



DOI [https://doi.org/10.59887/2073-6673.2025.18\(4\)-5](https://doi.org/10.59887/2073-6673.2025.18(4)-5)

EDN <https://elibrary.ru/jhtcvw>

УДК 556.555, 556.555.4

© С. Р. Богданов*, Н. И. Пальшин, Т. В. Ефремова, Г. Э. Здорovenнова, Р. Э. Здорovenнов, 2025

Институт водных проблем Севера Карельского научного центра РАН, 185030, Петрозаводск,
пр. Александра Невского, д. 50

*Sergey.R.Bogdanov@mail.ru

Эффекты тепловой инерции и термически активный слой малого озера

Статья поступила в редакцию 26.02.2025, после доработки 30.10.2025, принята в печать 05.11.2025

Аннотация

Структура эпилимниона и его динамика во многом определяют особенности теплового баланса, эмиссии газов, турбулентного массопереноса, химических и биологических процессов, протекающих в озере в период открытой воды. Эта структура формируется под воздействием различных внешних факторов, имеющих, как правило, периодический характер. Отклик водной толщи на подобные воздействия происходит с некоторым запаздыванием, а в ряде случаев тепловая инерция водной толщи приводит к возникновению гистерезисных эффектов. Наряду с сезонными и синоптическими факторами важную роль играют внешние воздействия, характеризующиеся суточным периодом, в частности, колебания температуры воздуха и ночное поверхностное выхолаживание.

С использованием данных термокосы с высокочувствительными датчиками произведен анализ отклика температуры воды на разных глубинах на подобные воздействия. Этот отклик можно в первом приближении характеризовать как температурную волну, расчет параметров которой позволяет произвести оценку толщины термически активного слоя, а также коэффициента турбулентной диффузии. Одно из преимуществ такого метода заключается в том, что указанные оценки могут быть проведены с использованием даже ограниченного количества температурных датчиков.

Ключевые слова: эпилимнион, турбулентная диффузия, тепловая инерция, температурная волна, термически активный слой, малое озеро, термическая структура

© S. R. Bogdanov*, N. I. Palshin, T. V. Efremova, G. E. Zdorovennova, R. E. Zdorovennov, 2025

Northern Water Problems Institute of the Karelian Research Centre of the Russian Academy of Sciences, 50 A,
Nevsky Prosp., Petrozavodsk, 185030, Russia

*Sergey.R.Bogdanov@mail.ru

Effects of thermal inertia and the thermally active layer of a small lake

Received 26.02.2025, Revised 30.10.2025, Accepted 05.11.2025

Abstract

The dynamics and structure of the epilimnion largely determine the features of heat balance, gas emissions, turbulent mass transfer, chemical and biological processes occurring in the lake during the period of open water. This structure is formed under the influence of various external factors, which, as a rule, are periodic in nature. The response of the water column to such impacts occurs with some delay, and in some cases the thermal inertia of the water column leads to the occurrence of hysteresis effects. Along with seasonal and synoptic factors, external influences characterized by a daily period play an important role, in particular, night-time surface cooling and daily fluctuations in air temperature.

Ссылка для цитирования: Богданов С.Р., Пальшин Н.И., Ефремова Т.В., Здорovenнова Г.Э., Здорovenнов Р.Э. Эффекты тепловой инерции и термически активный слой малого озера // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2025. Т. 18, № 4. С. 66–79. EDN JHTCVW. [https://doi.org/10.59887/2073-6673.2025.18\(4\)-5](https://doi.org/10.59887/2073-6673.2025.18(4)-5)

For citation: Bogdanov S.R., Palshin N.I., Efremova T.V., Zdorovennova G.E., Zdorovennov R.E. Effects of thermal inertia and the thermally active layer of a small lake. *Fundamental and Applied Hydrophysics*. 2025;18(4):66–79.
[https://doi.org/10.59887/2073-6673.2025.18\(4\)-5](https://doi.org/10.59887/2073-6673.2025.18(4)-5)

Using a thermocouple with highly sensitive sensors, an analysis of the temperature response at different depths to such influences was carried out. This response can, to a first approximation, be characterized as a temperature wave, the calculation of the parameters of which allows us to estimate the thickness of the thermally active layer, as well as the coefficient of turbulent diffusion. One of the advantages of this method is that these assessments can be carried out using a minimum number of temperature sensors.

Keywords: epilimnion, turbulent diffusion, thermal inertia, temperature wave, thermally active layer, small lake, thermal structure

1. Введение. Постановка задачи

Одной из ключевых проблем при изучении термического режима озер в период открытой воды остается идентификация механизмов перемешивания и оценка их эффективности. Фундаментальный аспект этой проблемы заключается в изучении особенностей турбулентного переноса в стратифицированной среде, возникающего в результате различных внешних воздействий. Прикладные аспекты проблемы весьма многочисленны и связаны, в том числе, например, с оценками интенсивности химических и биологических процессов, а также эмиссии газов.

Отклик водного столба на внешние воздействия во многом определяется параметрами поверхностного перемешанного слоя (ППС) — наименее инертного элемента водного столба, обычно ассоциируемого с эпилимнионом или с «относительно хорошо перемешанным квазиоднородным слоем». Подобные определения ППС весьма аморфны, а возникающая терминологическая неопределенность приводит к большим сложностям при сравнении и обобщении результатов исследований.

В действительности эти сложности отражают существенную физическую неопределенность, связанную с понятиями ППС и эпилимниона. В самом определении этих понятий заложено некоторое противоречие, обусловленное попыткой сочетать в таких определениях и малую инертность слоя по отношению к внешним воздействиям, и такие его специфические свойства, как, например, квазиоднородность и относительная стабильность. Это противоречие, как указано в [1, 2], свидетельствует о необходимости различать перемешанный слой (mixed layer) и собственно перемешиваемый слой (mixing layer). Перемешанный слой во многом отражает предшествующую историю перемешивания. Его параметры, в частности, толщина, определяются в основном по «морфологическим» критериям, в качестве которых обычно используют скачки температуры и плотности, градиенты этих величин, а также глубину термоклина. Для оценки толщины этого слоя используются также энергетические критерии, связанные с анализом «аномалий потенциальной энергии» [3]. При этом количественные результаты, полученные при использовании различных методов, существенно отличаются и весьма чувствительны к варьированию пороговых значений определяющих параметров [1, 4].

Что касается перемешиваемого слоя, то он идентифицируется как термически активный слой (thermally reactive layer [5]), или область, в которой в данный момент происходят активные процессы турбулентного обмена. Для адекватного определения его толщины используются расчеты скорости диссипации энергии или масштаба Торпа. Соответствующие оценки также характеризуются большими погрешностями [2].

Задача определения параметров (и, в первую очередь — толщины) термически активного слоя и их динамики остается весьма актуальной; она тесно связана с изучением тепловой инерции водного столба, запаздыванием его отклика на периодические внешние возмущения. При этом, как показано в [5–7], запаздывание отклика на сезонные изменения внешних условий приводит к эффектам гистерезиса, обнаруженным, например, при изучении взаимосвязи температур ППС и воздуха, а также температуры ППС и его толщины.

В данной работе проанализирован отклик системы на внешнее воздействие, характеризующее суточной периодичностью. Показано, что анализ инерционности этого отклика, в частности — расчет запаздывания температурных изменений на разных глубинах, позволяет произвести оценку параметров термически активного слоя и их динамики, а также рассчитать эффективное значение коэффициента турбулентной диффузии K . Количественные расчеты осуществлялись в рамках простейшей модели температурной волны. Разработанная на основе этой модели методика широко используется в теплотехнике для определения теплофизических свойств материалов [8]. Однако, насколько нам известно, соответствующий метод (регулярного режима третьего рода) пока что не получил должного распространения при изучении термического режима озера.

2. Объекты и методы

2.1. Выбор объектов

Экспериментальной основой исследования послужили измерения вертикальных профилей температуры, полученные с помощью закрепленной термокосы (подход, обычно ассоциируемый с техникой

moorings). При таком подходе, строго говоря, возможен анализ данных лишь в рамках 1-мерных моделей, во всяком случае, неявно предполагается, что основные параметры однородны по горизонтали, крупномасштабное движение отсутствует и горизонтальной адвекцией можно пренебречь.

