

УДК 551.46+535.36

© Р. Г. Гардашов<sup>1\*</sup>, Е. Р. Гардашов<sup>2,3</sup>, 2024

<sup>1</sup>Институт географии им. акад. Г. Алиева, AZ1143, пр. Г. Джавида, 115, г. Баку, Азербайджан

<sup>2</sup>Институт геологии и геофизики, AZ1143, пр. Г. Джавида, 119, г. Баку, Азербайджан

<sup>3</sup>Французско-азербайджанский университет (Страсбургский университет), AZ1000, ул. Низами, 183, г. Баку, Азербайджан

\*rauf\_gardashov@yahoo.co.uk

## СОЛНЕЧНЫЕ БЛИКИ И ПОДВОДНЫЕ КАУСТИКИ В ДИСТАНЦИОННОМ ЗОНДИРОВАНИИ МОРЕЙ И ОКЕАНОВ

Статья поступила в редакцию 29.04.2024, после доработки 20.09.2024, принята в печать 25.09.2024

### Аннотация

Солнечные блики, которые наблюдаются на водной поверхности, имеют разные яркости, формы, разнообразные цветовые оттенки, в зависимости от положения Солнца и наблюдателя, характеристик волнения, прозрачности воды и атмосферы. Текстурные, яркостные и цветовые характеристики солнечных бликов несут информацию о состоянии водной среды и атмосферы. Поэтому солнечные блики играют важную роль в дистанционном зондировании морей и океанов, являясь в одних задачах полезным сигналом, а в других — шумом. Яркие полосы (подводные каустики) на дне водоёмов, вызванные волнением, также являются показателем формы (структуры) поверхности. С помощью волновой теории света изучено распределение интенсивности в окрестности каустики (т. е. там, где приближение геометрической оптики не применимо), возникающее при преломлении света на взволнованной водной поверхности. Получена формула, определяющая параметры волнения по ширине каустической зоны. Корректность метода проверена в экспериментах на бассейне. Также в работе представлен краткий обзор работ авторов, касающихся солнечных бликов и подводных каустик.

**Ключевые слова:** дистанционное зондирование, солнечные блики, зеркальные точки, радиусы кривизны, подводные каустики, обратные задачи, интегральные уравнения

UDC 551.46+535.36

© R. H. Gardashov<sup>1</sup>, E. R. Gardashov<sup>2,3</sup>, 2024

<sup>1</sup>Institute of Geography named after acad. G. Aliyeva, 115 Avenue H. Javid., Baku AZ1143, Azerbaijan

<sup>2</sup>Institute of Geology and Geophysics, 119 H. Javid Av., Baku AZ1143, Azerbaijan

<sup>3</sup>French-Azerbaijani University (University of Strasbourg) 183 Nizami str. Baku AZ1000, Azerbaijan

\*rauf\_gardashov@yahoo.co.uk

## SUN GLINTS AND UNDERWATER CAUSTICS IN REMOTE SENSING OF SEAS AND OCEANS

Received 29.04.2024, Revised 20.09.2024, Accepted 25.09.2024

### Abstract

The Sun glints that are observed on the water surface have different radiances, shapes, and color shades, depending on the positions of the Sun and the observer, the water surface statement, and the transparency of the water and atmosphere. The texture, radiance, and color characteristics of Sun glints carry information about the state of the water and atmosphere. Therefore, Sun glints play an important role in remote sensing of seas and oceans, being a useful signal in some problems and noise in others. Bright stripes (underwater caustics) on the bottom of the water basin that are caused by the waves are also an indicator of the water surface shape. The application of the wave theory of light is used to study the intensity distribution in the vicinity of the caustic (i. e., where the geometric-optical approximation is inapplicable), which arises when light is refracted on a wavy water surface.

Ссылка для цитирования: Гардашов Р.Г., Гардашов Е.Р. Солнечные блики и подводные каустики в дистанционном зондировании морей и океанов // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2024. Т. 17, № 3. С. 57–72.

doi:10.59887/2073-6673.2024.17(3)-5

For citation: Gardashov R.H., Gardashov E.R. Sun Glints and Underwater Caustics in Remote Sensing of Seas and Oceans. *Fundamental and Applied Hydrophysics*. 2024; 17(3): 57–72. doi:10.59887/2073-6673.2024.17(3)-5

A formula, which determines the parameters of the waves from the width of the caustic zone is obtained. The correctness of the method has been verified by experiments carried out in the pool. Also, here we give a brief overview of our investigations related to sun glints and underwater caustics.

**Keywords:** remote sensing, sun glints, specular points, radii of curvature, underwater caustics, inverse problems, integral equations

## 1. Введение

Наблюдая водную поверхность, мы часто видим замечательное природное оптическое явление — солнечные блики. Они возникают в тех точках, где наклоны взволнованной водной поверхности таковы, что отражают падающие лучи Солнца в глаз наблюдателя (приёмник) (рис. 1).

В зависимости от взаимного расположения Солнца и наблюдателя бликовая картина может иметь разнообразный вид: от одного целого изображения Солнца при спокойной поверхности до множества отдельных бликов разных размеров, «танцующих» на взволнованной поверхности. Наблюдаемые размеры и число бликов, а также очертание участка поверхности, охваченного бликами, проявляют разнообразие и меняются в широких пределах. При низком Солнце (Луне), и при наблюдении с берега в случае умеренного регулярного волнения возникает бликовая картина, называемая «солнечной дорожкой» или «лунной дорожкой» ночью (рис. 2, а). При значительной высоте Солнца, небольших расстояниях до морской поверхности и развитом ветровом волнении наблюдается бликовая картина, похожая показанной на рис. 2, б, где некоторая часть поверхности покрыта множеством чётко выделяющихся бликов разных размеров. Число и размеры бликов зависят от степени волнения. В общем, с усилением волнения, среднее число бликов растёт, а их средний размер уменьшаются. Видимый размер отдельного блика зависит от расстояния наблюдения ( $L$ ), кривизны поверхности в точке отражения ( $\omega$ ), а также от углового размера источника света ( $\gamma$ ). Если угловой размер источника стремится к нулю (точечный источник), то блик сужается в точку. В случае гладкой поверхности видимый линейный размер блика ( $l$ ) определяется по формуле:  $l = L \cdot \gamma$ . Например, при наблюдении солнечного блика ( $\gamma \approx 0,5^\circ \approx 0,017$  rad) с самолёта ( $L \approx 10$  km) и спутника ( $L \approx 1000$  km) размеры блика будут  $l \approx 0,17$  km и  $l \approx 17$  km, соответственно. Как видно, с удалением точки наблюдения пропорционально растёт размер блика. Аналогичная зависимость имеет место при наблюдении солнечных бликов на взволнованной морской поверхности: при этом речь идёт о размере охваченной бликами области (блеска на поверхности моря), граница которой видна менее чётко, чем в случае спокойного моря. Кроме того, с удалением точки наблюдения, глаз или другой оптический приёмник перестаёт различать отдельные блики из-за уменьшения разрешающей способности приемной оптической системы. Как известно, линейный размер элемента разрешения  $a = \beta \cdot L$ , где  $\beta$  — угловая разрешающая способность оптического приёмника, которая определяется по формуле:  $\beta = 1,22 \frac{\lambda}{d}$ . Здесь  $d$  — диаметр линзы оптического приёмника,  $\lambda$  —

длина волны света ( $\lambda \approx 0,55$  мкм). Следовательно,  $a = 1,22 \frac{\lambda}{d} \cdot L$ . Как видно, размер элемента разрешения  $a$  линейно растёт с увеличением расстояния до точки наблюдения  $L$ . Примеры оценки размера элемента разрешения  $a$  для линзы с диаметром  $d = 200$  мм при разных расстояниях наблюдения  $L$  представлены в табл. 1. Как следует из этой таблицы, при съёмке бликов с низколетящих аппаратов (дронов, вертолётов, самолётов)  $L = 0,1 \div 10$  км отдельные блики будут видны в фотоснимках. С ростом  $L$  мелкие блики будут сливаться, а различаться будут только крупные блики. При наблюдениях со спутников на низкой ( $L \approx 1000$  км,

