

УДК 551.463.26, 551.466.3

© Д. Д. Разумов, М. Б. Салин*, 2021

Институт прикладной физики РАН, 603950, ул. Ульянова, 46, г. Нижний Новгород

*E-mail: mikesalin@ipfran.ru

ОСОБЕННОСТИ ДИФРАКЦИИ ЗВУКА НА ВЗВОЛНОВАННОЙ ВОДНОЙ ПОВЕРХНОСТИ В СРЕДНЕМ ДИАПАЗОНЕ ЧАСТОТ

Статья поступила в редакцию 21.04.2021, после доработки 02.09.2021

Статья посвящена исследованиям рассеяния звука на взволнованной водной поверхности в среднем диапазоне частот от 1 до 5 кГц. Выбранный диапазон частот представляет интерес в связи с существенной зависимостью возникающих при рассеянии звуковых волн эффектов от состояния волнения. Целью исследования является воспроизведение ряда особенностей, наблюдавшихся в экспериментах, например, размытие Брэгговского пика в случае развитых волн. Для получения реалистичной формы поверхности воды используется метод прямого численного моделирования двумерного потенциального течения со свободной поверхностью, известный как метод Захарова и Дьяченко. Проводится численное интегрирование преобразованного уравнения Эйлера, которое позволяет определить, как взволнованная поверхность воды будет эволюционировать, учитывая нелинейные эффекты. В работе используется оригинальная модификация метода граничных элементов (в 2D постановке), которая позволяет моделировать рассеяние звука на поверхности воды без наложения явных ограничений на форму поверхности (в приближении отсутствия дна). Проводятся расчеты поля давления рассеянной звуковой волны, вычисляется сила обратного рассеяния и доплеровский спектр сигнала в зависимости от углов падения и рассеяния при разных скоростях ветра. Результаты расчета сравниваются с предсказаниями классических моделей.

Ключевые слова: дифракция звука, поверхностная реверберация, ветровое волнение, эффект Доплера, моделирование.

© D. D. Razumov, M. B. Salin*, 2021

Institute of Applied Physics, Russian Academy of Sciences, 603950, Ulyanova Str., 46, Nizhny Novgorod, Russia

*E-mail: mikesalin@ipfran.ru

FEATURES OF SOUND DIFFRACTION ON SURFACE ROUGHNESS IN THE MIDDLE-FREQUENCY RANGE

Received 21.04.2021, in final form 02.09.2021

The subject of our interest is the sound of the middle-frequency range from 1 to 5 kHz. Its scattering significantly depends on the state of the sea surface: the Rayleigh parameter can range from small numbers for a calm sea to values of the order of one for developed waves. The purpose of this study is to reproduce some of the effects that are observed in experiments on sound scattering on the sea surface using modern numerical methods. To simulate the sea surface we use the direct method for numerical simulation of potential flows with a free surface of a two-dimensional fluid, known as the Zakharov and Dyachenko method. The system of transformed Euler equations is numerically integrated to get how the surface evolves from the initial state. So nonlinear interaction of surface harmonics is taken into the account. We have proposed the original modification of the boundary element method (in 2D), which is suited for studying sound scattering separately on the surface, and it does not impose significant restrictions on the shape of the surface. We calculated the pressure field of the scattered sound wave, the backscattered force, and the Doppler spectrum of the signal depending on the angles of incidence and scattering at different wind speeds. The calculation results are compared with the predictions of classical models.

Key words: sound diffraction, surface reverberation, wind waves, Doppler effect, modeling.

1. Введение

Диапазон частот порядка единиц кГц в настоящее время активно осваивается гидроакустическими системами как для задач гидролокации, так и для обеспечения дальней звукоподводной связи [1]. Рассеяние звука на поверхностном волнении создает искажение акустического сигнала и осложняет решение обеих задач. Вместе с тем акустическое рассеяние лежит в основе ряда схем диагностики состояния морской по-

Ссылка для цитирования: Разумов Д.Д., Салин М.Б. Особенности дифракции звука на взволнованной водной поверхности в среднем диапазоне частот // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2021. Т. 14, № 4. С. 98–110. doi: 10.7868/S2073667321040092

For citation: Razumov D.D., Salin M.B. Features of Sound Diffraction on Surface Roughness in the Middle Frequency Range. *Fundamentalnaya i Prikladnaya Gidrofizika*. 2021, 14, 4, 98–110. doi: 10.7868/S2073667321040092

верхности [2, 3], и здесь для когерентного зондирования также представляет интерес использование частот порядка единиц килогерц, поскольку тогда длина звуковой волны будет сопоставима по порядку с измеряемыми поверхностными волнами. В работе [3] показана возможность использования резонансного рассеяния звука на тех или иных длинах волн для измерения их спектральных амплитуд и получения независимой от дисперсионного соотношения оценки фазовой скорости.

Чтобы построить передаточную функцию от спектральной плотности мощности волнения к частотному и угловому спектру рассеянного звука, следует принять во внимание два типа эффектов, условно назовем их гидродинамические и акустические. К первым относится отличие динамической формы поверхности от суперпозиции независимых синусоид. Под этим следует понимать как отличие формы волны от синусоиды (связанные гармоники), так и модуляцию каждой моды орбитальными скоростями других волн. Наиболее явно в эксперименте можно наблюдать модуляцию скоростей коротких поверхностных волн за счет поля течений (эффект Доплера в поверхностном волнении). При наличии возможности строго разделить крупный и мелкий масштаб поверхностных волн можно применять двухмасштабную модель рассеяния [4]. Однако, когда резонансные для звука длины поверхностных волн в 2–3 раза меньше пиковых, но не короче этого значения, то аналитическое решение оказывается неприменимо. Также аналитическое решение дает только усредненные энергетические характеристики спектра рассеянного сигнала, а в тех случаях, когда интерес представляет непосредственно волновая форма сигнала, она может быть получена только прямым численным моделированием. Ранее авторами в работе [9] по совокупности методов нелинейного численного счета по нелинейной модели, контактного и неконтактного измерения в натурных условиях был исследован двумерный спектр поверхностного волнения $S(k, f)$ и показано, что распределение этой величины в зависимости от волнового числа k и частоты f расширяется в стороны от дисперсионной кривой $f(k)$. Частота пика составляла 0.2–0.6 Гц и спектры исследовались в диапазоне частот до 2 Гц.

В свою очередь, к упомянутым выше акустическим, эффектами являются всевозможные дифракционные эффекты, возникающие при значении параметра Рэлея порядка единицы, делающие нетривиальной зависимость между спектрами волнения и рассеяния. Напомним, что согласно линейной теории [5, 6], спектральная плотность мощности (СПМ) рассеянного звукового сигнала на частоте Доплера пропорциональна значению спектральной плотности мощности поверхностного волнения, взятой при частоте Доплера и при волновом векторе поверхностных волн, соответствующему Брэгговскому резонансу. В то же время, в общем случае следует учитывать так называемую геометрическую нелинейность и зоны затенения. В высокочастотном приближении следует обращать внимание в первую очередь на зеркальные блики.

В работе [10] авторами была предложена оригинальная модификация метода граничных элементов (для двумерного случая), позволяющая рассчитать рассеяние плоской звуковой волны на «замороженной» границе вода–воздух. Этим численным методом можно найти точное решение уравнения Гельмгольца, не вводя существенных ограничений на форму поверхности воды.

Цель описанного в данной статье исследования — воспроизвести наблюдаемые в эксперименте особенности рассеяния звука на поверхности воды, опираясь на современные численные методы. В этом тексте речь пойдет о двух особенностях.

