, затем результаты по всем платформам (14 буюв, 3 рейса) усреднены. На рис. 2 величины средних СКО температуры представлены в виде вертикальных профилей, также для выборочных станций показаны сами профили по данным наблюдений и моделирования в зимний и летний сезоны. Аналогичные данные для солености приведены на рис. 3. Профили на рис. 2 и 3 изображены до глубины 300 м, т. к. ниже разница между экспериментами минимальна и модельные данные близки к натурным.

Как видно из рис. 2, а, для всех экспериментов наибольшие СКО температуры наблюдаются на глубинах 20–30 м. Анализ профилей температуры на различных станциях показал, что ошибки моделирования вертикальной структуры поля температуры связаны с неточностью воспроизведения глубины залегания и толщины сезонного термоклина (рис. 2, б). В зимний период толщина верхнего перемешанного слоя воспроизводится достаточно точно, однако его температура занижена по сравнению с измерениями (рис. 2, в).

Максимальные СКО солености выявлены между горизонтами 75 и 113 м (рис. 3, а), что соответствует среднему положению глубины залегания верхней границы основного галоклина. Отклонения величины солености слабо зависят от сезона, здесь модель может как завышать, так и занижать соленость (рис. 3, б, в).

Достаточно высокие отклонения термохалинных характеристик в областях больших вертикальных градиентов обычно корректируются процедурой ассимиляции данных наблюдений. В рассматриваемых экспериментах мы не усваивали данные наблюдений, чтобы оценить влияние именно численных аппроксимаций. Сравнение отклонений температуры и солености для трех расчетов показало, что применение различных схем аппроксимации нелинейных членов в уравнениях движения не приводит к статистически

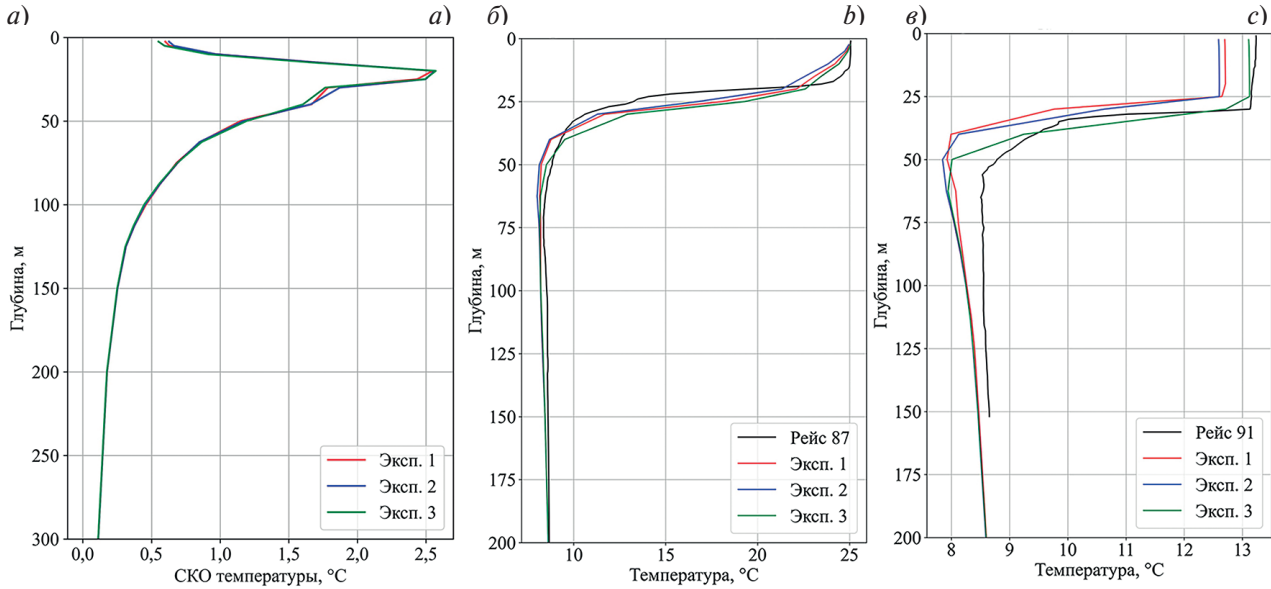


Рис. 2. Профили СКО температуры и профили температуры по результатам моделирования и наблюдений: *a* — среднее СКО; *б* — 10.07.2016, станция (44,37° с. ш., 34,58° в. д.); *в* — 01.12.2016, станция (44,5° с. ш., 36,42° в. д.)

Fig. 2. Vertical profiles of temperature RMSD and temperature profiles from model simulations and *in situ* observations: *a* — mean RMSD; *b* — station at 44.37° N, 34.58° E, 10 July 2016; *c* — station at 44.50° N, 36.42° E, 1 December 2016

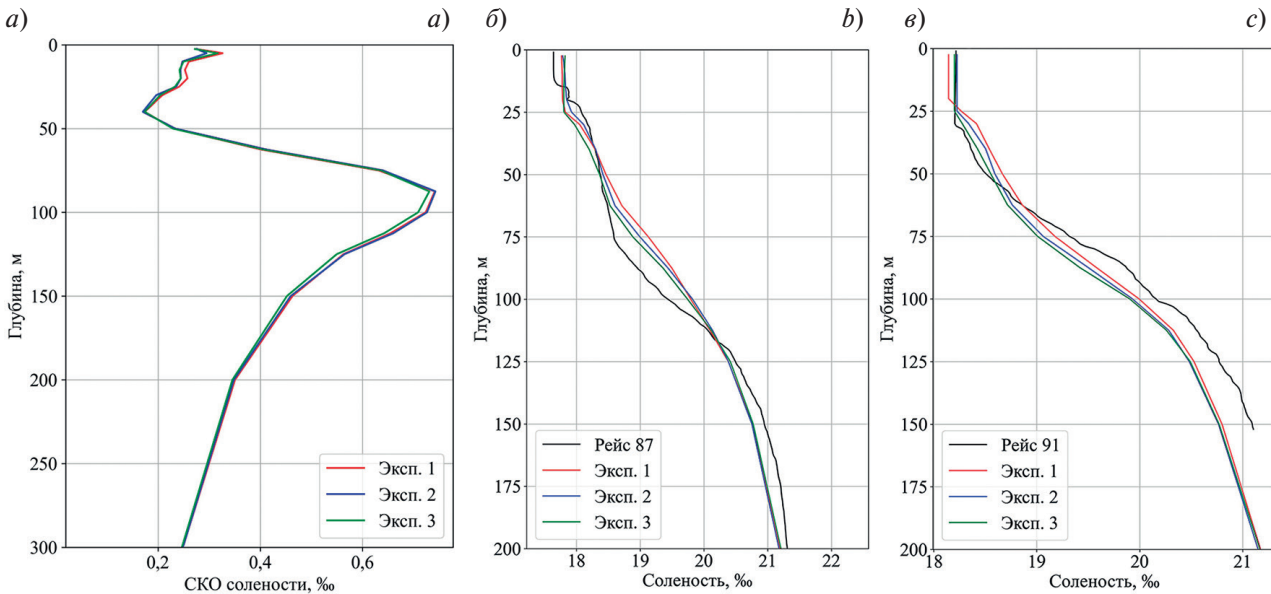


Рис. 3. Профили СКО солености и профили солености по результатам моделирования и наблюдений: *a* — среднее СКО; *б* — 10.07.2016, станция (44,37° с. ш., 34,58° в. д.); *в* — 01.12.2016, станция (44,5° с. ш., 36,42° в. д.)

