

DOI [https://doi.org/10.59887/2073-6673.2025.19\(1\)-3](https://doi.org/10.59887/2073-6673.2025.19(1)-3)

EDN <https://elibrary.ru/kluskm>

УДК 551.466.3



© [Д. В. Чаликов](#)^{1,2}, К. В. Фокина^{1*}, 2026

¹Институт океанологии им. П.П. Ширшова РАН, 117997, Москва, Нахимовский проспект, д. 36

²Университет Мельбурна, 3010 Виктория, Австралия

*fokinakarina@yandex.ru

Численное моделирование ветровых волн с учетом притока энергии и диссипации

Статья поступила в редакцию 19.06.2025, после доработки 10.02.2026, принята в печать 12.02.2026

Аннотация

В статье рассматривается актуальная проблема в области моделирования ветровых волн, связанная с необходимостью точного описания притока энергии от ветра и диссипации волновой энергии. Отмечается, что корректный учет этих процессов является важным шагом для повышения точности волновых прогнозов и оценки рисков, возникающих при экстремальных волновых явлениях. В статье представлены примеры параметризации притока и диссипации энергии, включенные в фазо-разрешающую модель трехмерных волн TriDWave, основанную на нелинейных уравнениях Эйлера. Приток энергии рассчитывается на основе модифицированной теории Майлза, а диссипация — с помощью оператора, активируемого в зонах, близких к обрушению, и осуществляющего быстрое сглаживание поверхности. На основе длительных численных экспериментов показано, что включение этих параметризаций позволяет реалистично моделировать развитие волнового поля: воспроизводить рост полной энергии, смещение спектрального пика в сторону меньших волновых чисел, а также формирование волн с характерной вертикальной и горизонтальной асимметрией. Представленный подход закладывает основу для разработки более совершенных параметризаций физических процессов в фазо-разрешающих волновых моделях и способствует созданию надежных систем прогноза ветрового волнения.

Ключевые слова: потенциальные поверхностные волны, численное моделирование, приток энергии, диссипация волн, спектр волн, метод преобразования Фурье, статистические характеристики волн, экстремальные волны

© [D. V. Chalikov](#)^{1,2}, [K. V. Fokina](#)^{1*}, 2026

¹Shirshov Institute of Oceanology, Russian Academy of Sciences, 36 Nakhimovsky Prosp., Moscow, 117997, Russia

²University of Melbourne, Victoria 3010, Australia

*fokinakarina@yandex.ru

Numerical modeling of wind waves with energy input and dissipation

Received 19.06.2025, Revised 10.02.2026, Accepted 12.02.2026

Abstract

The paper addresses a critical challenge in wind wave modeling — the need for accurate representation of energy input from wind and wave energy dissipation. It is emphasized that reliable incorporation of these processes is essential for improving the accuracy of operational wave forecasting models and for assessing risks associated with extreme wave events. The study introduces specific parameterizations for energy input and dissipation, implemented within the three-dimensional potential wave model TriDWave, which is based on nonlinear Euler equations in a periodic domain. Energy input is computed using a modified Miles theory, while dissipation is modeled via an operator triggered in near-breaking wave regions, facilitating rapid surface smoothing. Long-term numerical simulations demonstrate that incorporating these parameterizations enables realistic modeling of wave field evolution under steady wind forcing, including the reproduction of total energy growth, spectral peak downshift, and the formation of waves with characteristic vertical and horizontal asymmetry. The presented approach establishes a foundation for developing more refined physical parameterizations in wave models and contributes to the creation of reliable wind wave forecasting systems.

Keywords: potential surface waves, numerical modeling, energy input, wave dissipation, wave spectrum, Fourier transform method, statistical wave characteristics, extreme waves

Ссылка для цитирования: Чаликов Д.В., Фокина К.В. Численное моделирование ветровых волн с учетом притока энергии и диссипации // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2026. Т. 19, № 1. С. 45–58. EDN KLUSKM.

[https://doi.org/10.59887/2073-6673.2025.19\(1\)-3](https://doi.org/10.59887/2073-6673.2025.19(1)-3)

For citation: Chalikov D.V., Fokina K.V. Numerical modeling of wind waves with energy input and dissipation. *Fundamental and Applied Hydrophysics*. 2026;19(1):45–58. [https://doi.org/10.59887/2073-6673.2025.19\(1\)-3](https://doi.org/10.59887/2073-6673.2025.19(1)-3)

1. Введение

Одним из ключевых методов геофизической гидродинамики является математическое моделирование, т. е. воспроизведение эволюции природных явлений с помощью моделей, базирующихся на фундаментальных уравнениях гидродинамики. Морские волны нельзя назвать экзотическим явлением, поскольку они возникают по всей акватории Мирового океана, который занимает более 70 % поверхности планеты. Однако их изучение долгое время развивалось медленнее других разделов геофизической гидродинамики. Это связано с рядом трудностей: необходимостью учитывать множество пространственных и временных масштабов — от длины отдельной волны до размеров всего океана, значительной энергией волновых процессов, а также математическими сложностями их описания. Математическое моделирование волн получило широкое развитие как в прикладных областях — таких как прогноз волнения, мониторинг состояния океана и расчет воздействия волн на инженерные сооружения, так и в фундаментальной науке, где значительное внимание уделяется изучению нелинейных свойств волн на примере идеализированных ситуаций.

Общее ограничение существующих численных моделей ветровых волн связано с предположением о потенциальности течения. Применение данного упрощения обусловлено тем, что переход к непотенциальной модели требует решения всего комплекса задач, связанных с описанием турбулентности. Реальные волны развиваются в среде со сдвигами скорости, они порождают турбулентность, взаимодействуют с турбулентностью и частично диссипируют за ее счет ([1], Глава 11).

Среди существующих потенциальных моделей морских волн, следует выделить модель HOS [2]. Ее применение наиболее успешно для случаев, когда волновое поле характеризуется относительно узким спектральным диапазоном. Учет области коротких высокочастотных волн в модели HOS связан со значительными трудностями. Это ограничение следует из самой основы метода: предположение о потенциальности течения перестает выполняться для коротких крутых волн, склонных к обрушению и генерации вихрей, а спектральное представление на основе гармоник Фурье становится неэффективным для описания возникающих локальных особенностей. Используемая в настоящей работе модель TriDWave [3] (см. описание модели в разделе 2) также основана на предположении о потенциальности, но первичными переменными в ней являются форма поверхности и поле скорости (представленное в виде потенциала скорости). В модели TriDWave разложение в ряд Фурье служит исключительно вычислительным инструментом, отдельные Фурье-моды не имеют самостоятельного физического смысла и используются для эффективного численного решения уравнений в частных производных. Такой подход кажется естественным, поскольку реальные волновые моды на самом деле нелинейны, а амплитуды формальных линейных мод изменяются со временем.

Модель TriDWave может использоваться в двух режимах. Самый простой из них — квазистационарный режим, в котором предполагается, что спектр волны не меняется в течение достаточного времени для расчета необходимых статистических характеристик. Расчет по модели в таком режиме не связан с большими затратами машинного времени. Такой подход широко используется для расчета статистических характеристик волнового поля (например, повторяемости экстремальных волн) при заданной форме спектра.

Более сложный, нестационарный режим предполагает учет притока энергии от ветра и диссипации — физических процессов, не описываемых исходной системой уравнений. Как правило, эти параметризации существенно опираются на эмпирические данные и уступают по строгости фундаментальным уравнениям, имеющим строгое математическое обоснование. Хотя физические процессы в волнах в некотором отношении проще, чем, например, в атмосфере, они изучены в значительно меньшей степени. Вследствие этого параметризации притока и диссипации энергии в волнах остаются недостаточно разработанными.