В этой связи были выбраны водные объекты, для которых указанный упрощенный метод анализа представляется достаточно оправданным. Первый из этих объектов — небольшое ($\sim 400 \times 100$ м) лесное озеро Голубая ламба (ГЛ) со средней и максимальной глубинами 4,3 м и 8 м соответственно, его более подробное описание представлено в работе [9]. В качестве второго объекта был выбран небольшой (площадь зеркала ~ 3600 м², глубина ~ 70 см) городской пруд в г. Делфт (Нидерланды), обозначаемый в дальнейшем как DP. Учитывая специфику объектов (малость размеров, характер котловины ГЛ), во многом можно исключить присутствие крупномасштабных циркуляций в водной толще и, соответственно, значимое влияние адвекции, так что использование «рафинированной» техники moorings представляется вполне оправданным.

В контексте поставленных задач еще одна важная особенность выбранных объектов заключается в возможности идентификации превалирующих внешних воздействий, их периодичности и роли в процессе перемешивания водной толщи. А именно, в обоих случаях ветровое воздействие существенно подавлено из-за малой длины разгона ветра, а также его ослабления в урбанистическом окружении в случае DP и за счет берегового склона и залесенности берегов в случае ГЛ. Таким образом, для обоих объектов превалирующий вклад в процессы турбулентного теплопереноса и перемешивания вносит радиационное воздействие, ночное выхолаживание. Такое воздействие носит выраженный суточный характер, что существенно упрощает анализ отклика системы.

2.2. Основные параметры приборов. Результаты первичной обработки данных

Эксперименты на ГЛ проводились в период открытой воды, с 19 июня по 25 октября 2021 г. Термокоса с 10-ю высокочувствительными температурными логгерами RBR (Канада) крепилась к якорю и плавающему бую. Измерения температуры с точностью 0,002 °C проводились с дискретностью 1 мин, датчики располагались на глубинах 0,69; 1,02; 1,35; 1,68; 2,67; 3,00; 4,00; 5,00; 6,00 и 6,50 м.

Что касается оптических характеристик водной толщи, в 2021 г. их изучение не проводилось. Однако в последующие два сезона были проведены измерения фотосинтетически активной радиации с использованием мини-логгеров MDS-MkV/L, «Alec Electronics» (Япония) с разрешением 1 мкмоль/(м² · с); в 2022 использовалось 6 датчиков, распределенных до глубины 4,1 м, а в 2023—5 датчиков, распределенных в поверхностном 2-метровом слое. Расчет коэффициента экстинкции γ осуществлялся в однопараметрическом приближении, в рамках допущения об экспоненциальном затухании потока солнечной радиации с глубиной. Результаты вычислений свидетельствуют о высокой степени прозрачности вод ГЛ, при этом вариации величины γ оказались относительно небольшими, например, для среднесуточных значений получены оценки $(0,36 \pm 0,02)$ м⁻¹ в июле 2022 г. и $(0,42 \pm 0,09)$ м⁻¹ в сентябре 2023 г. В дальнейшем для величины γ использовалось среднее по измерениям 2022 г. значение 0,37 м⁻¹.

Экспериментальные данные по пруду в г. Делфт представлены в открытом доступе [10]; они включают массив метеоданных, а также результаты измерений температуры в период с 12 июля по 7 августа 2014 г. Профиль температуры получен с использованием методики Distributed Temperature Sensing, с помощью оптоволоконного кабеля, обеспечившего очень высокую (~ 2 мм) вертикальную дискретность.

Анализ температурных профилей показал, что в период летнего нагрева ГЛ полностью не перемешивалась; наблюдался лишь монотонный рост глубины термоклина, при этом толщина ППС к концу июня составляла около 3 м, а к концу июля увеличилась до (4,5—5,0) м (рис. 1, а). В дневное время под действием солнечной радиации в ППС происходит частичная рестратификация, а при ее отсутствии в ночное время под действием поверхностного выхолаживания интенсифицируется перемешивание, наблюдается сглаживание градиентов. Соответствующий типичный суточный цикл представлен на рис. 1, б, для 15 июля.

Что касается DP, на этом объекте в ходе ночных эпизодов выхолаживания полное перемешивание водного столба достигалось практически каждый день. В качестве иллюстрации на рис. 2 представлена динамика температуры на нескольких глубинах для 10-дневного интервала с 9 по 19 июля (панель а), а также суточная трансформация температурного профиля для одного из эпизодов полного перемешивания (панель б).

Для обоих объектов характерна суточная периодичность колебаний температуры на разных глубинах, обусловленная цикличностью воздействия основного внешнего фактора, связанного с тепловыми потоками. В дальнейшем колебаниям именно с таким периодом будет уделено основное внимание. При этом, однако, следует принимать во внимание влияние и второго по значимости внешнего фактора, который связан с ветровой нагрузкой. В частности, как отмечено в [9], под действием именно этой нагрузки в стра-

тифицированном слое ГЛ происходит генерация внутренних волн (ВВ) в широком диапазоне от частоты Брента-Вайсяля (период — 1–2 мин) в высокочастотной области до частоты главной продольной моды бароклинной сейши (с периодом 80–95 мин) в низкочастотной области. Для исключения влияния ВВ при изучении колебаний в суточном масштабе для ГЛ использовалось скользящее 3-часовое усреднение.

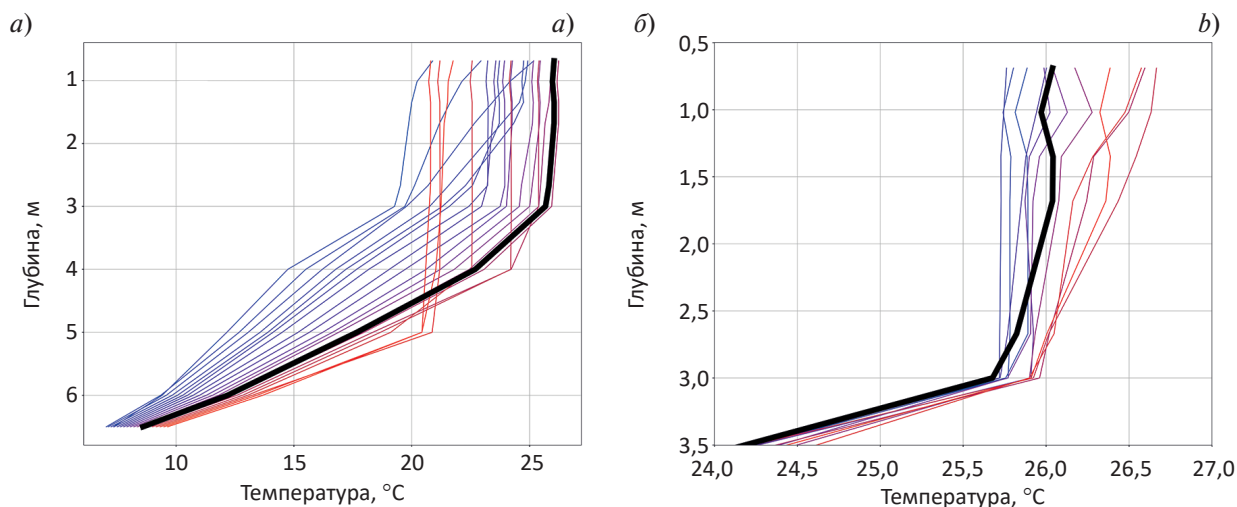


Рис. 1. Эволюция полуночных профилей температуры на ГЛ в течение 5-недельного интервала с 20 июня 2021 г; шаг по времени — 2 дня (а). Вариации температурного профиля в ППС, в суточном цикле с полуночи 15 июля; шаг по времени — 2 ч (б). Полуночный профиль 15 июля представлен на обеих панелях выделенной линией черного цвета. Для наглядности использована скользящая со временем от синего к красному цветовая гамма

