



DOI [https://doi.org/10.59887/2073-6673.2025.18\(4\)-9](https://doi.org/10.59887/2073-6673.2025.18(4)-9)

EDN <https://elibrary.ru/uznwkf>

УДК 532.5+519.63

© О. И. Гусев*, Г. С. Хакимзянов, В. С. Скиба, Л. Б. Чубаров, 2025

Федеральный исследовательский центр информационных и вычислительных технологий, 630090, Новосибирск, проспект Академика М.А. Лаврентьева, д. 6

*GusevOI@ict.nsc.ru

Формулы для оценки воздействия бора и уединённой волны на полупогруженное тело, полученные аппроксимацией результатов численного моделирования¹

Статья поступила в редакцию 25.07.2025, после доработки 10.11.2025, принята в печать 23.11.2025

Аннотация

Настоящая работа посвящена построению аналитических соотношений для оценки характеристик воздействия вертикального бора и уединённой волны на полупогруженное фиксированное тело. Такие оценки необходимы при проектировании и эксплуатации объектов, размещённых и зафиксированных в прибрежных зонах в виде частично погруженных в воду сооружений. Эти соотношения строятся при помощи аппроксимации результатов выполненных массовых расчётов с перебором таких параметров задачи, как заглубление и длина тела, амплитуда набегающей волны.

Рассматриваются максимальные заплески на лицевую и тыльную грани тела, горизонтальная и вертикальная составляющие суммарной волновой силы. Задачи о воздействии бора и уединённой волны численно решаются с использованием одномерных моделей мелкой воды первого и второго длинноволнового приближения соответственно. Приводятся оценки средней и максимальной относительных погрешностей формул, а также сопоставления получаемых с их помощью результатов с решениями из других исследований.

Анализ этих сопоставлений позволяет сделать вывод о возможности применения построенных формул в рассматриваемом диапазоне параметров задачи.

Ключевые слова: уединённая волна, вертикальный бор, полупогруженное тело, мелкая вода, нелинейная дисперсия, численный алгоритм, аппроксимация данных

© О. И. Гусев*, Г. С. Хакимзянов, В. С. Скиба, Л. Б. Чубаров, 2025

Federal Research Center for Information and Computational Technologies, 6 Academician M.A. Lavrentiev Ave., Novosibirsk, 6630090, Russia

*GusevOI@ict.nsc.ru

Formulas for estimating the effects exerted by a bore and a solitary wave on a partially immersed structure, obtained by approximating the results of numerical simulations¹

Received 25.07.2025, Revised 10.11.2025, Accepted 23.11.2025

Abstract

This study derives analytical formulas for estimating the loads exerted by a bore and a solitary wave on a fixed, partially immersed body. These estimates are required in the design and operation of coastal structures. The formulas are obtained by fitting results from extensive numerical simulations spanning variations in body submergence, body length, and incident-wave amplitude. We consider runup heights on the front and back sides of the body, as well as the horizontal and vertical components of the

¹ Перевод статьи на английский язык представлен в электронном формате этого выпуска на сайте журнала
The English translation of the article is available in the electronic format of this issue on the journal's website

Ссылка для цитирования: Гусев О.И., Хакимзянов Г.С., Скиба В.С., Чубаров Л.Б. Формулы для оценки воздействия бора и уединённой волны на полупогруженное тело, полученные аппроксимацией результатов численного моделирования // *Фундаментальная и прикладная гидрофизика*. 2025. Т. 18, № 4. С. 120–137. EDN UZNWKF.
[https://doi.org/10.59887/2073-6673.2025.18\(4\)-9](https://doi.org/10.59887/2073-6673.2025.18(4)-9)

For citation: Gusev O.I., Khakimzyanov G.S., Skiba V.S., Chubarov L.B. Formulas for estimating the effects exerted by a bore and a solitary wave on a partially immersed structure, obtained by approximating the results of numerical simulations. *Fundamental and Applied Hydrophysics*. 2025;18(4):120–137. [https://doi.org/10.59887/2073-6673.2025.18\(4\)-9](https://doi.org/10.59887/2073-6673.2025.18(4)-9)

resultant wave force. The bore and solitary-wave problems are solved using one-dimensional shallow water models based on the first and second long-wave approximations, respectively. We report the average and maximum relative errors of the formulas and compare their predictions with results from previous studies. These comparisons demonstrate that the proposed formulas are applicable across the parameter ranges considered.

Keywords: solitary wave, vertical bore, partially immersed structure, shallow water, nonlinear dispersion, numerical algorithm, data fitting

1. Введение

При проектировании и эксплуатации объектов, размещённых и зафиксированных в прибрежных зонах в виде частично погруженных в воду сооружений (например, хранилищ сжиженного природного газа, плавучих атомных электростанций и т. д.), необходимо оценивать возможное воздействие поверхностных волн на сооружение, в том числе длинных волн типа цунами. Такие задачи решаются аналитическими методами [1, 2] и экспериментально [3–5], но в последнее время всё больше работ посвящено численному моделированию [6, 7]. Многие из этих работ рассматривают единичные случаи воздействия волны на полупогруженное тело [8–10] для демонстрации работоспособности предлагаемого численного алгоритма, в некоторых исследованиях [11–13] фиксируется некоторый базовый набор параметров и приводятся графики зависимостей искомых характеристик от одного из них. Для практических нужд проектировщиков и инженеров эти результаты использовать крайне сложно, а работ, в которых были бы приведены формулы для оценок характеристик воздействия волн на частично погруженное тело даже в простейших постановках чрезвычайно мало. Авторы статьи [14] на основе лабораторных экспериментов и численных расчётов в рамках уравнений Навье–Стокса приводят формулы для вычисления максимального заплеска уединённой волны налицевую грань тела и горизонтальной составляющей суммарной волновой силы, но только для одной, очень малой, длины тела. В работе [15] аналитическими методами получена формула для оценки горизонтальной составляющей силы воздействия вертикального бора на частично погруженное тело.

На 17-й Всероссийской конференции «Прикладные технологии гидроакустики и гидрофизики» был сделан доклад [16], в котором представлены результаты численного моделирования взаимодействия длинных поверхностных волн с большими неподвижными полупогруженными в воду прибрежными сооружениями. В настоящей работе более подробно обсуждается вопрос о построении аналитических соотношений для оценки характеристик воздействия вертикального бора и уединённой волны на полупогруженное фиксированное тело. Рассматривается самая упрощённая постановка задачи, когда процесс взаимодействия не зависит от одной из горизонтальных координат, дно акватории и днище тело считаются горизонтальными, а боковые грани — вертикальными.

Идея заключается в том, чтобы провести массовые расчёты взаимодействия бора и уединённой волны на тело, варьируя в некоторых пределах параметры задачи (начальную амплитуду волны a_0 , заглубление d и длину L тела), после чего аппроксимировать полученные результаты заплесков налицевую и тыльную грани тела, а также горизонтальной и вертикальной составляющей силового воздействия волны на тело формулами, которые можно было бы легко использовать для инженерных и других работ. При этом воздействие бора моделируется в рамках классической модели мелкой воды (SV-модель) [17], потому что именно эта модель допускает распространение бора без изменения формы (ступеньки), а воздействие уединённой волны — в рамках нелинейно-дисперсионной (SGN-) модели по той же причине: уединённая волна распространяется без изменения формы. Более того, расчётов будет несколько тысяч, поэтому экономия ресурсов моделями мелкой воды становится как никогда актуальной.

Для построения формул, аппроксимирующих результаты расчётов, предлагается следующий алгоритм:

- 1) определить диапазоны параметров задачи, в которых используемые модели работают адекватно, создать соответствующие дискретные наборы, представляющие эти диапазоны;
- 2) выполнить массовые расчёты, собрать необходимые характеристики в соответствующие файлы;
- 3) исследовать зависимости нужной характеристики от каждого параметра задачи в отдельности (например, зависимость заплеска налицевую грань от амплитуды при фиксированных остальных параметрах), и подобрать функции, которые хорошо описывают такие зависимости;
- 4) используя зависимости от каждого параметра и априорную информацию о характеристике, построить общую формулу, возможно, с большим количеством коэффициентов;
- 5) определить «оптимальный» набор коэффициентов, минимизируя в некотором смысле погрешность формулы относительно данных расчётов;

б) по возможности сократить формулу, избавляясь от наименее значащих слагаемых, каждый раз заново проводя оптимизацию из предыдущего пункта.

Настоящая статья устроена следующим образом. В разделе 2 кратко представлены модели мелкой воды второго (SGN) и первого (SV) длинноволнового приближения [18], используемые при расчётах воздействия бора и уединённой волны на полупогруженное тело, а также метод для аппроксимации данных расчётов формулой. Раздел 3 посвящён выводу аналитических соотношений (формул) для оценки характеристик воздействия бора на полупогруженное тело, а раздел 4 — воздействия уединённой волны, при этом рассматриваются максимальные за всё время расчёта заплески на лицевую и тыльную грани тела, горизонтальная и вертикальная составляющие суммарной волновой силы. В заключительном пункте 4.5 приводится пример использования полученных формул для сравнения с результатами расчётов [10].

2. Модели и методы

2.1. Постановка задачи для моделей мелкой воды

Рассматривается течение жидкости со свободной поверхностью в бассейне с непроницаемыми плоскими вертикальными стенками и расположенным в нем полупогруженным неподвижным телом прямоугольной формы с горизонтальным днищем. Предполагается, что поверхностные волны распространяются по нормали к боковым граням тела, а параметры течения не зависят от одной из горизонтальных координат. Декартова система координат Oxy с вертикальной осью Oy выбирается так, чтобы уравнение свободной поверхности покоящейся жидкости имело вид $y = 0$, а горизонтальное дно бассейна определялось уравнением $y = -h_0$ (рис. 1). При этом левая и правая границы бассейна будут иметь координаты $x = 0$ и $x = l$, соответственно, лицевая и тыльная грани тела $x = x_l$ и $x = x_r$ ($0 < x_l < x_r < l$), днище тела — $y = -d$ ($0 < d < h_0$).

Исследование взаимодействия поверхностных волн с полупогруженными телами выполнялось в рамках моделей мелкой воды первого (SV) и второго (SGN) длинноволнового приближения для течений несжимаемой невязкой жидкости с плотностью ρ (далее $\rho = 1$). При использовании этих моделей область течения $D = (0, l)$ разбивается на внешнюю подобласть $D^e = (0, x_l) \cup (x_r, l)$, в которой имеет место течение жидкости со свободной границей, и внутреннюю — $D^i = (x_l, x_r)$ с течением несжимаемой жидкости в пространстве между днищем полупогруженного тела и дном акватории. Для склеивания решений в этих подобластях использовались условия сопряжения на их общих границах.