Физической основой процесса притока энергии служит линейная теория Майлза [4]. Однако для практического моделирования решающее значение имели полуэмпирические параметризации, полученные на основе натурных данных, такие как в работе [5], где впервые была получена количественная зависимость скорости роста волн от обратного возраста волны. Дальнейшее развитие привело к созданию более сложных нелинейных параметризаций, устанавливающих двустороннюю связь между волновым полем и атмосферным пограничным слоем, где растущее волнение увеличивает шероховатость поверхности и модифицирует профиль ветра, что, в свою очередь, влияет на эффективность передачи энергии [6]. Альтернативный подход представлен в работе [7], где показано, что классическая линейная зависимость коэффициента роста волн от скорости ветра значительно занижает приток энергии при сильных ветрах и предложена существенно более сильная, нелинейная параметризация, которая лучше описывает экстремальные условия и динамику развития волнения на начальной стадии.

Параметризация диссипации энергии, обусловленной обрушением волн, остается наиболее сложной задачей из-за стохастической природы процесса. Классические схемы, разработанные для моделей третьего поколения, представляли диссипацию как степенную функцию от спектральной плотности, подобранную для достижения баланса энергии в развитом море [8]. Более физически обоснованные современные подходы связывают потери энергии с мгновенным состоянием волнового поля. Например, в схеме Батеса–Янссена [9] для мелководья диссипация рассчитывается исходя из доли обрушающихся волн, определяемой предельной крутизной. Более современные подходы стремятся к большей физической обоснованности. В работе [10] предложена параметризация, в которой скорость диссипации за счет обрушения явно связана со средней крутизной отдельных волновых компонент, а не с интегральными характеристиками спектра, что дает более реалистичное распределение диссипации по частотам и направлениям. Приведенные параметризации успешно решают задачу замыкания уравнений в спектральных моделях, где физические процессы описываются в терминах усредненных статистических характеристик поля. Однако они неприменимы напрямую к фазо-разрешающим моделям, таким как TriDWave. Последние оперируют не со спектральной плотностью, а с мгновенной формой поверхности, для них требуется принципиально иной подход: оператор должен локально действовать в физическом пространстве, идентифицируя зоны, близкие к обрушению, по непосредственным характеристикам поверхности (например, по ее кривизне или крутизне), и осуществлять быстрое сглаживание. При этом алгоритм должен быть вычислительно эффективным, чтобы не нарушать устойчивость долговременного моделирования многомодового волнового поля.

В настоящей работе описывается технология фазо-разрешающего моделирования реального волнового поля, представляющего собой ансамбль волн сложной формы, с учетом разработанных для такого типа моделей параметризаций физических процессов притока и диссипации волновой энергии.

2. Основные уравнения модели TriDWave

Используется нестационарная, не ортогональная система координат:

$$\xi = x, \quad \vartheta = y, \quad \zeta = z - \eta(\xi, \vartheta, \tau), \quad \tau = t. \quad (1)$$

Трехмерные уравнения Эйлера для потенциальных волн в системе координат (1) принимают следующий вид:

$$\eta_\tau = -\eta_\xi \varphi_\xi - \eta_\vartheta \varphi_\vartheta + (1 + \eta_\xi^2 + \eta_\vartheta^2) \varphi_\zeta, \quad (2)$$

$$\varphi_\tau = -\frac{1}{2}(\varphi_\xi^2 + \varphi_\vartheta^2 - (1 + \eta_\xi^2 + \eta_\vartheta^2) \varphi_\zeta^2) - \eta - p_0, \quad (3)$$

$$\varphi_{\xi\xi} + \varphi_{\vartheta\vartheta} + \varphi_{\zeta\zeta} = 2\eta_\xi \varphi_{\xi\zeta} + 2\eta_\vartheta \varphi_{\vartheta\zeta} + (\eta_{\xi\xi} + \eta_{\vartheta\vartheta}) \varphi_\zeta - (\eta_\xi^2 + \eta_\vartheta^2) \varphi_{\zeta\zeta}, \quad (4)$$

где φ — трехмерный потенциал скорости; p_0 — давление на поверхности; нижние индексы обозначают дифференцирование. Уравнения (2)–(4) записаны в безразмерной форме с использованием соответствующих масштабов, представляющих собой комбинацию масштаба длины L и ускорения силы тяжести g . Например, масштаб времени представлен как $L^{1/2}g^{-1/2}$, масштаб скорости $L^{1/2}g^{1/2}$ и т. д.

Эволюционные уравнения (2) и (3) относятся к поверхности $\eta(\xi, \vartheta, \tau)$, (4) — диагностическое уравнение для трехмерного потенциала скорости. Уравнения (2) и (3) формально выглядят как двумерные, но содержат вертикальную производную потенциала φ_ζ , для вычисления которой необходимо решить трехмерное эллиптическое уравнение (4) с нижним $\varphi_\zeta(\zeta \rightarrow -\infty) = 0$ и верхним $\varphi(\zeta = 0) = \varphi_0$ граничными условиями. Аппроксимация уравнений основана на подходе Фурье-преобразования, когда все линейные операции производятся в пространстве Фурье, а для вычисления нелинейных членов используется расширенное сеточное пространство. Описание численной схемы не является предметом данной статьи. Подробности можно найти в [1, 3].

Модель TriDWave предназначена для моделирования многомодового волнового поля в условиях периодичности. Это условие предполагает, что физические процессы рассматриваются в области, размерность которой мала по сравнению с размерами бассейна. Сама область достаточно велика, чтобы вместить большой ансамбль волн разного размера.

3. Взаимодействие волн и ветра

Для численного учета притока энергии от ветра в рамках фазо-разрешающих и спектральных моделей требуется параметризация, основанная на детальном описании взаимодействий, происходящих в волновом пограничном слое (ВПС). Наиболее физически обоснованный подход к построению такой параметризации

основан на использовании совместной двумерной модели ВПС и модели ветровых волн, сформулированной в конформной системе координат, следующей за движущейся поверхностью [11]. Эта модель позволяет рассчитать поле поверхностного давления, инициированное нестационарным многомодовым волновым полем, и выделить ту его часть, которая ответственна за передачу энергии и импульса волнам.

В модели TriDWave, параметризация притока энергии от ветра к волнам основана на линейной теории Майлза, согласно которой компоненты Фурье поверхностного давления связаны с компонентами Фурье возвышения поверхности следующим выражением:

$$p = \beta(\Omega)\eta, \quad (5)$$

где p , β , η — действительные и мнимые части давления, возвышения поверхности и так называемой β -функции. Каждая волновая мода инициирует моды давления. Функция β зависит от безразмерной частоты $\Omega = \omega_k \cos(\theta)U / g = \cos(\theta)U / c_k$ (U — скорость ветра, θ — угол между направлением ветра и волновой моды, $c_k = g/\omega_k$ — фазовая скорость k -ой моды).

Вид β -функции для диапазона безразмерных частот ($-20 < \Omega < 20$) уточняется путем статистической обработки обширных массивов данных, полученных в длительных расчетах эволюции волнового поля, заданного спектром JONSWAP, под действием ветра в рамках упомянутой выше совместной модели ВПС и потенциальных волн в конформных координатах.