Fig. 1. Evolution of midnight temperature profiles on GL during a 5-week interval from June 20, 2021; time step — 2 days (a). Variations in the temperature profile in the SL, in the daily cycle from midnight on July 15; time step — 2 hours (b). The midnight profile on July 15 is represented in both panels by the highlighted black line. For clarity, a color scheme sliding over time from blue to red was used

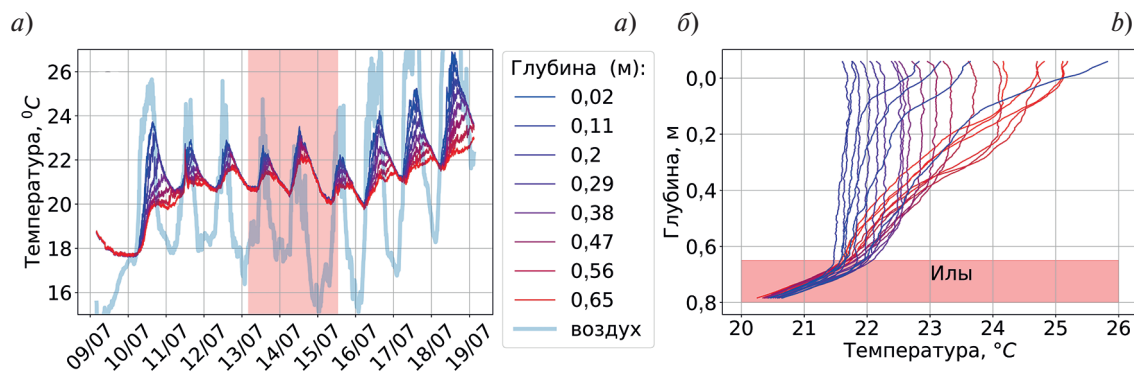


Рис. 2. Десятидневная динамика температуры воздуха, а также воды в DP на разных глубинах (а). Суточная эволюция профиля усредненной (по 1-часовому промежутку) температуры, с полудня 17 июля 2014 г; шаг по времени — 1 ч (б)

Fig. 2. Ten days temperature dynamics in the DP at different depths (a). Daily evolution of the profile of averaged (over a 1-hour period) temperature, from noon on July 17, 2014; time step — 1 hour (b)

2.3. Тепловая инерция, температурные волны

В целом термическая структура водной толщи обоих объектов изменяется с суточной периодичностью, однако ее отклик на периодические внешние воздействия оказывается неоднородным по глубине. Такой эффект связан с тепловой инерцией системы и, соответственно, с запаздыванием ее реакции на внешнее воздействие. Влияние таких эффектов на термический цикл в сезонном масштабе было исследовано

в [5, 6, 11]. В данной работе, однако, рассматриваются эффекты тепловой инерции в суточном масштабе. На качественном уровне присутствие такого эффекта обнаруживается при сравнении температурной динамики на разных глубинах и проявляется, например, в задержке периодического сигнала с возрастанием глубины, а также в разнонаправленных изменениях температуры некоторых слоев в течение достаточно длительных интервалов времени в рамках суточного цикла.

Для примера на рис. 3 и 4 приведены семейства соответствующих кривых для обоих водных объектов, для большей наглядности представлены полутора- и двухдневные интервалы; для исключения влияния внутренних волн использовались 3-часовые (для ГЛ) и 1-часовые (для ДР) средние. Оба примера иллюстрируют существенное запаздывание отклика различных слоев толщи на внешнее воздействие, при этом временная задержка при достижении как максимальных, так и минимальных значений температуры составляет несколько часов.

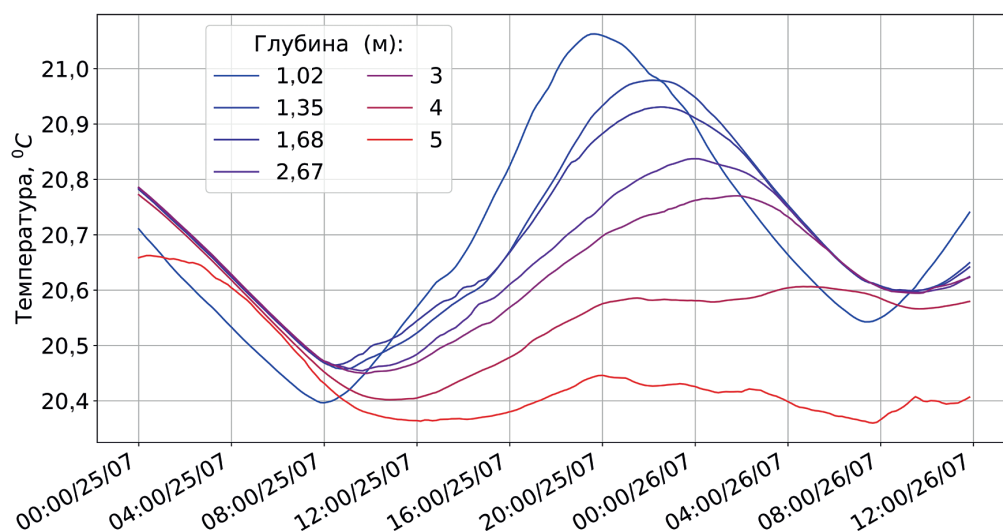


Рис. 3. Динамика температуры на разных глубинах ГЛ на 1,5-суточном интервале времени с полуночи 25 июля 2021 г.

Fig. 3. Temperature dynamics at different depths of the GL on a 1.5-day time interval from midnight July 25, 2021

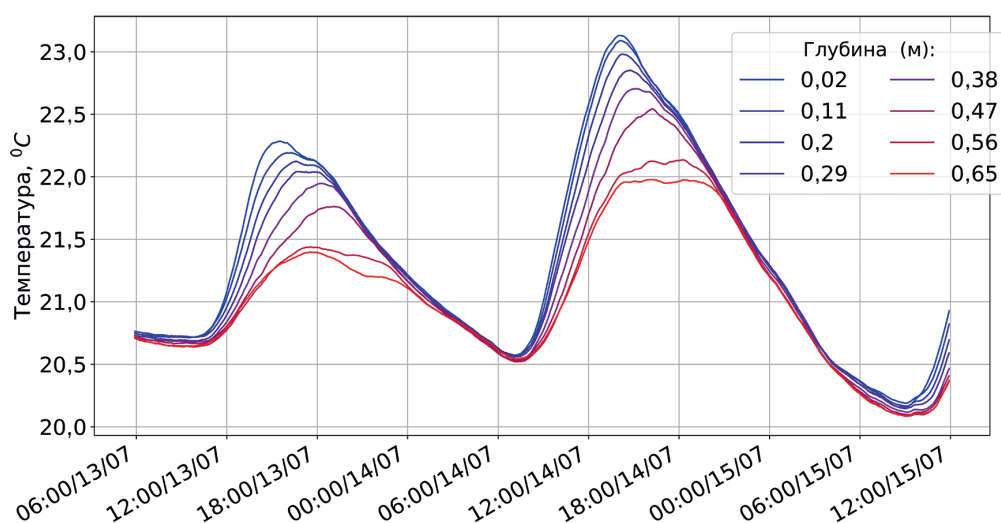


Рис. 4. Динамика температуры на разных глубинах ДР, июль 2014 г. Интервал времени соответствует выделенному участку на рис. 2, а

Fig. 4. Temperature dynamics at different depths of DP, July 2014. The time interval corresponds to the highlighted area in Fig. 2a.

Основная задача при количественном рассмотрении подобных эффектов заключается в оценке возможностей расчета толщины термически активного слоя, а также коэффициента переноса K по значениям параметров, характеризующих тепловую инерцию.