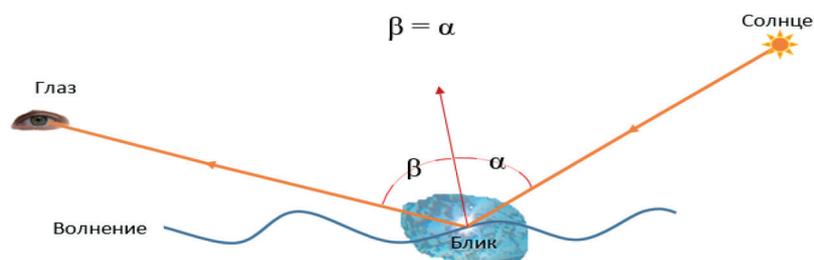
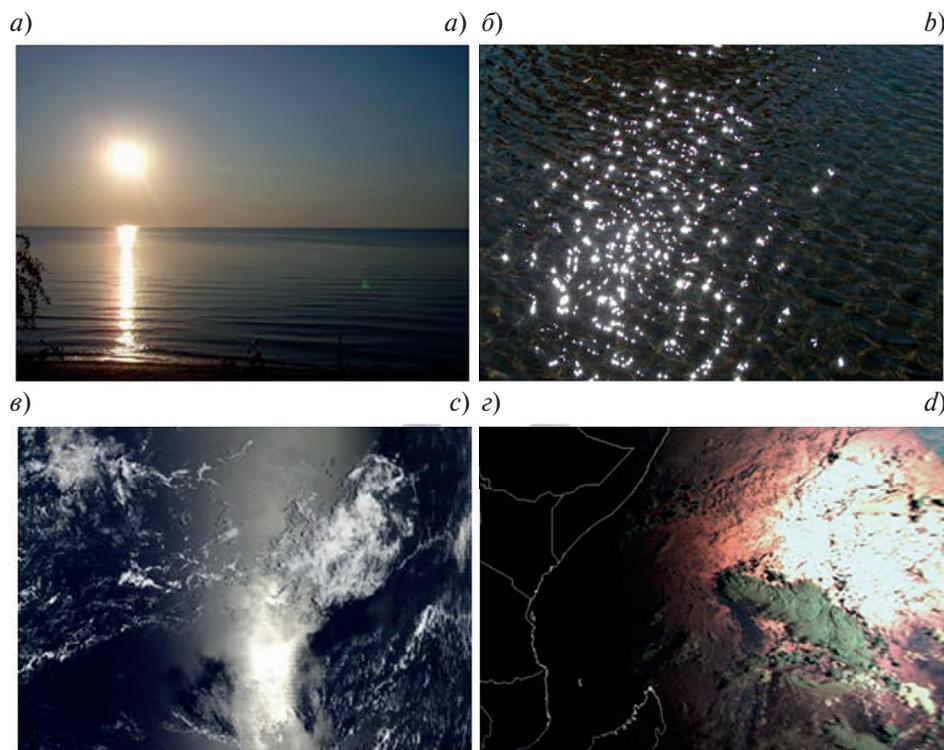


Рис. 1. Геометрия возникновения солнечного блика

Fig. 1. Geometry of the occurrence of sun glint



**Рис. 2.** Изображения солнечных бликов, зарегистрированные с близкого расстояния и при малой высоте Солнца (*a*); с близкого расстояния и при сравнительно большой высоте Солнца (*b*); со спутника на низкой орбите (*c*); с геостационарного спутника METEOSAT-11 (*d*)

**Fig. 2.** Images of sun glare recorded: from a close distance and at a low solar altitude (*a*); from a close distance and at a relatively high solar altitude (*b*); from a satellite in low orbit (*c*); from the METEOSAT-11 geostationary satellite (*d*)

рис. 2, *в*), средней ( $L \approx 10000$  км) и геостационарной орбитах ( $L \approx 36000$  км, рис. 2, *г*) будет наблюдаться сравнительно яркая, охваченная бликами область. Отметим, что все сказанное относится к случаю наблюдения в ясный, безоблачный день.

Таблица 1

Table 1

Размеры элемента разрешения, *a*  
Dimensions of the resolution element

<i>L</i> (км)	0,1	1,0	10	100	1000	10000	36000
<i>a</i> (м)	0,0003	0,003	0,03	0,3	3	30	108

## 2. Кривизна морской поверхности

Блики являются индикатором неровностей морской поверхности и как «отпечатки пальца» идентифицирует ее рельеф. Знание характеристик бликов (координат их месторасположений, размеров и числа) позволяет решать разнообразные задачи дистанционного зондирования морей и океанов. Размер отдельного солнечного блика определяется радиусом кривизны в зеркальной точке и угловым размером Солнца. Поэтому изучение распределения солнечных бликов по размерам сводится к изучению распределения радиусов кривизны.

Для двумерной случайной гауссовой поверхности  $z = \zeta(x)$  для плотности распределения радиуса кривизны в точках зеркального отражения с наклоном  $\zeta'(x) = \gamma = \text{const}$  Гардашовым получено аналитическое выражение [1]. При использовании безразмерного радиуса кривизны  $X = \sqrt{\pi} \frac{|\rho|}{\langle |\rho| \rangle}$  оно имеет простой вид:

$$W(X) = \frac{2}{X^3} \exp\left(-\frac{1}{X^2}\right), \quad 0 < X < +\infty, \quad (1)$$

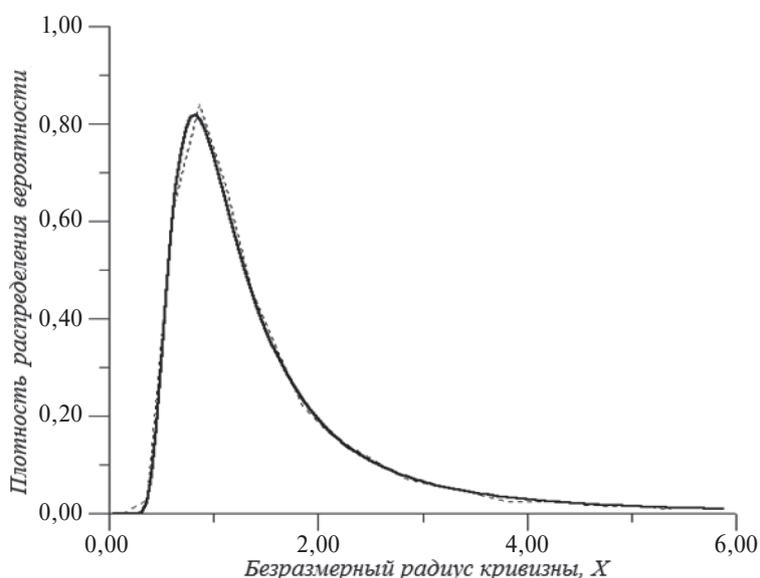
где  $X = \sqrt{\pi} \frac{|\rho|}{\langle |\rho| \rangle}$  и  $\langle |\rho| \rangle = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{(1+\gamma^2)^{3/2}}{\sigma_2}$  и  $\rho = \frac{(1+\zeta'^2(x))^{3/2}}{\zeta''(x)} \Big|_{\zeta'(x)=\gamma}$ .

Распределение Гардашова (1) не содержит никаких параметров; следовательно, оно универсально, т. е. оно справедливо для любой двумерной случайной гауссовой поверхности. Легко видеть, что  $X = \sqrt{\pi}$  и  $X^2 = \infty$ . Отметим, что распределение радиуса кривизны со знаком  $X = \sqrt{\pi} \frac{|\rho|}{\langle |\rho| \rangle}$  симметрично, что и должно было быть, так как для двумерной поверхности  $z = \zeta(x)$  выбор знака радиуса кривизны есть условность, связанная с выбором направления оси  $Oz$ . На рис. 3 показано распределение Гардашова и гистограмма распределения радиусов кривизны, полученных в численном эксперименте, включающим в себя:

- 1) моделирование случайной гауссовой поверхности  $z = \zeta(x)$  как суперпозиции гармоник со случайными фазами и амплитудами, определяемыми из спектра ветрового волнения;
- 2) определение зеркальных точек  $\{x_i\}$  путем нахождения корней уравнения  $\zeta'(x) = \gamma$ ;
- 3) вычисление радиусов кривизны  $\{\rho_i, i = 1, 2, \dots, n\}$  и  $\left\{ X_i = \sqrt{\pi} \frac{|\rho_i|}{\langle |\rho| \rangle} \right\}$  в точках зеркального отражения;
- 4) построение гистограммы по найденному множеству  $\{X_i, i = 1, 2, \dots, n\}$ .

Как видно из рис. 3, численный эксперимент подтверждает корректность формулы (1).

На рис. 4 показана плотность распределения радиуса кривизны в зеркальных точках трёхмерной гауссовой случайной поверхности  $z = \zeta(x, y)$ , т. е. величины, пропорциональной размерам солнечных бликов. Теоретическая кривая получена по формуле, выведенной Гардашовым [2, 3]. Кривые, полученные путём численного моделирования и по данным натурального эксперимента, приведены в работе [4]. Как видно, оба результата хорошо согласуются. Причина небольших отклонений — конечность углового размера Солнца и приемной оптической системы, а также отличие реальной взволнованной поверхности от гауссовой, для которой выведена теоретическая формула плотности распределения.