Fig. 3. Vertical profiles of salinity RMSD and salinity profiles from model simulations and *in situ* observations: *a* — mean RMSD; *b* — station at 44.37° N, 34.58° E, 10 July 2016; *c* — station at 44.50° N, 36.42° E, 1 December 2016

значимому изменению значений СКО. Следует отметить, что наибольшие различия между экспериментами проявляются в профилях температуры. По-видимому, адвективная часть потока тепла более чувствительна к способу расчета компонентов вектора скорости.

Как указано выше, в связи с малым количеством прямых измерений скорости течений, выполнено качественное сравнение модельных скоростей и измеренных в рейсах НИС «Профессор Водяницкий» для северной части Черного моря в окрестностях Крымского п-ва (рис. 4). Карты модельных полей скорости,

осредненных за период съемки, сопоставлялись с картами течений, восстановленных по инструментальным точечным наблюдениям, выполненным в рейсах (данные опубликованы в [27, рис. 2, з], [28, рис. 2, з] и предоставлены авторами).

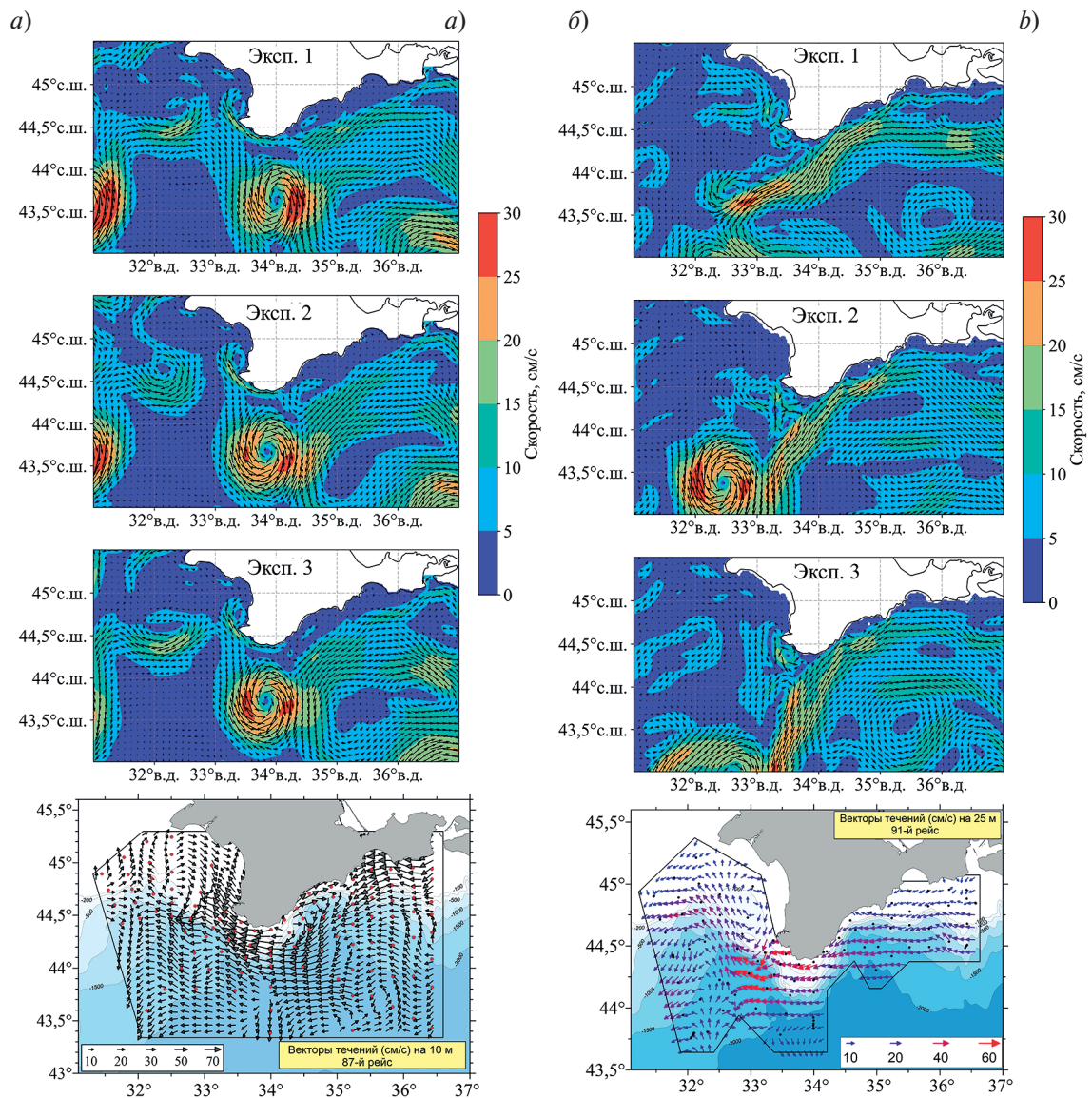


Рис. 4. Карты средних по времени модельных скоростей и течений, восстановленных по измерениям [27, рис. 2, з], [28, рис. 2, з], за периоды выполнения рейсов НИС «Профессор Водяницкий»: *а* — рейс 87, глубина 10 м; *б* — рейс 91, глубина 25 м

Fig. 4. Maps of time-averaged modeled current velocities and currents reconstructed from measurements [27, Fig. 2d; 28, Fig. 2d] for the periods of cruises 87 and 91 of the R/V “Professor Vodyanitsky”: *a* — cruise 87, depth 10 m; *b* — cruise 91, depth 25 m

В летний период (рис. 4, *а*) Основное черноморское течение (ОЧТ) характеризовалось высокой интенсивностью со скоростью вблизи южной оконечности Крыма до 70 см/с. К югу от полуострова зафиксирован антициклонический вихрь (Крымский антициклон). Выше параллели 44,5° с. ш. наблюдается неоднородная структура поля скорости, что указывает на интенсивное меандрирование струи ОЧТ и возможно на начальную стадию формирования Севастопольского антициклона. Положение струи ОЧТ вблизи Южного Берега Крыма воспроизводится во всех расчетах, Крымский и Севастопольский антициклоны обнаруживаются в экспериментах 2 и 3. Вихрь к югу от Крымского п-ва явно не наблюдается в поле скорости по данным измерений, однако его существование косвенно подтверждается положением фронтальной зоны на спутниковых снимках яркости восходящего излучения по данным [29] (рис. 5, *а*).