1. При рассеянии звука на поверхности озерных водоёмов или спокойного моря в спектре рассеянного сигнала отчётливо наблюдаются боковые полосы, так называемый Брэгговский пик. Их сдвиг по частоте относительно несущей определяется из дисперсионного соотношения для гравитационных волн на воде и резонанса волновых векторов. Особенность в том, что при развитом волнении в спектре рассеянного звука может перестать наблюдаться Брэгговский пик [11, 7, 8].

2. Существуют расхождения между теоретически предсказанными и экспериментально измеренными уровнями обратного рассеяния звука. Качественным образом это выражается в том, что линейная теория предполагает постоянный уровень обратного рассеяния, независимый от скорости ветра в достаточно широком диапазоне этих скоростей и частот звука, благодаря тому что резонансные длины волн относятся к области насыщения в спектре волнения [5]. Однако существует открытое опытным путем явление аномального низкочастотного рассеяния [12], и, кроме этого, уже давно известна эмпирическая зависимость Чапмана-Харриса [5], которая содержит зависимость от силы ветра.

2. Модель поверхности

Численное моделирование эволюции морской поверхности осуществляется методом, основанным на комбинации конформного отображения и быстрого преобразования Фурье. В модели рассматривается двумерное потенциальное течение идеальной несжимаемой жидкости, дно бесконечно глубокое. Этот подход

известен как метод Захарова и Дьяченко [13], но они опирались на работы Д.В. Чаликова и Д.А. Шейнина [14, 15]. Как отмечает Д.В. Чаликов [16], конформные переменные для изучения двумерной потенциальной системы со свободной поверхностью использовал ещё Дж.Г. Стокс [17], но в последующих работах они применялись сравнительно редко.

Алгоритм генерации поверхности следующий:

1) загружаются входные данные — энергетический спектр $S(f)$ волнения (в работе используется спектр Пирсона-Московица). Спектр определяет амплитуды гармоник начальной поверхности, а фазы гармоник выбираются случайным образом;

2) рассчитывается эволюция начальной поверхности со временем. Для этого применяется метод Рунге-Кутты для решения системы уравнений в конформных координатах [13], выведенной из уравнения Эйлера, уравнения переноса и граничных условий на поверхности и в глубине. В результате расчета получается последовательность кадров, задающих профили поверхности воды в различные моменты времени.

В качестве примера приводятся три гидродинамических расчёта, инициализированных по спектру Пирсона-Московица при различной W скорости ветра на высоте 10 м.

1) $W = 2.3$ м/с. Частота спектрального пика $f_p = 0.6$ Гц. Среднеквадратичное отклонение $\sigma = 0.025$ м. Длина расчётной области $2R = 40$ м;

2) $W = 4.5$ м/с, $f_p = 0.3$ Гц, $\sigma = 0.1$ м. $2R = 17$ м;

3) $W = 6.8$ м/с, $f_p = 0.2$ Гц, $\sigma = 0.23$ м. $2R = 150$ м.

На рис. 1 (см. вклейку) приведены профили этих волн в обработанном для акустического расчёта виде. Шаг по пространству прорежен с помощью сплайн интерполяции до $1/20$ длины звуковой волны. Высота искажена у краёв в 10 % расчетной области из-за умножения на оконную функцию TukeyWindow, которая обеспечивает плавное спадание к нулевому уровню. Исходно в гидродинамической модели задавались периодические граничные условия на краях расчётной области. Первая секунда расчёта выкидывается из соображений, что за это время система перестраивается от набора синусоид со случайными фазами к некоторому характерному для неё профилю. Шаг по времени прорежен до 0.1 с.

Шаг по времени при интегрировании гидродинамической задачи выбирался адаптивным образом и составлял в среднем 25 мкс. Сетка в физическом и Фурье-пространстве содержала от 2^{16} до 2^{18} точек (для наиболее слабого и наиболее сильного волнения соответственно). Для предотвращения обрушения волн в эволюционные уравнения было введено затухание в виде гипервязкости (подробнее об этом написано в работе [9]), искусственно демпфировалась часть спектра, содержащая волны короче 5 см. Потери энергии в системе за счёт введённой искусственной вязкости не превышали 0.2 % за 1 мин моделирования.

На рис. 2 представлены пространственно-временные $S(k, f)$ спектры для этих численных расчётов. Окно для вычисления Фурье-преобразования соответствует границам областей на рис. 1 — всей длине реализации, полученной в результате моделирования. Использовано окно Хана по времени. Применение специального окна по координате не потребовалось ввиду периодических граничных условий.

На рис. 2, а можно видеть наиболее интенсивную линию, соответствующую линейному дисперсионному соотношению, и существенно менее интенсивные, повторяющиеся линии кратных гармоник. На рис. 2, в, который относится к наиболее сильному волнению, заполнена широкая область спектра, и центр этой области приблизительно соответствует линейному дисперсионному соотношению.

3. Резонансная модель рассеяния звука на поверхности воды

Для того чтобы оценить, как именно повышение точности расчета может помочь исследовать поверхностные волны, следует начать с достаточно простого приближения — использования метода малых возмущений (ММВ) [18]. В первом приближении ММВ каждая Фурье-компонента неровностей задаёт свою рассеянную плоскую волну в определённом направлении (рис. 3), причем выполняется условие Брэгга (1), резонанс волновых векторов:

$$(\mathbf{k}_{scat})_x = (\mathbf{k}_{inc})_x + (\mathbf{K}_{Bragg})_x, \quad (1)$$

где $\mathbf{k}_{inc}$ — волновой вектор падающей звуковой волны (угол скольжения, φ_{inc}), $\mathbf{k}_{scat}$ — волновой вектор рассеянной звуковой волны (угол скольжения φ), $\mathbf{K}_{Bragg}$ — волновой вектор поверхностной гармоники, на которой происходит рассеяние. Обозначения $(\cdot)_x$ с указанием величины в скобках соответствуют проекциям векторов на ось x .