**Рис. 3.** Распределение Гардашова (1) и гистограмма, полученная численным моделированием (сплошная линия — теория, пунктирная — численный эксперимент)

**Fig. 3.** Gardashov distribution (1) and histogram obtained by numerical modeling

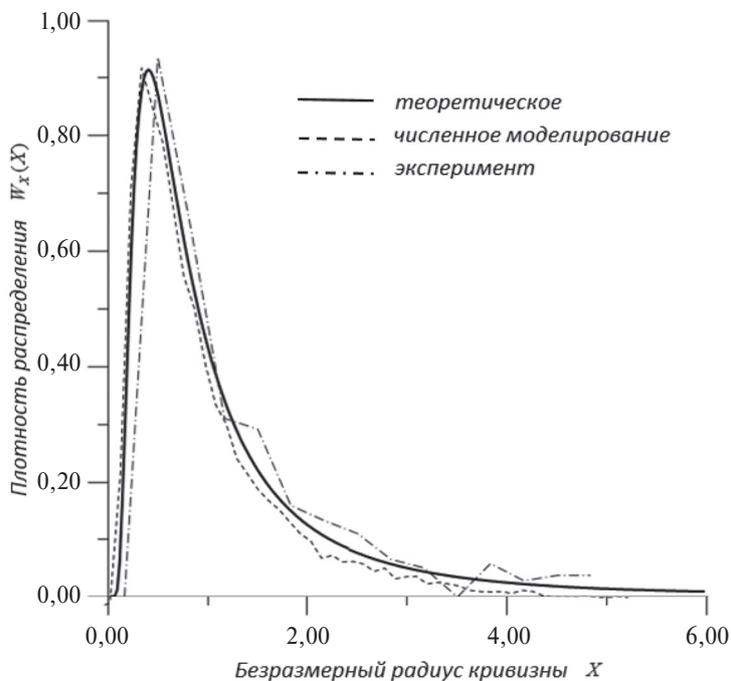


Рис. 4. Плотность распределения радиусов кривизны (размеров бликов Солнца)

Fig. 4. Distribution density of radii of curvature (sizes of sun glints)

Отметим, что в отличие от двумерной поверхности  $z = \zeta(x)$  для трёхмерной поверхности  $z = \zeta(x, y)$  положительность или отрицательность радиуса кривизны является внутренним свойством самой поверхности и не имеет отношения к выбору системы координат. Вот почему для трёхмерной поверхности распределение положительных и отрицательных радиусов кривизны является несимметричным и выводить из него плотности распределения для двумерной поверхности невозможно [3].

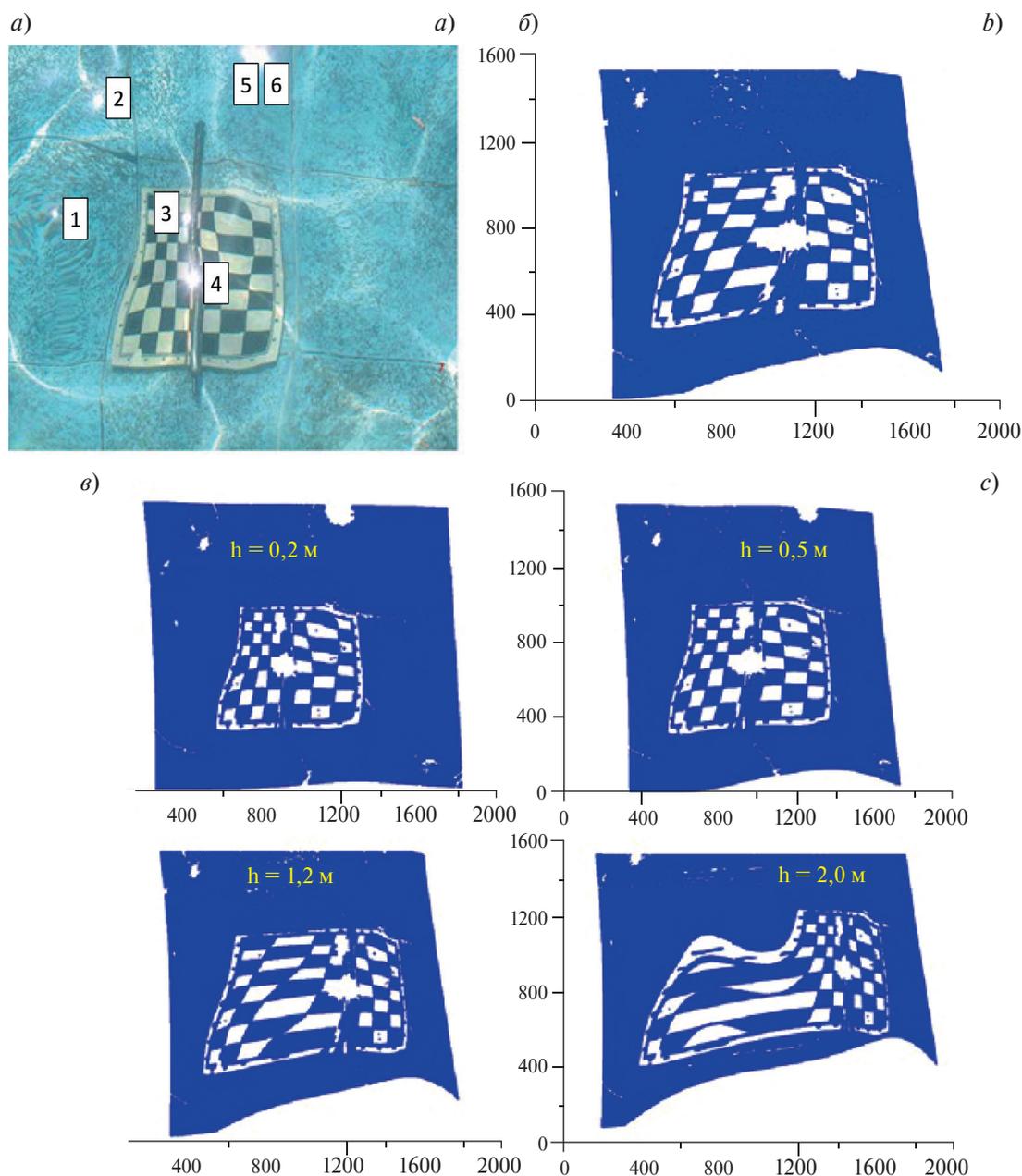
### 3. Мгновенная форма поверхности и восстановление изображения подводного объекта, искажённого поверхностным волнением

В работе [5] разработан алгоритм определения мгновенной формы морской поверхности с использованием характеристик солнечных бликов по мгновенному изображению взволнованной морской поверхности, а в работах [6, 7] решена задача восстановления изображения подводного объекта, искажённого поверхностным волнением. В качестве примера на рис. 5, а показано мгновенное, искажённое волнением изображение шахматной доски, а на рис. 5, б изображение, восстановленное с применением разработанного алгоритма.

Отметим, что разработанный алгоритм в принципе позволяет найти и глубину расположения подводного объекта, если априори известна его форма. Допустив, что глубина расположения шахматной доски неизвестна (не измерялась) мы применили алгоритм восстановления для разных глубин. Как видно, наиболее точное восстановление соответствует глубине  $h = 0,9$  м (рис. 5, б), что является реальной глубиной нахождения объекта-шахматной доски. Таким образом, при априори известной форме объекта глубину его нахождения можно определить по критерию: «как глубина наилучшего восстановления формы объекта». Как видно, применение разработанного алгоритма в реальном эксперименте показывает удовлетворительный результат. Дальнейшая доработка алгоритма может существенно улучшить качество восстанавливаемого изображения. Добавление к разработанному алгоритму модулей, учитывающих рассеяние и поглощение света в атмосфере и в морской воде позволит применить его для коррекций изображений подводных объектов, снятых с летательных аппаратов. Отметим, что теория видения подводных объектов через взволнованную поверхность подробно описывается в монографии [8].

### 4. Локация солнечных бликов

В некоторых задачах дистанционного зондирования (например, определение поверхностной температуры моря, обнаружение надводных и подводных объектов, определение хлорофилла) солнечные блики



**Рис. 5.** Исходное мгновенное изображение шахматной доски (а) и восстановленные изображения шахматной доски для разных глубин (б–в)

**Fig. 5.** Instantaneous original image of a chessboard (a); reconstructed image of a chessboard (b); reconstructed images for different depths (c)

являются помехой. В этом случае необходимо знание области поверхности, охваченной бликами, и распределения яркости бликов в этой области для удаления паразитного сигнала. С другой стороны это же знание может служить для определения характеристик волнения. Метод определения местонахождения (географических координат) солнечного блика при наблюдении с геостационарного спутника разработан в [9, 10]. При наблюдении с геостационарной орбиты, в зависимости от взаиморасположения Солнца, Земли и спутника, некоторая часть земной поверхности, освещаемая прямым излучением Солнца, оказывается наблюдаемой и со спутника (рис. 6). Эту часть земной поверхности мы назовём «одновременно освещаемая и наблюдаемая область». Очевидно, что охваченная бликом область находится внутри этой области.

Дневные и годовые траектории при наблюдении с МЕТЕОСАТ 9 показаны на рис. 7.

Сравнение фактического и восстановленного по разработанному в [10] методу полей ветров (рис. 8.) показывает, что из спутникового снимка солнечного блика можно получить достаточно точную информацию о поле ветра.