Зимой по данным измерений ОЧТ приобретает вид узкой прижатой к берегу струи со скоростью до 60 см/с, на шельфе к западу от Крыма регулярных структур не наблюдается. Как видно из рис. 4, б по данным моделирования положение и структура ОЧТ вблизи юго-восточного побережья Крыма соответствует наблюдениям. По результатам экспериментов 2 и 3 выявлен поворот струи на юго-запад между меридианами 33° и 34° в. д. С течением времени струя смещается на юг под воздействием антициклонического вихря (рис. 5, б), хорошо наблюдаемого в поле температуры поверхности моря в виде ядра теплых вод к юго-западу от Крыма [29].

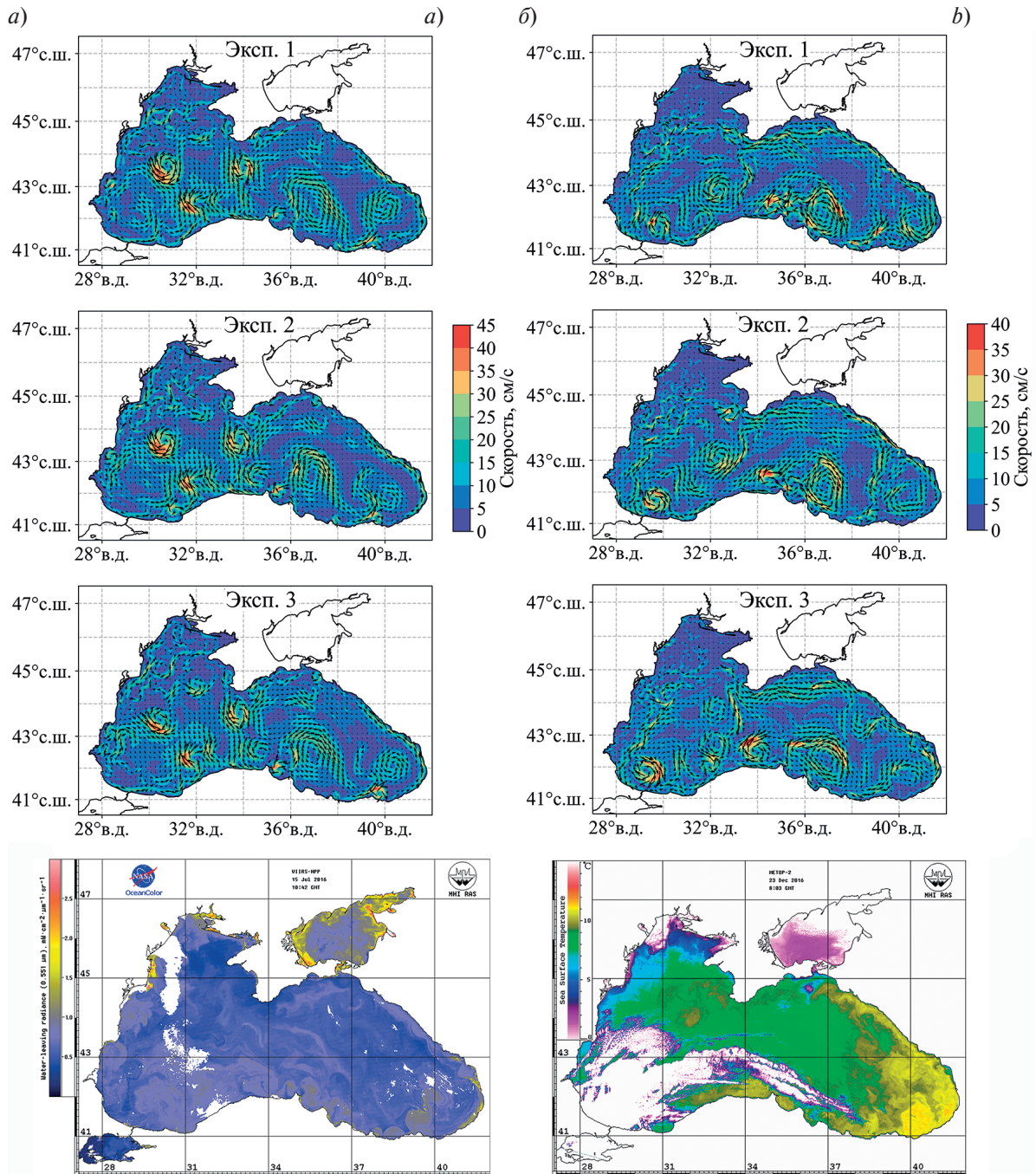


Рис. 5. Карты модельных среднесуточных скоростей течений и спутниковых снимков поверхности моря [29]:
 а — на 12.07.2016; б — на 23.12.2016

Fig. 5. Maps of daily modeled current velocities and satellite images of the sea surface [29]:
 a — 12 July 2016; b — 23 December 2016

Для обоих сезонов моделью воспроизводится интенсивная вихревая динамика вблизи Анатолийского побережья Турции и в юго-восточной части моря, подтверждаемая спутниковыми снимками поверхности моря (рис. 5).

Анализ карт течений для всех расчетов и натурных данных показывает, что модельные значения модуля скорости занижены по сравнению с наблюдениями, что связано, во-первых, с осреднением по времени модельных данных, а во-вторых, с известной проблемой недооценки моделями циркуляции скорости течений в верхних слоях. Сопоставление модельных и измеренных скоростей течений для других горизонтов (здесь не показано) подтверждает описанные выше качественные особенности (положение ОЧТ, Крымского и Севастопольского антициклонов). При этом количественно ниже 100 м в летний сезон значения модуля скорости близки по величинам и составляют в среднем 12 см/с, а осенью и зимой измеренные скорости выше модельных примерно на 30 %.

Сравнение результатов моделирования поля скорости между собой показывает, что в целом все три расчета дают близкие картины течений, но со временем проявляются и качественные различия в структуре поля (рис. 4 и 5). Это объясняется перераспределением кинетической энергии течений в зависимости от выбранной схемы аппроксимации. На рис. 6 для трех экспериментов представлено изменение в течение 2016 г. осредненной по объему кинетической энергии. Как видно различия в величинах энергии начинаются с апреля, при этом кинетическая энергия в эксперименте 3 (рис. 6, зеленая кривая) меньше, чем в 1-м и 2-м расчетах до конца года. Наибольшая энергия получена в эксперименте 2 (рис. 6, синяя кривая) в мае-июле и октябре-ноябре. При анализе величин кинетической энергии, усредненных по горизонтам, установлено, что в верхних слоях моря ее значения в течение года практически одинаковы во всех экспериментах, что обусловлено ветровым воздействием. При этом максимальные расхождения между значениями средней энергии на горизонтах наблюдаются на глубинах от 30 до 200 м.