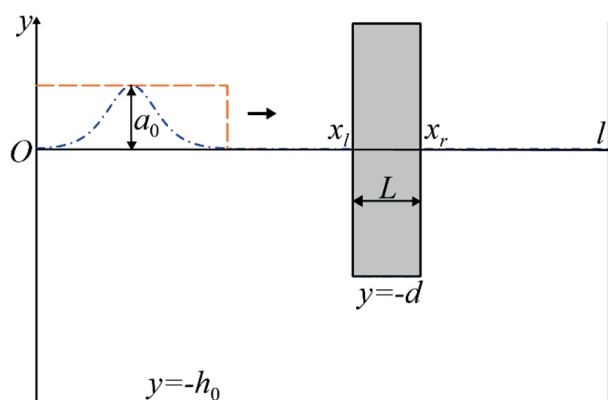


Рис. 1. Схема области течения и обозначения в задаче о взаимодействии бора (штриховая линия) и уединенной волны (штрихпунктирная линия) с полупогруженным неподвижным сооружением прямоугольной формы

Fig. 1. Schematic diagram of the computational domain in the problem of interaction of the bore (dashed line) and the solitary wave (dash-dotted line) with a partially immersed and fixed structure of rectangular shape

2.2. Уравнения во внешней области D^e

Уравнения нелинейно-дисперсионной SGN-модели в области D^e для случая горизонтального дна бассейна записываются в следующем виде [18]:

$$H_t + (Hu)_x = 0, (Hu)_t + (Hu^2 + p)_x = 0, x \in D^e, \quad (1)$$

где t — время, $u(x, t)$ — осредненная по глубине горизонтальная скорость потока, $H(x, t) = \eta(x, t) + h_0$ — полная глубина, $\eta(x, t)$ — отклонение свободной поверхности от невозмущенного уровня, $p = g \frac{H^2}{2} - \phi$ — проинтегрированная по толщине слоя жидкости главная часть давления, удерживаемая в длинноволновом приближении, g — ускорение свободного падения, ϕ — дисперсионная составляющая величины p ,

$$\phi = \frac{H^3}{3} (u_{xt} + uu_{xx} - u_x^2).$$

Искомые величинами в уравнениях (1) являются полная глубина H , скорость u и дисперсионная составляющая давления φ . Последняя находится на каждом шаге по времени как решение линейного относительно φ обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка

$$(k\varphi_x)_x - k_0\varphi = F, \quad (2)$$

где $k = 1/H$, $k_0 = 3/H^3$, $F = g\eta_{xx} + 2u_x^2$.

Для системы уравнений (1), (2) задаются краевые условия на границе бассейна $\Gamma_0 = \{0; l\}$ [18] и на общей границе $\Gamma = \{x_l; x_r\}$ подобластей D^e и $D^i : \eta_x|_{x \in \Gamma} = 0$, а также условия сопряжения в точках $x \in \Gamma$ (см. пункт 2.4) и начальные условия в D . Уравнения SV-модели в области D^e выводятся из (1) исключением слагаемых, содержащих дисперсионную добавку φ . Отметим, что правая граница области $x = l$ располагалась на достаточном расстоянии от тела так, чтобы отражённые от неё волны не успели повлиять на характеристики воздействия набегающей волны на тело.

2.3. Уравнения во внутренней области D^i

Во внутренней области решается система уравнений для нестационарных внутриканальных течений идеальной несжимаемой жидкости [19]. Для рассматриваемой здесь одномерной задачи с неподвижными дном и горизонтальными днищем тела и дном акватории эта система принимает вид

$$u_x^i = 0, \quad u_t^i + p_x^i/S_0 = 0, \quad x \in D^i, \quad (3)$$

где S_0 — постоянная толщина слоя жидкости под телом $S_0 = h_0 - d$, $u^i(x, t)$ — осредненная по S_0 горизонтальная компонента скорости течения, $p^i(x, t)$ — проинтегрированное по S_0 давление.

Первое уравнение в (3) выражает независимость скорости от координаты x , что естественно для течения несжимаемой жидкости в канале постоянного сечения. Таким образом, скорость под телом зависит только от времени t , и в этой области необходимо определять давление $p^i(x, t)$ и расход $u^i(t)$. Давление можно исключить из вычислений, если уравнение движения в (3) проинтегрировать по области D^i , что приводит к уравнению

$$\dot{u}^i(t) = -\frac{p|_{x_r-0} - p|_{x_l+0}}{S_0 L}. \quad (4)$$

В этом уравнении и ниже обозначения $\cdot|_{x_l-0}$, $\cdot|_{x_r+0}$ используются для предельных со стороны внешней области D^e значений зависимых переменных в точках x_l и x_r , соответственно, а $\cdot|_{x_l+0}$, $\cdot|_{x_r-0}$ — для предельных со стороны внутренней области D^i . Уравнение (4) указывает на то, что изменение скорости жидкости под телом связано с разностью значений давления на границе Γ внутренней области D^i . Эти граничные значения давления p_i определяются с помощью условий сопряжения, связывающих течения жидкости во внешней и внутренней подобластях.

2.4. Условия сопряжения

Условие на массовый расход [19] в рассматриваемой здесь одномерной задаче имеет вид

$$(Hu)|_{x_l-0} = S_0 u^i = (Hu)|_{x_r+0} \quad (5)$$

и выражает равенство расхода $S_0 u^i(t)$ потоку жидкости, втекающему под тело, и потоку, вытекающему из-под тела. В условиях сопряжения на Γ , кроме (5), задаются также связи давления [19] вне тела и под ним, что в одномерном случае с горизонтальными дном бассейна и днищем тела для SGN-модели можно записать как

$$\frac{p^i|_{x_l+0}}{S_0} = \left[g \left(H - \frac{S_0}{2} \right) - \frac{\Phi}{2H^3} (3H^2 - S_0^2) \right]_{x_l-0} \quad (6)$$

и аналогично для x_r . При использовании SV-модели будут справедливы соотношения (6) после исключения слагаемых, содержащих дисперсионную добавку φ .

Отметим, что в используемом подходе учитываются и волны, отражённые от лицевой грани тела, и волны, прошедшие под телом и воздействующие на его тыльную грань.

2.5. Вычисление компонент суммарной волновой силы

Значения горизонтальной составляющей $F_h(t)$ гидродинамической силы воздействия волн на тело прямоугольной формы в бассейне с ровным дном определяются в SGN-модели по формуле [20]

$$\frac{F_h(t)}{\rho g h_0^2} = \left[\frac{(\bar{H} - \bar{S}_0)^2}{2} \left(1 - \frac{2\bar{H} + \bar{S}_0}{\bar{H}^3} \bar{\varphi} \right) \right] \Big|_{x_r+0}^{x_l-0}, \quad (7)$$

а для SV-модели она упрощается:

$$\frac{F_h(t)}{\rho g h_0^2} = (\bar{\eta}(x_l, t) - \bar{\eta}(x_r, t)) \left(\frac{\bar{\eta}(x_l, t) + \bar{\eta}(x_r, t)}{2} + \bar{d} \right). \quad (8)$$

Здесь и далее используются безразмерные величины $\bar{H} = H/h_0$, $\bar{\eta} = \eta/h_0$, $\bar{S}_0 = S_0/h_0$, $\bar{d} = d/h_0$, $\bar{L} = L/h_0$, $\bar{\varphi} = \varphi/(gh_0^2)$, $\bar{a} = a_0/h_0$. Вертикальная составляющая силы для SGN-модели в рассматриваемом случае вычисляется по формуле [20]

$$\frac{F_v(t)}{\rho g h_0^2} = \frac{\bar{L}}{2} \left(\left(\bar{\eta} - \bar{\varphi} \frac{3\bar{H}^2 - \bar{S}_0}{2\bar{H}^3} \right) \Big|_{x_l-0} + \left(\bar{\eta} - \bar{\varphi} \frac{3\bar{H}^2 - \bar{S}_0}{2\bar{H}^3} \right) \Big|_{x_r+0} \right), \quad (9)$$

а для SV-модели по формуле:

$$\frac{F_v(t)}{\rho g h_0^2} = \frac{\bar{L}}{2} (\bar{\eta}(x_l, t) + \bar{\eta}(x_r, t)). \quad (10)$$

2.6. Численный метод

Для численного решения задачи в рамках моделей мелкой воды используется схема предиктор-корректор, представленная ранее в монографии [21] и модифицированная [17, 20, 22] с учетом необходимости численной реализации условий сопряжения на общей границе внешней и внутренней подобластей. Валидация этих моделей выполнена с использованием «эталонной» Pot-модели потенциальных течений идеальной жидкости со свободной границей [13], а также данных мелкомасштабных лабораторных экспериментов [4].

2.7. Аппроксимация данных

В настоящем пункте комментируются методы и процедуры, используемые для аппроксимации расчетных данных формулой с заданной структурой, так что задача сводится к определению ее коэффициентов, минимизирующих погрешность аппроксимации.

Нужно заметить, что минимизация суммы квадратов абсолютных значений погрешностей может привести к неудаче в случаях, когда минимизируется погрешность характеристики взаимодействия, которая в зависимости от параметров задачи может различаться на несколько порядков. Поэтому далее будет минимизироваться сумма квадратов относительных погрешностей.

Для поиска оптимальных наборов коэффициентов, минимизирующих максимальную относительную погрешность, авторы используют сторонние процедуры `least_squares` и `basinhopping` из библиотеки `SciPy Optimize`, написанные на языке Python [23].

Процедура `least_squares` предназначена для решения нелинейных (здесь относительно коэффициентов формулы) задач. Она ищет локальный минимум суммы квадратов относительной ошибки. Эта процедура считает довольно быстро, и несмотря на то, что не гарантирует глобальность максимума и не позволяет минимизировать максимальную относительную ошибку, во многих случаях она позволяет получить удовлетворительный результат. Процедура `basinhopping` работает несколько медленнее, но позволяет найти глобальный минимум для заданной функции, в качестве которой в настоящей работе использовалось произведение суммы квадратов относительной ошибки на максимальную относительную ошибку.