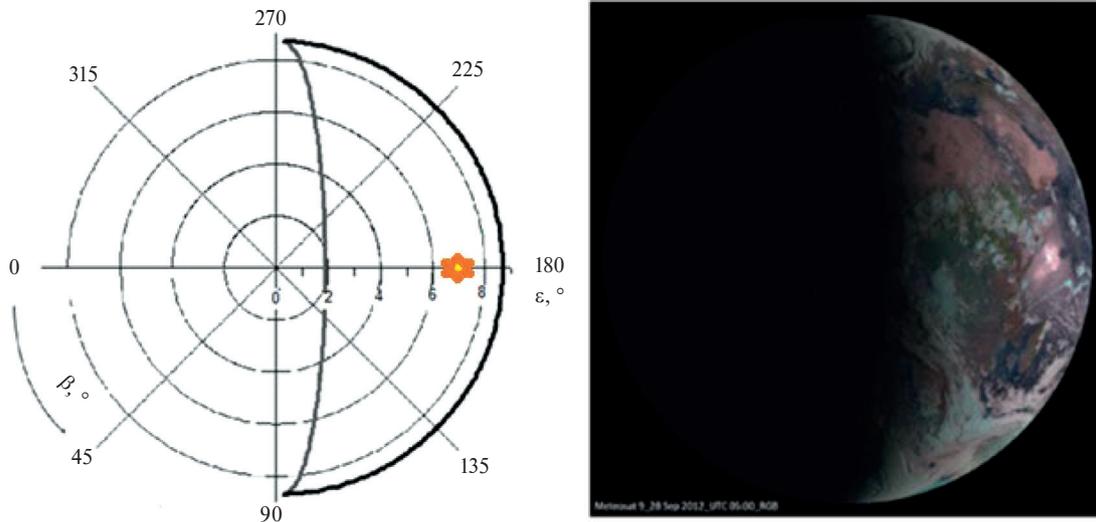


Рис. 6. Одновременно освещаемая и наблюдаемая часть Земного шара и месторасположение блика Солнца по спутниковому изображению (METEOSAT 9) и согласно расчётам по разработанному методу для GMT = 05:00

Fig. 6. Simultaneously illuminated and observed part of the Earth and the location of the sun glints according to the satellite image (METEOSAT 9) and to calculations using the developed method for GMT = 05:00

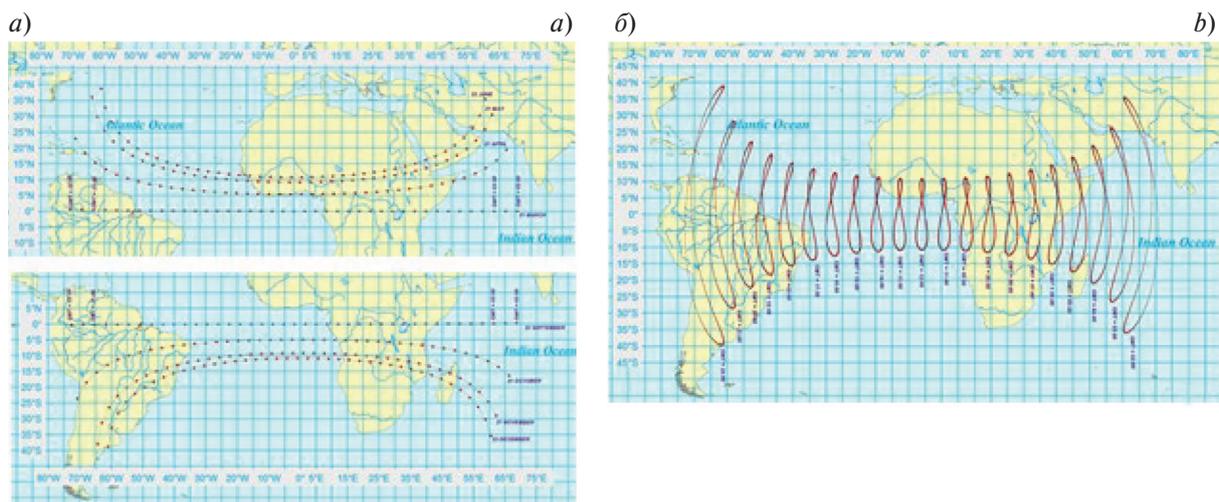


Рис. 7. Дневные траектории центральной точки солнечного блика для разных месяцев года для моментов наблюдения от GMT = 02.00 до GMT = 22.00 с интервалом 30 мин (а) и годовые траектории для моментов наблюдения от GMT = 02.00 до GMT = 22.00 с интервалом 1 час (б)

Fig. 7. Daily trajectories of the central point of the sun glint for different months of the year for observation times from GMT = 02.00 to GMT = 22.00 with an interval of 30 min (a) and annual trajectories for observation times from GMT = 02.00 to GMT = 22.00 with an interval of 1 hour (b)

### 5. Определение числа солнечных бликов

В работе [1] для определения плотности распределения  $W_N(N_L)$  числа зеркальных точек  $N_L$  двумерной гауссовой случайной поверхности  $z = \zeta(x)$ , приходящихся на участок оси  $Ox$  длиной  $L$ , по плотности распределения  $W_Z(Z)$  нормированного отражённого сигнала (яркости бликов)  $Z = X_1 + X_2 + \dots + X_{N_L}$ , получено интегральное уравнение Фредгольма 1-го рода:

$$W_Z(Z) = \int_0^{+\infty} G(Z, N_L) W_N(N_L) dN_L, \quad (2)$$

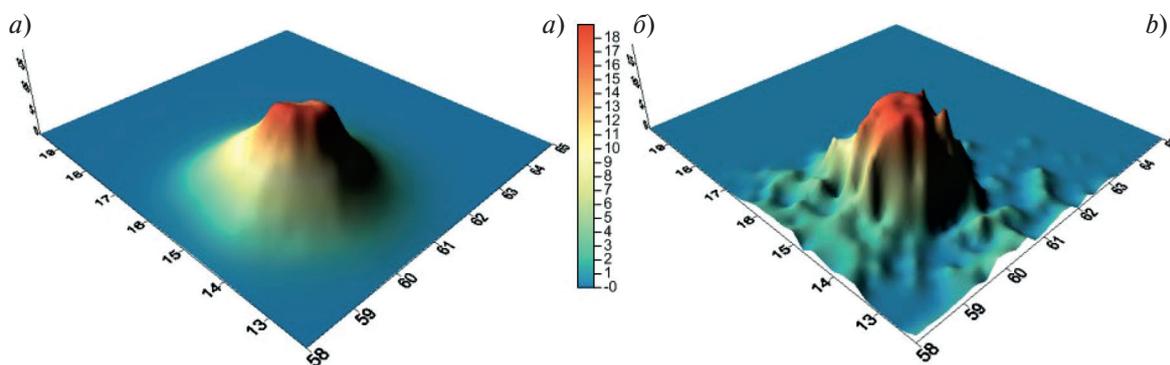


Рис. 8. Распределение яркости солнечного блика по расчетам с использованием фактического поля ветра [8] (а) и данным METEOSAT 9 (б)

Fig. 8. Distribution of sun glint brightness based on calculations using the actual wind field [8] (a) and METEOSAT 9 data (b)

где ядро уравнения имеет вид

$$G(Z, N) = \frac{1}{\pi} \int_0^{+\infty} |\beta(u)|^N \cos(N \varphi(u) - uZ) du.$$

Здесь функция  $\beta(u)$  определяются как Фурье преобразование распределения Гардашова:

$$\beta(u) = \int_0^{+\infty} e^{iuX} W(X) dX = \int_0^{+\infty} \frac{2}{X^3} \exp\left(-\frac{1}{X^2}\right) e^{iuX} dX,$$

а функция  $\varphi(u) = \arg \beta(u) = a \tan \frac{\text{Im}(\beta(u))}{\text{Re}(\beta(u))}$ .

В частном случае, когда  $W_N(N_L) = \delta(N_L - N)$  из формулы (2) получаем выражение  $W_Z(Z) = G(Z, N)$ , которое определяет смысл функции как распределение величины  $Z = X_1 + X_2 + \dots + X_L$  (сигнала), когда количество зеркальных точек в сумме фиксировано и  $N_L = N$ . Кроме того, если  $N_L = N = 1$ , тогда  $G(X, 1) = W(X)$ . Функции  $G(Z, N)$  для разных  $N$  показаны на рис. 9.

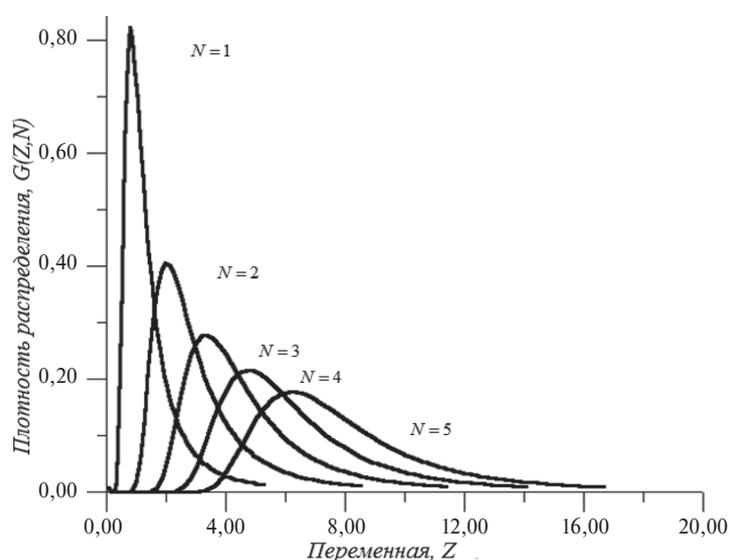


Рис. 9. Специальная функция (ядро уравнения)  $G(Z, N)$  для  $N = 1, 2, 3, 4, 5$