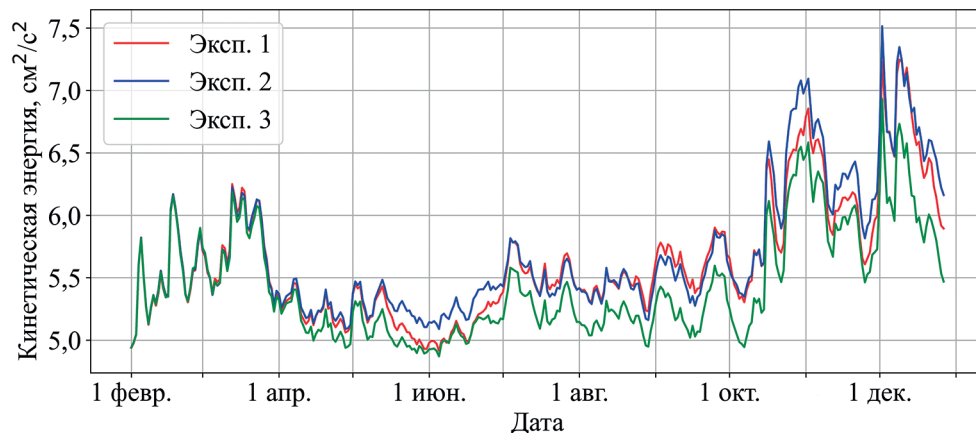


Рис. 6. Изменение в течение 2016 г. осредненной по объему кинетической энергии по результатам экспериментов

Fig. 6. Temporal evolution of volume-averaged kinetic energy in 2016 for the three numerical experiments

4. Обсуждение

По результатам расчетов был проведен численный анализ бюджета кинетической энергии циркуляции (дискретное уравнение скорости изменений кинетической энергии представлено в [31]). Изменение кинетической энергии формируется в результате адвекции, вертикальной и горизонтальной диссипации энергии, работы сил ветра и плавучести. В соответствии с [31] положительное значение работы силы плавучести указывает на переход энергии из доступной потенциальной в кинетическую в результате бароклинной неустойчивости, отрицательное — на преобразование энергии из кинетической в доступную потенциальную. Предварительные оценки показали, что вклад адвективного переноса на 2 порядка меньше других слагаемых, поэтому в дальнейшем анализе не представлен.

На рис. 7 изображены поля работы силы плавучести (WRG), вертикальной ($VDIS$) и горизонтальной ($HDIS$) диссипации кинетической энергии на горизонте 50 м в декабре. Из рис. 7, а видно, что во втором и третьем экспериментах увеличиваются области отрицательных значений работы силы плавучести вблизи свала глубин у Южного берега Крыма и в восточной части Анатолийского побережья.

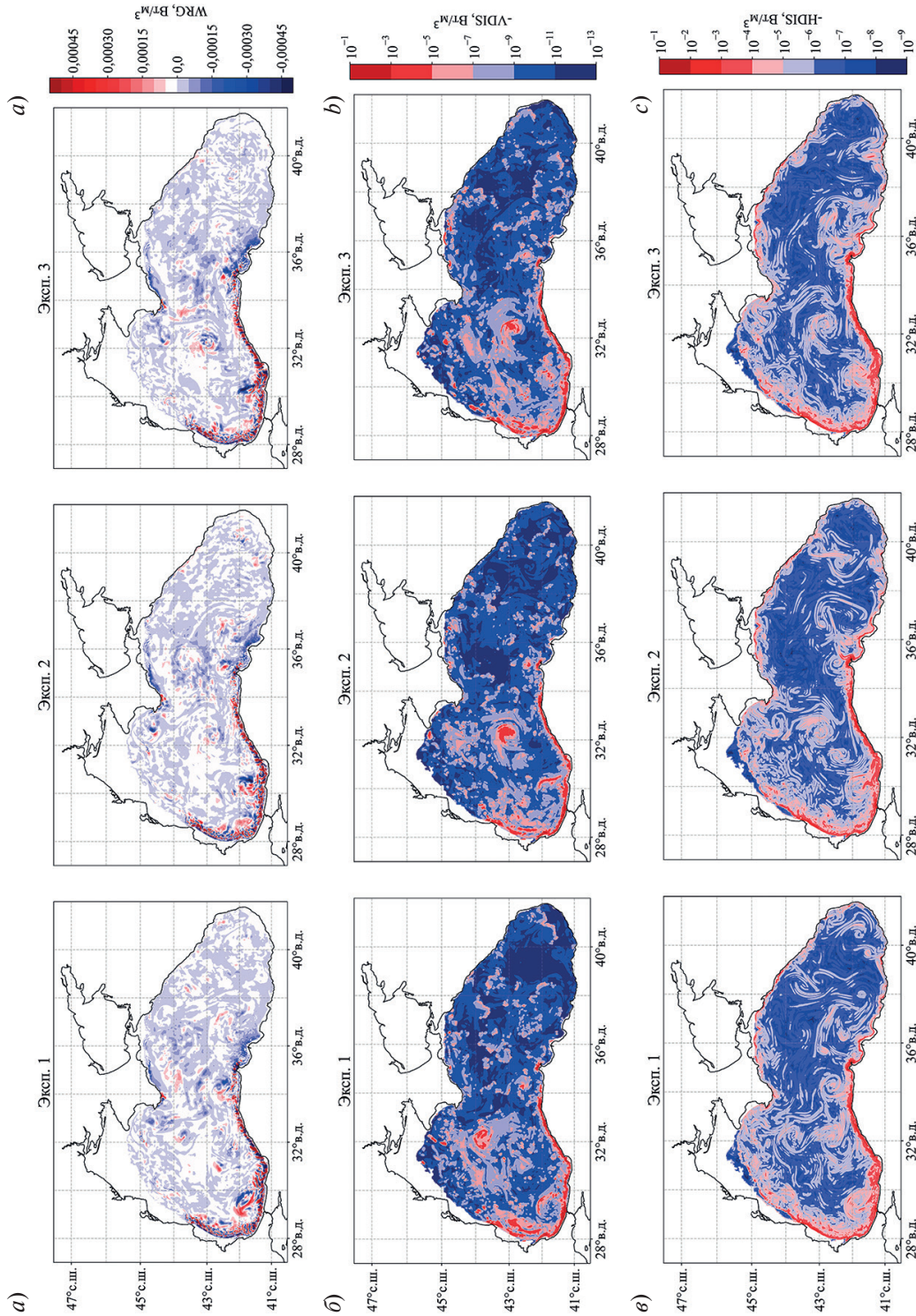


Рис. 7. Компоненты бюджета кинетической энергии на глубине 50 м в декабре: *a* — работа силы плавучести WRG; *b* — вертикальная диссипация VDIS; *c* — горизонтальная диссипация HDIS

Fig. 7. Components of the kinetic energy budget at 50 m depth in December: *a* — buoyancy work, WRG; *b* — vertical dissipation, VDIS; *c* — horizontal dissipation, HDIS

В западной части глубоководной зоны моря для всех расчетов преобладают положительные значения работы силы плавучести. Анализ показал, что в эксперименте 1 в среднем по площади работа силы плавучести положительна, следовательно, кинетическая энергия возрастает, а в экспериментах 2 и 3 отрицательна и кинетическая энергия уменьшается за счет преобразования в доступную потенциальную. Для 2 и 3 расчетов по сравнению с экспериментом 1 в восточной части моря наблюдается увеличение потока энергии, связанного с вертикальной диссипацией кинетической энергии (рис. 7, б). При этом для потока, обусловленного горизонтальной диссипацией, существенных различий между результатами экспериментов не обнаружено (рис. 7, в). Описанные тенденции пространственной изменчивости потоков VDIS и HDIS с увеличением глубины сохраняются.