3. Воздействие бора на полупогруженное тело

В работе [24] было замечено, что характеристики воздействия бора не зависят от длины тела L кроме вертикальной силы, которая зависит от L прямо пропорционально. Аналогичные выводы сделали авторы

работы [15]. В той же работе [24] на решении задачи о воздействии бора на вертикальную стенку сравнением с аналитическим решением был проверен численный алгоритм, используемый и в настоящем исследовании, а также приведены графики зависимостей горизонтальной и вертикальной составляющих волновой силы от заглубления при начальной амплитуде бора $\bar{a} = 0,2$. Здесь эти результаты будут обобщены, и предложены формулы, аппроксимирующие расчетные данные.

Серийные вычислительные эксперименты проводились для следующих наборов параметров (значение $\bar{L} = 5$ использовалось во всех расчётах):

$$\bar{a} = [0,01; 0,02; \dots; 0,1; 0,15; \dots; 0,5], \quad \bar{d} = [0,05; 0,1; \dots; 1]. \quad (11)$$

Отметим, что для достаточно точного воспроизведения разрывных решений расчёты воздействия бора проводились с очень маленьким шагом $\Delta x/h_0 = 0,005$.

3.1. Формулы для оценки максимального заплеска бора

Здесь рассматривается максимальный заплеск только на лицевую грань, поскольку на тыльной грани уровень свободной поверхности при воздействии бора монотонно поднимается до начальной амплитуды бора. Было замечено, что для такого типа волны максимальный заплеск не зависит ни от заглубления тела d , ни от его длины L а зависимость от a_0 хорошо описывается квадратичной функцией

$$R_l/h_0 = 0,423\bar{a}^2 + 2\bar{a}. \quad (12)$$

Максимальная относительная погрешность формулы (12) составляет 0,7 %, средняя — 0,4 %.

Поскольку эта формула не зависит от значения d , её можно применять и для оценки максимального заплеска бора на вертикальную стенку (случай $\bar{d} = 1$), когда известно аналитическое решение [25], которое вычисляется для заданной начальной амплитуды бора $\bar{a}$ решением нелинейного уравнения

$$f(z) = z^3 + 2(1 + \bar{a})z^2 - \bar{a}^2(2 + \bar{a}_0)z - \bar{a}^2(2 + \bar{a})(1 + \bar{a}) = 0. \quad (13)$$

Это уравнение при каждом $\bar{a} > 0$ имеет единственный положительный корень z , и максимальный заплеск вычисляется как $R_l/h_0 = z + \bar{a}$. Полученные таким образом решения практически неотличимы от результатов, определенных по формуле (12), во всем рассмотренном диапазоне начальных амплитуд бора, что подтверждает возможность использования формулы (12).

3.2. Формулы для оценки горизонтальной составляющей силы воздействия бора

При построении формулы для горизонтальной составляющей силы воздействия бора учитывалось, что: сила не зависит от L ; зависимость от d хорошо описывается линейной функцией; зависимость от a_0 хорошо описывается кубической функцией; при $a_0 = 0$ сила равна нулю.

Итоговая формула

$$\frac{F_h}{\rho g h_0^2} = 1,987(\bar{a}^2 + \bar{a}\bar{d}) + 0,503\bar{a}^2\bar{d} + 0,859\bar{a}^3, \quad (14)$$

полученная в результате вычисления оптимальных коэффициентов, хорошо приближает результаты проведенных авторами расчётов, так что максимальная относительная погрешность составляет менее 0,7 %, средняя — 0,2 %.

Авторами было выполнено сопоставление приведенной выше формулы (14) с инженерной формулой для вычисления горизонтальной составляющей волновой силы, оказываемой бором на полупогруженное тело, предложенной ранее в работе [15]:

$$\frac{F_h}{\rho g h_0^2} = \frac{1}{2} \left(\left(\frac{H_3}{h_0} \right)^2 - 1 \right) \cdot \left(1 - \frac{(1 - \bar{d})}{H_3/h_0} \right), \quad (15)$$

где H_3 — максимальная полная глубина у сплошной вертикальной стенки, то есть в обозначениях настоящей статьи $H_3/h_0 = 1 + R_l/h_0$. При использовании формулы (15) вначале вычисляется сила воздействия на стенку, а затем определяется сила воздействия на тело в виде линейной зависимости от заглубления, выражающей долю от силы воздействия на стенку. Величина H_3 определяется аналитически, например, из уравнения (13): при $\bar{a} = 0,01$ имеем $H_3/h_0 = 1,02$; при $\bar{a} = 0,05$ — $H_3/h_0 = 1,10122$; при $\bar{a} = 0,2$ — $H_3/h_0 = 1,41833$; при $\bar{a} = 0,5$ — $H_3/h_0 = 2,10405$.

На рис. 2 приведены графики горизонтальной составляющей силы, построенные по формулам (14) и (15) для начальной амплитуды бора $\bar{a} = 0,01; 0,05; 0,2$ и $0,5$. Графики показывают, что при $\bar{d} = 1$, то есть для случая воздействия на вертикальную стенку, кривые довольно близки, но при больших амплитудах с уменьшением величины $\bar{d}$ различия между ними растут и достигают 73 %, при этом как правило формула (15) завышает значения силы.

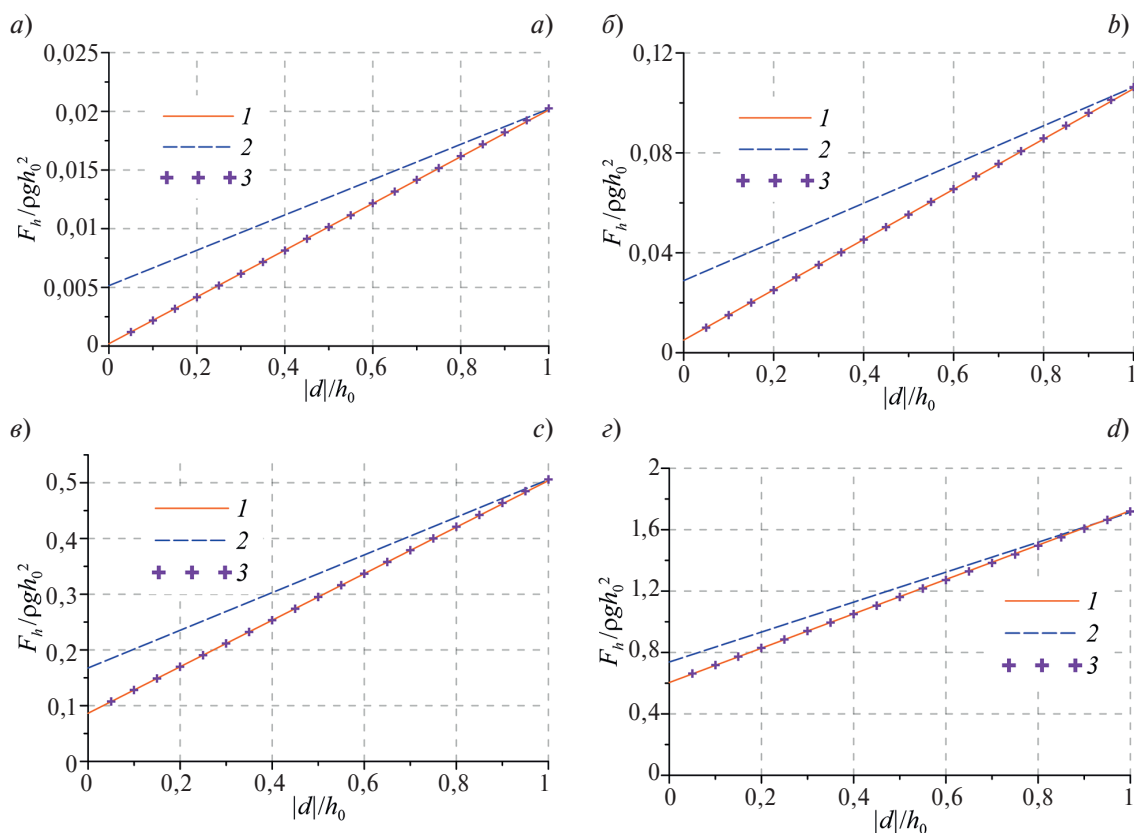


Рис. 2. Построенные по формулам (14) (линия 1) и (15) (линия 2) зависимости от заглубления d максимальной горизонтальной составляющей суммарной волновой силы, оказываемой на полупогруженное тело бором с начальной амплитудой $\bar{a} = 0,01$ (а), $\bar{a} = 0,05$ (б), $\bar{a} = 0,2$ (в) и $\bar{a} = 0,5$ (г). Маркеры (3) соответствуют результатам расчетов настоящей работы

Fig. 2. Dependences on the submergence d of the maximum horizontal component of the total wave force exerted on the partially immersed body by the bore with initial amplitude $\bar{a} = 0,01$ (a), $\bar{a} = 0,05$ (b), $\bar{a} = 0,2$ (c) and $\bar{a} = 0,5$ (d). The graphs (1) and (2) are plotted using formulas (14) and (15) respectively, and the markers (3) correspond to the results of the numerical simulations

3.3. Формулы для оценки вертикальной составляющей силы воздействия бора

Вертикальная составляющая силы воздействия бора прямо пропорциональна длине тела L , но не зависит от d , и формула для её вычисления получается весьма лаконичной:

$$\frac{F_v}{\rho gh_0^2} = \bar{L}(0,286\bar{a}^2 + \bar{a}). \quad (16)$$

Максимальная относительная ошибка формулы составляет менее 0,6 %, средняя — 0,2 %.

4. Воздействие уединённой волны на полупогруженное тело

Расчёты взаимодействия уединённой волны с полупогруженным телом проводились с использованием SGN-модели, валидация которой выполнена сравнением полученных численных решений с результатами, рассчитанными в рамках модели потенциальных течений (Pot-модели) [13], и с данными мелкомасштабных лабораторных экспериментов. Так, например, в [22] показано, что максимальный заплеск на лицевую и тыльную грани тела, а также амплитуды отражённой и прошедшей под телом волны хорошо согласуются

в расчётах по SGN и Pot-моделям в широком диапазоне параметров задачи, за исключением задач с телами малой длины ($\bar{L} < 3$), где отличия могут достигать более 15 %. Аналогичные выводы сделаны по результатам расчётов горизонтальной составляющей волновой силы (рис. 3). Графики, представленные на этом рисунке, позволяют сопоставить результаты, полученные с использованием Pot-модели [13] с результатами настоящего исследования по SGN-модели. Они показали, что при варьировании заглубления тела d согласие между моделями остаётся очень хорошим во всём диапазоне; при увеличении амплитуды a_0 уединённой волны различия растут, но не превышают 10 %; при уменьшении длины тела L различия растут и при $\bar{L} < 3$ достигают более 15 %, причём SGN-модель занижает значения силы, поэтому авторы настоятельно рекомендуют использовать представляемые здесь результаты для уединённой волны только при решении задач с $\bar{L} \geq 3$.