Fig. 9. Special function (the core of the equation)  $G(Z, N)$  for  $N = 1, 2, 3, 4, 5$

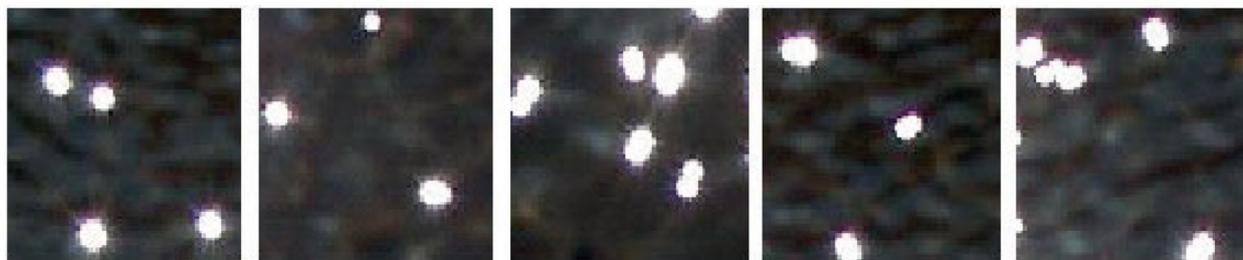


Рис. 10. Образцы из ансамбля изображений солнечных бликов на волнистом бассейне

Fig. 10. Samples from the ensemble of images of sun glints on a wavy basin

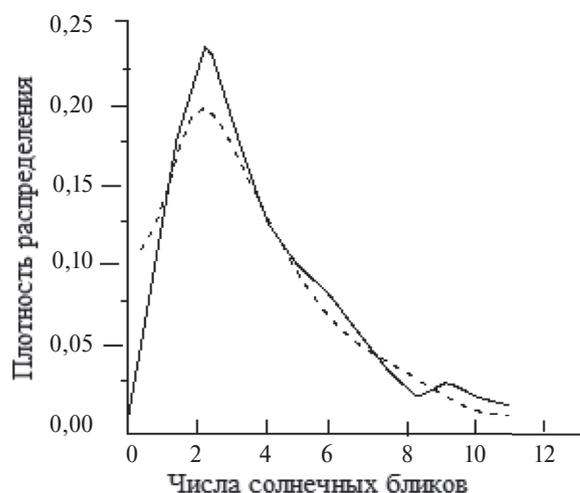


Рис. 11. Плотность распределения числа солнечных бликов; сплошная кривая получена путем обработки ансамбля изображений солнечных бликов; пунктирная кривая — путем решения обратной задачи

Fig. 11. Distribution density of the number of sun glints; the solid curve is obtained by processing an ensemble of sun glints images; the dotted curve is obtained by solving the inverse problem

Аналогичная задача для трёхмерной гауссовой случайной поверхности  $z = \zeta(x, y)$  рассмотрена в работах [11, 12], где получено интегральное уравнение Фредгольма 1-го рода для определения плотности распределения числа бликов по плотности распределения яркости бликов. Ядро этого уравнения выражается через плотности распределения радиусов кривизны поверхности в зеркальных точках [2, 3]. Интегральное уравнение решается методом регуляризации, предложенным в [13], а точность решения проверяется путем численного моделирования и в натурном эксперименте, выполненном на бассейне. В качестве примера на рис. 10 представлены случайные реализации из ансамбля изображений солнечных бликов на водной поверхности в бассейне, зарегистрированных камерой с высоким пространственно-временным разрешением.

Как видно из рис. 11, решение обратной задачи достаточно хорошо восстанавливает реальное распределение.

#### 6. Определение соотношений между параметрами поверхностных волн и характеристиками каустик преломлённого света

При наличии волнения в неглубокой акватории или в бассейне на дне наблюдаются движущиеся светлые полосы, форма и структура которых зависят от характеристик поверхностного волнения. Чем прозрачнее вода и регулярнее волнение, тем чётче изображения полос и упорядоченнее их движение. Причина образования этих светлых полос заключается в преломлении параллельного пучка солнечных лучей на случайно-неровной водной поверхности. Светлые полосы образуются в так называемых каустических направлениях, где интенсивность преломлённого пучка света, рассчитанная в приближении геометрической оптики, обращается в бесконечность. Применяв способ расчёта интенсивности в окрестности каустик отражённых лучей, изложенный в [14], для решения аналогичной задачи для преломлённых лучей мы получим соотношения между параметрами поверхностного волнения и шириной каустической зоны (светлой полосы). Отметим, что каустики, возникающие при отражении и преломлении, имеют ту же природу, что и бесконечности, возникающие в направлении радуг при расчётах рассеяния света на сфере [15] и исчезают при учёте фазовых эффектов. Для простоты мы рассмотрим двумерное волнение,

когда возможно получить сравнительно простые соотношения и наглядное представление о явлении. Геометрия преломления лучей света на неровной поверхности  $z = z(x)$  и обозначение величин, описывающих явление показаны на рис. 12.

Найдём расходимость лучевой трубки после преломления на поверхности. Пусть в момент  $t = 0$  элементарный участок фронта падающей плоской волны есть  $N_0N$  и через время  $t$  она занимает положение  $Q_0Q$  (рис. 13).

После ряда математических операций для расходимости  $\Gamma_1 = \lim_{M \rightarrow M_0} \frac{|Q_0Q|}{|M_0N|}$  преломлённого в точке  $M_0$  пучка на расстоянии  $l_0 = l(x_0) = M_0Q_0$  получаем:

$$\Gamma_1 = \frac{\cos \chi_1}{\cos \chi_0} \left| 1 - \left( \frac{\cos \chi_0}{m \cos \chi_1} - 1 \right) \cdot \frac{l_0}{\rho_0 \cos \chi_1} \right|, \quad (3)$$

где  $\rho_0 = \rho(x_0) = \frac{(1 + \zeta'^2(x_0))^{3/2}}{\zeta''(x_0)}$  — радиус кривизны в точке  $M_0$ ;  $m = 1,34$  — показатель преломления воды.

При этом интенсивность преломлённого пучка  $I_1(Q_0)$  в точке  $Q_0$ , определяется из соотношения  $T(\chi_0)I_0 d\sigma_0 = I_1(Q_0) d\sigma_1$  как

$$I_1(Q_0) = \frac{T(\chi_0)I_0}{\Gamma_1}, \quad (4)$$

где  $I_0$  — интенсивность падающего пучка в точке  $M_0$ ,  $T(\chi_0)$  — коэффициент пропускания Френеля.

Если модуль радиуса кривизны  $|\rho| \ll l_0$ , то из (3) имеем:

$$\Gamma_1 = \left( 1 - \frac{\cos \chi_0}{m \cos \chi_1} \right) \cdot \frac{l_0}{|\rho_0| \cos \chi_0}, \quad (5)$$

$$I_1(Q_0) = \frac{T(\chi_0)}{\left( 1 - \frac{\cos \chi_0}{m \cos \chi_1} \right)} \cdot \frac{I_0}{l_0} \cdot |\rho_0| \cos \chi_0. \quad (6)$$