Таким образом, применение численной схемы, обладающей двумя квадратичными инвариантами в уравнениях движения, приводит к увеличению потока энергии при трансформации кинетической энергии в доступную потенциальную, а также к росту диссипации энергии за счет вертикального трения.

Для более детального анализа результатов расчетов энергетических характеристик был построен график разности величин средней кинетической энергии между третьим и первым, третьим и вторым экспериментами (рис. 8). Согласно рис. 8, применение схемы с сохранением энергии и энтропии в третьем эксперименте приводит к меньшим значениям кинетической энергии по сравнению с двумя другими расчетами. Это свидетельствует о количественном различии в передаче энергии между движениями разных масштабов.

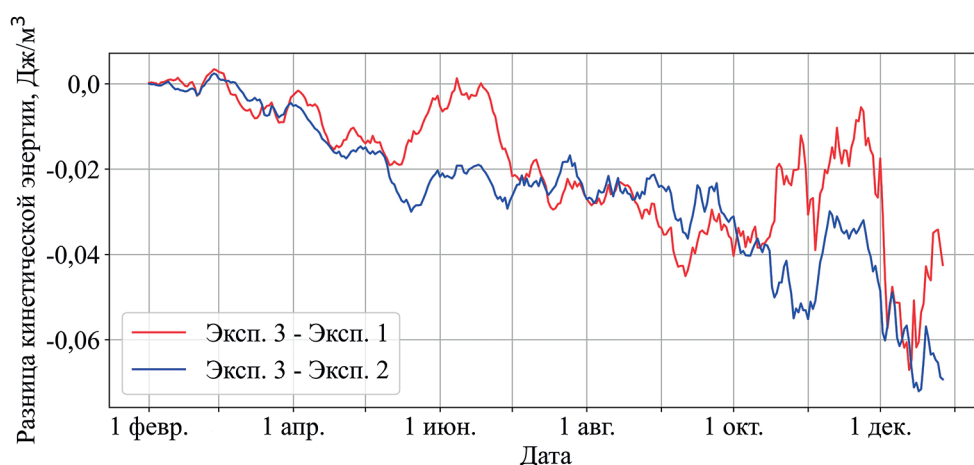


Рис. 8. Изменение со временем разницы между экспериментами величин средней по объему кинетической энергии

Fig. 8. Temporal evolution of differences in volume-averaged kinetic energy between the experiments

Анализ пространственного распределения разницы кинетической энергии между экспериментами в декабре 2016 г. (рис. 9) показал, что наибольшие отличия имеют место на периферии мезомасштабных вихрей и около Анатолийского побережья, где в этот период наблюдается наиболее интенсивное вдольбереговое течение.

Наибольшие отличия в энергетических потоках наблюдаются при расчете работы силы адвекции (рис. 10, а) и работы силы плавучести (рис. 10, б). Различная аппроксимация нелинейных слагаемых в уравнениях движения приводит к изменениям в работе силы плавучести (рис. 10, б) и, как следствие, к перераспределению энергии между доступной потенциальной и кинетической энергий.

5. Заключение

Представленные в работе результаты модельных экспериментов позволили показать, что выбор способа аппроксимации нелинейных слагаемых в уравнениях движения существенно влияет на структуру течений. Все три схемы обладают свойством консервативности, обеспечивающим сохранение квадратичных величин (энергии, потенциальной энтропии) в различных комбинациях. Такие схемы не дают формальной гарантии улучшения локальной точности в прогнозируемых полях по сравнению с наблюдениями, но важны при длительных интегрированиях. Кроме того, при моделировании течений существенные ошибки в прогнозируемые поля вносят краевые и начальные условия, которые могут превышать погрешности аппроксимации. Возможно, поэтому результаты трех экспериментов при сопоставлении с данными наблюдений близки друг другу.

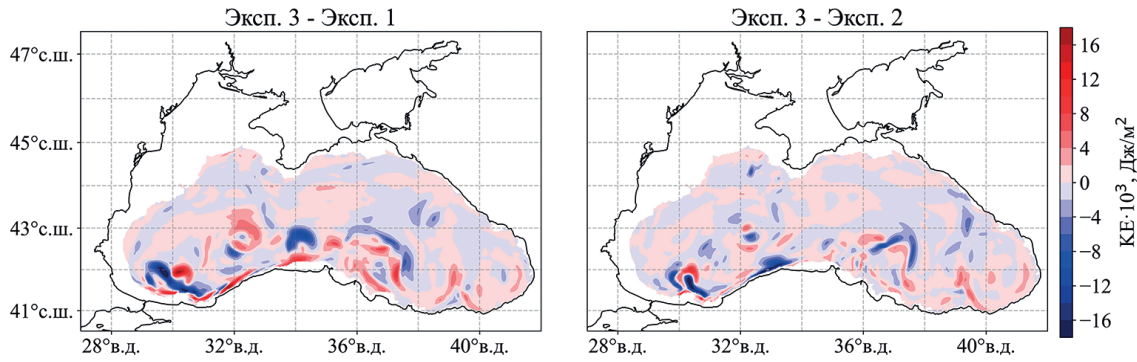


Рис. 9. Пространственное распределение разницы между экспериментами величин кинетической энергии, проинтегрированных в слое 30–200 м, для декабря 2016 г.