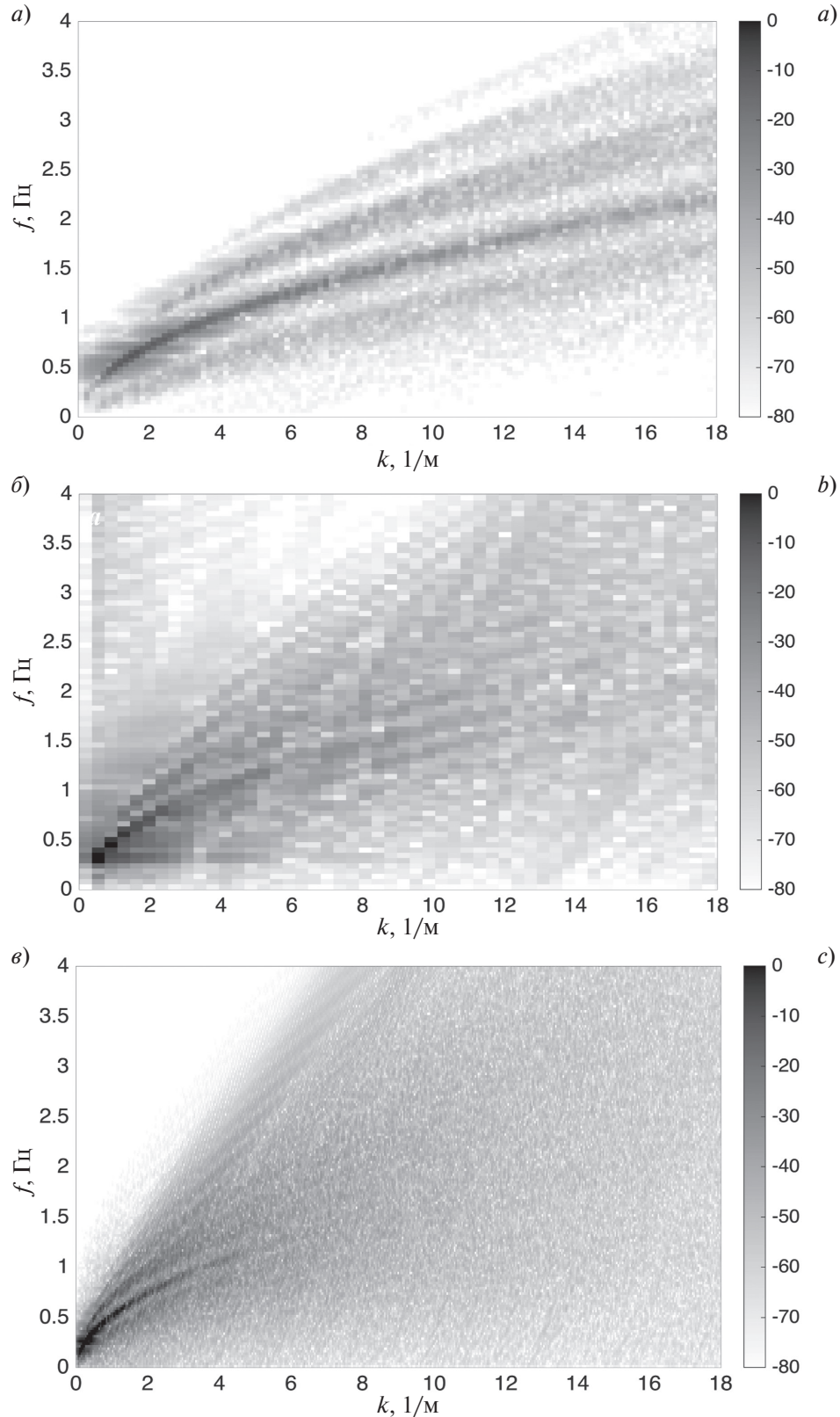


Рис. 2. Спектральная плотность мощности $S(k, f)$ одномерного волнения, полученного по гидродинамическому моделированию, три расчёта временной эволюции при различной начальной инициализации: $a - W = 2.3$ м/с; $b - W = 4.5$ м/с; $c - W = 6.8$ м/с.

Fig. 2. Power spectral density $S(k, f)$ of a one-dimensional wave obtained by hydrodynamic modeling; three calculations of time evolution at different initial initialization: $a - W = 2.3$ m/s; $b - W = 4.5$ m/s, $c - W = 6.8$ m/s.

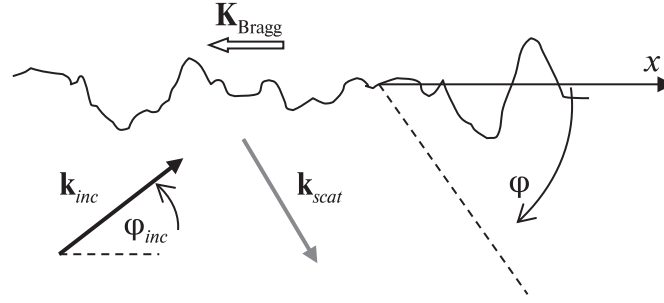


Рис. 3. Пояснение резонансного рассеяния плоской звуковой волны на поверхности воды.

Fig. 3. Explanation of the resonant scattering of a plane sound wave on the surface of water.

Зная пространственно-временной спектр поверхностных волн, можно оценить рассеянное поле в дальней зоне в приближении метода малых возмущений (см. формулу 1.3 в [4]):

$$p_{scat}^2(\pm f, \varphi) \sim k^4 \sin^2(\varphi_{inc}) \sin^2(\varphi) S(\pm \mathbf{K}_{Bragg}, |f|). \quad (2)$$

Здесь и далее f как частота Доплера акустического сигнала может принимать как положительные так и отрицательные значения, но k – f спектр волнения ввиду симметрии определен только для положительных частот ($f > 0$). По этой причине в соответствующих местах в формулу (2) введены символы переменного знака.

Для сравнения с результатами, которые будут получены в следующем разделе, необходимо принять следующую постановку задачи. Рассеяние происходит в двумерной модели, поверхностные волны в численном эксперименте движутся в одном направлении — навстречу падающей звуковой волне. Волнение охватывает участок ограниченного размера длиной $2R$. Тогда после введения соответствующего коэффициента пропорциональности (2) преобразуется к виду:

$$p_{scat}^2(f, \varphi) = 4 \left(\frac{p_0 \cdot 2R}{R_{far}} \right)^2 k^4 \sin^2(\varphi_{inc}) \sin^2(\varphi) S(-\mathbf{K}_{Bragg}, |f|), \quad (2^*)$$

где p_0 — звуковое давление в исходной волне ($p_0 = 1$ Па) и R_{far} — расстояние до точки измерения акустического сигнала, находящейся в дальней зоне.

Выразим из (1) волновое число поверхностных гармоник, которые дают рассеяние в данном направлении φ :

$$\mathbf{K}_{Bragg} = k \cos(\varphi_{inc}) - k \cos(\varphi).$$

Результат подставим в (2).

В итоге, на рис. 4 представлены частотно-угловые зависимости звукового поля, рассеянного на поверхностных волнах при трех различных значениях силы ветра. Оценки получены по методу малых возмущений, на основе выражения (2*) и спектров волнения, построенных на рис. 2. Представленные оценки сделаны для исходной звуковой волны частотой 1.5 кГц и 3 кГц, падающей под углом $\varphi_{inc} = 30^\circ$. По оси ординат отложен угол рассеяния в соответствии с обозначениями, введенными на рис. 3, то есть таким образом, что при $\varphi = 30^\circ$ волна отражается (рассеивается) зеркально вперед. Угол $\varphi = 150^\circ$ соответствует обратному рассеянию.

Картина частотно-угловой зависимости рассеянного поля, рассчитанная по методу малых возмущений, как и следовало ожидать, подобна пространственно-временному спектру поверхностных волн. На частотно-угловой зависимости СПМ рассеяния на малых волнах (рис. 4, а) отчетливо прослеживается линия максимума, соответствующая линейному дисперсионному соотношению для волн на глубокой воде $(2\pi f)^2 = gK$, также обособлены линии рассеяния на второй $(2\pi f)^2 = 2gK$ и других гармониках в спектре поверхностных волн.

С ростом волнения (рис. 4, б, в) гармоники в спектре поверхностных волн (рис. 2) уширяются и сливаются, становится ярче фон, над которым в некотором диапазоне углов возвышается линия максимума, соответствующая дисперсионному соотношению.