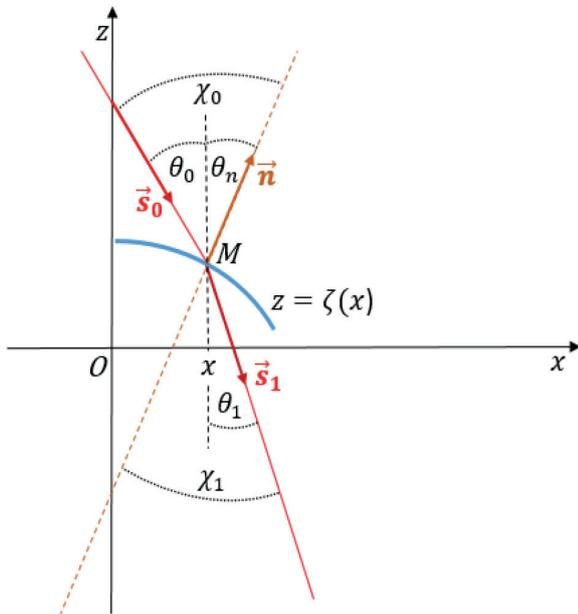


Рис. 12. Геометрии преломления света на неровной поверхности

Fig. 12. Geometry of light refraction on a curved surface

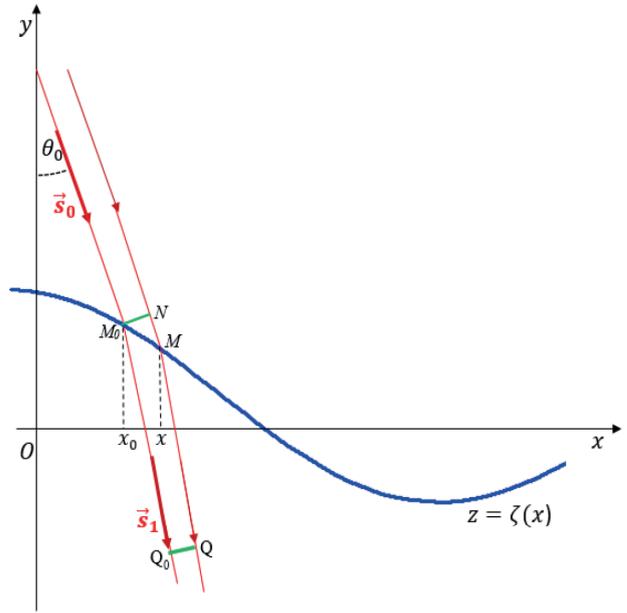


Рис. 13. Определение фронта преломлённой световой волны

Fig. 13. Determination of the front of a refracted light wave

В точке преломления  $M_0$  радиус кривизны  $\rho_0 = \rho(x_0) = \infty$ , и, как следует из (5), расходимость  $\Gamma_1 = 0$ , поэтому интенсивность преломлённого пучка  $I(Q_0)$  в бесконечно удалённой точке  $Q_0$ , определяемая по формуле (6), обращается в бесконечность. Радиус кривизны  $\rho_0 = \infty$  для точки перегиба  $M_0$ , где  $\zeta''(x_0^*) = 0$ . При этом наклон поверхности  $\theta_n$  и отклонение преломлённого луча  $\theta_1$  принимает экстремальные значения:  $\theta_n'(x_0^*) = 0$  и  $\theta_1'(x_0^*) = 0$ , т. е. происходит сгущение преломлённых лучей вокруг луча, преломлённого в точке перегиба, что и приводит к бесконечной интенсивности. Для определения распределения интенсивности  $I_1(\Delta\theta_1) = I_1(Q)$  в окрестностях каустики используем формулы Френеля-Кирхгофа для плоской задачи [14]. В результате получаем:

$$I_1(\Delta\theta_1) = \frac{2\pi T I_0}{I_0} \frac{k_1^{1/3}}{(3b)^{2/3}} Ai^2 \left( - \left( \frac{k_1^2}{3b} \right)^{1/3} \Delta\theta_1 \right), \quad (7)$$

где  $k_1 = mk$  волновое число световой волны в воде  $\left( k = \frac{2\pi}{\lambda} \right)$ ,  $Ai(t) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \cos \left( tx + \frac{x^3}{3} \right) dx$  — функция Эйри [16]. Параметр  $b$  определяет фронт преломлённой световой волны в окрестности точки  $M_0$ . Выполняя аналогичные [14] вычисления для  $b$ , получаем:

$$b = \frac{1}{6} \frac{\left( s_{1z}^* - \frac{1}{m} s_{0z} \right) \zeta^m}{\left( -s_{1z}^* + s_{1x}^* \zeta' \right)^3}. \quad (8)$$

Здесь знак \* указывает на то, что соответствующие величины относятся к точке  $x_0^*$ .

Таким образом, можно выделить угол  $\Delta\theta_1^c$ , определяющий угловую ширину каустической зоны, так что для углов  $\Delta\theta_1 < \Delta\theta_1^c$  для расчета  $I_1(Q)$  следует использовать формулу (7), а для  $\Delta\theta_1 \geq \Delta\theta_1^c$  — формулу (6). В каустическом направлении две лучевые трубки, возникающие при преломлении в точках слева и справа от точки каустики, сливаются. Поэтому, приравнявая удвоенную интенсивность в (6) к интенсивности в (7), находим:

$$\frac{1}{\sqrt[3]{3} \sqrt{2t} \pi} = Ai^2(t), \quad (9)$$

где  $t = - \left( \frac{k_1^2}{3b} \right)^{1/3} \Delta\theta_1$ .

Поведение функций в левой и правой частях уравнения (9) показаны на рис. 14. Как видно, уравнение (9) имеет ряд корней. Первый корень, при котором знаки наклонов функций одинаковы, равен  $t_c = 1,79$  и лежит между основным максимумом и первым нулём функции Эйри. По нему определяется ширина каустической зоны. Это значение хорошо согласуется с оценками каустической зоны для аналогичных задач [15, 17, 18]. При этом правильность выбранного значения  $t_c = 1,79$  подтверждается и равенством потоков энергии:

$$\int_0^{t_c} \frac{1}{\sqrt[3]{3} \pi \sqrt{2t}} dt \approx \int_{-\infty}^{t_c} Ai^2(t) dt \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{\sqrt[3]{3} \pi} \sqrt{t_c} \approx \int_{-\infty}^{t_c} Ai^2(t) dt. \quad (10)$$

Точность равенства (10) составляет около 90 %.

Следовательно для угловой ширины каустической  $\Delta\theta_1^c$  зоны находим:

$$\Delta\theta_1^c = t_c \left( \frac{3b}{k_1^2} \right)^{1/3}. \quad (11)$$

Отметим, что более точный расчёт интеграла Френеля-Кирхгофа дает плавный переход в окрестности  $t_c = 1,79$  от волновой оптики к геометрической, показанной на рис. 14.

Формула (11) получена для параллельного пучка света. Если источником света является Солнце, лучи которого имеют угловую расходимость  $\Delta\theta_0 = 0,5^\circ$ , то соответствующее угловое приращение каустической зоны  $\Delta\theta_1^c$  может быть вычислено из соотношения:

$$\theta_1 = \theta_0 + \chi_1 - \chi_0. \quad (12)$$

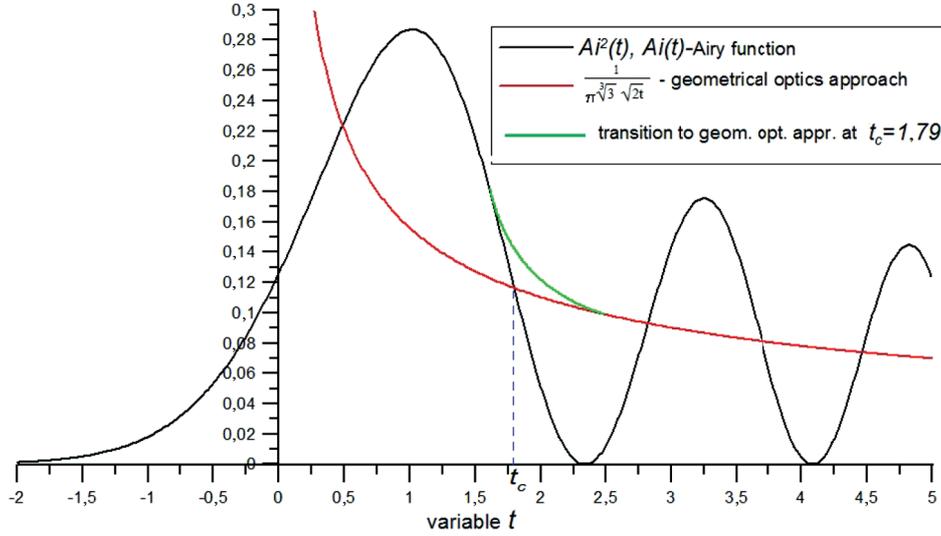


Рис. 14. К определению ширины каустической зоны

Fig. 14. To determine the width of the caustic zone

Предположим, что в каустической точке  $x_0 = x_*$  приращение углов  $\theta_1$ ,  $\chi_0$  и  $\chi_1$  вызваны приращением  $\Delta\theta_0$ :

$$\Delta\theta_1^0 = \Delta\theta_0 + \Delta\chi_1^* - \Delta\chi_0^* \quad (13)$$

Из соотношений  $\chi_0^* = \theta_0 + \theta_n^*$  и  $\frac{\sin\chi_0}{\sin\chi_1} = m$  имеем:

$$\Delta\chi_0^* = \Delta\theta_0, \quad (\cos\chi_0^*)\Delta\chi_0^* = m(\cos\chi_1^*)\Delta\chi_1^* \quad (14)$$

Учитывая  $\Delta\theta_1^0 = \Delta\chi_1^*$ , получаем:

$$\Delta\theta_1^0 = \frac{\cos\chi_0^*}{m \cos\chi_1^*} \Delta\theta_0 \quad (15)$$

Некоторое угловое приращение  $\Delta\theta_1^d$  каустической зоны происходит благодаря дисперсии света, т. е. изменению индекса преломления  $\Delta m$ . Приращение  $\Delta\theta_1^d$  может быть оценено, считая  $\theta_0 = \text{const}$ ,  $\chi_0 = \text{const}$ ,  $\Delta\theta_1^d = \Delta\chi_1^d$ :

$$\Delta\theta_1^d = -\frac{\sin\chi_0^*}{\cos\chi_1^*} \frac{\Delta m}{m^2} \quad (16)$$

Окончательно для угловой ширины каустической зоны получаем:

$$\Delta\theta_1^* = \Delta\theta_1^c + \Delta\theta_1^0 + \left| \Delta\theta_1^d \right| \quad (17)$$