В качестве базовой модели для такой оценки выбрана классическая «задача без начальных условий» [12], в рамках которой рассматривается распространение тепла в некотором однородном слое под воздействием периодического изменения температуры на его верхней границе. В простейшем случае синусоидального внешнего воздействия решением этой задачи служит так называемая температурная волна:

$$t(z, \tau) = A \exp\left(-\sqrt{\frac{\omega}{2K}} z\right) \cos\left(-\sqrt{\frac{\omega}{2K}} z + \omega \tau\right). \quad (1)$$

Здесь $t(z, \tau)$ — отклонение температуры от начального (условно принимаемого за 0) значения, A и ω — амплитуда и циклическая частота внешнего воздействия; K — эффективный коэффициент турбулентной диффузии, ось z направлена вниз, $z = 0$ соответствует водной поверхности; водная толща для простоты считается весьма протяженной вдоль z в том смысле, что ее толщина намного превосходит характерную длину $\delta = \sqrt{2K / \omega}$. Согласно простейшей модели (1), отклик системы на периодическое внешнее воздействие определяется величинами K и ω . Этот отклик, характеризуемый температурной волной с экспоненциально затухающей амплитудой, затрагивает главным образом слой толщиной δ . В этой связи величину δ в рамках принятой модели можно рассматривать как оценку толщины перемешиваемого (термически активного) слоя.

В контексте количественного анализа отклик системы в рамках модели (1) имеет три основных особенности:

- амплитуда температурных возмущений затухает с глубиной по экспоненциальному закону с характерным масштабом $\delta = \sqrt{2K / \omega}$,
- распространение волны вдоль z происходит со скоростью $v = \omega \delta$,
- с увеличением глубины происходит запаздывание колебаний; фаза колебаний на глубине z сдвинута по отношению к исходной (на поверхности) на величину z/δ .

Рассматриваемая модель весьма идеализирована: в реальности воздействие не является гармоническим, водная толща имеет конечную глубину, величина K не является постоянной по глубине (а также может изменяться в суточном цикле), в начальном невозмущенном состоянии температура изменяется с глубиной, толща стратифицирована. Однако все три указанных особенности модели могут быть ключом к определению коэффициента K , при этом в первом приближении формулу (1) можно рассматривать как выражение для отклонения температуры от равновесного профиля.

Следует также иметь в виду, что отклик системы, описываемый соотношением (1), реализуется лишь при достаточной длительности и стабильности периодического внешнего воздействия. На практике, однако, подобные условия реализуются лишь в масштабах синоптической изменчивости, на интервалах порядка 5–7 дней. В этой связи при расчете отклика системы использовалось понятие «синоптического дня» (*a composite day*, [2]). А именно, для увеличения точности оценок для каждого момента времени производилось усреднение соответствующих величин, измеренных именно в это время в разные дни выбранного синоптического интервала (5–7 дней).

3. Расчеты и результаты

Непосредственное обнаружение температурной волны и расчет ее параметров затруднены по нескольким причинам. В частности, суточные вариации ΔT_1 средней по ППС температуры и, соответственно, амплитуды температурной волны, весьма малы по сравнению с характерной разницей температур ΔT_2 между поверхностными и придонными слоями. Так, например, при характерной средней плотности поверхностного теплового потока $W_0 \sim 200$ Вт/м² за дневной 12-часовой интервал ($\Delta \tau \sim 4 \cdot 10^4$ с) прирост $\Delta T_1 \sim (W_0 / c \rho H) \Delta \tau$ средней температуры водного столба для объектов с глубиной H от 10 до 1 м варьируется в диапазоне $\sim (0,2-2)$ °С; c и ρ , соответственно — удельная теплоемкость и плотность воды. При этом разница температур ΔT_2 в невозмущенном стратифицированном состоянии, составляет, например, более 15 °С для ГЛ (см. рис. 1, а).

Чтобы преодолеть указанную сложность, для идентификации волны были построены профили не самой температуры, а скорости ее изменения. Пример суточной эволюции такого профиля для ГЛ представлен на рис. 5, а. На рис. 5, б приведены также результаты аналогичных расчетов для ДР. Здесь колебания температуры и присутствие волны отчетливо прослеживаются вплоть до придонных слоев.

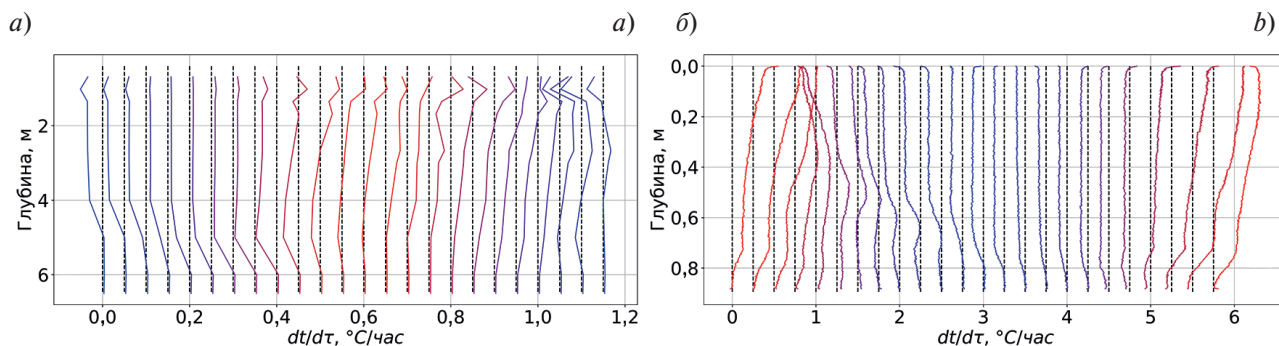


Рис. 5. Суточная эволюция профиля скорости изменения температуры в ГЛ с полуночи 24 июля 2021 г. (а) и в ДР с полудня 13 июля 2014 г. (б). Шаг по времени — 1 ч, для наглядности графики сдвинуты по горизонтали на 0,05 °С/ч для ГЛ и на 0,25 °С/ч для ДР. Использована цветовая гамма, в которой красному цвету соответствует полдень, а синему — полночь

Fig. 5. Daily evolution of the temperature change rate profile in GL (a) from midnight July 24, 2021 (a) and in DP from midday July 13, 2014 (b). The time step is 1 hour; for clarity, the graphs are shifted horizontally by 0.05 °C/hour for GL and by 0.25 °C/hour for DP. A color scheme was used in which red corresponds to noon and blue to midnight

Термическая структура водной толщи и ее динамика, как иллюстрируют рис. 5, а и б, более сложны по сравнению с представлениями простейшей модели (1). Однако присутствие температурных волн как ключевой характеристики структуры, обнаруживается для обоих объектов, что выражается, в частности, в сдвиге фаз температурных колебаний, вплоть до противофазных изменений температуры на разных глубинах.

Непосредственный объемный прогрев водной толщи в дневные часы не может быть причиной такого сдвига: сам по себе такой вклад в прирост температуры может приводить лишь к синхронному изменению температуры в различных слоях. Эффекты запаздывания возникают в результате турбулентного теплообмена между слоями. В то же время при учете такого прогрева существенно усложняется количественный расчет сдвига фаз и, соответственно, параметров волны. В частности, в дневные часы искажения температурного профиля за счет непосредственного прогрева весьма существенны; соответствующий вклад $\frac{W_0(\tau)}{c_p} \gamma \exp(-\gamma z)$ в скорость изменения температуры для каждой глубины z сопоставим с изменениями, обусловленными турбулентным переносом тепла. Соответственно, величина задержки по времени для разных слоев в дневное время определяется не только параметрами температурной волны.

С другой стороны, с момента времени, когда объемный прогрев прекращается и, соответственно, температура поверхностных слоев принимает максимальное значение, дальнейшая эволюция температуры в нижележащих слоях определяется лишь турбулентным обменом. При этом, как иллюстрируют рис. 3–5, максимумы температуры на разных глубинах (и, соответственно, гребни волн) достигаются с задержкой по времени, величина которой определяется лишь параметрами температурной волны. Предварительный анализ подобных задержек позволяет по вертикальному смещению гребня волны произвести оценку скорости v ее распространения. Для эпизодов, представленных на рис. 5, для скорости распространения волны получены оценки 0,25 м/ч (ГЛ) и 0,17 м/ч (ДР). По величине скорости v , в свою очередь, можно также произвести оценку характерного масштаба δ затухания волны: $\delta = v/\omega$ (0,96 м для ГЛ и 0,64 м для ДР), а также коэффициента диффузии $K = v^2/(2\omega)$. Полученные для параметра K значения ($3,32 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$ для ГЛ и $1,54 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$ для ДР) в десятки раз превышают молекулярный предел.