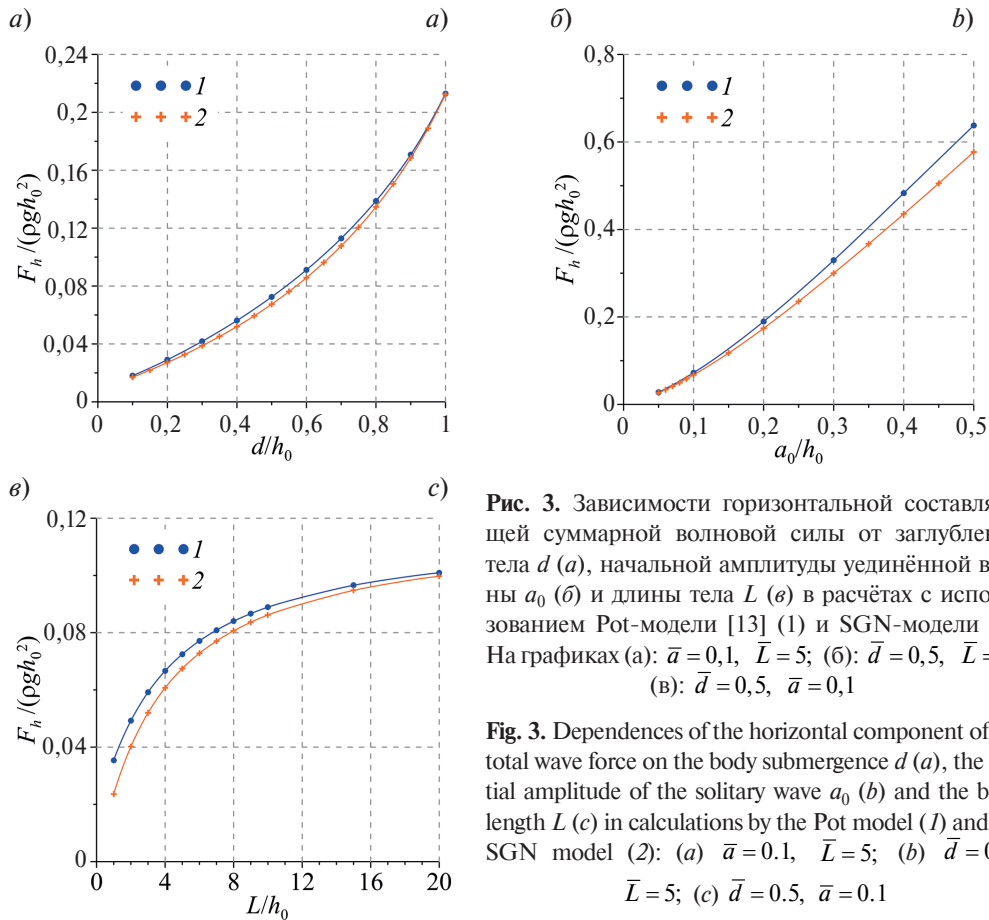


Рис. 3. Зависимости горизонтальной составляющей суммарной волновой силы от заглубления тела d (а), начальной амплитуды уединённой волны a_0 (б) и длины тела L (в) в расчётах с использованием Pot-модели [13] (1) и SGN-модели (2). На графиках (а): $\bar{a} = 0,1$, $\bar{L} = 5$; (б): $\bar{d} = 0,5$, $\bar{L} = 5$; (в): $\bar{d} = 0,5$, $\bar{a} = 0,1$

Fig. 3. Dependences of the horizontal component of the total wave force on the body submergence d (a), the initial amplitude of the solitary wave a_0 (b) and the body length L (c) in calculations by the Pot model (1) and the SGN model (2): (a) $\bar{a} = 0.1$, $\bar{L} = 5$; (b) $\bar{d} = 0.5$, $\bar{L} = 5$; (c) $\bar{d} = 0.5$, $\bar{a} = 0.1$

Для обсуждаемой задачи было проведено 3240 расчётов силового воздействия с использованием SGN-модели и параметров, изменяющихся в следующих диапазонах:

$$\bar{a} = [0,01; 0,02; \dots; 0,1; 0,15; \dots; 0,5], \quad \bar{d} = [0,05; 0,1; \dots; 1], \quad \bar{L} = [3; 4; \dots; 10; 25]. \quad (17)$$

При формировании конечного набора расчётных данных часть вариантов с большой начальной амплитудой уединённой волны и малым заглублением тела, в которых происходило осушение дна, были исключены, так что оставшихся «приемлемых» результатов оказалось 3055.

4.1. Формулы для оценки заплеска уединенной волны на лицевую грань тела

Для построения формулы, аппроксимирующей величину максимального заплеска на лицевую грань полупогруженного закрепленного тела, использовались следующие предположения: каждая из зависимостей от заглубления d и длины L хорошо аппроксимируются дробно-линейными функциями, а от начальной амплитуды падающей волны a_0 — дробно-рациональной, в которой степень числителя была равна 3, а знаменателя — 1; при $a_0 = 0$ заплеск равен нулю; при $\bar{d} = 1$ заплеск не зависит от L .

Тогда структура «полной» формулы может быть представлена в виде

$$\frac{R_l}{h_0} = \bar{a} \frac{\bar{L} \left(k_1 \bar{a}^2 \bar{d} + k_2 \bar{a}^2 + k_3 \bar{a} \bar{d} + k_4 \bar{a} + k_5 \bar{d} + k_6 \right) + (1 - \bar{d}) (\bar{a}^2 + k_7 \bar{a} + k_8)}{\bar{L} (k_9 \bar{a} \bar{d} + k_{10} \bar{a} + k_{11} \bar{d} + k_{12}) + (1 - \bar{d}) (k_{13} \bar{a} + k_{14})}. \quad (18)$$

Процедура поиска «оптимальных» значений коэффициентов k_i приводит к набору, представленному в табл. 1.

Таблица 1

Table 1

Значения «оптимальных» коэффициентов формулы (18)

The «optimal» values of the coefficients for formula (18)

k_1	k_2	k_3	k_4	k_5	k_6	k_7	k_8	k_9	k_{10}	k_{11}	k_{12}	k_{13}	k_{14}
−0,078	0,26	−0,037	0,75	0,0031	0,0044	0,048	0,16	−0,032	0,39	0,0022	0,0016	0,42	0,17

Формула (18) с коэффициентами из табл. 1 хорошо приближает результаты массовых расчётов так, что максимальная относительная погрешность составляет 2,5 %, средняя — 0,3 % (см. линии 2 на рис. 4). Различие в коэффициентах этой формулы на несколько порядков привело к попытке её упрощения занулением относительно малых значений, после чего процедура оптимизации была повторена. Таким образом была получена следующая формула:

$$\frac{R_l}{h_0} = \bar{a} \frac{\bar{L} \bar{a} (0,211 \bar{a} + 0,629) + (1 - \bar{d}) \cdot (\bar{a}^2 - 0,19 \bar{a} + 0,0822)}{0,32 \bar{L} \bar{a} + (1 - \bar{d}) \cdot (0,389 \bar{a} + 0,0822)}. \quad (19)$$

Максимальная относительная погрешность формулы (19) — 3,7 %, средняя — 0,9 % (см. линии 3 на рис. 4).

В случае вертикальной стенки ($\bar{d} = 1$) из формулы (19) следует:

$$\frac{R_l}{h_0} = 0,66 \bar{a}^2 + 1,966 \bar{a}. \quad (20)$$

Задача о воздействии уединённой волны на вертикальную стенку хорошо изучена аналитически, экспериментально и численно. Так, авторы статьи [26] аналитическими методами вывели формулу

$$\frac{R_l}{h_0} = 0,5 \bar{a}^2 + 2 \bar{a}, \quad (21)$$

которая позже была уточнена в статье [27]:

$$\frac{R_l}{h_0} = 2 \bar{a} + 0,5 \bar{a}^2 + 0,75 \bar{a}^3. \quad (22)$$

В работе [14] на основе лабораторных экспериментов и численных расчётов предложена формула для оценки заплеска уединённой волны на полупогруженное тело очень малой длины, $\bar{L} \approx 0,16$, которая в случае $\bar{d} = 1$ принимает вид:

$$\frac{R_l}{h_0} = 2,55 \bar{a}^{1,17}. \quad (23)$$

Графики зависимостей максимального заплеска на вертикальную стенку, построенные по формулам (20)–(23), а также экспериментальным данным [28–31] и расчётам в рамках модели Эйлера [32, 33] и модели потенциальных течений [13], представлены на рис. 5. Анализ этих графиков приводит к выводу о том, что представленные на них результаты неплохо согласуются вплоть до амплитуды $\bar{a} = 0,5$, что подтверждает пригодность формулы (20) в этом диапазоне, и косвенно формулы (19) для оценки заплеска уединённой волны на лицевую грань полупогруженного закрепленного тела.