Поскольку в одном вычислительном эксперименте с фиксированным спектром JONSWAP энергия сосредоточена в относительно узком диапазоне волновых чисел, для охвата всего исследуемого диапазона была применена серия из 88 расчетов. В расчетах варьировалось значение безразмерного волнового числа пика в диапазоне ($10 < k_p < 100$), при этом значение обратного возраста волны в спектральном пике было фиксированным и составило $U/c_p = 2$ (c_p — фазовая скорость волны в пике спектра). Такой подход позволил последовательно смещать пик спектра вдоль оси волновых чисел, обеспечив достаточный для статистической обработки объем данных для гармоник с самыми разными частотами.

Волновое поле задавалось как суперпозиция 1000 линейных мод, а вычислительная сетка состояла из 4000 узлов по горизонтали и 40 неравномерных уровней по вертикали с параметром растяжения равном 1,20. Интегрирование выполнялось с безразмерным шагом по времени равном 0,001 на протяжении 50000 шагов, причем первые 10000 шагов каждого запуска исключались из анализа для исключения переходного процесса. В процессе каждого расчета генерировалась последовательность мгновенных полей возвышения поверхности и поверхностного давления, для которых вычислялись соответствующие комплексные Фурье-амплитуды (η_k , η_{-k}) и (p_k , p_{-k}). Область изменения ключевого параметра Ω была разделена на 400 интервалов в диапазоне ($-20 < \Omega < 20$) с шагом $\Delta\Omega = 0,1$. Все пары амплитуд, рассчитанные в разные моменты времени для всех расчетов, группировались по интервалам в соответствии с локальным значением Ω для каждой моды k . Поскольку поле давления содержит шум, для выделения полезного сигнала внутри каждого интервала проводилось усреднение, а точки, отклоняющиеся более чем на одно стандартное отклонение от аппроксимирующей кривой, последовательно отбрасывались. Усредненные по оставшимся точкам значения действительной и мнимой частей β -функции были аппроксимированы кусочно-полиномиальной функцией, которая представляет β -функцию в виде $\beta(\Omega) = \beta_k(\Omega) + i\beta_{-k}(\Omega)$, где мнимая часть β_{-k} , ответственная за обмен энергией, демонстрирует линейный рост при малых Ω , а действительная часть β_k характеризует фазовый сдвиг между давлением и возвышением. Такой подход обеспечил покрытие широкого диапазона Ω и корректную статистическую обработку, результаты которой представлены в безразмерном виде в итоговых формулах.

Аппроксимация β -функции, полученная в результате таких расчетов, имеет вид:

$$\begin{aligned} \beta_{-k} &= -0,01055 + 0,199\Omega + 0,0098\Omega^2 + 0,00019\Omega^3 & \Omega \leq -1, \\ \beta_{-k} &= -0,05 + 0,1\Omega - 0,05\Omega^2 & -1 < \Omega \leq 1, \\ \beta_{-k} &= -0,0385 + 0,055\Omega - 0,0147\Omega^2 + 0,00496\Omega^3 & 1 < \Omega \leq 8, \\ \beta_{-k} &= -4,4289 + 0,7937\Omega & 8 < \Omega, \\ \beta_k &= -0,5068 + 0,6648\Omega - 0,2097\Omega^2 & -1,5 \leq \Omega < 4,7, \\ \beta_k &= 0,6667 + 1,778\Omega & \Omega < 1,5, \\ \beta_k &= 3,1507 - 1,0959\Omega & \Omega \geq 4,7. \end{aligned} \quad (6)$$

где коэффициенты подобраны таким образом, чтобы мнимая часть β_{-k} была положительной при $\Omega > 1$ (режим передачи энергии от ветра волнам) и отрицательной при $\Omega < 1$ (режим передачи энергии от волн ветру), что качественно соответствует теории Майлза.

Использование данной параметризации позволяет воспроизводить реалистичную эволюцию волнового спектра под действием ветра, включая рост энергии, смещение пика спектра в сторону меньших волновых чисел и установление квазистационарного состояния.

Стоит отметить, что первоначальная теория Майлза применима к волнам малой амплитуды. В спектре волн все моды предполагаются линейными, поэтому метод, описанный выше, формально можно применять к любому волновому полю. Поскольку реальные волны имеют сложную форму, т. е. все они описываются набором мод с различными амплитудами и фазами, нет гарантии, что суперпозиция линейных мод давления описывает распределение давления на поверхности волны произвольной формы. Расчеты, проведенные в [11], показывают, что для набора линейных волн малой амплитуды инициированное поверхностное давление действительно подчиняется теории Майлза. Метод является особенно точным для монохроматических волн. Предполагается, что с ростом амплитуд теория из детерминированной превращается в стохастическую. Это означает, что давление, инициируемое ветром, изменяется случайным образом, и его влияние на волны имеет смысл рассматривать только в усредненном виде.

4. Диссипация энергии

Существует несколько механизмов диссипации энергии волн, наиболее очевидным из которых является обрушение волн. Поскольку при этом происходит интенсивное перемешивание воды и воздуха с образованием пены и брызг, для теоретического описания процесса недостаточно моделей, основанных на представлении о невязкой жидкости с четкой границей раздела. Требуются более сложные двухфазные и турбулентные модели, которые, однако, часто вынужденно опираются на те или иные упрощения. Маловероятно, что такой подход может привести к простым и надежным схемам параметризации диссипации волн. Основная задача параметризации опрокидывания волн в рамках фазо-разрешающих моделей заключается в том, чтобы не допустить ситуации, выводящей модель за рамки ее применимости, когда возникает неоднозначная зависимость возвышения от координат (например, образование вертикального фронта или «петли»). Подобная ситуация может возникнуть на любой стадии развития волны на разных волновых числах. Для устойчивого расчета необходимо ввести сглаживание поверхности с учетом контроля преобразования энергии и сохранения массы.

В различных фазо-разрешающих моделях для предотвращения нереалистичного роста высокочастотной энергии и численной неустойчивости применяются более простые схемы диссипации. В ряде работ, посвященных прямому моделированию волн, устойчивость расчетов обеспечивается за счет спектральной фильтрации высокочастотных гармоник или других форм искусственной диссипации (см., например, работы [2, 12, 13]). Эти подходы вычислительно эффективны и часто достаточны для моделирования слабо нелинейного волнения [14], где нелинейные эффекты незначительны и не происходит интенсивного обрушения. Однако в контексте моделирования сильно нелинейного, развитого волнения такие глобальные схемы имеют существенные ограничения: они рассеивают энергию равномерно по всей области, не различая спокойные участки поверхности и зоны, близкие к обрушению. Это приводит к некорректному с физической точки зрения затуханию длинных, наиболее энергетически значимых волн и искажению нелинейных взаимодействий.

Предложенная в данной работе параметризация основана на ином подходе: диссипативный оператор активируется локально, только в точках с экстремальной кривизной, что является индикатором приближающегося обрушения. Статистический анализ, проведенный по результатам длительного моделирования, показывает, что в нелинейном поле распределение вероятности больших отрицательных значений кривизны на порядки превышает таковое для суперпозиции линейных мод с тем же спектром (см. рис. 2 в [15]), что делает кривизну чувствительным индикатором формирования острых гребней. Такой подход позволяет достичь двух ключевых целей: 1) диссипация сосредоточена там, где она действительно происходит в природе — в зонах обрушающихся гребней, имитируя передачу импульса и энергии течению и турбулентности; 2) основная, необрушающаяся часть волнового поля эволюционирует согласно потенциальным уравнениям Эйлера практически без искажений, что критически важно для корректного воспроизведения нелинейной статистики, в том числе экстремальных волн.

