DOI 10.59887/2073-6673.2025.18(1)-3

УДК 551.466.38

© *И. А. Сергиевская*[1,2*], *С. А. Ермаков*[1,2], *Т. Н. Лазарева*[1], 2025

[1]Институт прикладной физики им. А. В. Гапонова-Грехова РАН, 903950, Нижний Новгород, ул. Ульянова, д. 46
[2]Волжский государственный университет водного транспорта, 903950, Нижний Новгород, ул. Нестерова, д. 5
*i.sergia@ipfran.ru

МОДОВАЯ ТРАНСФОРМАЦИЯ ВОЛН НА ПОВЕРХНОСТИ ЖИДКОСТИ, ПОКРЫТОЙ УПРУГОЙ ПЛЕНКОЙ КОНЕЧНОЙ ТОЛЩИНЫ

Статья поступила в редакцию 16.10.2024, после доработки 03.02.2025, принята в печать 06.02.2025

Аннотация

Исследование подавления поверхностных волн пленками нефтепродуктов и биогенными пленками в областях катастрофического цветения фитопланктона является актуальной задачей в приложении к проблеме дистанционной диагностики загрязнений на морской поверхности. Особенностью таких пленок по сравнению с хорошо изученным случаем квазимономолекулярных пленок поверхностно-активных веществ является значительная (порядка и более 1 мкм) толщина пленки, последнюю в этом случае описывают как слой вязкой жидкости. В работе в рамках линейной теории исследовано затухание волн на поверхности воды, покрытой слоем другой вязкой жидкости конечной толщины с упругой границей между ними. Численно проанализированы особенности двух разных типов волновых мод, которые в пределе бесконечно тонкой пленки характеризуются как поперечные (гравитационно-капиллярные волны, ГКВ) и продольные (волны Марангони, ВМ). Проанализирована эволюция этих мод с ростом толщины верхнего слоя вплоть до толщин, много больших толщины вязкого подслоя, в пленке. Показано, что в некотором интервале упругостей границы раздела, определяемым длиной волны и вязкостью жидкостей, при толщине верхнего слоя порядка толщины вязкого подслоя в пленке, происходит взаимная трансформация мод. Именно волна, которая была ГКВ для бесконечно тонкой пленки, при толщинах пленки, превышающих толщину вязкого подслоя, переходит в ВМ, и наоборот. Этот эффект возникает из-за того, что ГКВ и ВМ не являются ни чисто гравитационно-капиллярными, ни чисто дилатационными. Лабораторные эксперименты показали хорошее согласие с результатами численного анализа и подтвердили существование эффекта модовой трансформации.

Ключевые слова: гравитационно-капиллярные волны, волны Марангони, двухслойная жидкость, упругая пленка

© *I. A. Sergievskaya*[1,2*], *S. A. Ermakov*[1,2], *T. N. Lazareva*[1], 2025

[1]A. V. Gaponov-Grekhov Institute of Applied Physics RAS, 46 Ulyanova Str., Nizhny Novgorod 903950, Russia
[2]Volga State University of Water Transport, 5 Nesterova Str. Nizhny Novgorod 903950, Russia
*i.sergia@ipfran.ru

MODE TRANSFORMATION OF WAVES ON THE SURFACE OF A LIQUID COVERED BY AN ELASTIC FILM OF FINITE THICKNESS

Received 16.10.2024, Revised 03.02.2025, Accepted 06.02.2025

Abstract

The study of surface wave suppression due to oil product films and biogenic films in areas of catastrophic phytoplankton blooms is an important task in application to the problem of remote diagnostics of pollution on the sea surface. The peculiarity of such films in comparison with the well-studied case of quasi-monomolecular films of surfactants is a significant (on the order of or more than 1 micron) film thickness, the latter in this case is described as a layer of viscous liquid. This paper investigates wave damping on a water surface covered by a layer of another viscous fluid of finite thickness with an elastic boundary between them within the framework of linear theory. The features of two different types of wave modes, which for infinitely thin film are

Ссылка для цитирования: *Сергиевская И.А.*, *Ермаков С.А.*, *Лазарева Т.Н.* Модовая трансформация волн на поверхности жидкости, покрытой упругой пленкой конечной толщины // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2025. Т. 18, № 1. С. 31–40. doi:10.59887/2073-6673.2025.18(1)-3
For citation: *Sergievskaya I.A.*, *Ermakov S.A., Lazareva T.N.* Mode Transformation of Waves on the Surface of a Liquid Covered by an Elastic Film of Finite Thickness. *Fundamental and Applied Hydrophysics*. 2025;18(1):31–40.
doi:10.59887/2073-6673.2025.18(1)-3

characterized as transverse (gravitational-capillary waves, GCW) and longitudinal (Marangoni waves, MW), are numerically analyzed. The evolution of these modes with increasing thickness of the top layer up to thicknesses much larger than the thickness of the viscous sublayer in the film is analyzed. It is shown that in some interval of interface elasticity, determined by the wavelength and viscosity of the top layer, a mutual transformation of the modes occurs at the thickness of the layer of the order of viscous sublayer thickness in the film. Namely, a wave that was GCW for an infinitely thin film, at film thicknesses greater than the thickness of the viscous sublayer, transitions to a MW, and vice versa. This effect arises because the GCW and MW are neither purely gravity-capillary nor purely dilatational. Laboratory experiments showed good agreement with the numerical results and confirmed the existence of the mode transformation effect.

Keywords: gravity-capillary waves, Marangoni waves, two-layer fluid, elastic film

1. Введение

Исследование подавления волн на поверхности воды в присутствии пленок различной природы, включая пленки нефтепродуктов и пленки биогенного происхождения, является актуальной задачей в приложении к проблеме дистанционной диагностики загрязнений на поверхности океана и внутренних водоемов (см., например, [1, 2]). Особенностью пленок нефти по сравнению с мономолекулярными пленками чистых поверхностно-активных веществ, является значительная их толщина, обычно 0.1–10 мкм [3], а в случае сильных разливов — на порядки больше. Отметим, что и пленки биогенной природы, формируемые в областях интенсивного «цветения воды» также могут характеризоваться значительной толщиной (см. [4]). Такие «толстые» пленки следует описывать как слои вязкой жидкости с упругими границами, и затухание волн на поверхности среды должно анализироваться в рамках модели двухслойной жидкости «вода — толстая пленка».