В общем случае количественный расчет параметров δ и K удобно проводить на основе анализа корреляции температурных изменений на разных глубинах. При этом основные параметры температурной волны определяются по временной задержке Δt и соответствующему сдвигу фаз $\Delta \varphi = \Delta t \cdot \omega$ колебаний на двух разных глубинах z_2 и z_1 , величина которого, согласно базовой формуле (1), составляет $(z_1 - z_2)/\delta$. Такой анализ, помимо количественных оценок, позволяет наглядно представить эффекты запаздывания.

В качестве примера на рис. 6 приведены диаграммы (parity diagram), характеризующие корреляцию температур на разных глубинах объекта ДР для 12-часового интервала, с полудня 12 июля 2014 г. Диаграмма наглядно иллюстрирует запаздывание отклика системы на внешнее воздействие, например, нарушение синхронности изменения температур в дневном цикле (наиболее выраженное на этапе охлаждения), а также сдвиг момента достижения максимума температуры по мере увеличения глубины. При этом кривые на плоскости температур, как правило, представлены последовательностью замкнутых контуров, пред-

ставляющих петли гистерезиса. В случае идеализированной волны (1) такие петли представляют собой семейство эллипсов, угол наклона которых изменяется с глубиной. На практике подобная простая корреляционная картина существенно искажается за счет негармоничного внешнего воздействия, зависимости величины K от глубины, а также неоднородного по глубине периодического объемного прогрева толщи за счет коротковолнового излучения. В случае объекта DP картина усложняется также тем фактом, что при его малой ($\sim 0,7$ м) глубине под действием вечернего и ночного выхолаживания практически каждые сутки происходит перемешивание всего водного столба.

Моменты максимума температуры на разных глубинах, однако, удается определить с большой точностью, что позволяет по запаздыванию Δt колебаний на разных глубинах произвести оценку параметров δ и K :

$$\delta = (z_1 - z_2) / (\omega \Delta t); K = (z_1 - z_2)^2 / (2\omega (\Delta t)^2). \quad (2)$$

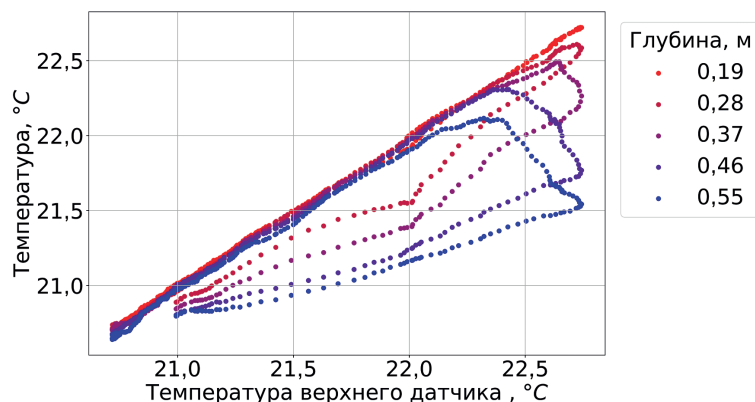


Рис. 6. Динамика температуры на разных глубинах DP в течение 12-часового интервала времени, с полудня 12 июля 2014 г. Ось X представляет температуру верхнего датчика, на глубине 0,19 м, температуры на больших глубинах откладываются по оси Y . Движение изображающих точек в каждом из контуров происходит против часовой стрелки

Fig. 6. Temperature dynamics at different depths of DP during a 12-hour time interval, from July 12 noon, 2014. The X -axis represents the temperature of the upper sensor, at a depth of 0.19 m, temperatures at greater depths are plotted on the Y -axis. The movement of the imaging points in each of the contours occurs counterclockwise

На рис. 6 приведены лишь выборочные петли гистерезиса для нескольких глубин. В целом же вертикальная дискретность измерений, проводившихся на основе анализа отраженного лазерного сигнала в оптоволоконном кабеле, была очень высока: 1,8 мм. При этом для большинства суток наблюдался практически линейный рост временной задержки Δt и сдвига фаз $\Delta \varphi$ с ростом глубины; (соответствующие значения для интервала времени, представленного на рис. 6, приведены в табл. 1). Этот факт косвенно свидетельствует об однородности турбулентного перемешивания по всей толще пруда. При этом расчет толщины δ по формуле (2) дает для разных дней-эпизодов значения, весьма близкие к оценочной (за вычетом придонного слоя ила) глубине пруда $H \sim 0,7$ м. В частности, для эпизода, представленного на рис. 6, для усред-

Таблица 1
Table 1

Рассчитанные значения Δt , δ и $\Delta \varphi$. 12.07.2014, DP
Calculated values of Δt , δ and $\Delta \varphi$. 12.07.2014, DP

Глубина, м	0,20	0,24	0,27	0,31	0,34	0,38	0,42	0,45	0,49	0,52	0,56	0,60
Δt , ч	0,00	0,17	0,25	0,83	1,00	1,50	2,17	2,42	2,58	2,83	2,92	3,42
δ , м		0,81	1,10	0,50	0,55	0,46	0,38	0,40	0,43	0,44	0,47	0,44
$\Delta \varphi$, рад		0,04	0,07	0,22	0,26	0,39	0,57	0,63	0,68	0,74	0,76	0,89

ненного при расчетах для разных датчиков параметра δ (третья строка табл. 1) получаем среднее значение 0,54 м. Близость значений параметров H и δ свидетельствует о термической активности практически всей водной толщи объекта ДР в течение всего суточного цикла.

Линейная зависимость $\Delta\varphi$ от z имеет и важный практический аспект: количественные расчеты можно проводить с использованием показаний лишь двух датчиков, расположенных на любых глубинах, для которых еще можно с приемлемой точностью детектировать периодические температурные возмущения.

Вертикальная дискретность измерений на ГЛ была существенно ниже, чем в случае ДР: как уже отмечалось, коса включала лишь 10 датчиков, к тому же неравномерно распределенных по глубине. При этом, как показали расчеты, бо́льшая точность количественных оценок достигалась при рассмотрении слоев с относительно небольшим (~ 1 рад) сдвигом фаз. Конкретный выбор пары датчиков, по показаниям которых производились расчеты, осуществлялся на основе минимизации погрешности определения временной задержки Δt для соответствующих глубин. А именно, для этой погрешности использовалось представление $d\Delta t \sim dt/(\partial t/\partial t)$ [13], где dt — погрешность измерения температуры. С использованием (1) эту погрешность можно представить в виде:

$$d\Delta t = \frac{dt}{A\omega} \exp\left(\sqrt{\frac{\omega}{2K_z}} z\right) / \sin\left(-\sqrt{\frac{\omega}{2K_z}} z + \omega\tau\right). \quad (3)$$

В результате, с учетом представлений $\Delta\varphi = \Delta t\omega = z/\delta$, для относительной погрешности определения задержки Δt получаем:

$$\frac{d\Delta t}{\Delta t} \geq C \frac{\exp(\Delta\varphi)}{\Delta\varphi}, \quad (4)$$

где C — константа, определяемая, в том числе, погрешностью измерения температуры. Правая часть приведенного неравенства принимает минимальное значение при $\Delta\varphi = 1$, то есть, когда сдвиг фаз составляет 1 радиан. Таким образом, наименьшая погрешность достигается в случае, когда расчеты производятся для слоя, у которого отношение времени запаздывания к периоду возмущений составляет $1/2\pi$, что в случае суточной периодичности внешнего воздействия соответствует примерно 4-часовому запаздыванию. Следует также иметь в виду, что при бо́льших значениях $\Delta\varphi$ погрешность резко возрастает из-за экспоненциального уменьшения амплитуды суточных колебаний с глубиной (например, при $\Delta\varphi = \pi$ амплитуды соотносятся как $\exp(\pi)$: 1, то есть отличаются примерно в 23 раза).