Для повышения адаптивности и устойчивости алгоритма в качестве порога обрушения используется безразмерный критерий $\eta_{\xi\xi}^C$, учитывающий интенсивность всего волнового поля. А именно, диссипация активируется в точках, где произведение среднеквадратичного отклонения поля возвышения и лапласиана поверхности превышает по модулю эмпирическую константу, которая в зависимости от условий эксперимента обычно принимает значения в диапазоне от 50 до 100. Такой подход позволяет критерию

автоматически ужесточаться для более развитого волнения. В точках, где кривизна превышает заданный порог, к правым частям уравнений (2) и (3) добавляются диффузионные члены с нелинейным коэффициентом диффузии B , быстро растущим с увеличением абсолютной величины кривизны:

$$B_{\xi} = \begin{cases} \Delta \xi C_B (\eta_{\xi\xi})^2 \eta_{\xi\xi} < \eta_{\xi\xi}^C, \\ 0 & \eta_{\xi\xi} \geq \eta_{\xi\xi}^C, \end{cases} \quad (7)$$

$$B_{\eta} = \begin{cases} \Delta \eta C_B (\eta_{\eta\eta})^2 \eta_{\eta\eta} < \eta_{\eta\eta}^C, \\ 0 & \eta_{\eta\eta} \geq \eta_{\eta\eta}^C. \end{cases}$$

Алгоритм сохраняет объем и уменьшает локальную потенциальную и кинетическую энергию, имитируя передачу потерянных импульса и энергии течению и турбулентности. Кроме того, энергия и импульс могут передаваться другим волновым режимам. Выбор параметров в схеме основан на простых рассуждениях: волны должны максимально приблизиться к обрушению, но не обрушаться и подвергаться сглаживанию.

5. Примеры расчетов

Число мод, используемых для аппроксимации спектров, было равно 256×128 , (число узлов сетки 1024×512), число вертикальных уровней равно 20. Начальные условия рассчитывались на основе эмпирического спектра JONSWAP [16] с максимумом при безразмерном волновом числе $k_p = 50$ и очень узким углом расширения, моделирующим начальную стадию развития волн. При этом задавалось, что безразмерная скорость ветра, заданная в начальных условиях как $U = 5c_p$ (c_p — безразмерная фазовая скорость в спектральном пике), остается постоянной на всем периоде интегрирования. Расчеты проводились с безразмерным шагом по времени $\Delta t = 0,01$ в течение 200000 временных шагов ($t = 2000$ безразмерных единиц времени), что соответствует примерно 2247 периодам волны пика. Поскольку скорость ветра существенно превышала фазовую скорость волн, энергия волн и их размеры росли. Эволюция интегральных характеристик решения представлена на рис. 1. Рассчитанные интегральные характеристики представляют собой очень малые величины, поэтому для удобства представления они умножены на соответствующие масштабирующие множители (см. подрисуючную подпись).

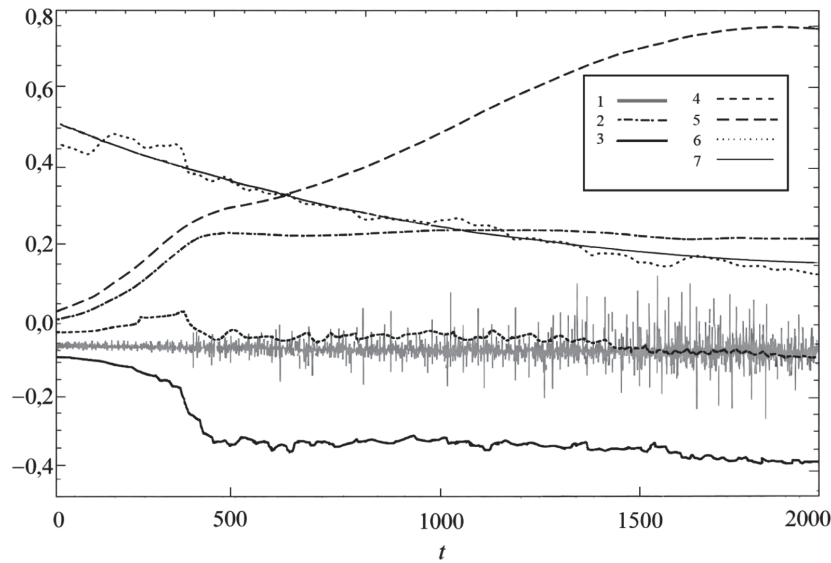


Рис. 1. Эволюция безразмерных интегральных характеристик решения: 1 — скорость нелинейных взаимодействий $10^9 N$; 2 — скорость поступления энергии от ветра $10^7 I$; 3 — скорость диссипации энергии $10^7 D$; 4 — полный баланс энергии $10^7(I + D)$; 5 — эволюция полной энергии $10^5 E$; 6 — эволюция волнового числа пика спектра $0,01k_p$; 7 — сглаженная кривая 6

Fig. 1. The evolution of dimensionless integral characteristics. The rate of evolution of 1 — nonlinear interaction $10^9 N$; 2 — input of energy from wind $10^7 I$; 3 — energy dissipation $10^7 D$; 4 — balance of energy $10^7(I + D)$; 5 — evolution of the integral energy $10^5 E$; 6 — peak wavenumber $0.01k_p$; 7 — smoothed curve 6

На рис. 1 представлена эволюция значений нелинейных взаимодействий N (кривая 1), вычисляемых как скорость изменения полной энергии по правым частям исходных консервативных уравнений (2)–(3) без учета членов притока и диссипации. В адиабатическом режиме исходные уравнения должны сохранять полную энергию, и величина N теоретически должна быть равна нулю. В действительности, из-за ошибок дискретизации, она представляет собой малые, некоррелированные во времени колебания вокруг нуля, что и наблюдается на рис. 1. В рассматриваемом неадиабатическом режиме при включенных параметризациях притока и диссипации энергии вычисляемая величина нелинейных взаимодействий остается малой — на два десятичных порядка меньше интегральных притоков и рассеивания энергии. Это подтверждает, что нелинейные взаимодействия, описываемые исходными уравнениями, сами по себе не генерируют и не уничтожают энергию. Основной вклад в изменение полной энергии (кривая 5) вносят именно приток энергии от ветра (кривая 2) и диссипация энергии (кривая 3), баланс которых ($I + D$) показан кривой 4. Приток энергии от ветра I быстро растет до момента времени $t = 400$ и после этого остается на одном уровне. Большая часть энергии, поступающей от ветра, рассеивается, но баланс энергии $I + D$ сохраняется положительным до момента времени $t = 1500$, что выражается в росте полной энергии E (равной сумме потенциальной и кинетической энергии, кривая 5). Точечная кривая 6 и сглаженная сплошная кривая 7 показывают сдвиг безразмерного волнового числа пика спектра k_p . Стоит отметить, что на ранней стадии эволюции форма спектра быстро перестраивается и в этот период несколько близких локальных максимумов оказываются сопоставимыми по величине, что приводит к резким колебаниям мгновенного значения волнового числа спектрального пика, не связанным с физическим переносом энергии по спектру. Временное сглаживание подавляет описанные колебания и позволяет выделить медленную эволюцию спектрального пика; поэтому начальная стадия для кривой 6 на данном графике выражена слабее.