Затухание волн на поверхности жидкости, покрытой мономолекулярной пленкой хорошо изучено, подробно описаны два типа колебаний поверхности: гравитационно-капиллярные волны (ГКВ) и волны Марангони (ВМ). Выражения для дисперсионного соотношения и коэффициента затухания ГКВ найдены в общем случае с использованием линеаризованного уравнения Навье-Стокса с граничными условиями, учитывающими наличие упругой пленки на водной поверхности (см., например, [5–11]). Наблюдаемый в коэффициенте затухания ГКВ максимум соответствует случаю, когда волновые числа при одной и той же частоте ВМ и ГКВ близки. Lucassen в [9] объяснял этот максимум резонансом между ГКВ и ВМ, но при этом заметил, что это не означает взаимодействия этих двух типов волн между собой. В то же время, в целом ряде работ (см. например, [1,10], а также литературу, цитированную в [14]) утверждается, что ВМ получают энергию от ГКВ, и этот процесс наиболее эффективен, если частоты и волновые числа этих двух мод близки друг к другу, что и приводит к максимуму затухания. В [12–14] подход к исследованию волновых движений был основан на изначальном разделении скорости на вихревую и потенциальную компоненты. Предположение о возможности существования чисто вихревых движений позволило показать, что горизонтальная компонента скорости ВМ много больше вертикальной, т. е. ВМ можно считать квазигоризонтальной, прижатой к поверхности и затухающей на длине порядка длины волны. Было показано, что математически вихревая компонента ГКВ может быть формально описана как «вынужденная» мода Марангони, возбуждаемая потенциальной компонентой. В [15–17] проведено исследование волн на поверхности жидкости, покрытой упругой пленкой с комплексными упругостью (ненулевой сдвиговой вязкостью) и коэффициентом поверхностного натяжения, и показано, что в этом случае возможна взаимная трансформация мод ВМ и ГКВ. При этом сами авторы отмечали, что хотя физический смысл комплексности этих характеристик до конца не ясен, не учитывать возможную связь между ВМ и ГКВ нельзя.

Случай, когда толщина пленки на поверхности воды конечна, представляет более сложную задачу. В [18] рассматривалась система, состоящая из двух вязких слоев разных жидкостей с упругими пленками на верхней и нижней границах верхнего слоя. Волнение описывается линеаризованным уравнением Навье-Стокса с граничными условиями, учитывающими упругость границ. Предполагается, что такая система должна описывать, например, нефтяную пленку на водной поверхности. Реальная пленка на верхней границе нефтяного слоя может образовываться в связи с тем, что нефть — это сложное вещество, состоящее из разных фракций, которые и образуют пленки. В рамках этой модели в общем случае было найдено решение для ГКВ при толщине пленки много меньше толщины вязкого погранслоя [18]. На основе разделения волн на вихревую и потенциальную компоненту найдены аналитические выражения для дисперсионного уравнения и коэффициента затухания ГКВ для тонкой пленки и для толстого верхнего слоя [19]. В последнем случае, если упругая пленка присутствует на обеих границах верхнего слоя, показано существование двух мод ВМ, прижатых к нижней и верхней границам, и соответственно двух максимумов коэффициента затухания.

Нахождение аналитического решения для случая промежуточных толщин пленок не представляется возможным. В данной статье проводится численное исследование затухания волн длиной 2 см на поверхности двухслойной жидкости. Выбор длины волны определяется тем, что для дистанционной диагностики ветрового волнения часто используются микроволновые радиолокаторы, брэгговские волновые числа которых при умеренных углах падения (например, при использовании радаров, установленных на спутниках) составляют несколько см. В работе проведен численный анализ, который позволил описать эволюцию двух волновых мод, которые для бесконечно тонкой пленки отвечают ГКВ и ВМ, с ростом толщины верхнего слоя. Показано, что в некотором интервале упругостей пленки, определяемом длиной волны и вязкостью жидкостей, при толщине верхнего слоя порядка толщины вязкого подслоя в пленке, происходит модовая трансформация этих типов мод. Далее представлены результаты лабораторных экспериментов, которые показали хорошее согласие с результатами численного анализа и подтвердили существование эффекта трансформации.

2. Описание модели и методики численных расчетов

Анализ волн на поверхности среды, состоящей из двух слоев разных вязких ньютоновских жидкостей, проводится в двумерном случае (z — вертикальная ось, волна распространяется вдоль горизонтальной оси x), пленка с упругостью E находится на границе раздела жидкостей ($z = 0$). Толщина верхнего слоя жидкости h, для простоты предполагается, что нижний слой имеет бесконечную глубину. W/U и P (соответственно вертикальная/горизонтальная компоненты скорости частиц и давление в каждой точке среды) связаны уравнениями Навье-Стокса и уравнением неразрывности:

$$\begin{gathered} U_t + p_x / \rho = \nu \nabla^2 U, \\ W_t + p_z / \rho + gz = \nu \nabla^2 W, \\ U_x + W_z = 0. \end{gathered} \tag{1}$$

Здесь ρ, ν — плотность и кинематическая вязкость среды. Нижние индексы (x, z) определяют производные по соответствующим координатам. Решение системы (1) имеет вид $W_{f,w}(z) \cdot \exp(-i\omega t + ikx)$, где Reω — круговая частота, Imω — затухание волны, k — волновое число, нижние индексы соответствуют верхнему (f) или нижнему (w) слоям. В верхнем слое $W_f(z) \propto c_1\exp(-kz) + c_2\exp(kz) + c_3\exp(-l_f \cdot kz) + c_4\exp(l_f \cdot kz)$, в нижнем слое $W_w(z) \propto b_1\exp(-kz) + b_3\exp(-l_w \cdot kz)$, здесь $l_{f,w} = \sqrt{\dfrac{\omega}{\nu_{f,w}} + 1}$, $d_{f,w} = \dfrac{\sqrt{2}}{l_{f,w}}$ — толщина вязкого погранслоя в разных слоях жидкости. Члены, содержащие $\exp(\pm kz)$, соответствуют потенциальной компоненте, а члены с $\exp(\pm l_{f,w} \cdot kz)$ — вихревой, $c_{1,2,3,4}$, $b_{1,2}$ — амплитуды соответствующих гармоник.