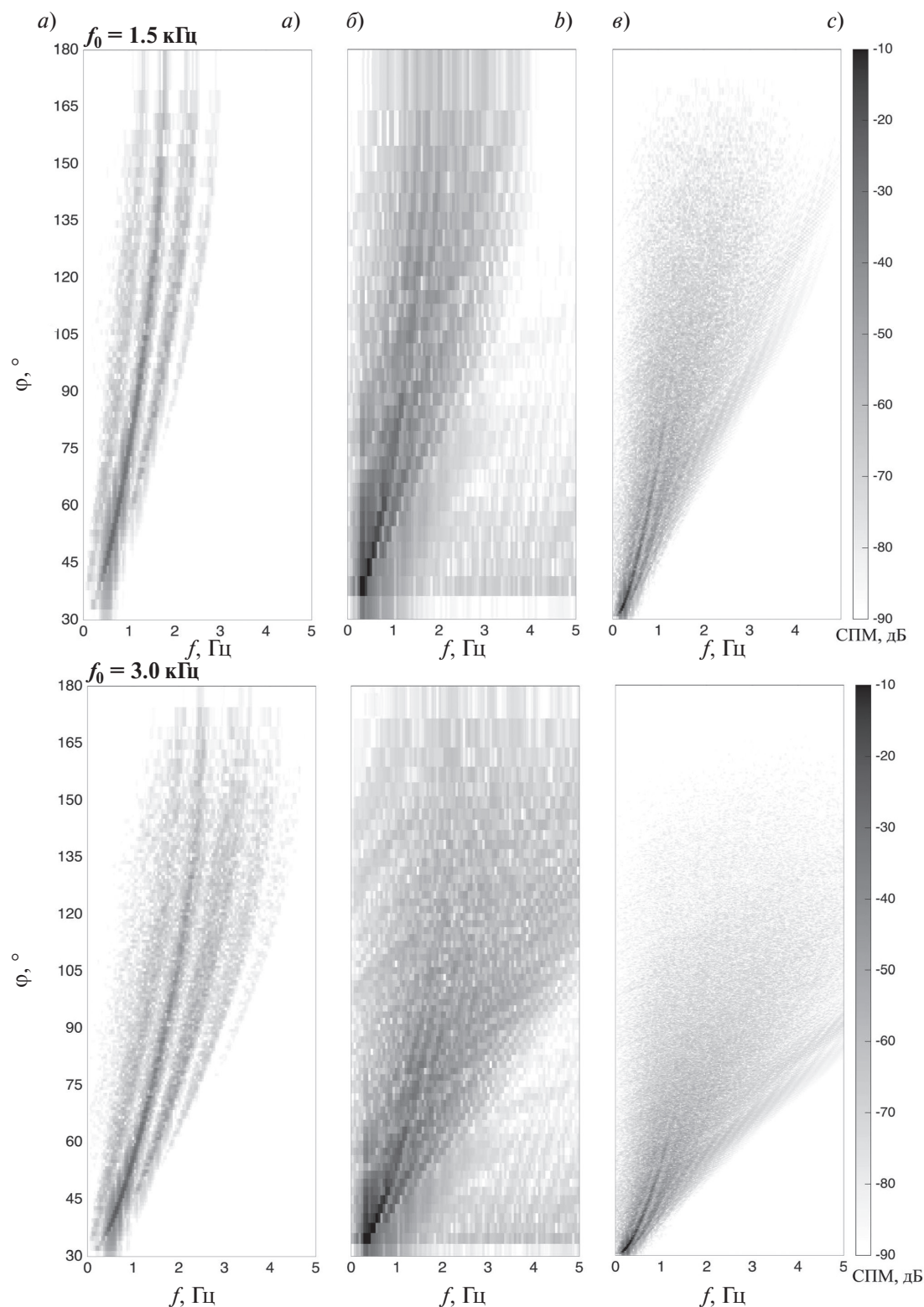


Рис. 4. Спектральная плотность мощности рассеянного звука в зависимости от частоты доплера f и угла рассеяния φ , оценка по методу малых возмущений. Плоская звуковая волна частотой 1.5 кГц ($\lambda = 1$ м) и 3 кГц ($\lambda = 0.5$ м) падает под углом $\varphi_{inc} = 30^\circ$: a — рассеяние на волнах инициализированных по спектру Пирсона-Московица $W = 2.3$ м/с, $б$ — $W = 4.5$ м/с, $в$ — $W = 6.8$ м/с.

Fig. 4. Spectral power density of scattered sound as a function of the Doppler frequency f and the scattering angle φ , estimated by the small perturbation method. A plane sound wave with a frequency of 1.5 kHz ($\lambda = 1$ m) and 3 kHz ($\lambda = 0.5$ m) falls at an angle of $\varphi_{inc} = 30^\circ$: a — scattering by waves initialized by the Pearson-Moskowitz spectrum $W = 2.3$ m/s, b — $W = 4.5$ m/s, c — $W = 6.8$ m/s.

4. Численная модель рассеяния звука на поверхности воды

Существуют методы численного решения задачи дифракции монохроматической волны на статичных неровных поверхностях. В настоящей работе, используя тот факт, что характерные скорости, с которыми движутся участки поверхности воды не превосходят порядка десятков м/с и малы по сравнению со скоростью звука в воде $c \sim 1500$ м/с, поэтому рассеяние плоской звуковой волны рассчитывается на серии поверхностей воды, полученных по гидродинамическому моделированию, при статичной на каждом шаге поверхности. Опираясь на схему решения, предложенную в [10], задается следующая расчетная область. Как и проведенное выше гидродинамическое моделирование, так и моделирование рассеяния звука проводятся в двумерной постановке задачи. Участок неровной поверхности располагается на верхней границе, данный контур обозначается Γ_{top} и ограничен по горизонтальной координате шириной $2R$ (рис. 5). Вне Γ_{top} поверхность считается бесконечной и плоской (контур Γ_{plane}). Для того чтобы разделить задачу на две области, вводится искусственная граница Γ_{circ} — полуокруг радиуса R , примыкающий к области возмущения.

Источник — плоская монохроматическая волна. На границе воды выполняется мягкое граничное условие, т.е. давление обращается в ноль. Метод работает в частотной области, рассматривается уравнение Гельмгольца для нахождения комплексной амплитуды давления. Для области внутри контура $\Gamma = \Gamma_{top} \cup \Gamma_{circ}$ используется решение в форме интеграла Гельмгольца по замкнутой границе (3) [19]:

$$p(\mathbf{x}) = \oint_{\Gamma} (p(\mathbf{y}) \partial_{\mathbf{n}(\mathbf{y})} G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) - \partial_{\mathbf{n}(\mathbf{y})} p(\mathbf{y}) G(\mathbf{x}, \mathbf{y})) d\Gamma(\mathbf{y}). \quad (3)$$

Устремив точку наблюдения $\mathbf{x}$ к границе и учтя граничное условие на поверхности Γ_{top} , можно записать интегральное уравнение Гельмгольца (4):

$$\left. \begin{array}{l} 0|_{\mathbf{x} \in \Gamma_{top}} \\ 0.5 p(\mathbf{x})|_{\mathbf{x} \in \Gamma_{circ}} \end{array} \right\} = \int_{\Gamma_{top}} -\partial_{\mathbf{n}} p(\mathbf{y}) G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) d\Gamma + \int_{\Gamma_{circ}} (p(\mathbf{y}) \partial_{\mathbf{n}} G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) - \partial_{\mathbf{n}} p(\mathbf{y}) G(\mathbf{x}, \mathbf{y})) d\Gamma. \quad (4)$$

Для внутренней области можно выбрать функцию Грина свободного 2D пространства $G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = = 0.25iH_0^{(1)}(k|\mathbf{x} - \mathbf{y}|)$. Давление на границе p и его производная в направлении внутренней нормали $\partial_{\mathbf{n}} p$ рассматриваются как независимые переменные (то есть оба распределения должны быть определены по результатам решения системы уравнений).