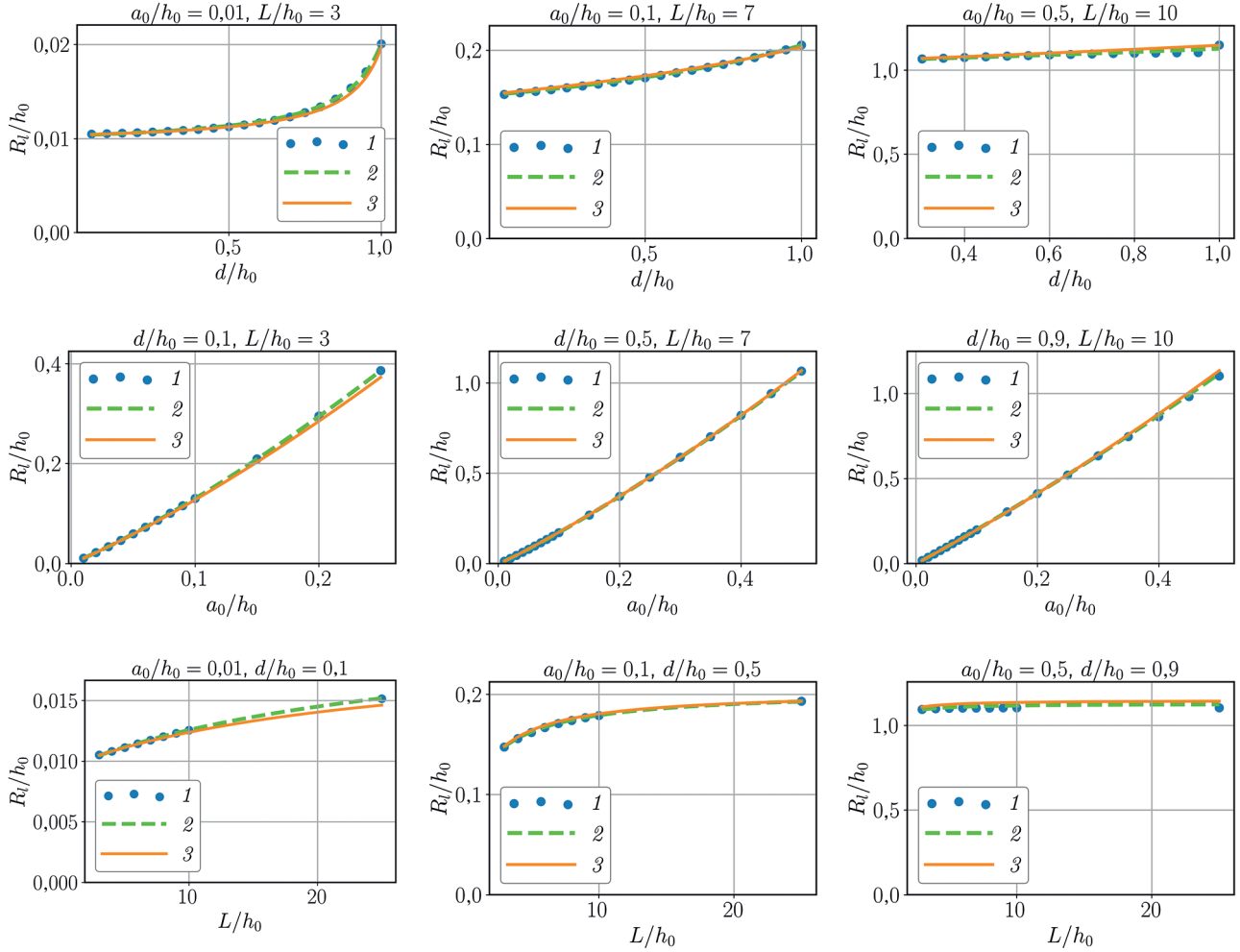


Рис. 4. Зависимости максимального заплеска на лицевую грань тела от заглубления тела d , начальной амплитуды уединённой волны a_0 и длины тела L : 1 — результаты расчётов, 2 — формула (18), 3 — (19)

Fig. 4. Dependences of the maximum runup on the front side of the body on the body submergence d , the initial amplitude of the solitary wave a_0 and the body length L : 1 — the numerical solutions; 2 — formula (18); 3 — (19)

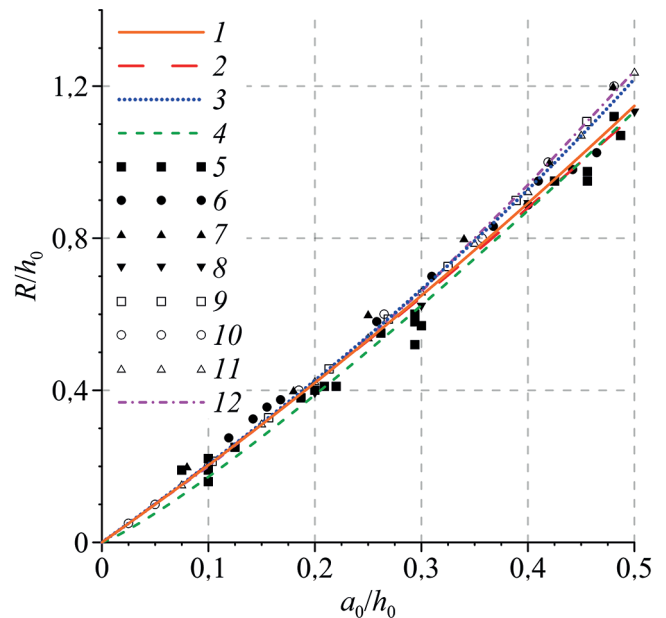


Рис. 5. Зависимость максимального заплеска R на вертикальную стенку от амплитуды уединённой волны a_0 : 1 — по формуле (20), 2 — (21), 3 — (22), 4 — (23); по данным лабораторных экспериментов: 5 — [29], 6 — [28], 7 — [31], 8 — [30]; результаты расчетов: 9 — [34], 10 — [32], 11 — [33], 12 — [13]

Fig. 5. Dependences of the maximum runup R on the vertical wall on the amplitude of the solitary wave a_0 obtained by formulas (20) — 1, (21) — 2, (22) — 3 and (23) — 4; according to laboratory experiments by 5 — [29], 6 — [28], 7 — [31], 8 — [30]; calculation results by 9 — [34], 10 — [32], 11 — [33], 12 — [13]

4.2. Формулы для оценки заплеска уединенной волны на тыльную грань тела

При построении формулы для оценки заплеска уединенной волны на тыльную грань полупогруженного закрепленного тела учитывалось, что: зависимость от длины тела L хорошо аппроксимируется дробно-линейной функцией; зависимость от заглубления d хорошо аппроксимируется дробно-рациональной функцией со степенью 2 в числителе и 1 в знаменателе; зависимость от начальной амплитуды набегающей на тело уединенной волны a_0 хорошо аппроксимируется дробно-рациональной функцией со степенью 3 в числителе и 1 в знаменателе; при $a_0 = 0$ заплеск на тыльную грань тела равен нулю; в случае вертикальной стенки (при $\bar{d} = 1$) заплеск на тыльную грань тела равен нулю. Тогда «полная» формула принимает вид:

$$\frac{R_r}{h_0} = \bar{a}(1 - \bar{d}) \left(\frac{N_1 + N_2}{D_1} \right), \quad (24)$$

где

$$\begin{cases} N_1 = k_1 \bar{a}^2 \bar{d} \bar{L} + k_2 \bar{a}^2 \bar{d} + k_3 \bar{a}^2 \bar{L} + k_4 \bar{a}^2 + k_5 \bar{a} \bar{d} \bar{L} + k_6 \bar{a} \bar{d}, \\ N_2 = k_7 \bar{a} \bar{L} + k_8 \bar{d} \bar{L} + k_9 \bar{a} + k_{10} \bar{d} + k_{11} \bar{L} + k_{12}, \\ D_1 = k_{13} \bar{a} \bar{d} \bar{L} + k_{14} \bar{a} \bar{d} + k_{15} \bar{a} \bar{L} + k_{16} \bar{d} \bar{L} + k_{17} \bar{a} + k_{18} \bar{d} + k_{19} \bar{L} + 1. \end{cases} \quad (25)$$

Процедура поиска «оптимальных» коэффициентов приводит к набору значений, представленному в табл. 2. Максимальная относительная погрешность формулы (24) с коэффициентами из табл. 2 составляет 4,2 %, средняя — 1,1 %.

Таблица 2

Table 2

Значения «оптимальных» коэффициентов формулы (24)

The «optimal» values of the coefficients for formula (24)

k_1	k_2	k_3	k_4	k_5	k_6	k_7	k_8	k_9	k_{10}	k_{11}	k_{12}	k_{13}	k_{14}	k_{15}	k_{16}	k_{17}	k_{18}	k_{19}
-0,084	6,21	0,24	-12,95	$-2 \cdot 10^{-3}$	-2,06	-0,07	-0,01	15,56	0,15	0,013	1,1	-0,18	-12,31	1,75	-0,013	12,52	-0,99	0,027

«Упрощенная» формула имеет следующий вид:

$$\frac{R_r}{h_0} = \bar{a}(1 - \bar{d}) \frac{0,233 \bar{a}^2 \bar{d} - 0,68 \bar{a}^2 + 1,066 \bar{a} + 0,105}{(1 - \bar{d}) \cdot (\bar{a} + 0,094) + \bar{L}(0,133 \bar{a} + 0,00115)}. \quad (26)$$

Максимальная относительная погрешность этой формулы составляет 5,1 %, средняя — 1,3 %.

4.3. Формулы для горизонтальной составляющей силы воздействия уединённой волны

При построении «полной» формулы для горизонтальной составляющей силы воздействия уединённой волны на полупогруженное закрепленное тело учитывалось, что: зависимости от заглубления тела d и его длины L хорошо аппроксимировались дробно-линейными функциями, а от начальной амплитуды падающей на тело волны a_0 — дробно рациональной, в которой степень числителя была равна 3, а знаменателя — 1; при $a_0 = 0$ искомая силовая компонента должна быть равна нулю; при $\bar{d} = 1$ эта компонента не должна зависеть от L .

Тогда «полную» формулу можно представить в таком виде:

$$\frac{F_h}{\rho g h_0^2} = \bar{a} \frac{\bar{L}(k_1 \bar{a}^2 \bar{d} + k_2 \bar{a}^2 + \bar{a} \bar{d} + k_3 \bar{a} + k_4 \bar{d} + k_5) + (1 - \bar{d}) \cdot (k_6 \bar{a}^2 + k_7 \bar{a} + k_8)}{\bar{L}(k_9 \bar{a} \bar{d} + k_{10} \bar{a} + k_{11} \bar{d} + k_{12}) + (1 - \bar{d}) \cdot (k_{13} \bar{a} + k_{14})}. \quad (27)$$

Полученные «оптимальные» значения коэффициентов приведены в табл. .

Таблица 3

Table 3

Значения «оптимальных» коэффициентов формулы (27)

The «optimal» values of the coefficients for formula (27)

k_1	k_2	k_3	k_4	k_5	k_6	k_7	k_8	k_9	k_{10}	k_{11}	k_{12}	k_{13}	k_{14}
-0,8	0,77	0,039	0,016	$-2,9 \cdot 10^{-4}$	0,41	-0,075	$2,2 \cdot 10^{-4}$	$-3,7 \cdot 10^{-3}$	0,48	$1,7 \cdot 10^{-3}$	$6,7 \cdot 10^{-3}$	0,847	0,32

Формула (27) при параметрах из табл. показывает неплохое соответствие расчётным данным, так что максимальная относительная погрешность составляет 6,2 %, средняя — 1,2 %. Применяя изложенную выше процедуру упрощения к формуле (27), авторы пришли к соотношению

$$\frac{F_h}{\rho g h_0^2} = \bar{a} \frac{\bar{L}(0,785(1-\bar{d})\bar{a}^2 + \bar{a}\bar{d} + 0,0329\bar{a} + 0,0132\bar{d}) + (1-\bar{d}) \cdot (0,741\bar{a}^2 - 0,109\bar{a})}{\bar{L}(0,477\bar{a} + 0,00694) + (1-\bar{d}) \cdot (0,986\bar{a} + 0,286)}. \quad (28)$$

Максимальная относительная погрешность формулы (28) 6,8 %, средняя — 1,3 %.