Для определения амплитуд используют кинематические и динамические граничные условия. Динамические нормальное и тангенциальное граничные условия имеют вид (см., например, [18]) для верней границы при $z = h$:

$$\begin{gathered} P_f - gz - 2\nu_f W_{fz} + (\sigma_{af} / \rho_f) Z_{xx} = 0, \\ \rho_f \nu_f (U_{fz} + W_{fx}) = 0, \end{gathered} \tag{2}$$

и нижней границы при $z = 0$:

$$\rho_f \left(P_f - gz - 2\nu_f W_{fz} \right) = \rho_w \left(p_w - gz - 2\nu_w W_{w_z} \right) + \sigma_{fw} \zeta_{-xx},$$

$$\rho_f \nu_f (U_{fz} + W_{fx}) + E \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \rho_w \nu_w (U_{wz} + W_{wx}), \tag{3}$$

где $\sigma_{af,fw}$ — поверхностное натяжение на верхней и нижней границах верхнего слоя, g — ускорение сводного падения, Z — отклонение поверхности в вертикальной плоскости, ξ — горизонтальный сдвиг, соответственно $W = \dfrac{\partial Z}{\partial t}$, $U = \dfrac{\partial \xi}{\partial t}$.

Эта система описывает все волны, которые могут возбуждаться в двухслойной жидкости. Ниже будем интересоваться только двумя типами колебаний, которые при бесконечно тонкой (мономолекулярной) пленке на верхней поверхности нижней жидкости являются ГКВ и ВМ. Мономолекулярная пленка в данном случае соответствует $h = 0$, дисперсионное уравнение и коэффициент затухания имеют вид (см. также [14]) для ГКВ:

$$\left(\mathrm{Re}\,\omega\right)^2 = gk + \left(\sigma_{af} + \sigma_{fw}\right)k^3, \tag{4}$$

$$\mathrm{Im}\,\omega = 2\nu_w k^2 \frac{1 - X + X\cdot Y}{1 - 2X + X^2},\quad X = \frac{Ek^2}{\rho_w\sqrt{2\nu_w\omega^3}},\quad Y = \frac{Ek}{4\rho_w\nu_w\omega},$$

для ВМ [14]:

$$k^2 = \frac{i+1}{E}\sqrt{\frac{\rho_w\eta_w\omega^3}{2}}. \tag{5}$$

Если толщина верхнего слоя h больше длины ГКВ, то коэффициент затухания и дисперсионное уравнение для ГКВ выражаются как

$$\mathrm{Im}\,\omega = 2\nu_f k^2,$$

$$\left(\mathrm{Re}\,\omega\right)^2 = gk + \sigma_{af}k^3, \tag{6}$$

ВМ в этом случае прижата к границе между слоями, дисперсионное соотношение и коэффициент затухания для нее определяется из выражения [19]:

$$k^2 = \frac{i+1}{E}\left(\sqrt{\frac{\rho_f\eta_f\omega^3}{2}} + \sqrt{\frac{\rho_w\eta_w\omega^3}{2}}\right). \tag{7}$$

На рис. 1 представлены зависимости частоты ГКВ и ВМ от упругости пленки для двух случаев: (а) на поверхности воды находится мономолекулярная пленка; (б) толщина верхнего слоя много больше толщины вязкого погранслоя в пленке. Выбранные значения поверхностного натяжения 30 мН/м и 30 мН/м на верхней и нижней границах верхнего слоя, а также объемная вязкость 0,1 см^2/м, являются типичными для сырой нефти (с используемой плотностью 0,85 г/см^3) и ее производных [20–24], плотность и вязкость нижнего слоя соответствуют воде. Видно, что существует такой интервал упругостей пленки, при которых частоты ГКВ (которые близки при тонкой пленке и толстом слое) меньше частот ВМ на тонкой пленке и больше частот ВМ при толстом верхнем слое. Назовем волну, которая для случая тонкой пленки является ВМ — W2, а ту, что является ГКВ –W1. Тогда очевидно, что в указанном интервале упругостей частоты волн W1 и W2 пересекаются при некоторых толщинах верхнего слоя.

При численных расчетах зависимостей коэффициента затухания и частоты волны при заданном волновом числе от толщины пленки мы используем выражения (4) и (5) при $h = 0$ как начальные значения для поиска решения при малом ненулевом значении толщины $\delta h << d_{f,\,w}$. Затем найденное решение при $h = \delta h$ будет использоваться в качестве начального для определения коэффициента затухания и частоты при $h = 2\delta h$, и так далее. Это позволит нам проследить, как меняется решение для W1 и W2 при увеличении толщины верхнего слоя. Для проверки результатов, расчеты проводились также от больших толщин верхнего слоя к меньшим, т.е в качестве начальных точек использовались выражения (6) и (7).

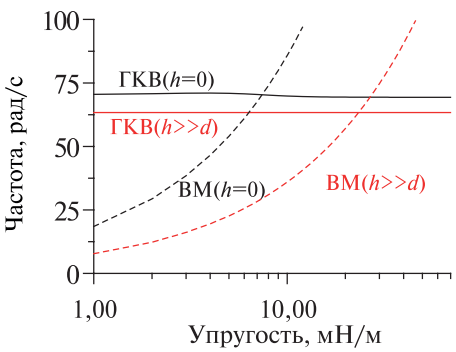

Рис. 1. Зависимость частоты 2 см — волны от упругости пленки, сплошные кривые — ГКВ, пунктир — ВМ. Черные кривые — мономолекулярная пленка, пунктир — толстый верхний слой

Fig. 1. Dependence of the 2 cm wave frequency on the film elasticity, solid curves are GCW, dashed curves are MW. Black curves correspond to monomolecular film, dashed — thick top layer