Fig. 9. Spatial distribution of differences in kinetic energy integrated over the 30–200 m layer between Experiment 3 and Experiments 1 and 2 for December 2016

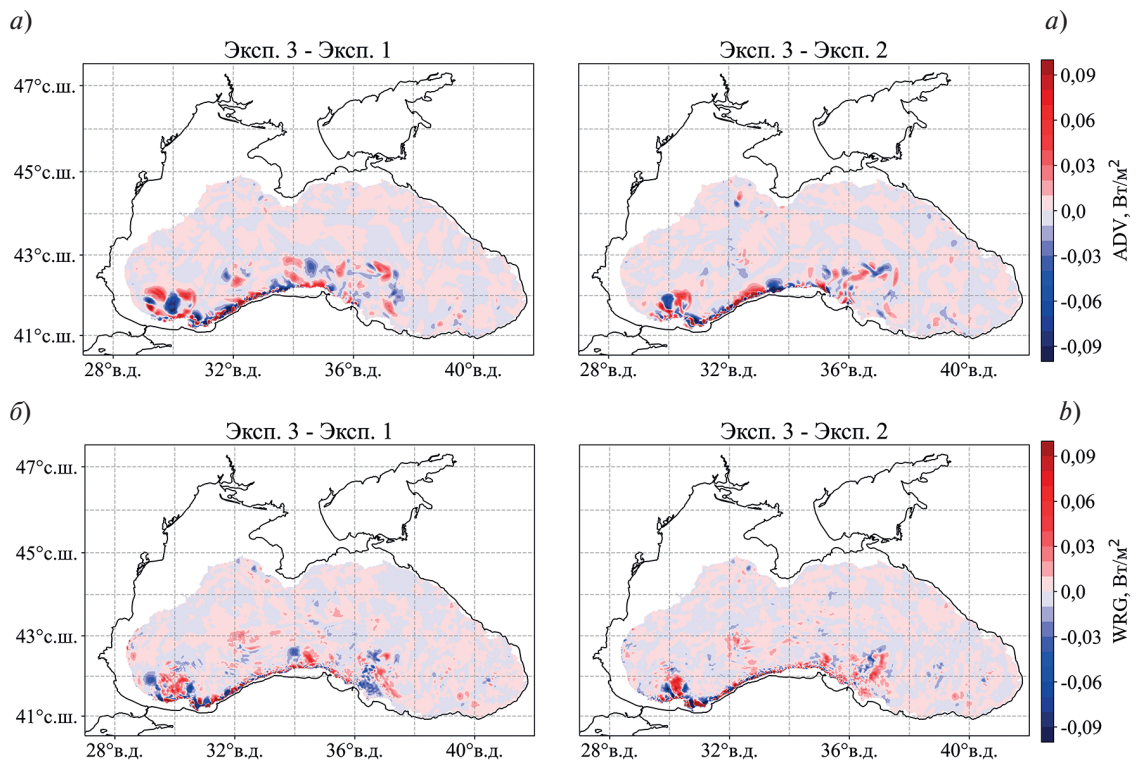


Рис. 10. Пространственное распределение разницы между экспериментами для величин работы, проинтегрированных в слое 30–200 м, в декабре 2016 г.: *a* — силы адвекции; *b* — силы плавучести

Fig. 10. Spatial distribution of differences between the experiments in work terms integrated over the 30–200 m layer in December 2016: *a* — work associated with the advective terms; *b* — buoyancy work term

При сопоставлении энергетических потоков, формируемых в результате работы сил адвекции и плавучести, наибольшая разница наблюдается в областях интенсивных течений (на периферии мезомасштабных вихрей и струйных течений). Естественные отличия в работе силы адвекции между тремя расчетами приводят к разнице в работе архимедовой силы и, следовательно, в воспроизведении процессов бароклинной неустойчивости.

Финансирование

Работа выполнена в рамках темы госзадания № FNNN-2024-0001.

Funding

The study has been carried out as part of the state assignment No. FNNN-2024-0001.

Конфликт интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Conflict of interests

The authors declare no conflict of interests.

Литература

1. Skopenkov M. Discrete field theory: symmetries and conservation laws // Mathematical Physics Analysis and Geometry. 2023. Vol. 26: 19. EDN ITXDSK. <https://doi.org/10.1007/s11040-023-09459-4>
2. Arakawa A. Computational design for long-term numerical integration of the equations of fluid motion: Two-dimensional incompressible flow // Journal of Computational Physics. 1966. Vol. 1. P. 119–143. [https://doi.org/10.1016/0021-9991\(66\)90015-5](https://doi.org/10.1016/0021-9991(66)90015-5)
3. Arakawa A., Lamb V.R. A potential enstrophy and energy conserving scheme for the shallow water equation // Monthly Weather Review. 1981. Vol. 109(1). P. 18–36. [https://doi.org/10.1175/1520-0493\(1981\)109%3C0018:APEAEC%3E2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0493(1981)109%3C0018:APEAEC%3E2.0.CO;2)
4. Sugibuchi Y., Matsuo T., Sato S. Constructing invariant-preserving numerical schemes based on Poisson and Nambu brackets // Japan Society for Industrial and Applied Mathematics. 2018. Vol. 10. P. 53–56. <https://doi.org/10.14495/jsiaml.10.53>
5. Toy M.D., Nair R.D. A potential enstrophy and energy conserving scheme for the shallow water equations extended to generalized curvilinear coordinates // Monthly Weather Review. 2016. Vol. 145(3). P. 751–772. <https://doi.org/10.1175/MWR-D-16-0250.1>
6. Демьяшев С.Г. Схема Аракавы — Лэмба в приложении для стратифицированной несжимаемой жидкости при отсутствии трения // Морской гидрофизический журнал. 2025. Т. 41, № 3. С. 346–357. EDN MMVQEN
7. Stewart A.L., Dellar P.J. An energy and potential enstrophy conserving numerical scheme for the multi-layer shallow water equations with complete Coriolis force // Journal of Computational Physics. 2016. Vol. 313. P. 99–120. <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2015.12.042>
8. Shchepetkin A.F., McWilliams J.C. The Regional Ocean Modeling System: A splitexplicit, free-surface, topography following coordinates ocean model // Ocean Modelling. 2005. Vol. 9(4). P. 347–404. <https://doi.org/10.1016/j.ocemod.2004.08.002>
9. Huang H., Chen C., Cowles G.W., et al. FVCOM validation experiments: Comparisons with ROMS for three idealized barotropic test problems // Journal of Geophysical Research. 2008. Vol. 113. C07042. <https://doi.org/10.1029/2007JC004557>
10. Backeberg B.C., Bertino L., Johannessen J.A. Evaluating two numerical advection schemes in HYCOM for eddy-resolving modelling of the Agulhas Current // Ocean Science Discussions. 2009. Vol. 5(2). P. 173–190. EDN NAFXJJ. <https://doi.org/10.5194/osd-6-429-2009>
11. User manual for the MIT General Circulation Model (MITgcm). 2018. URL: <http://hdl.handle.net/1721.1/117188> (дата обращения: 15.10.2025)
12. Madec G. and the NEMO team. NEMO ocean engine // Note du P`ole de mod`elisation de l'Institut Pierre-Simon Laplace. 2015. No 27. URL: https://epic.awi.de/id/eprint/39698/1/NEMO_book_v6039.pdf (дата обращения: 15.10.2025)
13. MOM6 documentation. 2023. URL: <https://mom6.readthedocs.io/en/dev-gfdl/about.html> (дата обращения: 17.10.2025)
14. Petersen M., Asay-Davis X., Jacobsen D., et al. MPAS Ocean User's Guide V6. Zenodo. 2018. <https://doi.org/10.5281/zenodo.1246893>
15. Korn P. A structure-preserving discretization of ocean parametrizations on unstructured grids // Ocean Modelling. 2018. Vol. 132. P. 73–90. EDN RTLYEA. <https://doi.org/10.1016/j.ocemod.2018.10.002>
16. Hecht M.W., Holm D.D., Petersen M.R., et al. Implementation of the LANS- α turbulence model in a primitive equation ocean model // Journal of Computational Physics. 2008. Vol. 227(11). P. 5691–5716. EDN MTUZZX. <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2008.02.018>
17. Korn P., Linardakis L. A conservative discretizations of the shallow-water equations on triangular grids // Journal of Computational Physics. 2018. Vol. 375. P. 871–900. EDN YKSPML. <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2018.09.002>
18. Le Sommer J., Penduff Th., Theetten S., et al. How momentum advection schemes influence current-topography interactions at eddy permitting resolution // Ocean Modelling. 2009. Vol. 29(1). P. 1–14. EDN MLGFEB. <https://doi.org/10.1016/j.ocemod.2008.11.007>
19. Eaves R.E., Maddison J.R., Marshall D.P., Waterman S. An Energy-and Enstrophy-Constrained Parameterization of Barotropic Eddy Potential Vorticity Fluxes // Journal of Physical Oceanography. 2025. Vol. 55(5). P. 573–591. EDN FOWQGE. <https://doi.org/10.1175/JPO-D-24-0027.1>
20. Sadourny R. The dynamics of finite-difference models of the shallow-water equations // Journal of Atmospheric Sciences. 1975. Vol. 32, № 4. P. 680–689. [https://doi.org/10.1175/1520-0469\(1975\)032<0680:TDOFDM>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0469(1975)032<0680:TDOFDM>2.0.CO;2)