Таким образом линейный размер (ширина)  $\Delta L$  светлой полосы

$$\Delta L = \frac{h}{\cos\theta_1^*} \Delta\theta_1^* \quad (18)$$

## 7. Экспериментальная проверка метода

Возможность восстановления параметров поверхностных волн по характеристикам подводных каустик проверена экспериментально. В бассейне длиной 8 м, шириной 4 м и глубиной 1 м, наполненном чистой водой до уровня 0,8 м, практически в безветренную погоду, механически генерировались квазирегулярные синусоидальные волны с амплитудой  $a = 0,45$  м и длиной волны  $\Lambda = 0,52$  м. На момент эксперимента зенитный угол Солнца  $\theta_0$  был равен  $18^\circ$  и лучи падали параллельно боковым стенкам бассейна, т. е. перпендикулярно к фронту генерируемой поверхностной волны (рис. 15). Мгновенное изображение подводных световых полос фиксировалось камерой с высоким пространственным и временным разрешением с высоты 2 м над уровнем воды при вертикальном визировании. Следовательно, волны можно считать «заморо-

женными», а водную среду под ними «линзой сложной формы». При такой постановке эксперимента рассматриваемая задача сводится к двумерной и применение полученных выше формул оправдано. Расчеты по этим формулам дают:  $\Delta\theta_1^c = 0,0066^\circ$ ,  $\Delta\theta_1^0 = 0,31^\circ$ ,  $|\Delta\theta_1^d| = 0,28^\circ$ ,  $\Delta\theta_1^* = 0,59^\circ$  и, следовательно, для ширины световой полоски  $\Delta L = 0,82$  см. Сравнение с шириной светлой полоски на фотографии (рис. 15) показывает хорошее согласие, учитывая, что сторона квадрата шахматной клетки равна 4 см.

Ход преломлённых лучей, соответствующие эксперименту на рис. 15, показаны на рис. 16. Видно, что существует интервал глубин (окрестность точки 3), где световые полосы образуются за счет фокусировки преломлённых лучей на выпуклости поверхности. В точке 3 расходимость преломленного луча, определенная по формуле (3), равна нулю, т. е. имеет место равенство:

$$1 - \left( \frac{\cos \chi_0}{m \cos \chi_1} - 1 \right) \cdot \frac{l_0}{\rho_0 \cos \chi_1} = 0. \quad (19)$$

Рис. 15. Изображение подводных световых полос, вызванных квазисинусоидальной поверхностной волной с амплитудой  $a = 0,45$  м и длиной волны  $\Lambda = 0,52$  м

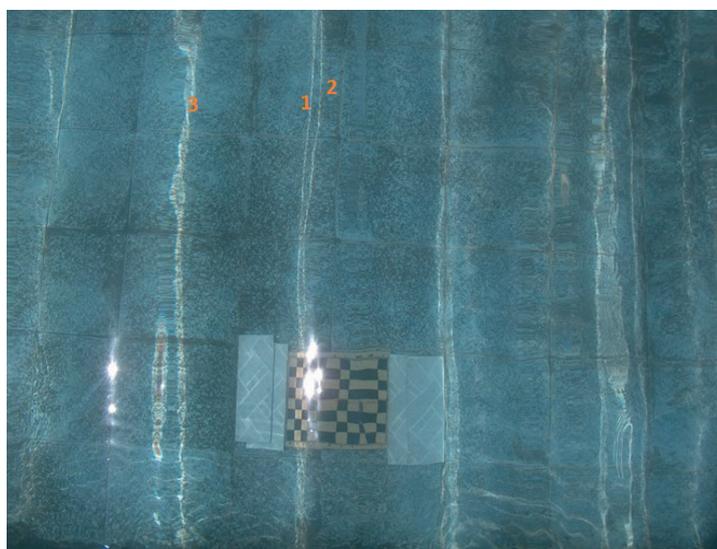


Fig. 15. Image of underwater light streaks caused by a quasi-sinusoidal surface wave with amplitude  $a = 0.045$  m and wavelength  $\Lambda = 0.52$  m

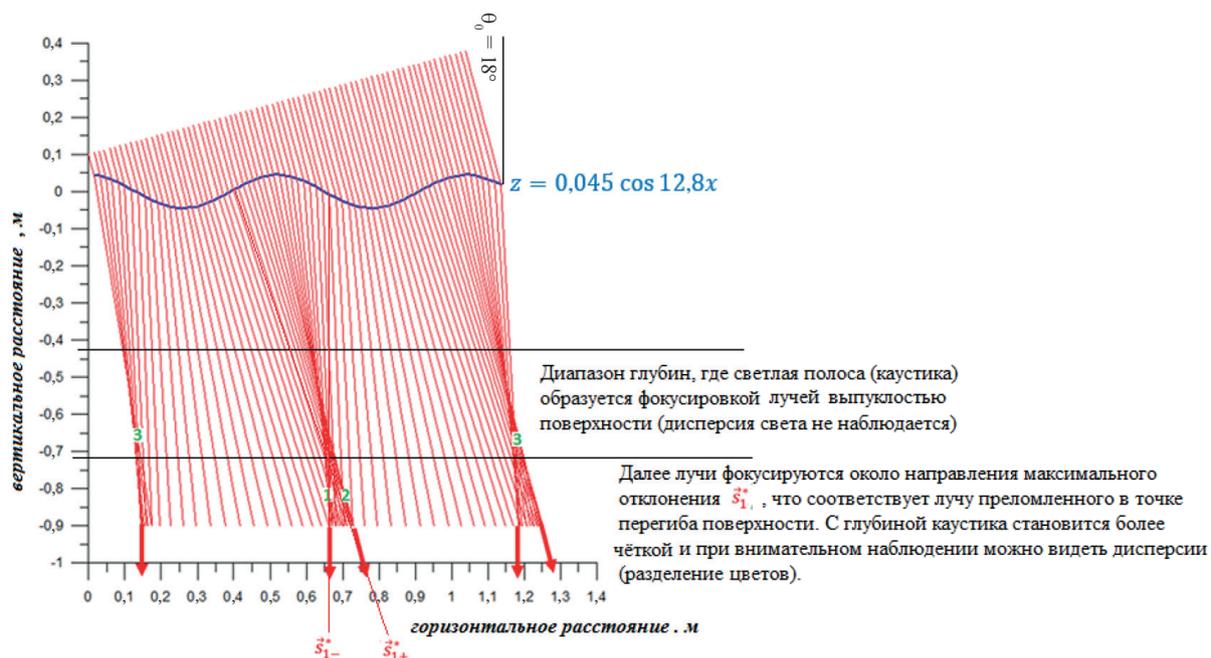


Рис. 16. Ход лучей, преломленных водной поверхностью с возвышения  $z = 0,045\cos 12,8x$ , при падении параллельного светового луча под углом  $\theta_0 = 18^\circ$

Fig. 16. The path of rays refracted by the water surface from an elevation of  $z = 0.045\cos 12.8x$ , when a parallel light beam falls at an angle of  $\theta_0 = 18^\circ$

Соотношение (19) связывает «приведенное» фокусное расстояние  $l_0$  выпуклой двумерной линзы с ее радиусом кривизны  $\rho_0$  в точке  $(x_0, \zeta(x_0))$ . Как видно, расстояние между световыми полосками 1 и 3 примерно равно длине волны  $\Lambda = 0,52$  м.

## 8. Заключение

В настоящей работе дан краткий обзор авторских работ, посвящённых характеристикам солнечных бликов на взволнованной водной поверхности и световых полос (подводных каустик) на дне водоёма. Рассмотренные эффекты имеют важное значение для целого ряда задач дистанционного оптического зондирования морей и океанов. Сравнительно полный обзор работ по солнечным бликам дан в [19, 20].

Выведенные зависимости между параметрами поверхностной гармонической волны и подводной каустики, в принципе, позволяют решить обратную задачу: определить амплитуду и длину волны по измеренным размерам подводных светлых полос. Дальнейшее развитие описанного подхода может быть применено для определения статистических характеристик сложных поверхностных волн. Следует отметить, что мы считали водную среду прозрачной, т. е. рассеянием и поглощением света в водной среде пренебрегали. Теория формирования изображения через взволнованную морскую поверхность, основанная на оптической передаточной функции, подробно описана в монографии [8], где учитывается ослабление светового луча, вызванное рассеянием и поглощением. Подход, развитый в [8], применим к накопленному изображению, в отличие от рассмотренного нами мгновенного изображения. Несмотря на то, что большинство задач требуют знания лишь статистических характеристик волнистой морской поверхности, решения некоторых задач, таких как восстановление мгновенных изображений подводных объектов, искаженных поверхностным волнением, требует знания мгновенного состояния взволнованной морской поверхности. Как показано в [12], мгновенный рельеф морской поверхности можно построить по характеристикам бликов Солнца (или другого источника света). По статистической характеристике бликов также определяют статистические характеристики интенсивности отраженного света [12, 21]. В дальнейшем для восстановления мгновенного рельефа волнистой морской поверхности и его статистических характеристик может быть разработан метод, основанный на изучении характеристик подводных световых полос.