3. Результаты численных расчетов

На рис. 2 приведены зависимости коэффициентов затухания (нормированные на коэффициент затухания в отсутствие пленки $2\nu_w k^2$) и частот волн W1 и W2 от толщины верхнего слоя при различных упругостях пленки на границы сред. На рис. 2, *а* и *б* видно, что если упругость мала (E < 15 мН/м) или велика (E > 25 мН/м.), то коэффициент затухания и частота волны W1 при тонкой пленке и толстом верхнем слое соответствует ГКВ, при некоторых промежуточных толщинах зависимость коэффициента затухания имеет максимум. Однако существует некоторый интервал упругостей (15 < E < 20 мН/м), при которых волна W1, являющаяся ГКВ при тонкой пленке при больших толщинах соответствует ВМ, т.е происходит трансформация моды. Волна W2 (рис. 2, *в* и *г*) при упругостях E < 15 мН/м и E > 25 мН/м является ВМ при тонкой пленке

и при толстом верхнем слое; при упругостях 15 <E < 25 мН/м волна W2 переходит из ВМ в ГКВ. Заметим, что интервал упругостей, при котором происходит переход из одного типа колебаний в другое немного меньше интервала упругостей, для которых частоты ГКВ меньше частот ВМ на тонкой пленке и больше частот ВМ при толстом верхнем слое (рис. 1). Трансформация колебаний из одного типа в другой происходит скачкообразно в точке бифуркации при определенных значениях упругости и толщины верхнего слоя (порядка толщины погранслоя).

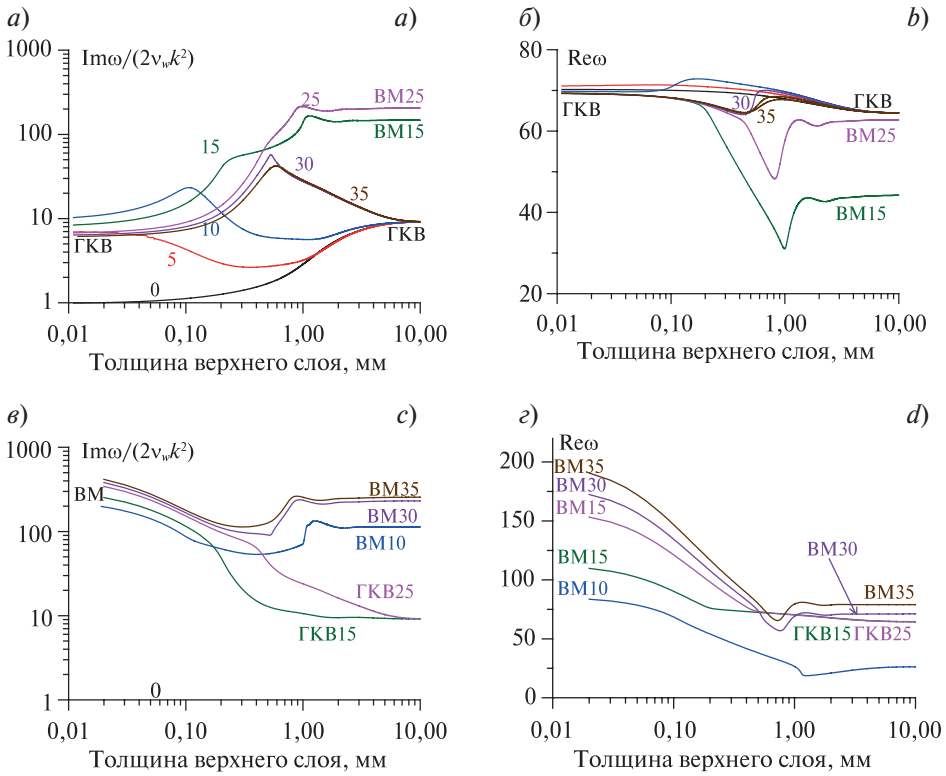

Рис. 2. Зависимость коэффициента затухания (*а*, *в*) и частоты (*б*, *г*) для волн W1 (*а*, *б*) и W2 (*в*, *г*) от толщины верхнего слоя. Цифры у кривых — упругости в мН/м, длина волны 2 см

Fig. 2. Dependence of the damping ratio (*a*, *c*) and frequency (*b*, *d*) on the thickness of the top layer for waves W1 (*a*, *b*) and W2 (*c*, *d*). The numbers near the curves indicate elasticity in mN/m, wavelength = 2 cm

4. Обсуждение результатов численных расчетов

Проанализируем детально, как происходит трансформация ВМ и ГКВ. На рис. 3 представлены зависимости коэффициента затухания и частоты волн от толщины пленки вблизи точки пересечения коэффициентов затухания W1 и W2. Видно, что частоты волн пересекаются при меньших упругостях и меньших толщинах, чем коэффициенты затухания. Величина локального максимума коэффициента затухания W1 с увеличением упругости возрастает, а величина минимума W2 уменьшается до тех пор, пока они не становятся равными. В нашем случае это соответствует упругости ~12 мН/м. При больших величинах упругости поведение W1 и W2 совсем другое: коэффициент затухания W1 растет, а W2 уменьшается (т.е W1 и W2 пересекаются). В этой точке бифуркации меняется и поведение частоты: на W1 появляется максимум, а на W2 — минимум, при больших упругостях кривые не пересекаются. Очевидно, что имеется и вторая точка бифуркации при больших значениях упругости, когда коэффициенты затухания перестают пересекаться, а кривые частот начинают пересекаются. В [15–17] описаны аналогичные точки бифуркации для случая тонкой пленки со сдвиговой вязкостью и комплексной вязкостью.

На рис. 4 представлены профили горизонтальных скоростей волн W1 и W2 для двух упругостей пленок (25 и 60 мН/м). Видно, что при бесконечно малой толщине пленки профиль скорости W1 (рис. 4, *а*) при обеих упругостях имеет вид, характерный для ГКВ, в присутствии пленки горизонтальные скорости

на поверхности имеют направление, противоположное скорости частиц ниже погранслоя [14]; профиль скорости W2 (рис. 4, *б*) характерен для ВМ — волна прижата к поверхности. При большой толщине верхнего слоя (1 см) профиль скорости W1 (рис. 4, *в*) при упругости 60 мН/м соответствует ГКВ, а при упругости 25 мН/м волна прижата к межфазной границе, что типично для ВМ (см. [19]). В этом случае профиль скорости W2 (рис. 4, *г*) при упругостях 25 демонстрирует схожесть с ГКВ, а при упругости 60 мН/м — с ВМ. Таким образом, результаты, представленные на рис. 4 соответствуют результатам на рис. 2.