На рис. 2 показаны одномерные волновые спектры как функции модуля волнового числа. Спектры получены усреднением по углам и по четырем последовательным временным интервалам: $(0 \div 10)$, $(10 \div 300)$, $(300 \div 1000)$, $(1000 \div 2000)$. Представление спектров в логарифмических координатах позволяет проанализировать асимптотическое поведение их высокочастотных хвостов. Видно, что в области больших волновых чисел спектр близок к степенной зависимости, при этом наклон хвоста слабо меняется по мере развития волнения. Основные изменения спектральной формы связаны со смещением спектрального пика и ростом интегральной энергии, которая за время интегрирования увеличилась в 11 раз. Максимум исходного спектра приходится на $k_p = 50$, наибольший спектр имеет максимум при $k_p = 25$ (см. кривую 6 на рис. 1).

Примеры спектра волн на разных стадиях развития показаны на рис. 3 в полярных координатах (углы показаны как лучи, а модуль волнового числа находится на горизонтальной оси). Для наглядности спектры нормированы максимальным значением на панели g . Как видно, характерные значения спектра увеличиваются на порядок по мере развития, а пик спектра смещается от волнового числа $k_p = 50$ до $k_p = 20$.

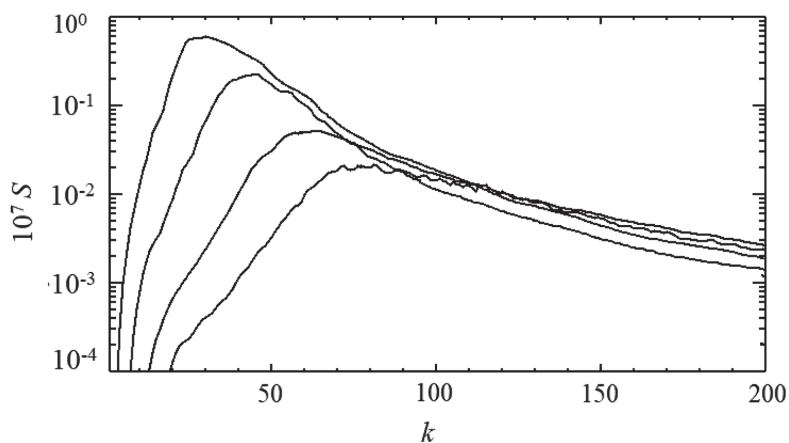


Рис. 2. Одномерные безразмерные волновые спектры S как функции модуля безразмерного волнового числа k (горизонтальная ось), полученные путем усреднения двумерных спектров по четырем временным интервалам и суммирования по направлениям

Fig. 2. 1D dimensionless wave spectra as a function of absolute value of wavenumber (horizontal axis), obtained by directional integration of two-dimensional spectra and subsequent averaging over four time intervals

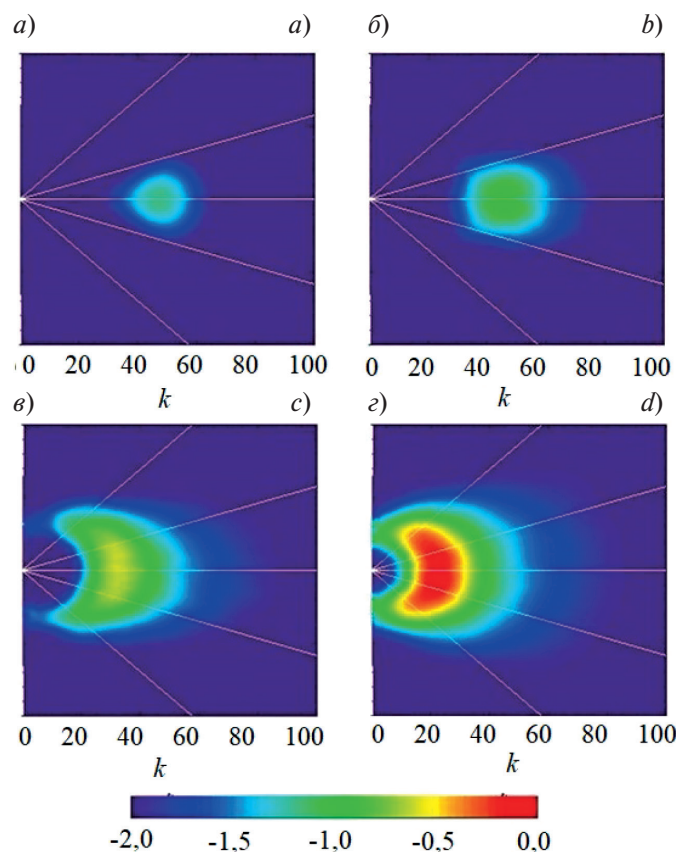


Рис. 3. Двумерные спектры усредненные за периоды, показанные на рис. 2, и нормированные на максимальное значение спектра S_m за последний период вычислений в полярных координатах (φ, k) : φ — направление мод (лучи), k — модуль волнового числа (горизонтальная ось), Легенда определяет значения $S_l = \log_{10}(S/S_m)$. Темно-синий фон соответствует $S_l \leq -2$

Fig. 3. Two-dimensional spectra averaged over the time intervals shown in Fig. 2 and normalized by the maximum spectral value from the final interval, presented in polar coordinates (φ, k) : φ — mode direction (rays), k — absolute value of wavenumber (horizontal axis). The legend indicates the values of $S_l = \log_{10}(S/S_m)$. Dark blue background corresponds to $S_l \leq -2$

6. Экстремальные волны

Одной из важнейших практических задач прикладной океанографии является оценка рисков, связанных с экстремальными (аномально высокими) волнами. Их появление представляет серьезную угрозу для судоходства и морских инженерных сооружений. Это явление долгое время считалось необычным, по-видимому, потому что океан огромен, а количество волн в нем очень велико. Прямые встречи с такой волной были сравнительно редки (не говоря уже о том, что документально хорошо было зафиксировано не очень много таких случаев). Между тем экстремальные волны систематически (и не так уж редко) возникают в полях, генерируемых полными нелинейными уравнениями [17].

Надежный прогноз вероятности таких событий возможен на основе прямых волновых моделей, способных адекватно описывать физику волн, включая нелинейную динамику волнового поля, приток энергии от ветра и диссипацию. Следовательно, разработка и усовершенствование параметризаций физических процессов (притока и диссипации энергии), выполняемая на основе полных нелинейных моделей является необходимым шагом для повышения точности прогнозов опасных волновых явлений.

Поскольку модель TriDWave воспроизводит полную нелинейную динамику поверхности, для анализа экстремальных волн был использован прямой метод, основанный на обработке мгновенных полей возвы-

шения. Алгоритм анализирует поле в направлении среднего распространения волн, идентифицируя локальные экстремумы. Ключевым параметром — полной высотой волны — считалась разность между локальным максимумом $\eta_{\max}$ (гребнем) и предшествующим ему минимумом $\eta_{\min}$ (впадиной). Этот подход позволяет учесть реальную, сильно несимметричную форму волн, которую генерирует модель. Все статистические оценки были получены для длительного ряда данных, состоящего из 1006 592 пар значений ($\eta_{\max}$, $\eta_{\min}$), что гарантирует репрезентативность результатов.

Длительные расчеты по развитию волн под действием ветра выявили ряд статистических свойств волнового поля, важных для оценки экстремальных явлений. Интегральные распределения вероятности для высот гребней, глубин впадин и полных высот волн (рис. 4) демонстрируют «тяжелые хвосты», характерные для нелинейных систем. В проведенных экспериментах волны, полная высота которых превышала удвоенную характерную высоту волн ($2H_s$) наблюдались около 100 раз. Этот количественный результат позволяет перейти от качественных рассуждений к оценке реальной вероятности экстремальных событий в заданных условиях. Необходимо отметить, что разброс данных (пунктирные линии на рис. 4) возрастает для наиболее высоких волн, что отражает присущую таким редким событиям статистическую неопределенность.