21. Arakawa A., Hsu Y.-J. G. Energy conserving and potential–enstrophy dissipating schemes for the shallow water equations // Monthly Weather Review. 1990. Vol. 118. P. 1960–1969.
[https://doi.org/10.1175/1520-0493\(1990\)118<1960:ECAPED>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0493(1990)118<1960:ECAPED>2.0.CO;2)
22. Ducoussou N., Le Sommer J., Molines J.-M., Bell M. Impact of the “Symmetric Instability of the Computational Kind” at mesoscale- and submesoscale-permitting resolutions // Ocean Modelling. 2017. Vol. 120. P. 18–26. EDN NSMQCJ.
<https://doi.org/10.1016/j.ocemod.2017.10.006>
23. Демьшев С.Г. Численная модель оперативного прогноза течений в Черном море // Известия Российской академии наук. Физика атмосферы и океана. 2012. Т. 48, № 1. С. 137–149. EDN OOWHLL.
24. Гидрометеорология и гидрохимия морей СССР. Т. IV. Черное море. Вып. 1. Гидрометеорологические условия / под ред. А.И. Симонова, Э.Н. Альтмана. СПб.: Гидрометеиздат, 1991. 428 с.
25. Яковлев Н.Г. Численная модель и предварительные результаты расчетов по воспроизведению летней циркуляции вод Карского моря // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. 1996. Т. 32. № 5. С. 714–723.
26. Kallos G., Nickovic S., Papadopoulos A., et al. The regional weather forecasting system SKIRON: An overview // Proceedings of the International Symposium on Regional Weather Prediction on Parallel Computer Environments, 15–17 Oct 1997, Athens, Greece. University of Athens, 1997. P. 109–122.
27. Артамонов Ю.В., Алексеев Д.В., Скрипалева Е.А. и др. Термохалинная структура вод у берегов Крыма и прилегающей открытой части Черного моря летом 2016 г. // Экологическая безопасность прибрежной и шельфовой зон моря. 2017. № 3. С. 20–31. EDN ZMZFVL.
28. Артамонов Ю.В., Алексеев Д.В., Скрипалева Е.А. и др. Особенности сезонной и синоптической изменчивости структуры вод в зоне Основного Черноморского течения в осенне-зимний период 2016 г // Экологическая безопасность прибрежной и шельфовой зон моря. 2018. № 1. С. 32–43. EDN XQZIGD.
<https://doi.org/10.22449/2413-5577-2018-1-32-43>
29. Морской портал. 2025: Архив данных по Чёрному морю. Температура поверхности Чёрного моря по данным ИСЗ NOAA. URL: http://dvs.net.ru/mp/data/main_ru.shtml (дата обращения: 23.07.2025).
30. Bayankina T.M., Godin E.A., Zhuk E.V., et al. Information resources of Marine Hydro-physical Institute, RAS: current state and development prospects // Processes in Geo-Media — Volume II. Springer Geology. Springer, Cham, 2021. P. 187–197. EDN FPRRFS. https://doi.org/10.1007/978-3-030-53521-6_22
31. Демьшев С.Г. Энергетика климатической циркуляции Черного моря. Ч.I. Дискретные уравнения скорости изменения кинетической и потенциальной энергий // Метеорология и гидрология. 2004. № 9. С. 65–80. EDN PGCNXF.

References

1. Skopenkov M. Discrete field theory: symmetries and conservation laws. *Mathematical Physics, Analysis and Geometry*. 2023;26:19. <https://doi.org/10.1007/s11040-023-09459-4>
2. Arakawa A. Computational design for long-term numerical integration of the equations of fluid motion: two-dimensional incompressible flow. *Journal of Computational Physics*. 1966;1:119–143. [https://doi.org/10.1016/0021-9991\(66\)90015-5](https://doi.org/10.1016/0021-9991(66)90015-5)
3. Arakawa A, Lamb VR. A potential enstrophy and energy conserving scheme for the shallow water equation. *Monthly Weather Review*. 1981;109(1):18–36. [https://doi.org/10.1175/1520-0493\(1981\)109<0018:APEAEC>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0493(1981)109<0018:APEAEC>2.0.CO;2)
4. Sugibuchi Y, Matsuo T, Sato S. Constructing invariant-preserving numerical schemes based on Poisson and Nambu brackets. *Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics*. 2018;10:53–56. <https://doi.org/10.14495/jsiaml.10.53>
5. Toy MD, Nair RD. A potential enstrophy and energy conserving scheme for the shallow water equations extended to generalized curvilinear coordinates. *Monthly Weather Review*. 2016;145(3):751–772.
<https://doi.org/10.1175/MWR-D-16-0250.1>
6. Demyshev SG. Arakawa–Lamb scheme in application to stratified incompressible fluid in the absence of friction. *Physical Oceanography*. 2025;32(3):361–371.
7. Stewart AL, Dellar PJ. An energy and potential enstrophy conserving numerical scheme for the multi-layer shallow water equations with complete Coriolis force. *Journal of Computational Physics*. 2016;313:99–120.
<https://doi.org/10.1016/j.jcp.2015.12.042>
8. Shchepetkin AF, McWilliams JC. The Regional Ocean Modeling System: a split-explicit, free-surface, topography following coordinates ocean model. *Ocean Modelling*. 2005;9(4):347–404. <https://doi.org/10.1016/j.ocemod.2004.08.002>
9. Huang H, Chen C, Cowles GW, et al. FVCOM validation experiments: comparisons with ROMS for three idealized barotropic test problems. *Journal of Geophysical Research: Oceans*. 2008;113: C07042.
<https://doi.org/10.1029/2007JC004557>
10. Backeberg BC, Bertino L, Johannessen JA. Evaluating two numerical advection schemes in HYCOM for eddy-resolving modelling of the Agulhas Current. *Ocean Science Discussions*. 2009;5(2):173–190. <https://doi.org/10.5194/osd-6-429-2009>