Для оценки максимальной силы, оказываемой уединённой волной на вертикальную стенку ($\bar{d} = 1$) из (28) следует:

$$\frac{F_h}{\rho g h_0^2} = \bar{a} \frac{1,0329\bar{a} + 0,0132}{0,477\bar{a} + 0,00694}. \quad (29)$$

В работе [14] для этого случая по результатам лабораторных экспериментов и расчётов в рамках модели Навье-Стокса построена формула:

$$\frac{F_h}{\rho g h_0^2} = 2,65(1 - \exp(-\bar{a}^{1,14})). \quad (30)$$

Авторы настоящей статьи аппроксимировали результаты расчётов, выполненных в рамках модели потенциальных течений, формулой [13]:

$$\frac{F_h}{\rho g h_0^2} = 0,11\bar{a}^2 + 2,19\bar{a}. \quad (31)$$

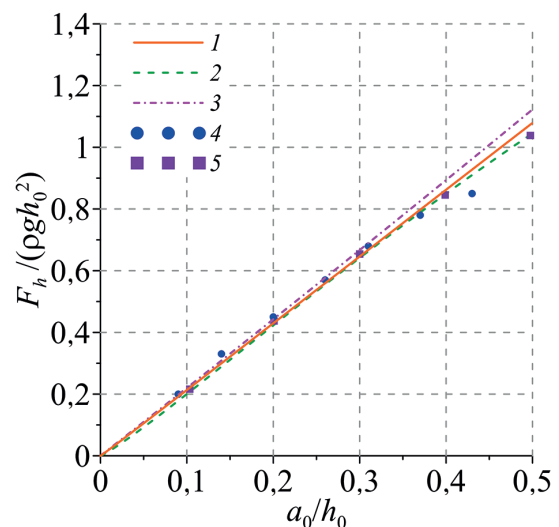
На рис. приведены графики, соответствующие формулам (29)–(31) [35] и расчётам из [33]. Как показывает этот рисунок, кривые, полученные по разным формулам и численным расчётам, хорошо согласуются в рассмотренном диапазоне.

4.4. Формулы для вертикальной составляющей силы воздействия уединённой волны

При построении «полной» формулы для вертикальной составляющей силы воздействия на полупогруженное закрепленное тело учитывалось, что: зависимость от d очень слабая и хорошо описывается линейной функцией; зависимость от L также хорошо описывается линейной функцией; зависимость от начальной амплитуды a_0 , воздействующей на тело волны, хорошо описывается кубической зависимостью; при $a_0 = 0$ или при $L = 0$ вертикальная составляющая силы

Рис. 6. Зависимости максимальной волновой силы, действующей на вертикальную стенку, от амплитуды уединённой волны a_0 , определенные по формулам (29) — кривая 1, (30) — кривая 2, (31) — кривая 3, результаты лабораторных экспериментов [35] — маркеры 4; результаты расчётов [33] — маркеры 5

Fig. 6. Dependences of the maximum wave impact on the vertical wall on the amplitude of the solitary wave a_0 , determined by formulas (29) — 1, (30) — 2, (31) — 3; results of the laboratory experiments by [35] — 4; results of the calculations by [33] — 5



равна нулю; при $\bar{d} = 1$ вертикальная составляющая силы также равна нулю, но результаты таких расчетов исключались при построении формулы, поскольку при $\bar{d} \rightarrow 1$ стремления определяемой вертикальной составляющей к нулю не наблюдается.

С учетом этих положений была предложена следующая структура формулы для оценки вертикальной составляющей силы воздействия уединенной волны:

$$\frac{F_v}{\rho g h_0^2} = \bar{L} \cdot (\bar{a}^3 (k_1 \bar{d} + k_2) + \bar{a}^2 (k_3 \bar{d} + k_4) + \bar{a} (k_5 \bar{d} + k_6)). \quad (32)$$

«Оптимальные» значения коэффициентов приведены в табл. 4.

Таблица 4

Table 4

Значения «оптимальных» коэффициентов формулы (32)

The «optimal» values of the coefficients for formula (32)

k_1	k_2	k_3	k_4	k_5	k_6
0,83	-0,06	-0,48	-0,5	0,013	1,01

Максимальная относительная погрешность формулы с коэффициентами из табл. 4 составляет 4,3 % средняя — 0,7 %. Последовательно повторяя процедуру обнуления наименее значимых коэффициентов и проводя всякий раз оптимизацию, оказалось возможным получить упрощенную формулу для оценки вертикальной составляющей силы:

$$\frac{F_v}{\rho g h_0^2} = \bar{L} (0,351 \bar{a}^3 \bar{d} - \bar{a}^2 (0,265 \bar{d} + 0,492) + \bar{a}). \quad (33)$$

Максимальная относительная погрешность формулы 4,1 %, средняя — 1 %.

Таким образом, предложенные авторами аналитические соотношения (19), (26), (28) и (33) для оценки максимальных заплесков на лицевую и тыльную грани тела, горизонтальной и вертикальной составляющих силового воздействия уединенной волны на полупогруженное закрепленное тело рекомендуется использовать с учётом максимальных относительных ошибок в 3,7 %, 5,1 %, 6,8 % и 4,1 %, соответственно.

4.5. Пример использования формул

Примером оценки качества предложенных в настоящей статье инженерных формул для определения характеристик силового воздействия уединенных волн на полупогруженное заякоренное тело является сопоставление полученных с их помощью результатов с результатами расчетов алгоритмами OpenFOAM и по негидростатической модели, основанными на уравнениях Эйлера, на задаче для уединенной волны с амплитудой $a_0 = 0,1$ м, набегающей в бассейне глубиной $h_0 = 1$ м на полупогруженное тело с заглублением $d = 0,4$ м и длиной $L = 5$ м [10].

Величина горизонтальной составляющей силы была определена алгоритмами OpenFOAM равной 554Н. Эта же величина, рассчитанная в рамках негидростатической модели оказалась равной 580Н, формула (28) привела к значению 514Н. Рассчитанные алгоритмами OpenFOAM и в рамках негидростатической модели величины вертикальной составляющей силы почти совпали по величине ($F_v = 4501$ Н), в то время как формула (33) приводит к значению $F_v = 4614$ Н. Таким образом, относительная ошибка горизонтальной составляющей составила 7 % в сравнении с расчётом по OpenFOAM и 11 % в сравнении с расчётом по негидростатической модели. Что касается относительной ошибки для вертикальной составляющей, то она оказалась менее 3 %.

Следует отметить, однако, что оценки относительных ошибок в значительной степени определяются отличием SGN модели, использованной авторами настоящей статьи, от моделей из статьи [10]. Так, расчёт по SGN-модели приводит к значениям $F_h = 510$ Н и $F_v = 4670$ Н.

5. Заключение

Настоящая работа посвящена построению аналитических соотношений для оценки характеристик воздействия вертикального бора и уединенной волны на полупогруженное фиксированное тело. Эти соотно-

шения построены при помощи аппроксимации результатов выполненных массовых расчётов с перебором таких параметров задачи, как заглубление и длина тела, амплитуда набегающей волны. Эти расчёты воздействия бора и уединённой волны выполнены с использованием одномерных моделей мелкой воды первого и второго длинноволнового приближения соответственно, при этом используются ранее разработанные авторами статьи численные алгоритмы.

Для получения оценок воздействия вертикального бора выполнено 360 расчётов с варьированием заглубления тела от $0,05h_0$ до h_0 и амплитуды бора от $0,01h_0$ до $0,5h_0$. Для оценок максимальных заплеска на лицевую грань тела, горизонтальной и вертикальной составляющих суммарной волновой силы построены формулы (12), (14) и (16), соответственно. Максимальная погрешность этих формул составляет всего 0,7 %.

Для получения оценок воздействия уединённой волны выполнено 3055 расчётов с варьированием заглубления тела от $0,05h_0$ до h_0 , длины тела от $3h_0$ до $25h_0$ и амплитуды волны от $0,01h_0$ до $0,5h_0$. Для оценок максимальных заплеска на лицевую и тыльную грани тела, горизонтальной и вертикальной составляющих суммарной волновой силы предложены формулы (19), (26), (28) и (33), соответственно. Максимальная погрешность этих формул составляет 6,8 %. Замечено, что используемая нелинейно-дисперсионная модель может занижать значения заплесков на лицевую грань и горизонтальной составляющей силы на 10 % в рассмотренном диапазоне параметров задачи, поэтому для оценок сверху рекомендуется использовать значения, получаемые по формулам (19) и (28), умноженные на 1,1.

Выполнены сопоставления результатов, получаемых с помощью построенных формул, с решениями из других исследований. Анализ этих сопоставлений позволяет сделать вывод о возможности применения построенных формул в рассматриваемом диапазоне параметров задачи.

Стоит отметить, что представленные формулы получены для самой упрощённой постановки задачи, в которой не учитывается неоднородность процесса взаимодействия по второму горизонтальному направлению, неровности дна акватории и днища тела, реальная форма сооружения, угол подхода и возможные формы волны. Поэтому обсуждаемые в статье формулы могут использоваться для первых, грубых оценок характеристик волнового воздействия. Учёт перечисленных факторов возможен при полноценном физическом или численном моделировании конкретной задачи. Тем не менее, выведенные даже для простейшего случая формулы могут быть использованы при модернизации действующих нормативных документов (например, [36]).

Дальнейшие перспективы развития исследования рассмотренного в статье круга задач авторы видят в расширении границ применимости формул за счёт проведения расчётов в рамках более точных моделей, в учёте воздействия волн, отражённых от берега, а также в рассмотрении других типов волн (например, одиночных), в которых можно варьировать их длину, или N -волн.

Финансирование

Работа выполнена в рамках государственного задания Минобрнауки России для Федерального исследовательского центра информационных и вычислительных технологий.

Funding

The research was carried out within the state assignment of Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation for Federal Research Center for Information and Computational Technologies.