Для того чтобы решить уравнение (4), нужно установить связь между давлением p и его нормальной производной $\partial_{\mathbf{n}} p$ на искусственной границе Γ_{circ} [10]. Это можно сделать, рассмотрев решение во внешней области и воспользовавшись непрерывностью решения на границе Γ_{circ} . В поле давления во внешней области (рис. 5) можно выделить слагаемые: исходную плоскую волну p_{inc} с амплитудой p_0 , углом скольжения $-\varphi_{inc}$, зеркально отраженную от плоской границы плоскую волну p_{ref} с амплитудой $-p_0$, углом скольжения φ_{inc} и неизвестное поле давления p_{scat} , рассеянное в силу деформации границы. Последняя компонента должна удовлетворять условию излучения и мягкому граничному условию на плоской части границы Γ_{plane} . Используя разложение по цилиндрическим функциям, можно вывести систему интегральных уравнений (5), задающую связь давления p и нормальной производной давления $\partial_{\mathbf{n}} p$ на искусственной границе Γ_{circ} .

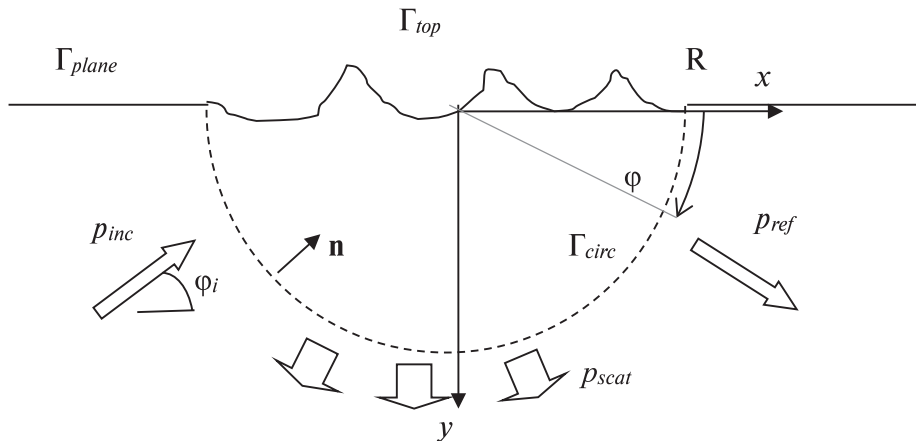


Рис. 5. Геометрия задачи рассеяния на частично неровной поверхности.

Fig. 5. Geometry of the scattering problem on a partially perturbed surface.

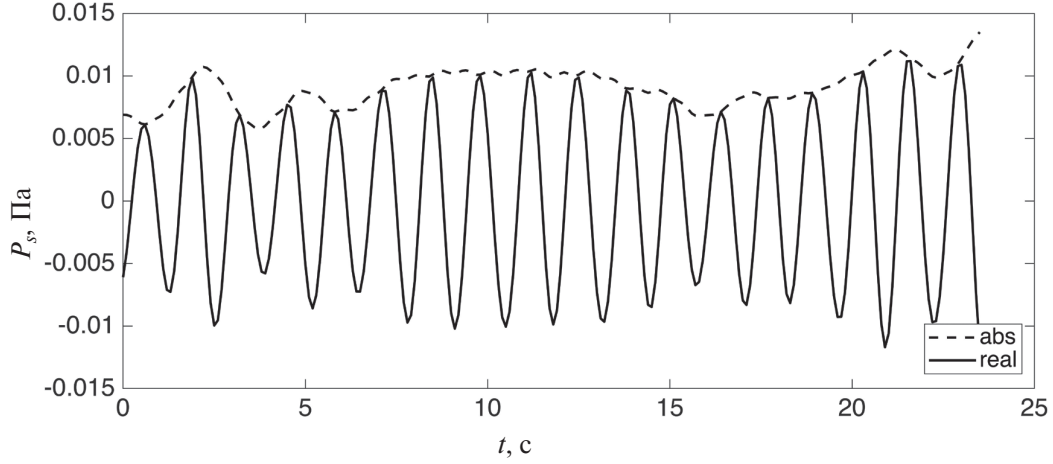


Рис. 6. Рассеянное давление в дальней зоне ($R_{far} = 20R^2k/2\pi$) в направлении $\varphi = 60^\circ$, действительная часть и модуль комплексной амплитуды, расчёт методом граничных элементов. Плоская волна частотой 1.5 кГц падает под углом $\varphi_{inc} = 30^\circ$, рассеяние на волнах (а) $W = 2.3$ м/с.

Fig. 6. Scattered pressure in the far zone ($R_{far} = 20R^2k/2\pi$) in the direction $\varphi = 60^\circ$, the real part and the modulus of the complex amplitude, calculated by the boundary element method. A plane wave with a frequency of 1.5 kHz falls at an angle $\varphi_{inc} = 30^\circ$, scattering by waves (a) $W = 2.3$ m/s.

$$\int_0^\pi \left(p(\varphi) k H_n^{(1)'}(kR) + \partial_n p(\varphi) H_n^{(1)}(kR) \right) \sin n\varphi R d\varphi = 4 p_0 i^{n-1} \sin n\varphi_{inc}, \quad (5)$$

где $H_n^{(1)}$ — функции Ганкеля n -го порядка первого рода, апостроф «'» обозначает производную от функции по её аргументу.

Далее делается дискретизация — контур Γ разбивается на малые участки порядка одной десятой длины звуковой волны, в пределах которых p и $\partial_n p$ считаются постоянными.

Записав дискретные аналоги интегрального уравнения Гельмгольца (4) с точкой наблюдения помещённой в центр каждого участка и дополнив их системой дискретизированных интегральных уравнений на основе (5), взятых с порядком $n = 1..N$ (где N — число участков на искусственной границе), получим квадратную систему независимых линейных уравнений с неизвестными p и $\partial_n p$ на участках контура.

По результатам этапа решения системы линейных уравнений получаются распределения p и $\partial_n p$ на контуре Γ . На следующем этапе расчета можно пересчитать эти величины в дальнюю зону, то есть найти поле давления во всём пространстве с помощью интеграла Гельмгольца (3). На последнем из перечисленных этапов нужно использовать в (3) функцию Грина внешней области с отражением от мягкой границы: $G_{ref}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = 0.25i(H_0^{(1)}(k|\mathbf{x} - \mathbf{y}|) - H_0^{(1)}(k|\mathbf{x} - \mathbf{y}^*|))$; $\mathbf{y}^* = (x_y, -y_y)$.

Поверхность, полученная по гидродинамическим расчётам, используется в качестве мягкой границы в акустическом моделировании. Временной участок моделирования T разбивается на серию «кадров» $t_n = n\Delta t \in [0, T]$. Форма поверхности за временной промежуток Δt между «кадрами» не успевает значительно измениться, но проходит много периодов звуковой волны. Для каждого кадра рассчитывается рассеяние звуковой волны на статичной поверхности описанным выше методом граничных элементов. Значения амплитуды и фазы рассеянного сигнала в определенной точке (рис. 6) собираются из всех кадров, принимая во внимание, что фаза падающей волны была одинаковой. Далее полученный временной ряд комплексных амплитуд давления обрабатывается так, как если бы это был гетеродинированный сигнал с гидрофона. Постоянное значение комплексной амплитуды соответствует синусоидальному сигналу на несущей частоте, а все отклонения определяются как эффект Доплера.

Затем временная зависимость рассеянного давления $p_s(t)$ вычисляется в дальней зоне для каждого направления φ с шагом 0.5° . Зависимость $p_s(t)$ умножается на окно Ханна и вычисляется дискретное преобразование Фурье, в итоге получается СПМ(f, φ) зависимость спектральной плотности мощности рассеянного давления от частоты Доплера и угла рассеяния. На рис. 7 представлен расчёт СПМ методом граничных элементов для тех же параметров, что и на рис. 4.