Для увеличения точности оценок величины Δt использовался также описанный выше прием усреднения по «синоптическому дню». В качестве примера подобной обработки опытных данных на рис. 7 представлены графики, описывающие совместную эволюцию приращения температур в двух слоях ГЛ (панель а), соответствующих датчикам на глубинах 1,02 м и 3,00 м соответственно. Оба датчика находились в пределах ППС (рис. 7, з). Для определенности рассматривался 4-дневный синоптический интервал (1–4 июля 2021 г.). Расчет параметров δ и K осуществлялся по временной задержке Δt максимумов для синоптического дня (рис. 7, б). Величина Δt в рассматриваемом примере составляла 210 мин, что соответствует близкому к оптимальному (в плане минимизации погрешности) значению сдвига фаз $\Delta\varphi = 0,92$ радиан. Такому сдвигу соответствует глубина затухания $\delta = 2,18$ м, сопоставимая с толщиной ППС.

Как отмечалось выше, при более строгом количественном расчете необходимо учитывать тот факт, что на величину сдвига фаз $\Delta\varphi$ оказывает влияние и объемный прогрев водной толщи. Корректировка при этом заключается в исключении того вклада в прирост температуры каждого слоя, который обусловлен объемным прогревом. А именно, для i -го слоя толщиной h_i прирост ΔT_i температуры на временном интервале Δt за счет солнечной радиации можно представить в виде:

$$c\rho h_i \Delta T_i = W_0 (\exp(-\gamma z_i) - \exp(-\gamma(z_i + h_i))) \Delta t. \quad (5)$$

Здесь z_i — глубина верхней границы i -го слоя; W_0 — поток солнечной радиации на поверхности (Вт/м^2), который, в отсутствие прямых измерений потока в 2021 г., был рассчитан по интегральному тепловому балансу водного столба.

Откорректированный указанным образом цикл приращений температуры представлен на рис. 7, в. При этом задержка по времени практически не изменилась. Однако, в связи с большой погрешностью расчетов неоднородных по глубине потоков тепла, петля гистерезиса несколько искажилась, и достичь уточнения результатов расчетов не удалось, что, однако, не снижает актуальности задачи, связанной с расчетом вклада объемного нагрева в прирост температуры.

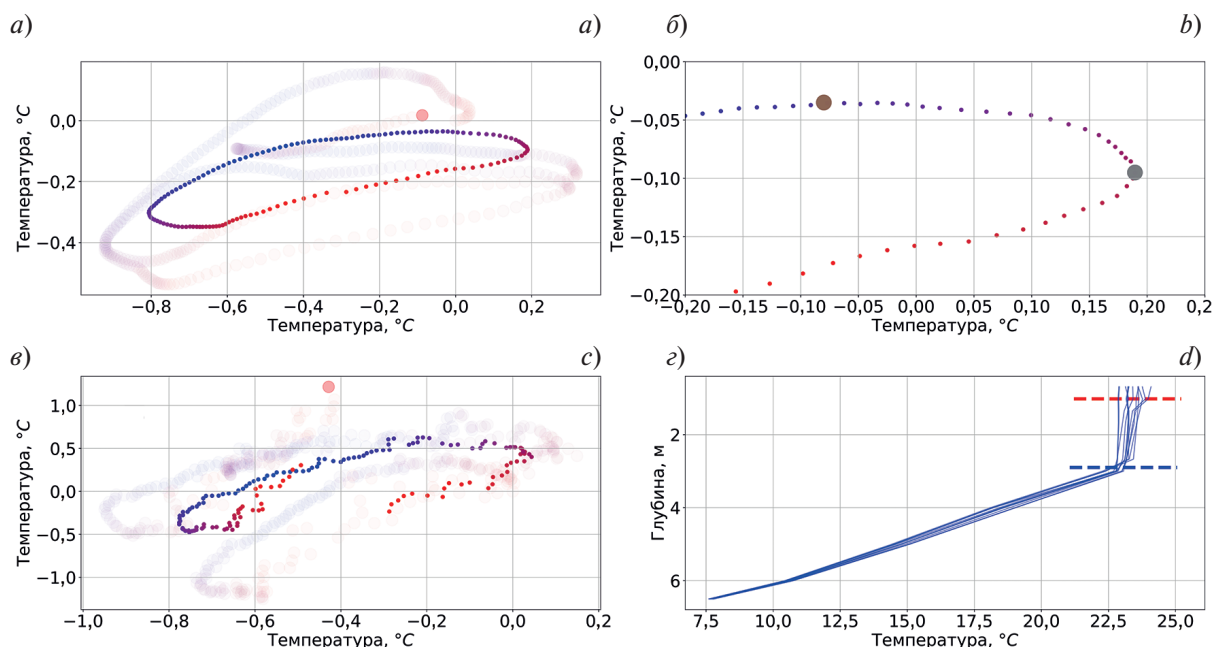


Рис. 7. Суточный (с полудня 1 июля) цикл прироста температуры в ГЛ на глубинах 1 м (ось X) и 3 м (ось Y) для 4-дневного синоптического интервала 1–4 июля. Полупрозрачные маркеры представляют динамику прироста температур каждого из дней, шаг по времени — 10 мин (a). Фрагмент суточной эволюции температур, включающий точки максимума для обеих глубин (b). Динамика прироста температуры, за вычетом вклада, обусловленного радиационным нагревом ($в$). Семейство вертикальных профилей температуры для рассматриваемого интервала времени, шаг по времени — 6 ч ($г$)

Fig. 7. Daily (from noon on July 1) cycle of temperature increase in the GL at depths of 1 m (X -axis) and 3 m (Y -axis) for a 4-day synoptic interval on July 1–4. The semi-transparent markers represent the dynamics of the temperature increase for each day, the time step is 10 minutes (a). Fragment of daily temperature evolution, including maximum points for both depths (b). Dynamics of temperature increase, excluding the contribution due to radiation heating ($в$). Family of vertical temperature profiles for the considered time interval, time step — 6 h ($г$)

В этой связи при анализе динамики параметра δ расчет осуществлялся по упрощенной методике, на основе непосредственной оценки задержки по времени для температур на двух глубинах, с использованием формулы (2). Результаты расчетов динамики величины δ для 5-недельного интервала (21.06–29.07) представлены на рис. 8, на котором одновременно приведена зависимость температуры верхнего датчика от времени, а также температурное поле водной толщи в целом.

Для указанного интервала времени по традиционной методике (с использованием критической разности температур $0,5^\circ\text{C}$) была также рассчитана нижняя граница ПС, положение которой примерно соответствует визуальной цветовой границе на рис. 8. Важно отметить, что эта граница изменяется достаточно монотонно, в отличие от глубины δ , подверженной достаточно резким изменениям. Этот факт свидетельствует о существенном физическом различии параметров δ и l . А именно, можно предположить, что глубина δ затухания тепловой волны, в отличие от параметра l , задающего условную толщину эпилимниона как перемешанного слоя, определяет толщину термически активного, перемешиваемого слоя. В пользу такой трактовки свидетельствуют, например, эпизоды резкого увеличения δ при общем охлаждении на синоптических масштабах с 27 июня по 4 июля и с 17 по 24 июля (во втором из этих эпизодов величина δ даже превышала толщину водного столба). Можно предположить, что увеличение δ во время этих эпизодов отражает увеличение тепловой активности всей толщи, сопряженное с активным заглублением ППС. Это подтверждается анализом динамики температурных профилей. Так, семейство профилей (левая панель рис. 9) для интервала охлаждения с 17 по 24 июля демонстрирует интенсификацию перемешивания, присутствие хорошо выраженного и заглубляющегося ППС и практическое отсутствие рестратификации в дневные часы. В то же время в течение «пассивной» синоптической недели с 3 по 10 июля (правая панель рис. 9), когда рассчитанные значения величины δ малы, наблюдается существенный прогрев практически всей водной толщи, а толщина ППС практически не изменяется.