Конфликт интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов

Conflict of interests

The authors declare no conflict of interests

Литература

1. Mei C.C., Black J.L. Scattering of surface waves by rectangular obstacles in waters of finite depth // Journal of Fluid Mechanics. 1969. Vol. 38. P. 499–511. <http://dx.doi.org/10.1017/S0022112069000309>
2. Fang Q., Guo A. Analytical and experimental study of focused wave action on a partially immersed box // Mathematical Problems in Engineering. 2019. Article 9850302. EDN VEXHTL. <http://dx.doi.org/10.1155/2019/9850302>

3. Камынин Е.Ю., Максимов В.В., Нуднер И.С., Семёнов К.К., Хакимзянов Г.С. Исследование взаимодействия уединенной волны с частично погруженным неподвижным сооружением // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2010. № 4(10). С. 39–54. EDN NCCVBZ. URL: <https://hydrophysics.spbrc.ru/jour/article/view/1005> (дата обращения: 01.08.2025)
4. Lu X., Wang K.H. Modeling a solitary wave interaction with a fixed floating body using an integrated analytical numerical approach // Ocean Engineering. 2015. Vol. 109. P. 691–704. <http://dx.doi.org/10.1016/j.oceaneng.2015.09.050>
5. Нуднер И.С., Семенов К.К., Хакимзянов Г.С., Шокина Н.Ю. Исследование взаимодействия длинных морских волн с сооружениями, защищенными вертикальными экранами // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2017. Т. 10, № 4. С. 31–43. EDN YKUZIZ. URL: <https://hydrophysics.spbrc.ru/jour/article/view/1118> (дата обращения: 11.07.2025)
6. Park J.C., Kim M.H., Miyata H. Three-dimensional numerical wave tank simulations on fully nonlinear wave current body interactions // Journal of Marine Science and Technology. 2001. Vol. 6, No. 2. P. 70–82. EDN ASTIBX. <http://dx.doi.org/10.1007/S773-001-8377-2>
7. Orzech M.D., Shi F., Veeramony J., et al. Incorporating floating surface objects into a fully dispersive surface wave model // Ocean Modelling. 2016. Vol. 102. P. 14–26. EDN WSLIPZ. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ocemod.2016.04.007>
8. Lin P. A multiple-layer σ -coordinate model for simulation of wave structure interaction // Computers & Fluids. 2006. Vol. 35, No. 2. P. 147–167. <http://dx.doi.org/10.1016/j.compfluid.2004.11.008>
9. Chang C.H. Study of a solitary wave interacting with a surface piercing square cylinder using a three-dimensional fully nonlinear model with grid-refinement technique on surface layers // Journal of Marine Engineering & Technology. 2017. Vol. 16, No. 1. P. 22–36. EDN YYABXR. <http://dx.doi.org/10.1080/20464177.2016.1277605>
10. Ma Y., Yuan C., Ai C., Dong G. Comparison between a non-hydrostatic model and OpenFOAM for 2d wave-structure interactions // Ocean Engineering. 2019. Vol. 183. P. 419–425. <http://dx.doi.org/10.1016/j.oceaneng.2019.05.002>
11. Sun J.L., Wang C.Z., Wu G.X., Khoo B.C. Fully nonlinear simulations of interactions between solitary waves and structures based on the finite element method // Ocean Engineering. 2015. Vol. 108. P. 202–215. <http://dx.doi.org/10.1016/j.oceaneng.2015.08.007>
12. Chang C.H., Wang K.H., Hsieh P.C. Fully nonlinear model for simulating solitary waves propagating through a partially immersed rectangular structure // Journal of Coastal Research. 2017. Vol. 33. P. 1487–1497. <https://doi.org/10.2112/JCOASTRES-D-16-00061.1>
13. Gusev O.I., Khakimzyanov G.S., Chubarov L.B. Numerical investigation of the wave force on a partially immersed rectangular structure: Long waves over a flat bottom // Ocean Engineering. 2021. Vol. 221. Article 108540. EDN RZCPVE. <http://dx.doi.org/10.1016/j.oceaneng.2020.108540>
14. Liu P.L.F., Al-Banaa K. Solitary wave runup and force on a vertical barrier // Journal of Fluid Mechanics. 2004. Vol. 505. P. 225–233. EDN ECNGQV. <http://dx.doi.org/10.1017/S0022112004008547>
15. Дорфман А.А., Печенин С.А., Семенов К.К., Нуднер И.С., Максимов В.В. Воздействие волны цунами на морские гидротехнические сооружения и береговые объекты // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2017. Т. 10, № 4. С. 16–30. EDN YKUZIQ. URL: <https://hydrophysics.spbrc.ru/jour/article/view/1116> (дата обращения: 11.07.2025)
16. Гусев О.И., Скиба В.С., Хакимзянов Г.С., Чубаров Л.Б. Численное исследование воздействия длинных поверхностных волн на неподвижное полупогруженное сооружение // Труды Всероссийской конференции «Прикладные технологии гидроакустики и гидрофизики». СПб.: ПОЛИТЕХ-ПРЕСС, 2024. С. 197–200. EDN AGQATU
17. Gusev O.I., Khakimzyanov G.S., Skiba V.S., Chubarov L.B. Shallow water modeling of wave structure interaction over irregular bottom // Ocean Engineering. 2023. Vol. 267. Article 113284. EDN ROLQPT. <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2022.113284>
18. Khakimzyanov G., Dutykh D., Cusev O., Shokina N.Y. Dispersive shallow water wave modelling. Part II: Numerical simulation on a globally flat space // Communications in Computational Physics. 2018. Vol. 23, No. 1. P. 30–92. EDN ZIKHRY. <https://doi.org/10.4208/cicp.OA-2016-0179b>
19. Khakimzyanov G., Dutykh D. Long wave interaction with a partially immersed body. Part I: Mathematical models // Communications in Computational Physics. 2020. Vol. 27, No. 2. P. 321–378. EDN EPPWDT. <https://doi.org/10.4208/cicp.OA-2018-0294>
20. Гусев О.И., Скиба В.С., Хакимзянов Г.С., Чубаров Л.Б. Влияние неровности дна на характеристики взаимодействия уединенной волны с полупогруженным телом прямоугольного сечения // Прикладная механика и техническая физика. 2023. Т. 64, № 1. С. 60–75. EDN IGFRMM. <http://dx.doi.org/10.15372/PMTF202215142>
21. Khakimzyanov G., Dutykh D., Fedotova Z., Cusev O. Dispersive Shallow Water Waves: Theory, Modeling, and Numerical Methods. Lecture Notes in Geosystems Mathematics and Computing. Birkhauser Cham, 2020. 284 p. EDN AQEOEF. <https://doi.org/10.1007/978-3-030-46267-3>
22. Khakimzyanov G., Dutykh D., Cusev O. Longwave interaction with a partially immersed body. Part II: Numerical results. 2022. arXiv: 2204.08210. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2204.08210>

23. Virtanen P., Gommers R., Oliphant T.E., et al. SciPy 1.0: Fundamental Algorithms for Scientific Computing in Python // *Nature Methods*. 2020. Vol. 17. P. 261–272. EDN OFXSGB. <http://dx.doi.org/10.1038/s41592-019-0686-2>
24. Гусев О.И., Скиба В.С., Хакимзянов Г.С., Чубаров Л.Б. Численное моделирование воздействия крутых волн на полупогруженные сооружения // *Вестник Башкирского университета*. 2022. Т. 27, № 3. С. 496–501. EDN PEAKIA
25. Stoker J.J. *Water Waves. The Mathematical Theory With Applications*. New York: Interscience Publishers, 1957. <http://dx.doi.org/10.1002/9781118033159>
26. Byatt-Smith J.G.B. An integral equation for unsteady surface waves and a comment on the Boussinesq equation // *Journal of Fluid Mechanics*. 1971. Vol. 49. P. 625–633. <http://dx.doi.org/10.1017/S0022112071002295>
27. Su C.H., Mirie R.M. On head-on collisions between two solitary waves // *Journal of Fluid Mechanics*. 1980. Vol. 98. P. 509–525. <http://dx.doi.org/10.1017/S0022112080000262>
28. Maxworthy T. Experiments on collisions between solitary waves // *Journal of Fluid Mechanics*. 1976. Vol. 76. P. 177–186. <http://dx.doi.org/10.1017/S0022112076003194>
29. Загрядская Н.Н., Иванова С.В., Нуднер Л.С., Шошин А.И. Воздействие длинных волн на вертикальную преграду // *Изв. ВНИИГ им. Б.Е. Веденеева*. 1980. Т. 138. С. 94–101.
30. Манойлин С.В. Некоторые экспериментально–теоретические методы определения воздействия волн цунами на гидротехнические сооружения и акватории морских портов. Красноярск, 1989. 45 с. (Препринт/ ВЦ СО АН СССР; № 5).
31. Давлетишин В.Х. Силовое воздействие одиночных волн на вертикальные сооружения // *Совещание по цунами. Тезисы докладов*. Горький, ИПФ АН СССР, 1984. С. 41–43.
32. Chan R.K.C., Street R.L. A computer study of finite amplitude water waves // *Journal of Computational Physics*. 1970. Vol. 6. P. 68–94. [https://doi.org/10.1016/0021-9991\(70\)90005-7](https://doi.org/10.1016/0021-9991(70)90005-7)
33. Cooker M.J., Weidman P.D., Bale D.S. Reflection of a high amplitude solitary wave at a vertical wall // *Journal of Fluid Mechanics*. 1997. Vol. 342. P. 141–158. EDN FKDXHQ. <http://dx.doi.org/10.1017/S002211209700551X>
34. Fenton J.D., Rienecker M.M. A Fourier method for solving nonlinear water–wave problems: application to solitary–wave interactions // *Journal of Fluid Mechanics*. 1982. Vol. 118. P. 411–443. <http://dx.doi.org/10.1017/S0022112082001141>
35. Chen Y.H., Wang K.H. Experiments and computations of solitary wave interaction with fixed, partially submerged, vertical cylinders // *Journal of Ocean Engineering and Marine Energy*. 2019. Vol. 5, No. 2. P. 189–204. EDN XZFCCL. <https://doi.org/10.1007/S40722-019-00137-8>
36. СП 292.1325800.2017. Здания и сооружения в цунамиопасных районах. Правила проектирования [Текст]: утв. приказом Минстроя России от 23.06.2017 № 915/пр; введ. 2017–12–24. М.: Стандартинформ, 2018. 91 с.