## Литература

1. Gardashov R.G. Determination of the distribution of the number of specular points of a random cylindrical homogeneous Gaussian surface // *Inverse Problems in Science and Engineering*. 2008. Vol. 16, N4. P. 447–460. doi:10.1080/17415970701567882
2. Gardashov R. Distribution density for the Sea Surface Gaussian Curvature at Specular Reflection Point // *Izvestiya Atmospheric and Oceanic Physics*. 1991. Vol. 27. P. 67–70.
3. Gardachov R.G. The probability density of the total curvature of a uniform random Gaussian Sea surface in the specular points // *International Journal of Remote Sensing*. 2000. Vol. 21, N15. P. 2917–2926. doi:10.1080/01431160050121320
4. Gardashov R., Emecen Kara G. and Kara G. Distribution of the Sun glitter sizes on the sea surface, derived from theoretically and in situ experiments // *Indian Journal of Geo-Marine Sciences*. 2014. Vol. 43(4). P. 499–503.
5. Гардашов Р.Г. Определение мгновенной формы неровной морской поверхности по характеристикам бликов // Тр. IX Всерос. конф. «Современные проблемы оптики естественных вод», С.-Петербург, 2017. С. 11–15.
6. Гардашов Р.Г., Гардашов Е.Р. Восстановление мгновенных изображений подводных объектов, искаженных поверхностным волнением // Труды IX Всероссийской конференции «Современные проблемы оптики естественных вод», С.-Петербург, 2019. С. 12–17.
7. Gardashov R.H., Gardashov E.R., Gardashova T.H. Recovering the instantaneous images of underwater objects distorted by surface waves // *Journal of Modern Optics*. 2021. P. 1–10. doi:10.1080/09500340.2021.1874555
8. Dolin L., Gilbert G., Levin I., Luchinin A. *Theory of Imaging Through Wavy Sea Surface*. Nizhniy Novgorod: IAP RAS, 2006. 172 p.
9. Gardashov R.G., Barla M.C. The calculation of the distribution of the Sun glitter radiance on the ocean surface by observing from a geostationary orbit // *International Journal of Remote Sensing*. 2001. Vol. 22, N 15. P. 2939–2952. doi:10.1080/01431160119994
10. Gardashov R.H., Eminov M. Sh. Determination of sunglint location and its characteristics on observation from a METEOSAT 9 satellite // *International Journal of Remote Sensing*. 2015. Vol. 36, N 10. P. 2584–2598. doi:10.1080/01431161.2015.1042119

11. Гардашов Р.Г., Гардашова Т.Г. Определение статистических характеристик зеркальных точек трехмерной гауссовой морской поверхности // Известия Российской академии наук. Физика атмосферы и океана. 2009. Т. 45, № 5. С. 664–672.
12. Gardashov R., Kara G., Kara E.G.E. Calculation of the statistical characteristics of the light reflected by a rough random cylindrical homogeneous Gaussian surface // Journal of Modern Optics Pages. 2018. N 2. P. 2025–2033. doi:10.1080/09500340.2018.1489078
13. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. Изд. 2-е. Москва: Наука, 1979. 288 с.
14. Шифрин К.С., Гардашов Р.Г. Интенсивность света, отраженного от морской поверхности // Известия АН СССР, серия Физика атмосферы и океана. 1987. Т. 23, № 4. С. 415–422.
15. Шифрин К.С. Рассеяние света в мутной среде. Москва-Ленинград: Гидрометеиздат, 1951. 288 p.
16. Olivier V., Manuel S. Airy functions and applications to physics. London: Imperial College Press, 2010.
17. Kravtsov Yu.A., Orlov Yu.I. Geometrical Optics of Inhomogeneous Media. Springer Berlin Heidelberg, 1990. 325 p.
18. Keller I.B., Keller H.B. Determination of reflected and transmitted fields by geometrical optics // Journal of the Optical Society of America. 1950. Vol. 40, N 1. P. 48–52. doi:10.1364/JOSA.40.000048
19. Rainey K., Hallenborg E. Characterization of Sun Glitter Statistics in Ocean Video. Environmental Science, 2013. doi:10.21236/ada590050
20. Kay S., Hedley J.D., Lavender S. Sun Glint Correction of High and Low Spatial Resolution Images of Aquatic Scenes: a Review of Methods for Visible and Near-Infrared Wavelengths // Remote Sensing. 2009. N 1. P. 697–730. doi:10.3390/rs1040697
21. Bass F.G., Fuks I.M. Wave Scattering from Statistically Rough Surfaces. Oxford: Pergamon, 1978. 527 p.

## References

1. Gardashov R.G. Determination of the distribution of the number of specular points of a random cylindrical homogeneous Gaussian surface. *Inverse Problems in Science and Engineering*. 2008;16(4):447–460. doi:10.1080/17415970701567882
2. Gardashov R. Distribution density for the Sea Surface Gaussian Curvature at Specular Reflection Point. *Izvestiya Atmospheric and Oceanic Physics*. 1991;27:67–70.
3. Gardachov R.G. The probability density of the total curvature of a uniform random Gaussian Sea surface in the specular points. *International Journal of Remote Sensing*. 2000;21(15):2917–2926. doi:10.1080/01431160050121320
4. Gardashov R., Emecen Kara G. and Kara G. Distribution of the Sun glitter sizes on the sea surface, derived from theoretically and in situ experiments. *Indian Journal of Geo-Marine Sciences*. 2014;43(4):499–503.
5. Gardashov R.H. Determination of the instantaneous shape of an uneven sea surface by glare characteristics. *Proceedings of IX All-Russia Conference «Current problems in optics of natural waters» (ONW'2017)*. Saint-Petersburg: 2017. 11–15 p. (in Russian).
6. Gardashov R.H., Gardashov E.R. Recovering the instantaneous images of underwater objects distorted by surface waves. *Proceedings of X Anniversary All-Russia Conference «Current problems in optics of natural waters» (ONW'2019)*. Saint-Petersburg: JSC “Izd. “KHIMIZDAT”; 2019. 12–17 p. (in Russian).
7. Gardashov R.H., Gardashov E.R., Gardashova T.H. Recovering the instantaneous images of underwater objects distorted by surface waves. *Journal of Modern Optics*. 2021;1–10. doi:10.1080/09500340.2021.1874555
8. Dolin L., Gilbert G., Levin I., Luchinin A. *Theory of Imaging Through Wavy Sea Surface*. Nizhnyi Novgorod: IAP RAS; 2006. 172 p.
9. Gardashov R.G., Barla M.C. The calculation of the distribution of the Sun glitter radiance on the ocean surface by observing from a geostationary orbit. *International Journal of Remote Sensing*. 2001;22(15):2939–2952. doi:10.1080/01431160119994
10. Gardashov R.H., Eminov M. Sh. Determination of sunglint location and its characteristics on observation from a METEOSAT 9 satellite. *International Journal of Remote Sensing*. 2015;36(10):2584–2598. doi:10.1080/01431161.2015.1042119
11. Gardashov G.R., Gardashova T.G. Determination of the statistical characteristics of the specular points of 3 dimensional Gaussian sea surface. *Izvestiya, Atmospheric and Oceanic Physics*. 2009;45(5):620–628. doi:10.1134/S0001433809050090
12. Gardashov R., Kara G., Kara E.G.E. Calculation of the statistical characteristics of the light reflected by a rough random cylindrical homogeneous Gaussian surface. *Journal of Modern Optics Pages*. 2018;2:2025–2033. doi:10.1080/09500340.2018.1489078
13. Tikhonov A.N., Arsenin V. Ya. *Methods of solving incorrect problems*. 2<sup>nd</sup> ed. Moscow: Nauka; 1979. 288 p.
14. Shifrin K.S., Gardashov R.H. Intensity of light reflected from a sea surface. *Izv. AN USSR, FAO*. 1987;23(4):415–422.

15. Shifrin K.S. Light scattering in a turbid medium. *Moskva-Leningrad, Gidrometeoizdat*, 1951. 288 p.
16. Olivier V., Manuel S. *Airy functions and applications to physics*. London: Imperial College Press; 2010.
17. Kravtsov Yu.A., Orlov Yu.I. *Geometrical Optics of Inhomogeneous Media*. Springer Berlin Heidelberg; 1990. 325 p.
18. Keller I.B., Keller H.B. Determination of reflected and transmitted fields by geometrical optics. *Journal of the Optical Society of America*. 1950, 40, 1, 48–52. doi:10.1364/JOSA.40.000048
19. Rainey K., Hallenborg E. Characterization of Sun Glitter Statistics in Ocean Video. *Environmental Science*, 2013. doi:10.21236/ada590050
20. Kay S., Hedley J.D., Lavender S. Sun Glint Correction of High and Low Spatial Resolution Images of Aquatic Scenes: a Review of Methods for Visible and Near-Infrared Wavelengths. *Remote Sensing*. 2009;1:697–730. doi:10.3390/rs1040697
21. Bass F.G., Fuks I.M. *Wave Scattering from Statistically Rough Surfaces*. Oxford: Pergamon; 1978. 527 p.

#### Об авторах

ГАРДАШОВ Рауф Гаджи, доктор физико-математических наук, член-корреспондент НАНА,  
ORCID: 0000-0002-6582-5543, Scopus AuthorID: 6507989206, WoS ResearcherID: DG-2083–2011,  
e-mail: rauf\_gardashov@yahoo.co.uk

ГАРДАШОВ Эмин Рауф, Scopus AuthorID: 57217993938, WoS ResearcherID: EWQ-2051–2022,  
e-mail: emin\_gardashov@yahoo.co.uk