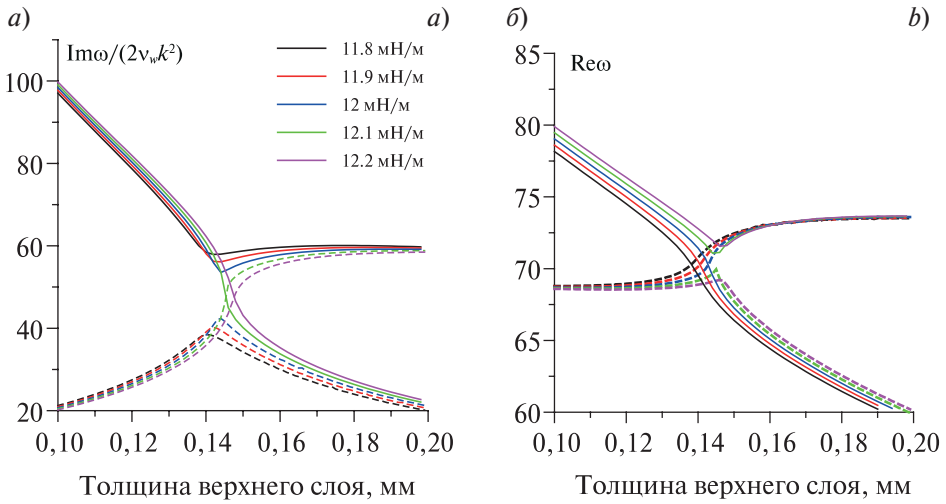

Рис. 3. Зависимость коэффициента затухания (*а*) и частоты (*б*) волны от толщины верхнего слоя вблизи точки бифуркации. Длина волны 2 см

Fig. 3. Dependence of the wave damping ratio (*a*) and frequency (*b*) on the thickness of the top layer near the bifurcation point. The wavelength is 2 cm

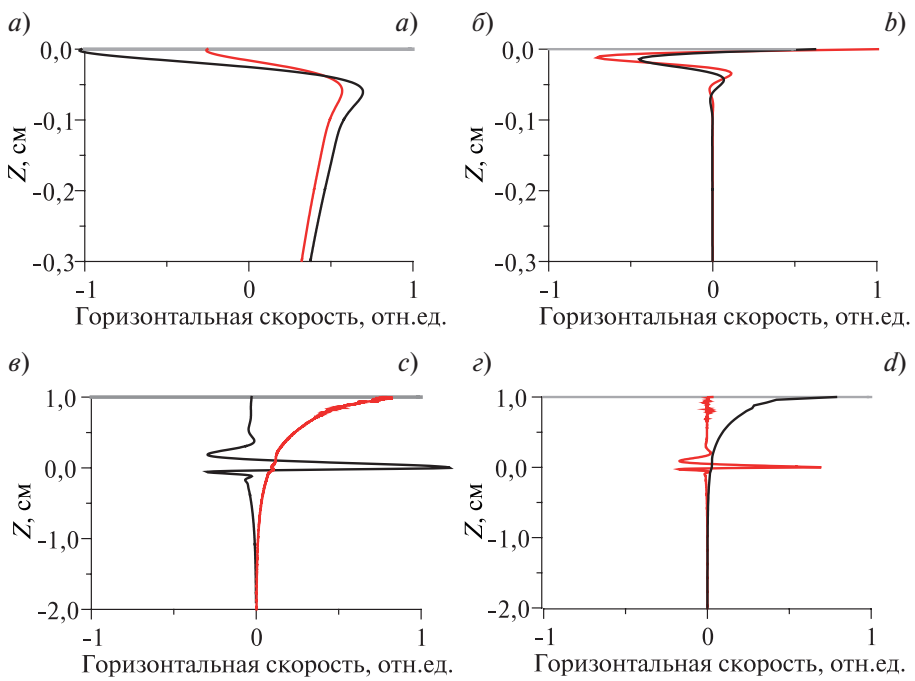

Рис. 4. Профили горизонтальных скоростей волн W1 (*а*, *в*) и W2 (*б*, *г*) для тонкой пленки (*а*, *б*) и толстого слоя (*в*, *г*). Черные кривые E = 25 мН /м, красные — E=60 мН /м. Серая прямая линия — верхняя граница верхнего слоя

Fig. 4. Horizontal velocity profiles of waves W1 (*a*, *c*) and W2 (*b*, *d*) for a thin film (*a*, *b*) and a thick top layer (*c*, *d*). Black curves correspond to E = 25 mN/m, red curves to E = 60 mN/m. The gray straight line represents the upper boundary of the top layer

5. Лабораторный эксперимент

Были выполнены лабораторные измерения характеристик волн на воде, покрытой слоем вязкой жидкости конечной толщины. Волны возбуждались в кювете с водой, покрытой слоем нефти. Возбуждение волн происходило за счет эффекта параметрического резонанса при вертикальных колебаниях вибростенда, на котором была установлена кювета. Частота параметрически возбуждаемых волн составляла 20 Гц, что на чистой воде соответствовало длине ГКВ около 2 см. Коэффициент затухания волн определялся по порогу возбуждения собственных стоячих мод, а их длина измерялась по фотографиям. Подробно методика параметрического метода описывалась в работе [25], поэтому здесь мы остановимся кратко только на полученных результатах. Измеренные зависимости коэффициента затухания и эффективного коэффициента поверхностного натяжения (ЭКПН = $(\omega^2 - gk)/k^3$)) от толщины нефтяного слоя представлены на рис. 5. Часть данных (черные символы), взятые из [23], были получены при глубине воды 2 см, новые эксперименты (красные символы) проведены при глубине воды 10 см. Видно, что результаты разных экспериментов находятся в хорошем соответствии. На рис. 5 представлены также расчетные кривые для нефти с упругостью на границе нефть/вода 30 мН/м, видно, что результаты расчетов удовлетворительно согласуются с экспериментом.