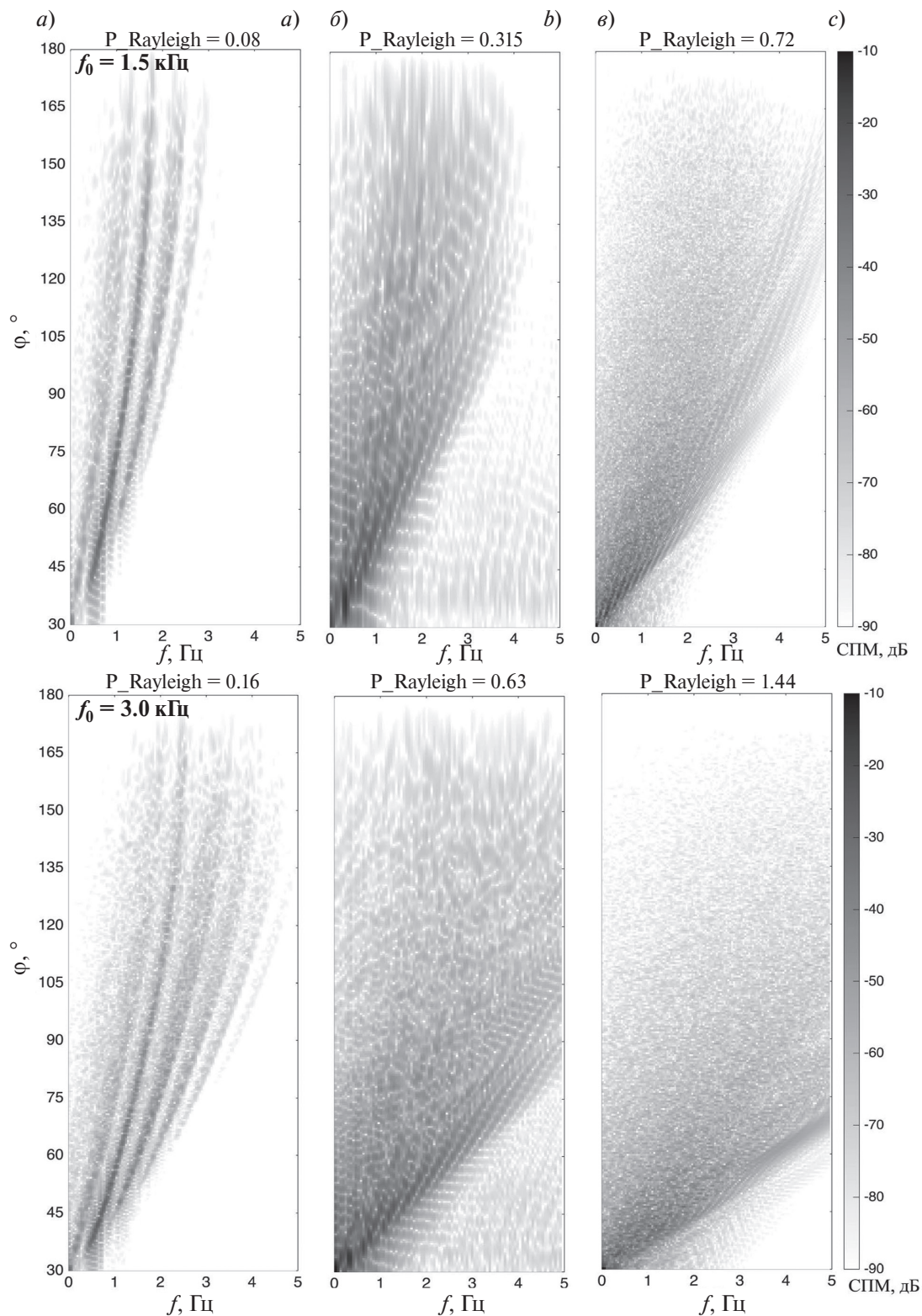


Рис. 7. Спектральная плотность мощности рассеянного звука в зависимости от частоты доплера f и угла рассеяния φ , расчёт методом граничных элементов. Плоская волна частоты 1.5 кГц и 3.0 кГц падает под углом $\varphi_{inc} = 30^\circ$: a — рассеяние на волнах инициализированных по спектру Пирсона-Московица $W = 2.3$ м/с; b — $W = 4.5$ м/с; c — $W = 6.8$ м/с.

Fig. 7. Spectral power density of scattered sound as a function of the Doppler frequency f and the scattering angle φ , calculated by the boundary element method. A plane wave of 1.5 kHz and 3.0 kHz frequency falls at an angle of $\varphi_{inc} = 30^\circ$: a — scattering by waves initialized by the Pearson-Moskowitz spectrum $W = 2.3$ m/s, b — $W = 4.5$ m/s, c — $W = 6.8$ m/s.

Преимущества предложенного метода граничных элементов заключаются в простоте реализации и в том, что он может работать с произвольной формой поверхности, автоматически учитывает затенение и многократное рассеяние. Также можно ускорить расчёт для набора углов падения φ_{inc} , т.к. чтобы поменять угол падения нужно лишь изменить правую часть, а матричные коэффициенты линейной системы уравнений определяются только формой границы и длиной звуковой волны. Недостаток такого подхода — это увеличенное примерно в 7 раз по сравнению с числом точек на поверхности количество степеней свободы из-за искусственной полукруглой границы и высокая вычислительная сложность явной схемы, примерно $O(N^{2.5})$.

Исследование уширения спектра

Сравним результаты прямого численного моделирования с ранее рассмотренной линейной теорией. При рассеянии звука на волнах небольшой амплитуды (сравните рис. 4, а и рис. 7, а) расчёт методом граничных элементов очень близок к оценке по ММВ. Действительно, критерий применимости ММВ — малость параметра Рэлея

$$P_{\text{Rayleigh}} = 2|k_y|\sigma \ll 1,$$

где k_y — перпендикулярная поверхности компонента волнового вектора звуковой волны, σ — среднеквадратичное отклонение высоты поверхности. В данном случае $P_{\text{Rayleigh}} = 0.08$ или 0.16 (значения подписаны на графиках) и различий в результатах двух методов расчета ожидать не приходится.

При большей высоте волн (сравните рис. 4, б, в и рис. 7, б, в) параметр Рэлея имеет сравнимое с единицей или большее значение и наблюдаются расхождения между результатами расчёта методом граничных элементов и оценкой по ММВ. Во-первых, точный расчёт предсказывает более широкий диапазон частот Доплера в рассеянном сигнале, чем резонансная модель. Во-вторых, линия максимума на частотно-угловой зависимости спектральной плотности мощности рассеянного поля, соответствующая линейному дисперсионному соотношению, перестаёт прослеживаться.

Полученная ширина спектра поверхностной реверберации согласуется с экспериментальными наблюдениями, о том, что при увеличении параметра волнения перестаёт приниматься сигнал на брэгговской частоте: из-за распределения энергии по спектру такой сигнал может оказываться скрытым за шумами. Дополнительно можно обратить внимание, что согласно рис. 7, в распределение рассеянного сигнала смещается в область высоких частот Доплера и малых углов рассеяния, например предсказывается сигнал с частотой $f = 5$ Гц под углом $\varphi = 65^\circ$, то есть с отстоянием всего на 30° от зеркального блика.