References

1. Mei CC, Black JL. Scattering of surface waves by rectangular obstacles in waters of finite depth. *Journal of Fluid Mechanics*. 1969;38:499–511. <https://doi.org/10.1017/S0022112069000309>
2. Fang Q, Guo A. Analytical and experimental study of focused wave action on a partially immersed box. *Mathematical Problems in Engineering*. 2019;2019:9850302. <https://doi.org/10.1155/2019/9850302>
3. Kamynin EY, Maximov VV, Nudner IS, Semenov KK, Khakimzyanov GS. Study of interaction of the solitary wave with a partially submerged stationary construction. *Fundamental and Applied Hydrophysics*. 2010;(4):39–54. URL: <https://hydrophysics.spbrc.ru/jour/article/view/1005> (date of access: 01.08.2025) (In Russ)
4. Lu X, Wang KH. Modeling a solitary wave interaction with a fixed floating body using an integrated analytical numerical approach. *Ocean Engineering*. 2015;109:691–704. <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2015.09.050>
5. Nudner IS, Semenov KK, Khakimzyanov GS, Shokina NY. Investigations of the long marine waves interaction with the structures protected by the vertical barriers (In Russ). *Fundamental and Applied Hydrophysics*. 2017;10(4):31–43. URL: <https://hydrophysics.spbrc.ru/jour/article/view/1118> (date of access: 01.08.2025)
6. Park JC, Kim MH, Miyata H. Three-dimensional numerical wave tank simulations on fully nonlinear wave current body interactions. *Journal of Marine Science and Technology*. 2001;6(2):70–82. <https://doi.org/10.1007/s773-001-8377-2>
7. Orzech MD, Shi F, Veeramony J, Batty J, Calantoni J, Kirby JT. Incorporating floating surface objects into a fully dispersive surface wave model. *Ocean Modelling*. 2016;102:14–26. <https://doi.org/10.1016/j.ocemod.2016.04.007>
8. Lin P. A multiple-layer σ -coordinate model for simulation of wave structure interaction. *Computers & Fluids*. 2006;35(2):147–167. <https://doi.org/10.1016/j.compfluid.2004.11.008>
9. Chang CH. Study of a solitary wave interacting with a surface piercing square cylinder using a three-dimensional fully nonlinear model with grid-refinement technique on surface layers. *Journal of Marine Engineering & Technology*. 2017;16(1):22–36. <http://dx.doi.org/10.1080/20464177.2016.1277605>

10. Ma Y, Yuan C, Ai C, Dong G. Comparison between a non-hydrostatic model and OpenFOAM for 2d wave-structure interactions. *Ocean Engineering*. 2019;183:419–425. <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2019.05.002>
11. Sun JL, Wang CZ, Wu GX, Khoo BC. Fully nonlinear simulations of interactions between solitary waves and structures based on the finite element method. *Ocean Engineering*. 2015;108:202–215. <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2015.08.007>
12. Chang CH, Wang KH, Hsieh PC. Fully nonlinear model for simulating solitary waves propagating through a partially immersed rectangular structure. *Journal of Coastal Research*. 2017;33(6):1487–1497. <https://doi.org/10.2112/JCOASTRES-D-16-00061.1>
13. Gusev OI, Khakimzyanov GS, Chubarov LB. Numerical investigation of the wave force on a partially immersed rectangular structure: Long waves over a flat bottom. *Ocean Engineering*. 2021;221:108540. <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2020.108540>
14. Liu PLF, Al-Banaa K. Solitary wave runup and force on a vertical barrier. *Journal of Fluid Mechanics*. 2004;505:225–233. <https://doi.org/10.1017/S0022112004008547>
15. Dorfman AA, Pechenin SA, Semenov KK, Nudner IS, Maximov VV. Tsunami wave impact on marine hydrotechnical structures and coastal objects. *Fundamental and Applied Hydrophysics*. 2017;10(4):16–30. URL: <https://hydrophysics.spbrc.ru/jour/article/view/1116> (date of access: 11.07.2025) (In Russ).
16. Gusev OI, Skiba VS, Khakimzyanov GS, Chubarov LB. Numerical study of the effect of long surface waves on a stationary partially immersed structure. In: *Proceedings of All-Russian Conference “Advanced Technologies of Hydroacoustics and Hydrophysics”*. St. Petersburg: POLYTECH-PRESS; 2024. p. 197–200.
17. Gusev OI, Khakimzyanov GS, Skiba VS, Chubarov LB. Shallow water modeling of wave structure interaction over irregular bottom. *Ocean Engineering*. 2023;267:113284. <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2022.113284>
18. Khakimzyanov G, Dutykh D, Gusev O, Shokina NY. Dispersive shallow water wave modelling. Part II: Numerical simulation on a globally flat space. *Communications in Computational Physics*. 2018;23(1):30–92. <https://doi.org/10.4208/cicp.OA-2016-0179b>
19. Khakimzyanov G, Dutykh D. Long wave interaction with a partially immersed body. Part I: Mathematical models. *Communications in Computational Physics*. 2020;27(2):321–378. <https://doi.org/10.4208/cicp.OA-2018-0294>
20. Gusev OI, Skiba VS, Khakimzyanov GS, Chubarov LB. Influence of bottom roughness on the solitary-wave interaction with partially immersed rectangular body. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*. 2023;64(1):50–63. <https://doi.org/10.1134/S0021894423010066>
21. Khakimzyanov G, Dutykh D, Fedotova Z, Gusev O. Dispersive Shallow Water Waves: Theory, Modeling, and Numerical Methods. Cham: Birkhäuser; 2020. 284 p. (Lecture Notes in Geosystems Mathematics and Computing). <https://doi.org/10.1007/978-3-030-46267-3>
22. Khakimzyanov G, Dutykh D, Gusev O. Longwave interaction with a partially immersed body. Part II: Numerical results [preprint]. arXiv. 2022. arXiv:2204.08210. Published online April 18, 2022. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2204.08210>
23. Virtanen P, Gommers R, Oliphant TE, et al. SciPy 1.0: fundamental algorithms for scientific computing in Python. *Nature Methods*. 2020;17:261–272. <https://doi.org/10.1038/s41592-019-0686-2>
24. Gusev OI, Skiba VS, Khakimzyanov GS, Chubarov LB. Numerical modeling of the impact of steep waves on partially immersed structures. *Bulletin of Bashkir University*. 2022;27(3):496–501 (In Russ). <https://doi.org/10.33184/bulletin-bsu-2022.3.1>
25. Stoker JJ. *Water Waves: The Mathematical Theory with Applications*. New York: Interscience Publishers; 1957. <https://doi.org/10.1002/9781118033159>
26. Byatt-Smith JGB. An integral equation for unsteady surface waves and a comment on the Boussinesq equation. *Journal of Fluid Mechanics*. 1971;49(3):625–633. <https://doi.org/10.1017/S0022112071002295>
27. Su CH, Mirie RM. On head-on collisions between two solitary waves. *Journal of Fluid Mechanics*. 1980;98(3):509–525. <https://doi.org/10.1017/S0022112080000262>
28. Maxworthy T. Experiments on collisions between solitary waves. *Journal of Fluid Mechanics*. 1976;76(1):177–186. <https://doi.org/10.1017/S0022112076003194>
29. Zagryadskaya NN, Ivanova SV, Nudner IS, Shoshin AI. Action of long waves on a vertical obstacle. *Bulletin of VNIIG*. 1980;138:94–101 (In Russ).
30. Manoylin SV. Some experimental and theoretical methods of estimation of tsunami wave action on hydro-technical structures and seaports. Technical Report 5. Krasnoyarsk: Siberian Branch of Computing Center; 1989 (In Russ).
31. Davletshin VH. Force action of solitary waves on vertical structures. In: *Tsunami Meeting*. Gorky: Institute of Applied Physics; 1984:41–43 (In Russ).
32. Chan RKC, Street RL. A computer study of finite-amplitude water waves. *Journal of Computational Physics*. 1970;6(1):68–94. [https://doi.org/10.1016/0021-9991\(70\)90005-7](https://doi.org/10.1016/0021-9991(70)90005-7)

33. Cooker MJ, Weidman PD, Bale DS. Reflection of a high-amplitude solitary wave at a vertical wall. *Journal of Fluid Mechanics*. 1997;342:141–158. <https://doi.org/10.1017/S002211209700551X>
34. Fenton JD, Rienecker MM. A Fourier method for solving nonlinear water-wave problems: application to solitary-wave interactions. *Journal of Fluid Mechanics*. 1982;118:411–443. <https://doi.org/10.1017/S0022112082001141>
35. Chen YH, Wang KH. Experiments and computations of solitary-wave interaction with fixed, partially submerged, vertical cylinders. *Journal of Ocean Engineering and Marine Energy*. 2019;5(2):189–204. <https://doi.org/10.1007/s40722-019-00137-8>
36. Ministry of Construction of Russia. *SP 292.1325800.2017. Buildings and Structures in Tsunami-Prone Areas. Design Rules*. Approved by Order No. 915/pr of June 23, 2017. Moscow: Standartinform; 2018:91 p. (In Russ).

Об авторах

- ГУСЕВ Олег Игоревич, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник ФИЦ ИВТ, ORCID: 0000-0001-8110-5784, WoS ResearcherID: P-2157-2015, Scopus AuthorID: 56779732800, SPIN-код (РИНЦ): 3995-2134, e-mail: gusev_oleg_igor@mail.ru
- ХАКИМЗЯНОВ Гаяз Салимович, доктор физико-математических наук, профессор, ведущий научный сотрудник ФИЦ ИВТ, ORCID: 0000-0002-9837-7265, WoS ResearcherID: P-5004-2016, Scopus AuthorID: 6603081316, SPIN-код (РИНЦ): 3144-0877, e-mail: khak@ict.nsc.ru
- СКИБА Василий Савельевич, младший научный сотрудник ФИЦ ИВТ, ORCID: 0000-0003-4828-448X, WoS ResearcherID: AEG-9551-2022, Scopus AuthorID: 58064951300, SPIN-код (РИНЦ): 3262-5300, e-mail: v.skiba@g.nsu.ru
- ЧУБАРОВ Леонид Борисович, доктор физико-математических наук, профессор, главный научный сотрудник ФИЦ ИВТ, ORCID: 0000-0002-0169-1099, WoS ResearcherID: P-8247-2015, Scopus AuthorID: 6603063050, SPIN-код (РИНЦ): 3048-2318, e-mail: chubarov@ict.nsc.ru