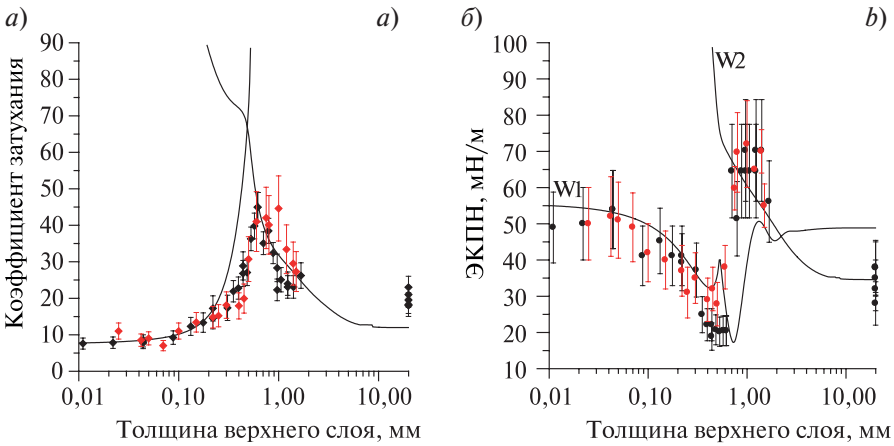

Рис. 5. Коэффициент затухания (*а*) и ЭКПН (*б*) от толщины слоя нефти на поверхности воды. Символы — эксперимент, кривые — численные расчеты

Fig. 5. Damping ratio (*a*) and effective surface tension coefficient (*b*) as functions of the oil layer thickness on the water surface. Symbols represent experimental data, and curves correspond to numerical calculations

При малых толщинах пленки за счет параметрического резонанса возбуждаются ГКВ (W1), наблюдаемые на поверхности за счет вертикального смещения поверхности воды. При увеличении толщины пленки меняется дисперсионное соотношение для W1 и W2 волн, обе волны содержат и продольные и поперечные компоненты, которые приводят к вертикальному смещению поверхности. Максимум коэффициента затухания в эксперименте приблизительно совпадает с точкой пересечения зависимостей коэффициентов затухания для W1 и W2, а поскольку в эксперименте возбуждаются волны, имеющие наименьшее затухание, то после точки пересечения, первыми возбуждаются волны W2, которым соответствует другая зависимость ЭКПН от толщины, соответственно происходит переход ЭКПН с волны W1 на W2. Поскольку зависимости ЭКПН при данных толщинах не пересекаются, то переход с W1 на W2 происходит скачкообразно, что и подтверждает существование эффекта трансформации мод.

6. Заключение

Проведено численное исследование затухания волн на поверхности жидкости, состоящей из двух вязких слоев конечной толщины и упругой пленки между ними. Продемонстрировано, что два типа колебаний, которые при бесконечно тонком верхнем слое имеют преимущественно поперечный (ГКВ) и продольный характер (ВМ), в общем случае не остаются продольными и поперечными при увеличении толщины верхнего слоя. Показано, что при некоторых значениях упругости пленки мода, которая при бесконечно

тонкой пленке была ГКВ, переходит в ВМ в случае толстого (много больше толщины вязкого погранслоя) верхнего слоя. Одновременно мода, которая при бесконечно тонкой пленке была ВМ, переходит в ГКВ. Это указывает на то, что оба типа колебаний перестают быть чисто гравитационно-капиллярными, либо чисто дилатационными. Данные лабораторных измерений коэффициента затухания и эффективного коэффициента поверхностного натяжения находятся в хорошем согласии с результатами численных расчетов.

Найденные ранее [16, 17] приближенные решения для коэффициента затухания волн справедливы до толщин верхнего слоя порядка толщины вязкого погранслоя, что во многих случаях не соответствует реальной толщине загрязняющей пленки. Численные расчеты, несмотря на сложность их оперативного использования в системах распознавания нефтяных загрязнений на морской поверхности при решении обратных задач, могут быть полезны для оценки точности приближенных формул.

Финансирование

Работа в части численного моделирования ГКВ и ВМ, а также анализ и обсуждения результатов моделирования выполнено при финансовой поддержке РНФ (грант № 23-17-00167), лабораторные эксперименты проведены в рамках госзадания ИПФ РАН FFUF-2024-0033.

Funding

The research in the part of the numerical model and numerical results, as well as discussion was carried out under the financial support of the Russian Science Foundation (Grant № 23-17-00167), laboratory experiments were performed within the framework of the State Assignment of IPF RAS FFUF-2024-0033.