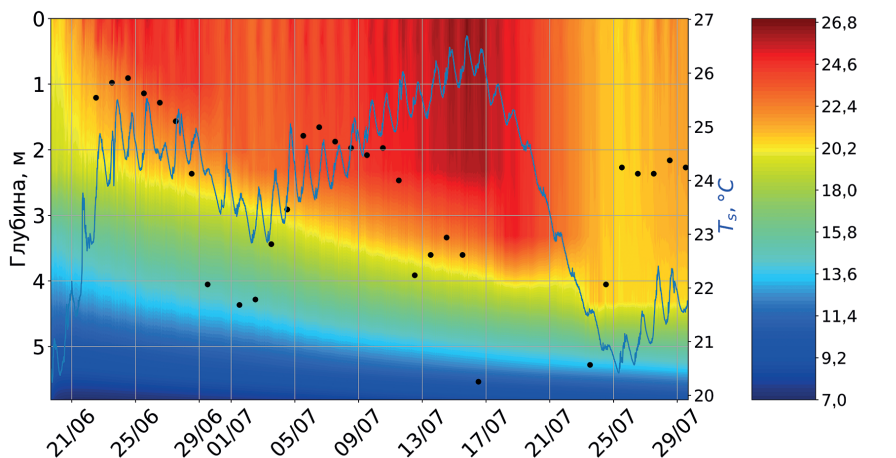


Рис. 8. Температурное поле водной толщи ГЛ для 40-дневного интервала, с 21 июня 2021 г. Маркерами обозначены рассчитанные значения глубины δ затухания волн. Сплошная линия представляет температуру T_s поверхностного слоя (датчик на глубине 0,25 м)

Fig. 8. Temperature field of the GL water column for a 40-day interval, from June 21, 2021. The markers indicate the calculated values of the depth δ of wave attenuation. The solid line represents the temperature T_s of the surface layer (sensor at a depth of 0.25 m)

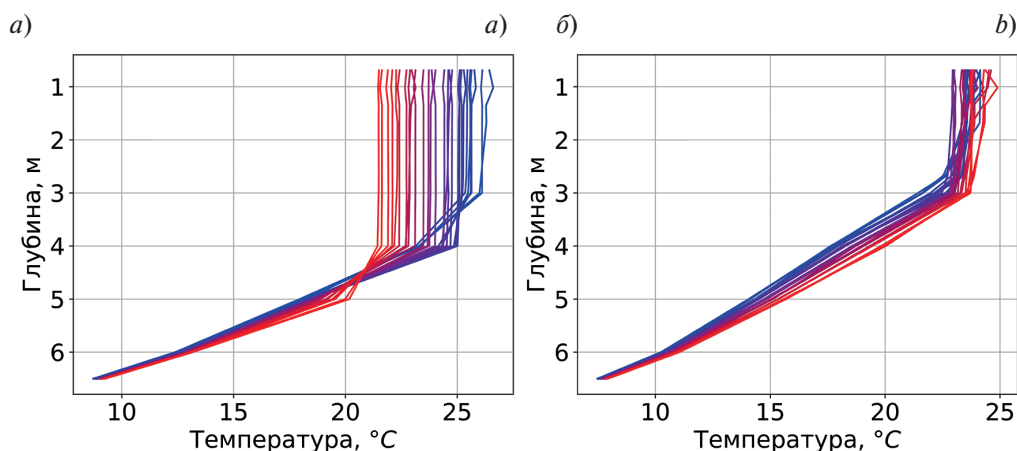


Рис. 9. Семейства температурных профилей для двух различных синоптических периодов; период похолодания с 17 по 24 июля (а) и период потепления с 3 по 10 июля (б). Шаг по времени — 6 ч. Смена цвета со временем — от синего к красному

Fig. 9. Families of temperature profiles for two different synoptic periods; a cooling period from July 17 to 24 (left panel) and a warming period from July 3 to 10 (right panel). Time step — 6 hours. Color changes over time — from blue to red

4. Дискуссия и заключение

Полученные результаты свидетельствуют о том, что изучение тепловой инерции, гистерезисных явлений, оценки параметров температурной волны могут быть действенным инструментом для идентификации перемешиваемого слоя малого озера, а также для расчета его параметров и динамики. Проведенные расчеты подтверждают необходимость разделения понятий перемешанного и перемешиваемого слоев. При этом, в рамках рассмотрения дилеммы mixed — mixing, перемешиваемый, или термически активный, слой, трактуемый как область распространения температурной волны, получает наглядную физическую интерпретацию.

В ходе расчетов было установлено, что сдвиг фаз температурных колебаний, представляющих отклик водной толщи на периодическое внешнее воздействие, линейно растет с увеличением глубины. Данное свойство температурной волны определяет весьма важную с практической точки зрения особенность предложенного метода оценки параметров термически активного слоя. А именно, для расчета этих параметров можно использовать минимальное количество температурных датчиков (в пределе — лишь два).

Совершенствование метода и его дальнейшие перспективы во многом связаны с возможностью уменьшения погрешностей расчета временного запаздывания и сдвига фаз. В частности, как отмечалось выше, наименьшая погрешность расчетов достигается в случае, когда производится количественное сравнение температур на двух глубинах, для которых сдвиг фаз близок к 1 рад. Однако заранее определить такие глубины весьма трудно. В этой связи для уменьшения погрешности при использовании даже небольшого числа датчиков можно проводить расчеты с использованием всех пар глубин, на которых расположены датчики, с последующим усреднением результатов.

Существенный момент, связанный с дальнейшим использованием метода, заключается в необходимости совершенствования его расчетной методики применительно к объектам (таким, например, как рассмотренный выше DP), толщину перемешиваемого слоя которых в общем случае нельзя считать малой по сравнению с глубиной H . Строго говоря, простейшая формула (1) здесь может быть использована лишь для качественного описания тепловой волны; для проведения же количественных оценок необходимо использовать ее модифицированный вариант, учитывающий конечность параметра δ/H .

Следует также иметь в виду, что внешнее воздействие не является синусоидальным, и для увеличения точности оценок можно производить расчет сдвига фаз для разных гармоник, как в случае теплофизических измерений, когда для изучения калориметрических параметров используются даже импульсные сигналы [14].

Кроме того, весьма важным направлением совершенствования расчетов является их корректировка за счет исключения вкладов в прирост температуры, обусловленных объемным прогревом. Здесь необходим и эффективный алгоритм расчета поправок, и использование более точных данных по потокам солнечной радиации.

Финансирование

Работа выполнена в рамках государственного задания (FMEN 2021-0019) Института водных проблем Севера (Карельский научный центр РАН).

Funding

This study was carried out within the framework of the State task (FMEN 2021-0019) of the Northern water problems Institute, Karelian Research Center of the Russian Academy of Sciences.

Конфликт интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов

Conflict of interests

The authors declare no conflict of interests

Литература

1. Brainerd K.E., Gregg M.C. Surface mixed and mixing layer depths // Deep Sea Research Part I: Oceanographic Research Papers. 1995. Vol. 42. P. 1521–1543. EDN APZBIF. [https://www.doi.org/10.1016/0967-0637\(95\)00068-H](https://www.doi.org/10.1016/0967-0637(95)00068-H)
2. Sutherland G., Reverdin G., Marié L., Ward B. Mixed and mixing layer depths in the ocean surface boundary layer under conditions of diurnal stratification // Geophysical Research Letters. 2014. Vol. 41(23). P. 8469–8476. EDN UPIAKB. <https://www.doi.org/10.1002/2014GL061939>
3. Reichl B.G., Adcroft A., Griffies S.M., Hallberg R. A potential energy analysis of ocean surface mixed layers // Journal of Geophysical Research. Oceans. 2022. Vol. 127. P. e2021JC018140. EDN FJUVZP. <https://www.doi.org/10.1029/2021JC018140>
4. Gray E., Mackay E.B., Elliott J.A., Folkard A.M., Jones I.D. Wide-spread inconsistency in estimation of lake mixed depth impacts interpretation of limnological processes // Water Research. 2020. 168:115136. EDN RMJOML. <https://www.doi.org/10.1016/j.watres.2019.115136>