Сравним полученную численным образом ширину спектра сигнала с оценкой этой величины согласно двухмасштабной модели рассеяния звука. Для дисперсии флуктуации Доплера:

$$(\Delta f)^2 = \left\langle (f - \langle f \rangle)^2 \right\rangle$$

в работе [4] (формула 3.8) дана оценка:

$$\Delta f = \frac{1}{\pi} k \cdot u_{STD},$$

где $u_{STD} = \sqrt{\int S(\omega) \omega^2 d\omega}$ — среднеквадратичное значение горизонтальной компоненты орбитальной скорости элемента крупной волны. Рассматривается случай, когда звуковая волна падает в направлении распространения крупных волн, и исследуется обратное рассеяние. Сразу заметим, что формально двухмасштабная модель применима для звука более высокого диапазона частот, например, от 10 кГц, но все же проведем сравнение.

Рассмотрим вариант (в), когда сгенерированы волны для $W = 6.8$ м/с. Расчет среднеквадратичной скорости течения показывает: $u_{STD} = 0.427$ м/с. Теоретическая оценка, выполненная исходя из двухмасштабной модели для частот звука 1.5 кГц и 3 кГц соответственно, составляет:

$$\Delta f_{\text{Teor1}} = 0.85 \text{ Гц}, \Delta f_{\text{Teor2}} = 1.7 \text{ Гц}.$$

Расчет методом граничных элементов приводит к результату:

$$\Delta f_{\text{Calc1}} = 0.85 \pm 0.05, \Delta f_{\text{Calc2}} = 1.23 \pm 0.06.$$

И в теории, и в расчете отсутствует явная зависимость ширины спектра обратного рассеяния от угла падения.

В итоге, оценки ширины спектра совпадают по порядку величины, но не лучше того. Данный факт свидетельствует о том, что предложенный метод расчета позволяет работать в среднем диапазоне частот, где ни низкочастотный, ни высокочастотные приближения не обладают достаточной точностью.

Исследование зависимости от скорости ветра

В работах по гидроакустике традиционно рассматривается такая величина, как сила рассеяния [5]. Этим термином называют отношение интенсивности рассеянной волны к интенсивности падающей волны, нормированную на единичную плоскость. В двумерной задаче существует сложность с вычислением этой физической величины, поскольку исходя степенной зависимости закона расхождения волнового фронта (исходя из размерности) нет возможности нормировать интенсивность на площадь. Исходя из того, что в двумерном случае квадрат амплитуды цилиндрической волны спадает как $1/r$, силу обратного рассеяния можно определить как безразмерную величину, равную отношению расстояния до дальней зоны к длине поверхности, умноженную на отношение интенсивности рассеянного в обратном направлении поля к интенсивности падающей волны:

$$q = \frac{R_{far}}{2R} \frac{\langle |p_s(\varphi = 180 - \varphi_{inc}, t)|^2 \rangle_t}{p_0^2}.$$

На рис. 8 данная величина построена в логарифмическом масштабе: $SS = 10\log(q)$.

Изменчивость угловой зависимости силы обратного рассеяния в зависимости от частоты звука или скорости ветра не превосходит 3 дБ (все кривые на рис. 8 укладываются в один рукав шириной ~ 3 дБ).

Известно (например, исходя из обзора [20]), что классические модели рассеяния поверхности, во-первых, дают заниженное значение силы обратного рассеяния в определенном диапазоне параметров, а во-вторых, не описывают увеличение силы обратного рассеяния с увеличением скорости ветра (главным образом из-за того, что короткие резонансные волны находятся в насыщении и их амплитуда не зависит от скорости ветра). Результат расчета на рис. 8 в этом плане так же не соответствует экспериментальным данным. Из этого можно сделать вывод, что экспериментально наблюдающееся явление «аномальной реверберации», заключающееся в увеличении обратной силы рассеяния при частоте звука выше 300 Гц и скорости ветра более 7 м/с, не связано с формой поверхности или дифракционными эффектами. Возможную другую причину следует искать в увеличении числа пузырьковых рассеивателей [4].

5. Заключение

В работе исследовано рассеяние звука среднего диапазона частот на ветровом волнении для различных скоростей ветра при помощи численного моделирования в двумерной постановке задачи. Для генерации реалистичных профилей поверхностных волн использовался метод Дьяченко, в котором строго учитывался

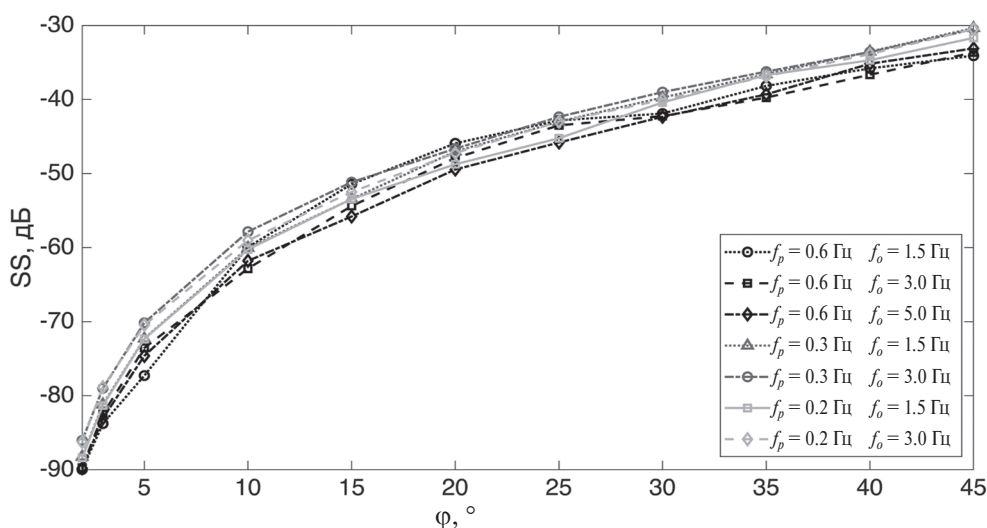


Рис. 8. Зависимость силы обратного рассеяния от угла.

Fig. 8. The dependence of the backscattering strength on the angle.

нелинейный конвективный член в уравнении Эйлера. Несмотря на то, что многие исследователи опираются на линейное дисперсионное соотношение в данном диапазоне длин волн и амплитуд пика, в настоящей работе применен более точный метод для генерации профилей волн и в результате на полученной движущейся поверхности одному волновому числу может соответствовать определенной ширины частотный диапазон поверхностного волнения.

Настоящее исследование основывается на численном решении задачи дифракции звука методом граничных элементов. Исследование проводилось в двумерной постановке задачи, но разработанные методы расчета могут быть обобщены на трехмерный случай.

В области параметров по частоте звука и амплитуде волнения, где справедлив метод малых возмущений, получено соответствие результатов расчета рассеяния звука методом граничных элементов находятся и ММВ (или резонансной моделью рассеяния звука). При рассеянии на поверхности воды звука, длина волны которого сравнима с высотой поверхности (параметр Рэлея порядка единицы) численное моделирование (учитывающее дифракционные эффекты) предсказывает дополнительное уширение доплеровского спектра рассеянного сигнала по сравнению с ММВ, который основан на приближении однократного рассеяния.

Вывод линейной теории о постоянном уровне обратного рассеяния поверхностью в широком диапазоне частот звука и скоростей ветра остаётся справедливым и для рассеяния при параметре Рэлея порядка единицы (что расходится с экспериментально наблюдаемым уровнем поверхностной реверберации моря).

6. Благодарности

Авторы выражают благодарность А.В. Ермошкину за обсуждение результатов исследования и А.С. Досаеву за помощь в проведении гидродинамической части расчетов.