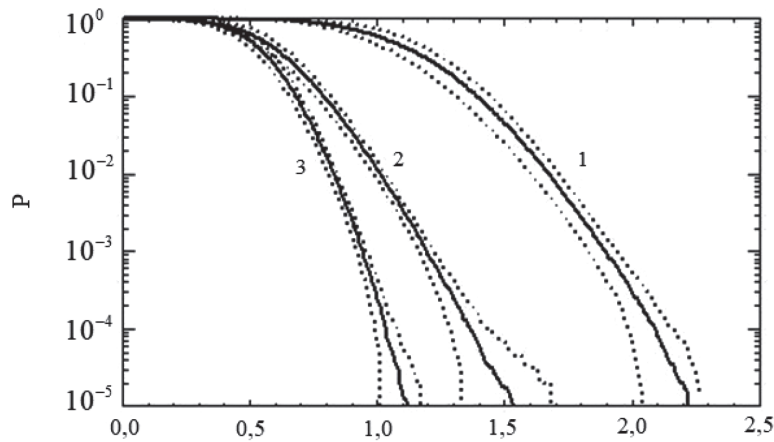


Рис. 4. Интегральная вероятность для высоты гребня (кривая 1), глубины впадины (кривая 2) и полной высоты волны (кривая 3). Все величины нормированы на характерную высоту волн. Пунктирные линии показывают разброс вероятности. По оси абсцисс отложены значения высот или глубин, по оси ординат — вероятность

Fig. 4. The integral probability for the crest (curve 1), the trough depth (curve 2) and the full height of wave (curve 3). All curves are normalized by significant wave height. Dotted curves show the scatter of the probability. The abscissa axis corresponds to the height or depth, while the ordinate axis shows probability P

Наиболее значимым результатом является выраженная вертикальная асимметрия реальных нелинейных волн. На рис. 5 представлены зависимости отклонений высот гребней $\tilde{H}_c$ и впадин $\tilde{H}_t$ от полной высоты волны H_{tc} , которые аппроксимированы следующими выражениями:

$$\tilde{H}_c = 0,045H_{tc} + 0,0694H_{tc}^2, \quad (8)$$

$$\tilde{H}_t = -0,053H_{tc} + 0,0622H_{tc}^2. \quad (9)$$

Статистическая обработка более одного миллиона индивидуальных волн показала, что в среднем высота гребня составляет приблизительно $\tilde{H}_c \approx 0,63H_{tc}$, тогда как глубина предшествующей впадины — лишь $\tilde{H}_t \approx 0,37H_{tc}$ (рис. 5). Такое соотношение, существенно отличающееся от симметричного профиля линейных волн, является прямым следствием нелинейных взаимодействий и указывает на естественную склонность волн к формированию острых гребней и пологих впадин. Данное свойство принципиально важно, поскольку именно высота гребня в наибольшей степени определяет ударное воздействие волны на инженерные сооружения и суда.

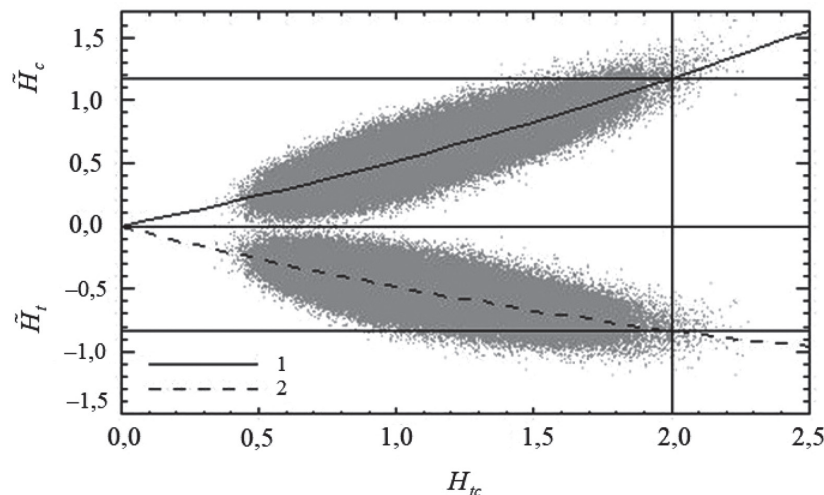


Рис. 5. Зависимость положительного $\tilde{H}_c$ (верхняя часть графика) и отрицательного $\tilde{H}_t$ (нижняя часть графика) отклонений от полной высоты волны H_{tc} . Все величины нормированы на характерную высоту волны H_s . Каждая пара максимума и минимума, расположенных в направлении общего распространения волн, определена на отрезке, равном длине волны, соответствующей пику спектра

Fig. 5. The dependence of positive $\tilde{H}_c$ (an upper part of panel) and negative $\tilde{H}_t$ (a lower part) deviations on the full height of wave H_{tc} . All the values are normalized by the significant wave height H_s . Each pair of maximum and minimum located in the direction of general movement of waves is found in the segment equal to the wavelength of spectrum peak

Для количественной оценки было рассчитано безразмерный параметр вертикальной (Sk) асимметрии волновых профилей. Расчет проводился по всему массиву мгновенных значений возвышения поверхности:

$$Sk = \frac{\langle \eta^3 \rangle}{\langle \eta^2 \rangle^{3/2}}. \quad (10)$$

Здесь $\langle \cdot \rangle$ обозначает пространственное усреднение.

Для развитого волнового поля были получены значения $Sk \approx 0,28$. Полученное положительное значение количественно подтверждает преобладание острых гребней над глубокими впадинами, что согласуется с соотношениями, показанными на рис. 5.

Важным выводом является подтверждение свойства статистического самоподобия волнового поля. Когда все статистические характеристики (распределения высот, моменты поля) нормируются на характерную высоту волн, они демонстрируют высокую степень универсальности, почти не зависящую от стадии развития волнения (см. рис. 6, где кривые для разных периодов практически совпадают). Это означает, что вероятность встретить волну высотой, например, $2,5H_s$, остается примерно постоянной как для слабого, так и для развитого шторма. Данное свойство позволяет экстраполировать оценки рисков, полученные в результате численных экспериментов или ограниченных натурных измерений, на волновые поля с любой энергией, что кардинально упрощает задачу оперативного прогнозирования опасных явлений.

В дополнение к статистическому описанию, полные нелинейные модели позволяют исследовать механизмы, лежащие в основе возникновения экстремальных волн. Одним из наиболее наглядных и эффективных сценариев является пространственно-временная фокусировка энергии. Это явление возникает, когда гребни нескольких волн, двигаясь с близкими фазовыми скоростями, совпадают по фазе в определенный момент времени в локализованной области пространства. Численные эксперименты с использованием точных уравнений для случая взаимодействия двух нелинейных волновых пакетов [18] демонстрируют, что такая суперпозиция может приводить к быстрому (за доли периода) формированию одиночной волны, амплитуда которой существенно превышает линейную сумму амплитуд исходных волн. Процесс характеризуется резкой локализацией энергии и часто является предвестником интенсивного, но короткого по времени обрушения гребня.