11. User manual for the MIT General Circulation Model (MITgcm). 2018. Available from: <http://hdl.handle.net/1721.1/117188> (Accessed: 15.10.2025).
12. Madec G, the NEMO team. NEMO ocean engine. Note du Pôle de modélisation de l'Institut Pierre-Simon Laplace. 2015;(27). Available from: https://epic.awi.de/id/eprint/39698/1/NEMO_book_v6039.pdf (Accessed: 15.10.2025).
13. MOM6 documentation. 2023. Available from: <https://mom6.readthedocs.io/en/dev-gfdl/about.html> (Accessed: 17.10.2025).
14. Petersen M, Asay-Davis X, Jacobsen D, et al. MPAS Ocean User's Guide V6. Zenodo. 2018. <https://doi.org/10.5281/zenodo.1246893>
15. Korn P. A structure-preserving discretization of ocean parametrizations on unstructured grids. *Ocean Modelling*. 2018;132:73–90. <https://doi.org/10.1016/j.ocemod.2018.10.002>
16. Hecht MW, Holm DD, Petersen MR, et al. Implementation of the LANS- α turbulence model in a primitive equation ocean model. *Journal of Computational Physics*. 2008;227(11):5691–5716. <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2008.02.018>
17. Le Sommer J, Penduff Th, Theetten S, et al. How momentum advection schemes influence current-topography interactions at eddy permitting resolution. *Ocean Modelling*. 2009;29(1):1–14. <https://doi.org/10.1016/j.ocemod.2008.11.007>
18. Korn P, Linardakis L. A conservative discretization of the shallow-water equations on triangular grids. *Journal of Computational Physics*. 2018;375:871–900. <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2018.09.002>
19. Eaves RE, Maddison JR, Marshall DP, Waterman S. An energy- and enstrophy-constrained parameterization of barotropic eddy potential vorticity fluxes. *Journal of Physical Oceanography*. 2025;55(5):573–591. <https://doi.org/10.1175/JPO-D-24-0027.1>
20. Sadourny R. The dynamics of finite-difference models of the shallow-water equations. *Journal of the Atmospheric Sciences*. 1975;32(4):680–689. [https://doi.org/10.1175/1520-0469\(1975\)032<0680: TDOFDM>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0469(1975)032<0680: TDOFDM>2.0.CO;2)
21. Arakawa A, Hsu Y-JG. Energy conserving and potential-enstrophy dissipating schemes for the shallow water equations. *Monthly Weather Review*. 1990;118:1960–1969. [https://doi.org/10.1175/1520-0493\(1990\)118<1960: ECAPED>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0493(1990)118<1960: ECAPED>2.0.CO;2)
22. Ducouso N, Le Sommer J, Molines J-M, Bell M. Impact of the “Symmetric Instability of the Computational Kind” at mesoscale- and submesoscale-permitting resolutions. *Ocean Modelling*. 2017;120:18–26. <https://doi.org/10.1016/j.ocemod.2017.10.006>
23. Demyshev SG. A numerical model of online forecasting Black Sea currents. *Izvestiya, Atmospheric and Oceanic Physics*. 2012;48:120–132. <https://doi.org/10.1134/S0001433812010021>
24. Hydrometeorology and Hydrochemistry of Seas in the USSR. Vol. IV. Black Sea. Issue 1. Hydrometeorological Conditions. Simonov AI, Altman EN, editors. Saint Petersburg: Gidrometeoizdat; 1991. 429 p. (In Russ)
25. Iakovlev NG. A numerical model and preliminary results of calculations to reproduce the summer circulation in the Kara Sea. *Izvestiya, Atmospheric and Oceanic Physics*. 1996;32(5):660–668.
26. Kallos G, Nickovic S, Papadopoulos A, et al. The regional weather forecasting system SKIRON: an overview. In: Proceedings of the International Symposium on Regional Weather Prediction on Parallel Computer Environments; 1997 Oct 15–17; Athens, Greece. 1997. p. 109–122.
27. Artamonov YuV, Alekseev DV, Skripaleva EA, et al. Thermohaline structure of water near the Crimea coast and adjacent open water area of the Black Sea at summer 2016. *Ecological Safety of Coastal and Shelf Zones of Sea*. 2017;(3):20–31. (In Russ)
28. Artamonov YuV, Alekseev DV, Skripaleva EA, et al. Peculiarities of seasonal and synoptic variability of water structure in the zone of the Rim Current at autumn and winter 2016. *Ecological Safety of Coastal and Shelf Zones of Sea*. 2018;(1):32–43. <https://doi.org/10.22449/2413-5577-2018-1-32-43> (In Russ)
29. Marine Portal. Available from: http://dvs.net.ru/mp/data/main_ru.shtml (Accessed: 23.07.2025).
30. Bayankina TM, Godin EA, Zhuk EV, Ingerov AV, Isaeva EA, Vetsalo MP. Information resources of Marine Hydrophysical Institute, RAS: current state and development prospects. In: Processes in GeoMedia — Volume II. Springer Geology. 2021. p. 187–197. https://doi.org/10.1007/978-3-030-53521-6_22
32. Demyshev SG. Energy of the Black Sea climatic circulation. Part I: discrete equations of the time rate of change of kinetic and potential energy. *Meteorologiya i Gidrologiya*. 2004;(9):65–80. (In Russ)

Об авторах

ДЕМЫШЕВ Сергей Германович, доктор физико-математических наук, главный научный сотрудник ФГБУН ФИЦ МГИ, ORCID: 0000-0002-5405-2282, Scopus AuthorID: 6603919865, WoS ResearcherID: C-1729-2016, SPIN-код (РИНЦ): 1848-2350, e-mail: demyshev@gmail.com

ДЫМОВА Ольга Алексеевна, кандидат физико-математических наук, ведущий научный сотрудник ФГБУН ФИЦ МГИ, ORCID: 0000-0003-4036-2447, Scopus Author ID: 6508381809, WoS ResearcherID: P-9669-2015, SPIN-код (РИНЦ): 7565-1082, e-mail: olgdymova@mhi-ras.ru