Литература

1. *Alpers W, Huehnerfuss H.* The damping of ocean waves by surface films: A new look at an old problem // Journal of Geophysical Research. 1989. Vol. 94(C5). P. 6251–6265. doi.org/10.1029/JC094iC05p06251
2. *Ermakov S.A., Sergievskaya I.A., Da Silva J.C.* et al. Remote sensing of organic films on the water surface using dual co-polarized ship-based X-/C-/S-band radar and terraSAR-X // *Remote Sensing.* 2018. Vol. 10. P. 1097. doi:10.3390/rs10071097
3. *Матросова Е.Р., Ходаева В.Н., Иванов А.Ю.* Определение характеристик естественных нефтепроявлений и их подводных источников по данным дистанционного зондирования // Исследование Земли из космоса. 2022. № 2. С. 3–27. doi:10.31857/S0205961422020063
4. *Даниличева О.А., Ермаков С.А.* О проявлениях биогенных плёнок на спутниковых мультиспектральных изображениях эвтрофированного водоёма // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. 2023. Т. 20, № 5. С. 273–284. doi:10.21046/2070-7401-2023-20-5-273-284
5. *Levich V.G.* Physicochemical Hydrodynamics. Englewood New York: Prentice-Hall, Scripta Technica. 1962. 700 p.
6. *Dorrestein R.* General Linearized Theory of The Effect of Surface Films on Water Ripples // Proceeding of the Koninklijke Nederlandse Akademie Van Wetenschappen. Series B. Physical science. 1951.Vol. 54. P. 260.
7. *Lucassen J., Hansen R.S.* Damping of waves on monolayer-covered surfaces: I. Systems with negligible surface dilational viscosity // Journal Colloid Interface Science. 1966. Vol. 22, N 1. P. 32–44. doi:10.1016/0021-9797(66)90064-6
8. *Lucassen J., Van Den Tempe M.* Longitudinal waves on visco-elastic surfaces // Journal Colloid Interface Science. 1972. Vol. 41, N 3. P. 491–498. doi:10.1016/0021-9797(72)90373-6
9. *Lucassen J.* Longitudinal capillary waves. Part I. — Theory // Transactions of the Faraday Society. 1968. Vol. 64. P. 2221–2229. doi:10.1039/TF9686402221
10. *Cini R., Lombardini P.P., Manfredi C., Cini E.* Ripples damping due to monomolecular films // Journal Colloid Interface Science. 1987. Vol. 119, N1. P. 74–80. doi:10.1016/0021-9797(87)90246-3
11. *Cini R., Lombardini P.P., Hüuhnerfuss H.* Remote sensing of marine slicks utilizing their influence on wave spectra // International Journal of Remote Sensing. 1983. Vol. 4, N 1. P. 101–110. doi:10.1080/01431168308948533
12. *Dysthe K., Rabin Y.* Damping of short waves by insoluble surface films in ONRL Workshop Proceedings — Role of Surfactant Films on the Interfacial Properties of the Sea Surface, Report No. C-11–86/ edited by F.L. Herr and J. Williams (U.S. Office of Naval Research, London, 1986), P. 187–213.
13. *Dysthe K., Rovner G., Rabin Y.* Damping of capillary waves by polymeric monolayers. Comparison with hydrodynamic theory // Journal of Physical Chemistry. 1986. Vol. 90 , Iss. 17. P. 3894–3895. doi.org/10.1021/j100408a012
14. *Ермаков С.А.* Влияние пленок на динамику гравитационно-капиллярных волн. Российская академия наук. Институт прикладной физики — Нижний Новгород: ИПФ РАН, 2010. 160 с.

15. *Earnshaw J.C., McLaughlin A.C.* Waves at liquid surfaces: Coupled oscillators and mode mixing // Proceedings of the Royal Society. Serial A. Physical Science. 1991. Vol. 433, N1889. P. 663–678. doi:10.1098/rspa.1991.0069
16. *Brown S.J.* Gravity, capillary and dilation wave mode resonance at a viscoelastic two-fluid interface // Ph.D. thesis (Massachusetts Institute of Technology, Department of Civil and Environmental Engineering, 2005.
17. *Brown S.J., Triantafyllou M.S., Yue D.K.P.* Complex analysis of resonance conditions for coupled capillary and dilational waves // Proceedings of the Royal Society. Serial A. Physical science. 2002. Vol. 458. P. 1167–1187. doi:10.1098/rspa.2001.0892
18. *Jenkins A., Jakobs S.* Wave damping by a thin layer of viscous fluid // Physics of Fluids. 1997. Vol. 9, N 5. P. 1256–1264. doi:10.1063/1.869240
19. *Ermakov S.A., Khazanov G.E.* Resonance damping of gravity-capillary waves on water covered with a visco-elastic film of finite thickness: A reappraisal // Physics of Fluids. 2022. Vol. 34, P. 092107. doi:10.1063/5.0103110
20. *Ермаков С.А.* Резонансное затухание гравитационно-капиллярных волн на воде, покрытой поверхностно-активной пленкой // Известия АН Физики Атмосферы и Океана. 2003. Т. 39. № 5. С. 691–696.
21. *Ермаков С.А., Сергиевская И.А., Гущин Л.А.* Затухание гравитационно-капиллярных волн в присутствии нефтяных пятен по данным лабораторного и численного эксперимента // Известия Физики Атмосферы и Океана. 2012. Т. 48, № 5. С. 631-639.
22. *Сергиевская И.А., Ермаков С.А.* Затухание гравитационно-капиллярных волн на поверхности воды, покрытой вязкоупругой пленкой конечной толщины // Известия РАН Физики Атмосферы и Океана. 2017. Т. 53, № 6. С. 738–746. doi:10.7868/S0003351517060083
23. *Sergievskaya I.A., Ermakov S.A., Lazareva T.N., Guo J.* Damping of surface waves due to crude oil /oil emulsion film on water // Marine Pollution Bulletin. 2019. Vol. 146. P. 206–214. doi:10.1016/j.marpolbul.2019.06.018
24. *Sergievskaya I., Ermakov S., Lazareva T.* On damping of short gravity-capillary waves due to oil derivatives film on the water surface// Procceding SPIE — The International Society for Optical Engineering "Remote Sensing of the Ocean, Sea Ice, Coastal Waters, and Large Water Regions. 2016. Vol. C. 999903. doi:10.1117/12.2241811
25. *Ermakov S.A., Kijashko S.V.,* Laboratory study of the damping of parametric ripples due to surfactant films, "Marine surface films" / Eds. M. Gade, H. Huehnerfuss, G. Korenovski. Springer, 2006. P. 113–128.