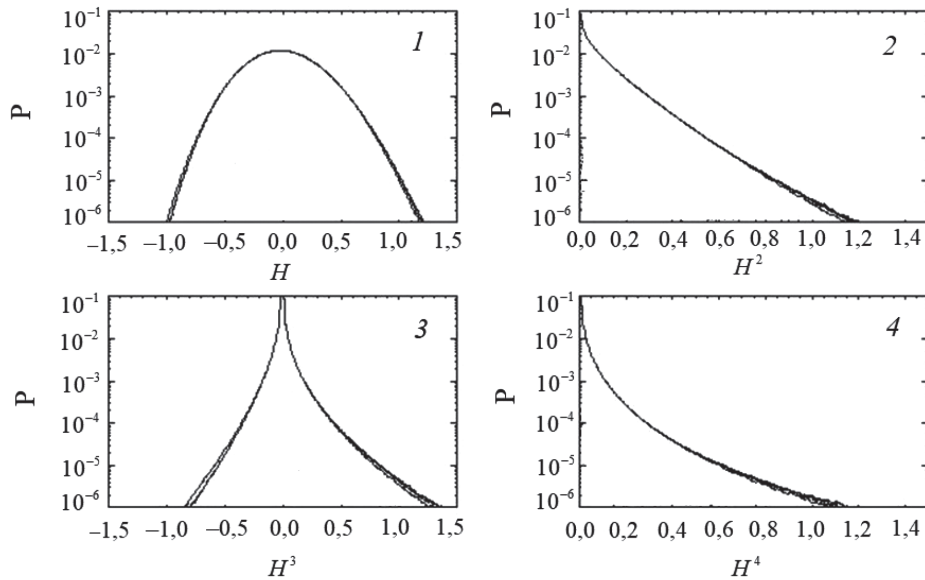


Рис. 6. Распределение вероятности для первых четырех статистических моментов поля возвышения, рассчитанных за четыре последовательных периода и нормированных на характерную высоту волн ($H^n = \eta H_s^{-1}$, где $n = 1, 2, 3, 4$). Отмечается полное совпадение всех кривых на рисунке

Fig. 6. Distribution of probability for four first statistical moments of elevation field, calculated for four consequent periods. The values of elevation are normalized by the significant wave height ($H^n = \eta H_s^{-1}$, где $n = 1, 2, 3, 4$). All the curves shown nearly coincide

В полях, генерируемых моделью TriDWave, такие события возникают спонтанно как часть естественной нелинейной динамики, подтверждая, что экстремальные волны не являются случайными выбросами, а представляют собой закономерное, хотя и редкое, следствие внутренней физики волнового поля. Изучение подобных механизмов на основе прямого моделирования является важным шагом для понимания пределов применимости линейной статистики и разработки физически обоснованных поправок к прогнозным моделям.

Проведенное исследование демонстрирует, что полные нелинейные модели являются уникальным инструментом для получения достоверной статистики экстремальных волн и анализа механизмов их формирования. Результаты данного моделирования указывают на то, что корректное описание нелинейной статистики и вероятности экстремальных событий невозможно без точного учета двух ключевых компонентов: 1) механизма притока энергии от ветра, который определяет общий энергетический баланс и скорость развития волнения; 2) диссипации за счет обрушения волн, которая выступает главным ограничителем роста амплитуд и напрямую влияет на форму «тяжелого хвоста» распределения высот волн. Таким образом, разработка и верификация параметризаций для этих процессов, которым посвящены разделы 3 и 4 настоящей работы, представляют необходимый этап для повышения точности оперативных прогнозов волн.

7. Заключение

В данной работе излагаются общие принципы подхода к моделированию реальных волн в открытом океане на основе полной нелинейной модели ветровых волн TriDWave, дополненной физически обоснованными параметризациями ключевых процессов. Поскольку модель описывает индивидуальное движение многих тысяч волн разного размера, то для воспроизведения волнового режима в конкретном водоеме она заведомо непригодна. Поэтому основное назначение модели — исследование статистического режима волновых полей для различных спектральных распределений энергии. Еще более важным применением модели является разработка параметризации физических процессов в волнах, связанных с преобразованием энергии. Численное моделирование волн имеет очевидные преимущества перед экспериментальными исследованиями, особенно в аэродинамических каналах, где ускорение резко ограничено и возникает множество других помех из-за малых размеров бассейнов и неточности измерений.

В рамках данного подхода были предложены схемы для учета притока энергии от ветра на основе модифицированной теории Майлза и диссипации, вызванной обрушением волн, с помощью диффузионного оператора, обеспечивающего локальное сглаживание. Длительные численные эксперименты подтвердили, что включение этих параметризаций позволяет реалистично воспроизводить развитие волнового поля под действием постоянного ветра, а также получать статистические характеристики, соответствующие реальному волнению. Однако же в целом нельзя сказать, что проблема описания притока и диссипации энергии в волновых моделях в настоящее время изучена удовлетворительно.

Финансирование

Работа выполнена в рамках государственного задания Минобрнауки России для ИОРАН (тема № FMWE-2024-0028).

Funding

The research was carried out within the state assignment of Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation for IO RAS (theme № FMWE-2024-0028).

Конфликт интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Conflict of interests

The authors declare no conflict of interests.

Литература

1. Chalikov D. Numerical modeling of sea waves. Springer, 2016. 330 p. EDN YVEVGD. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-32916-1>
2. Ducrozet G., Bonnefoy F., Le Touzé D., Ferrant P. HOS-ocean: Open-source solver for nonlinear waves in open ocean based on High-Order Spectral method // Computer Physics Communications. 2016. Vol. 203. P. 245–254. <https://doi.org/10.1016/j.cpc.2016.02.017>
3. Чаликов Д.В., Фокина К.В. Прямая (фазо-разрешающая) модель поверхностных волн // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2025. Т. 18, № 1. С. 8–18. EDN REKTQQ. [https://doi.org/10.59887/2073-6673.2025.18\(1\)-1](https://doi.org/10.59887/2073-6673.2025.18(1)-1)
4. Miles J.W. On the generation of surface waves by shearflows // Journal of Fluid Mechanics. 1957. Vol. 3, Iss. 2. P. 185–204. <https://doi.org/10.1017/S0022112057000567>
5. Snyder R.L., Dobson F.W., Elliott J.A., Long R.B. Array measurements of atmospheric pressure fluctuations above surface gravity waves // Journal of Fluid Mechanics. 1981. Vol. 102. P. 1–59. <https://doi.org/10.1017/S0022112081002528>
6. Janssen P.A.E.M. Quasi-linear theory of wind-wave generation applied to wave forecasting // Journal of Physical Oceanography. 1991. Vol. 21, Iss. 11. P. 1631–1642. [https://doi.org/10.1175/1520-0485\(1991\)021<1631:QLTOWW>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0485(1991)021<1631:QLTOWW>2.0.CO;2)
7. Donelan M.A., Babanin A.V., Young I.R., Banner M.L. Wave-follower field measurements of the wind-input spectral function. Part II: Parameterization of the wind input // Journal of Physical Oceanography. 2006. Vol. 36, Iss. 8. P. 1672–1689. EDN MFHGGX. <https://doi.org/10.1175/JPO2933.1>
8. Komen G.J., Hasselmann S., Hasselmann K. On the existence of a fully developed wind-sea spectrum // Journal of Physical Oceanography. 1984. Vol. 14. P. 1271–1285 [https://doi.org/10.1175/1520-0485\(1984\)014<1271:OTEOAF>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0485(1984)014<1271:OTEOAF>2.0.CO;2)
9. Battjes J.A., Janssen J.P.F.M. Energy loss and set-up due to breaking of random waves // Proceedings of the 16th International Conference on Coastal Engineering. 1978. P. 569–587. <https://doi.org/10.9753/icce.v16>
10. Ardhuin F., Rogers E., Babanin A., et al. Semiempirical Dissipation Source Functions for Ocean Waves. Part I: Definition, Calibration, and Validation // Journal of Physical Oceanography. 2010. Vol. 40, Iss. 9. P. 1917–1941. EDN OMOLNF. <https://doi.org/10.1175/2010JPO4324.1>
11. Chalikov D., Rainchik S. Coupled numerical modelling of wind and waves and the theory of the wave boundary layer // Boundary-Layer Meteorology. 2010. Vol. 138. P. 1–41. EDN OHTVBH. <https://doi.org/10.1007/s10546-010-9543-7>
12. Xiao W., Liu Y., Wu G., Yue D.K.P. Rogue wave occurrence and dynamics by direct simulations of nonlinear wave-field evolution // Journal of Fluid Mechanics. 2013. Vol. 720. P. 357–392. EDN RGYKQB. <https://doi.org/10.1017/jfm.2013.37>