5. Toffolon M., Yousefi A., Piccolroaz S. Estimation of the thermally reactive layer in lakes based on surface water temperature // *Water Resources Research*. 2022. Vol. 58, Iss. 6. P. e2021WR031755. EDN YMRTSF. <https://www.doi.org/10.1029/2021WR031755>
6. Piccolroaz S., Toffolon M., Majone B. A simple lumped model to convert air temperature into surface water temperature in lakes // *Hydrology and Earth System Sciences*. 2013. Vol. 17(8). P. 3323–3338. <https://doi.org/10.5194/hess-17-3323-2013>
7. Науменко М.А., Гузиватый В.В. Связаны ли параметры устойчивой плотностной стратификации с температурой поверхности Ладожского озера? // *Гидрометеорология и экология*. 2024. № 75. С. 328–344. EDN GYZNG.
8. Пономарев С.В., Мищенко С.В., Дивин А.Г. Теоретические и практические аспекты теплофизических измерений: Тамбов: Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2006. Кн. 1. 204 с. URL: https://www.tstu.ru/book/elib/pdf/2006/ponomarev_a1.pdf (дата обращения: 25.02.25).
9. Богданов С.Р., Пальшин Н.И., Здорovenнов Р.Э. и др. Оценка эффективности перемешивания небольшого димиктического озера при поверхностном выхолаживании // *Фундаментальная и прикладная гидрофизика*. 2023. Т. 16, № 2. С. 73–88. EDN MYCYZD. [https://doi.org/10.59887/2073-6673.2023.16\(2\)-6](https://doi.org/10.59887/2073-6673.2023.16(2)-6)
10. Solcerova A., van de Ven F., van de Giesen N. Nighttime Cooling of an Urban Pond // *Frontiers in Earth Science*. 2019. Vol. 7. P. 156. <https://www.doi.org/10.3389/feart.2019.00156>
11. Ptak M., Sojka M., Nowak B. Characteristics of daily water temperature fluctuations in Lake Kierskie (West Poland) // *Quaestiones Geographicae*. 2019. Vol. 38(3). P. 41–49. <https://doi.org/10.2478/quageo-2019-0027>
12. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1977. 736 с. EDN ISZWIH
13. Дивина Д.А., Пономарев С.В., Дивин А.Г. Повышение точности определения теплофизических характеристик методом регулярного режима третьего рода // Сб. трудов II междунар. науч.-техн. конференции «Современные методы и средства исследований теплофизических свойств веществ». СПб.: НИУ ИТМО, 2012. С. 59–68.
14. Галактионов А.В., Петров В.А., Степанов С.В., Улыбин С. Ал. Сравнительный анализ двух модификаций метода температурных волн для измерения температуропроводности теплоизоляционных материалов // *Теплофизика высоких температур*. 1993. Т. 31, вып. 5. С. 817–820. EDN KSUMEZ

References

1. Brainerd KE, Gregg MC. Surface mixed and mixing layer depths. *Deep Sea Research Part I: Oceanographic Research Papers*. 1995;42:1521–1543. [https://www.doi.org/10.1016/0967-0637\(95\)00068-H](https://www.doi.org/10.1016/0967-0637(95)00068-H)
2. Sutherland G, Reverdin G, Marié L, Ward B. Mixed and mixing layer depths in the ocean surface boundary layer under conditions of diurnal stratification. *Geophysical Research Letters*. 2014;41(23):8469–8476. <https://doi.org/10.1002/2014GL061939>
3. Reichl BG, Adcroft A, Griffies SM, Hallberg R. A potential energy analysis of ocean surface mixed layers. *Journal of Geophysical Research: Oceans*. 2022;127: e2021JC018140. <https://doi.org/10.1029/2021JC018140>
4. Gray E, Mackay EB, Elliott JA, Folkard AM, Jones ID. Wide-spread inconsistency in estimation of lake mixed depth impacts interpretation of limnological processes. *Water Research*. 2020;168:115136. <https://doi.org/10.1016/j.watres.2019.115136>
5. Toffolon M, Yousefi A, Piccolroaz S. Estimation of the thermally reactive layer in lakes based on surface water temperature. *Water Resources Research*. 2022;58(6): e2021WR031755. <https://doi.org/10.1029/2021WR031755>
6. Piccolroaz S, Toffolon M, Majone B. A simple lumped model to convert air temperature into surface water temperature in lakes. *Hydrology and Earth System Sciences*. 2013;17(8):3323–3338. <https://doi.org/10.5194/hess-17-3323-2013>
7. Naumenko MA, Guzivaty VV. Are the parameters of stable density stratification related to the surface temperature of Lake Ladoga? *Hydrometeorology and Ecology*. 2024;75:328–344. (In Russ).
8. Ponomarev SV, Mishchenko SV, Divin AG. Theoretical and practical aspects of thermophysical measurements. Tambov: Tambov State Technical University Publishing House; 2006. Book 1, 204 p. (In Russ). Available from: https://www.tstu.ru/book/elib/pdf/2006/ponomarev_a1.pdf (date of access: 25.02.25).
9. Bogdanov SR, Palshin NI, Zdorovennov RE, et al. Estimation of mixing efficiency of a small dimictic lake due to surface cooling. *Fundamental and Applied Hydrophysics*. 2023;16(2):73–88. (In Russ). [https://doi.org/10.59887/2073-6673.2023.16\(2\)-6](https://doi.org/10.59887/2073-6673.2023.16(2)-6)
10. Solcerova A, van de Ven F, van de Giesen N. Nighttime cooling of an urban pond. *Frontiers in Earth Science*. 2019;7:156. <https://doi.org/10.3389/feart.2019.00156>
11. Ptak M, Sojka M, Nowak B. Characteristics of daily water temperature fluctuations in Lake Kierskie (West Poland). *Quaestiones Geographicae*. 2019;38(3):41–49. <https://doi.org/10.2478/quageo-2019-0027>
12. Tikhonov AN, Samarsky AA. Equations of mathematical physics. Moscow: Nauka; 1977. 736 p. (In Russ).

13. Divina DA, Ponomarev SV, Divin AG. Increasing the accuracy of determining thermophysical characteristics by the method of regular mode of the third type. In: Proceedings of the II International Scientific-Technical Conference “Modern Methods and Tools for Studying the Thermophysical Properties of Substances”; 2012; St. Petersburg. p. 59–68. (In Russ).
14. Galaktionov AV, Petrov VA, Stepanov SV, Ulybin SA. Comparative analysis of two modifications of the temperature wave method for measuring the thermal diffusivity of thermal insulation materials. *High Temperature*. 1993;31(5):817–820. (In Russ).

Об авторах

- БОГДАНОВ Сергей Рэмович, доктор физико-математических наук, доцент, ведущий научный сотрудник, Институт водных проблем Севера Карельского научного центра РАН, ORCID: 0000-0003-4150-2712, WoS ResearcherID: Y-5047-2019, Scopus AuthorID: 22950031500, SPIN-код (РИНЦ): 6021-9551, e-mail: sergey.r.bogdanov@mail.ru
- ПАЛЫШИН Николай Иннокентьевич, кандидат географических наук, старший научный сотрудник, Институт водных проблем Севера Карельского научного центра РАН, ORCID: 0000-0003-1540-3788, WoS ResearcherID: L-8634-2013, Scopus AuthorID: 67001733667, SPIN-код (РИНЦ): 9306-5587, e-mail: npalshin@mail.ru
- ЕФРЕМОВА Татьяна Владимировна, кандидат географических наук, старший научный сотрудник, Институт водных проблем Севера Карельского научного центра РАН, ORCID: 0000-0003-0313-6731, WoS ResearcherID: M-1943-2013, Scopus AuthorID: 7006375780, SPIN-код (РИНЦ): 1360-1420, e-mail: efremova@nwpi.krc.karelia.ru
- ЗДОРОВЕННОВ Роман Эдуардович, кандидат географических наук, старший научный сотрудник, Институт водных проблем Севера Карельского научного центра РАН, ORCID: 0000-0003-1695-4872, WoS ResearcherID: L-8294-2013, Scopus AuthorID: 8847365600, SPIN-код (РИНЦ): 5712–4156, e-mail: romga74@gmail.com
- ЗДОРОВЕННОВА Галина Эдуардовна, кандидат географических наук, ведущий научный сотрудник, Институт водных проблем Севера Карельского научного центра РАН, ORCID: 0000-0003-2726-0104, WoS ResearcherID: L-8214-2013, Scopus AuthorID: 8847365700, SPIN-код (РИНЦ): 3761-2449, e-mail: zdorovennova@gmail.com