References

1. Alpers W., Huehnerfuss H. The damping of ocean waves by surface films: A new look at an old problem. *Journal of Geophysical Research*. 1989;94(C5):6251–6265. doi:10.1029/JC094iC05p06251
2. Ermakov S.A., Sergievskaya I.A., Da Silva J.C. et al. Remote sensing of organic films on the water surface using dual co-polarized ship-based X-/C-/S-band radar and terraSAR-X. *Remote Sensing*. 2018;10(7):1097. doi:10.3390/rs10071097
3. Matrosova E.R., Khodaeva V.N., Ivanov A. Yu. Determination of characteristics of natural oil sleeps and their underwater sources from remote sensing data. *Issledovanie Zemli iz Kosmosa*. 2022;2:3–27 doi:10.31857/S0205961422020063 (in Russian).
4. Danilicheva O.A., Ermakov S.A. On biogenic film manifestations in satellite multispectral images of eutrophic water bodies *Sovremennye Problemy Distancionnogo Zondirovaniya Zemli iz Kosmosa*. 2023;20(5):273–284. doi:10.21046/2070-7401-2023-20-5-273-284 (in Russian).
5. Levich V.G. *Physicochemical Hydrodynamics*. Englewood New York: Prentice-Hall, Scripta Technica; 1962. 700 p.
6. Dorrestein R. General Linearized Theory of The Effect of Surface Films on Water Ripples. *Proceeding of the Koninklijke Nederlandse Akademie Van Wetenschappen. Series B. Physical science*. 1951;54:260.
7. Lucassen J., Hansen R.S. Damping of waves on monolayer-covered surfaces: I. Systems with negligible surface dilational viscosity. *Journal Colloid Interface Science*. 1966;22(1):32–44. doi:10.1016/0021-9797(66)90064-6
8. Lucassen J., Van Den Tempe M. Longitudinal waves on visco-elastic surfaces. *Journal Colloid Interface Science*. 1972;41(3): 491–498.doi:10.1016/0021-9797(72)90373-6
9. Lucassen J. Longitudinal capillary waves. Part I. — Theory. *Transactions of the Faraday Society*. 1968;64:2221–2229. doi:10.1039/TF9686402221
10. Cini R., Lombardini P.P., Manfredi C., Cini E. Ripples damping due to monomolecular films. *Journal Colloid Interface Science*. 1987;119(1):74–80. doi:10.1016/0021-797(87)90246-3
11. Cini R., Lombardini P.P., Hüuhnerfuss H. Remote sensing of marine slicks utilizing their influence on wave spectra. *International Journal of Remote Sensing*. 1983;4(1):101–110. doi:10.1080/01431168308948533
12. Dysthe K., Rabin Y. Damping of short waves by insoluble surface films in ONRL Workshop Proceedings — Role of Surfactant Films on the Interfacial Properties of the Sea Surface, Report No. C-11–86 / Eds. F.L. Herr and J. Williams (U.S. Office of Naval Research, London, 1986). P. 187–213.

13. Dysthe K., Rovner G., Rabin Y. Damping of capillary waves by polymeric monolayers. Comparison with hydrodynamic theory. *Journal of Physical Chemistry*. 1986;90(17):3894–3895. doi:10.1021/j100408a012
14. *Ermakov S.A.* Influence of films on the dynamics of gravitational-capillary waves. Nizhny Novgorod: IAP RAS; 2010. 160 p. (in Russian).
15. *Earnshaw J.C., McLaughlin A.C.* Waves at liquid surfaces: Coupled oscillators and mode mixing. *Proceedings of the Royal Society. Serial A. Physical science*. 1991, 433(1889), 663–678. doi:10.1098/rspa.1991.0069
16. Brown S.J. Gravity, capillary and dilation wave mode resonance at a viscoelastic two-fluid interface. Ph.D. thesis (Massachusetts Institute of Technology, Department of Civil and Environmental Engineering, 2005.
17. Brown S.J., Triantafyllou M.S., Yue D.K.P. Complex analysis of resonance conditions for coupled capillary and dilational waves. *Proceedings of the Royal Society. Serial A. Physical science*. 2002;458:1167–1187. doi:10.1098/rspa.2001.0892
18. Jenkins A., Jakobs S. Wave damping by a thin layer of viscous fluid. *Physics of Fluids*. 1997;9(5):1256–1264. doi:10.1063/1.869240
19. Ermakov S.A., Khazanov G.E. Resonance damping of gravity-capillary waves on water covered with a visco-elastic film of finite thickness: A reappraisal. *Physics of Fluids*. 2022;34(9):092107. doi:10.1063/5.0103110
20. Ermakov S.A. Resonance damping of gravity-capillary waves on the water surface covered with a surface-active film. *Izvestiya Atmospheric and Oceanic Physics*. 2003;39(5):624–628.
21. Ermakov S.A., Sergievskaya I.A., Gushchin L.A. Damping of gravity-capillary waves in the presence of oil slicks according to data from laboratory and numerical experiment. *Izvestiya Atmospheric and Oceanic Physics*. 2012;48:565–572. doi:10.1134/S000143381204007X
22. Sergievskaya I.A., Ermakov S.A. Damping of gravity–capillary waves on water surface covered with a visco-elastic film of finite thickness. *Izvestiya Atmospheric and Oceanic Physics*. 2017;53:650–658. doi:10.1134/S000143381706010X
23. Sergievskaya I.A., Ermakov S.A., Lazareva T.N., Guo J. Damping of surface waves due to crude oil /oil emulsion film on water. *Marine Pollution Bulletin*. 2019;146:206–214. doi:10.1016/j.marpolbul.2019.06.018
24. Sergievskaya I., Ermakov S., Lazareva T. On damping of short gravity-capillary waves due to oil derivatives film on the water surface. *Procceding SPIE9999, Remote Sensing of the Ocean, Sea Ice, Coastal Waters, and Large Water Regions 2016*, 999903 (19 October 2016). doi:10.1117/12.2241811
25. Ermakov S.A., Kijashko S.V. Laboratory study of the damping of parametric ripples due to surfactant films, "Marine surface films", ed. M. Gade, H. Huehnerfuss, G. Korenovski, Springer; 2006. P. 113–128.

Об авторах

СЕРГИЕВСКАЯ Ирина Андреевна, заведующий лабораторией ИПФ РАН, кандидат физико-математических наук, ORCID: 0000-0001-8870-2047, Scopus AuthorID: 6602742495, WoS ResearcherID: L-6146-2017, SPIN-код (РИНЦ): 4319-2123, e-mail: i.sergia@ipfran.ru

ЕРМАКОВ Станислав Александрович, заведующий отделом ИПФ РАН, старший научный сотрудник, доктор физико-математических наук, ORCID: 0000-0002-0869-4954, Scopus AuthorID: 7006796194, WoS ResearcherID: L-6157-2017, SPIN-код (РИНЦ): 3040-6396, e-mail: stas.ermakov@ipfran.ru

ЛАЗАРЕВА Татьяна Николаевна, ведущий программист ИПФ РАН,ORCID: 0000-0002-0674-4831, Scopus AuthorID: 54884797800, WoS ResearcherID: AAJ-4607-2021, SPIN-код (РИНЦ): 7114-0790, e-mail: lazareva@ipfran.ru