13. Dommermuth D.G., Yue D.K.P. A high-order spectral method for the study of nonlinear gravity waves // *Journal of Fluid Mechanics*. 1987. Vol. 184. P. 267–288.
14. Korotkevich A., Pushkarev A., Resio D., Zakharov V. Numerical verification of the weak turbulent model for swell evolution // *European Journal of Mechanics-B/Fluids*. 2007. Vol. 27. P. 361–387. EDN LLDYOV. <https://doi.org/10.1016/j.euromechflu.2007.08.004>
15. Chalikov D. Numerical modeling of surface wave development under the action of wind // *Ocean Science*. 2018. Vol. 14. P. 453–470. EDN YCERRB. <https://doi.org/10.5194/os-14-453-2018>
16. Hasselmann K., Barnett T.P., Bouws E., et al. Measurements of wind-wave growth and swell decay during the Joint Sea Wave Project (JONSWAP) // *Ergaenzungsheft zur Deutschen Hydrographischen Zeitschrift Reihe A*. 1973. A8. P. 1–95.
17. Chalikov D. Freak waves: their occurrence and probability // *Physics of Fluid*. 2009. Vol. 21, Iss. 7. 076602. EDN MWYJEX. <https://doi.org/10.1063/1.3175713>
18. Chalikov D., Babanin A.V. Nonlinear sharpening during superposition of surface waves // *Ocean Dynamics*. 2016. Vol. 66. P. 931–937. <https://doi.org/10.1007/s10236-016-0965-8>

References

1. Chalikov D. Numerical modeling of sea waves. Springer; 2016. 330 p. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-32916-1>
2. Ducrozet G, Bonnefoy F, Le Touzé D, Ferrant P. HOS-ocean: Open-source solver for nonlinear waves in open ocean based on High-Order Spectral method. *Computer Physics Communications*. 2016;203:245–254. <https://doi.org/10.1016/j.cpc.2016.02.017>
3. Chalikov DV, Fokina KV. Direct (phase-resolving) model of surface waves. *Fundamental and Applied Hydrophysics*. 2025;18(1):8–18. (In Russ.) [https://doi.org/10.59887/2073-6673.2025.18\(1\)-1](https://doi.org/10.59887/2073-6673.2025.18(1)-1)
4. Miles JW. On the generation of surface waves by shear flows. *Journal of Fluid Mechanics*. 1957;3(2):185–204. <https://doi.org/10.1017/S0022112057000567>
5. Snyder RL, Dobson FW, Elliott JA, Long RB. Array measurements of atmospheric pressure fluctuations above surface gravity waves. *Journal of Fluid Mechanics*. 1981;102:1–59. <https://doi.org/10.1017/S0022112081002528>
6. Janssen PAEM. Quasi-linear theory of wind-wave generation applied to wave forecasting. *Journal of Physical Oceanography*. 1991;21(11):1631–1642. [https://doi.org/10.1175/1520-0485\(1991\)021<1631:QLTOWW>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0485(1991)021<1631:QLTOWW>2.0.CO;2)
7. Donelan MA, Babanin AV, Young IR, Banner ML. Wave-follower field measurements of the wind-input spectral function. Part II: Parameterization of the wind input. *Journal of Physical Oceanography*. 2006;36(8):1672–1689. <https://doi.org/10.1175/JPO2933.1>
8. Komen GJ, Hasselmann S, Hasselmann K. On the existence of a fully developed wind-sea spectrum. *Journal of Physical Oceanography*. 1984;14:1271–1285. [https://doi.org/10.1175/1520-0485\(1984\)014<1271:OTEOAF>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0485(1984)014<1271:OTEOAF>2.0.CO;2)
9. Battjes JA, Janssen JPFM. Energy loss and set-up due to breaking of random waves. *Proceedings of the 16th International Conference on Coastal Engineering*. 1978;569–587. <https://doi.org/10.9753/icce.v16>
10. Ardhuin F, Rogers E, Babanin A, et al. Semiempirical Dissipation Source Functions for Ocean Waves. Part I: Definition, Calibration, and Validation. *Journal of Physical Oceanography*. 2010;40(9):1917–1941. <https://doi.org/10.1175/2010JPO4324.1>
11. Chalikov D, Rainchik S. Coupled Numerical Modelling of Wind and Waves and the Theory of the Wave Boundary Layer. *Boundary-Layer Meteorology*. 2010;138:1–41. <https://doi.org/10.1007/s10546-010-9543-7>
12. Xiao W, Liu Y, Wu G, Yue DKP. Rogue wave occurrence and dynamics by direct simulations of nonlinear wave-field evolution. *Journal of Fluid Mechanics*. 2013;720:357–392. <https://doi.org/10.1017/jfm.2013.37>
13. Dommermuth DG, Yue DKP. A high-order spectral method for the study of nonlinear gravity waves. *Journal of Fluid Mechanics*. 1987;184:267–288.
14. Korotkevich A, Pushkarev A, Resio D, Zakharov V. Numerical verification of the weak turbulent model for swell evolution. *European Journal of Mechanics — B/Fluids*. 2007;27:361–387. <https://doi.org/10.1016/j.euromechflu.2007.08.004>
15. Chalikov D. Numerical modeling of surface wave development under the action of wind. *Ocean Science*. 2018;14:453–470. <https://doi.org/10.5194/os-14-453-2018>
16. Hasselmann K, Barnett TP, Bouws E, et al. Measurements of wind-wave growth and swell decay during the Joint Sea Wave Project (JONSWAP). *Ergaenzungsheft zur Deutschen Hydrographischen Zeitschrift Reihe A*. 1973; A8:1–95.
17. Chalikov D. Freak waves: their occurrence and probability. *Physics of Fluids*. 2009;21(7):076602. <https://doi.org/10.1063/1.3175713>
18. Chalikov D, Babanin AV. Nonlinear sharpening during superposition of surface waves. *Ocean Dynamics*. 2016;66:931–937. <https://doi.org/10.1007/s10236-016-0965-8>

Об авторах

ЧАЛИКОВ Дмитрий Викторович, доктор физико-математических наук, профессор, ведущий научный сотрудник СПбФ ИО РАН, ORCID: 0000-0001-8698-9558, WoS ResearcherID: AAO-3528-2020, Scopus AuthorID: 57203700718, SPIN-код (РИНЦ): 4192-7324, e-mail: dmitry-chalikov@yandex.ru

ФОКИНА Карина Владимировна, кандидат физико-математических наук, младший научный сотрудник СПбФ ИО РАН, ORCID: 0000-0003-1826-0452, WoS ResearcherID: MCI-7658-2025, Scopus AuthorID: 57225150215, SPIN-код (РИНЦ): 9395-5822, e-mail: fokinakarina@yandex.ru