7. Финансирование

Работа поддержана Российским научным фондом, проект № 20–77–10081.

Литература

1. Дерепя А.В., Лейко А.Г., Меленко Ю.Я. Основы военно-технических исследований. Теория и приложения: монография: в 8 т. Т. 8. Комплексная система «гидроакустическое вооружение — надводный корабль». Проблемные аспекты системы «гидроакустическая станция-надводный корабль» с антеннами переменной глубины. Киев: Издательский дом Дмитрия Бураго, 2016. 400 с.
2. Рябкова М.С., Титченко Ю.А., Мешков Е.М., Караев В.Ю. Подводный акустический волнограф «кальмар» для долговременного мониторинга состояния морской поверхности: первые испытания и численное моделирование // Сб. тр. XVI Всероссийской открытой конференции «Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса», ИКИ РАН, 2018.
3. Салин М.Б., Потапов О.А., Салин Б.М., Чащин А.С. Измерение характеристик обратного рассеяния звука на взволнованной поверхности в прожекторной зоне фазированной антенной решетки // Акуст. журн. 2016. Т. 62, № 1. С. 70–86.
4. Фукс И.М. О ширине спектра сигналов, рассеянных взволнованной поверхностью // Акуст. журн. 1974. Т. 20, № 3. С. 458–468.
5. Урик Р. Дж. Основы гидроакустики. Л.: Судостроение, 1978. С. 278–279.
6. Салин Б.М., Салин М.Б. Методы расчета низкочастотной поверхностной реверберации при известных характеристиках морского волнения // Акуст. журн. 2011. Т. 57, № 6. С. 818–827.
7. Салин Б.М., Кемарская О.Н., Молчанов П.А., Салин М.Б. Исследование механизма уширения спектра низкочастотного реверберационного сигнала при рассеянии звука на приповерхностных неоднородностях в условиях интенсивного ветрового волнения // Акуст. журн. 2017. Т. 63, № 3. С. 314–322.
8. Авербах В.С., Бондарь Л.Ф., Голубев В.Н., Гольдблат В.Ю., Долин Л.С., Нечаев А.Г., Пигалов К.Е., Смирнов Г.Е., Тумаева Е.И. Дальняя поверхностная реверберация звука в океане // Акуст. журн. 1990. Т. 36, № 6. С. 1119–1121.
9. Байдаков Г.А., Досаев А.С., Разумов Д.А., Салин М.Б. Оценка уширения спектра коротких поверхностных волн при наличии длинноволнового волнения // Изв. вузов. Радиофизика. 2018. Т. 61, № 5. С. 374–384.
10. Salin M., Razumov D. Multi-Domain Boundary Element Method for Sound Scattering on a Partly Perturbed Water Surface // Journal of Theoretical and Computational Acoustics. 2020. V. 28, N03, 2050006.
11. Салин М.Б., Потапов О.А., Стуленков А.В., Разумов Д.Д. Исследование распределения реверберационной помехи по частотам Доплера в бистатическом эксперименте в глубоком море // Акуст. журн. 2019. Т. 65, № 1. С. 31–44.

12. *Neighbors T.H., Bjorno L.* Anomalous low frequency sea surface reverberation // *Hydroacoustics*. 2001. V. 4. P. 181–192.
13. *Zakharov V., Dyachenko A., Vasilyev O.* New method for numerical simulation of a nonstationary potential flow of incompressible fluid with a free surface // *European J. of Mech. B/Fluids*. 2002. V. 21, N 3. P. 283.
14. *Chalikov D., Sheinin D.* Direct Modeling of One-dimensional Nonlinear Potential Waves // *Advances in Fluid Mechanics*. 1998. V. 17. P. 207–258.
15. *Шейнин Д.А., Чаликов Д.В.* Гидродинамическое моделирование потенциальных поверхностных волн // Труды международной теоретической конференции «Проблемы гидрометеорологии и окружающей среды на пороге XXI века». Санкт-Петербург: Гидрометеиздат, 2000. С. 305–337.
16. *Чаликов Д.В., Булгаков К.Ю.* Волны стока на конечной глубине // *Фундаментальная и прикладная гидрофизика*. 2014. Т. 7, № 4. С. 3–15.
17. *Stokes G.G.* On the theory of oscillatory waves // *Trans. Cambridge Philos. Soc.* 1847. V. 8. P. 441–445.
18. *Бреховски Л.М., Лысанов Ю.П.* Теоретические основы акустики океана. М.: Наука, 2007. С. 249–306.
19. *Шендеров Е.Л.* Излучение и рассеяние звука. Ленинград: Судостроение, 1989. С. 60–69.
20. *McDaniel S.T.* Sea surface reverberation: A review // *J. Acoust. Soc. Am.* 1993. V. 94, N 4. P. 1905–1922.

References

1. *Derepa A.V., Leiko A.G., Melenko Yu. Ya.* Integrated system “hydroacoustic armament — surface ship”. Problematic aspects of the “hydroacoustic station-surface ship system” with antennas of variable depth. Monograph. Fundamentals of military-technical research. Theory and applications. V. 8. Kiev: Publishing house of the House of Dmitry Burago, 2016. 400 p. (in Russian).
2. *Ryabkova M.S., Titchenko Yu.A., Meshkov E.M., Karaev V. Yu.* Underwater acoustic wave recorder “Kalmar” for long-term monitoring of the state of the sea surface: first tests and numerical modeling. Proceedings of the XVI All-Russian Open Conference “Modern Problems of Remote Sensing of the Earth from Space”, IKI RAN, 2018. (in Russian).
3. *Salin M.B., Potapov O.A., Salin B.M., Chashchin A.S.* Measuring the characteristics of backscattering of sound on a rough surface in the near-field zone of a phased array. *Acoust. Phys.* 2016, 62, 1, 74–88. doi: 10.1134/S106377101506010X
4. *Fuks I.M.* On the width of the spectrum of signals scattered by an agitated surface. *Akust. Zh.* 1974, 20, 3, 458–468 (in Russian).
5. *Urlick R.J.* Principles of Underwater Sound. New York, McGraw-Hill, 1983. 423 p.
6. *Salin B.M., Salin M.B.* Methods for calculating low-frequency surface reverberation at known sea roughness characteristics. *Acoust. Phys.* 2011, 57, 6, 818–827. doi: 10.1134/S1063771011060157
7. *Salin B.M., Kemarskaya O.N., Molchanov P.A., Salin M.B.* Study of the mechanism for broadening of the spectrum of a low-frequency reverberation signal for sound scattering by near-surface inhomogeneities under conditions of intense wind waves. *Acoust. Phys.* 2017, 63, 3, 338–345. doi: 10.1134/S1063771017020105
8. *Averbakh B.C., Bondar L.F., Golubev V.N., Goldblat V. Yu., Dolin L.S., Nechaev A.G., Pigalov K.E., Smirnov G.E., Tumaeva E.I.* Far surface reverberation of sound in the ocean. *Akust. Zh.* 1990, 36, 6, 1119–1121 (in Russian).
9. *Baydakov G.A., Dosaev A.S., Razumov D.D., Salin M.B.* Estimation of Broadening of the Spectra of Short Surface Waves in the Presence of Long Waves. *Radiophysics and Quantum Electronics*. 2018, 61, 5, 332–341. doi: 10.1007/s11141–018–9894–3
10. *Salin M., Razumov D.* Multi-Domain Boundary Element Method for Sound Scattering on a Partly Perturbed Water Surface. *Journal of Theoretical and Computational Acoustics*. 2020, 28, 3, 2050006. doi: 10.1142/S2591728520500061
11. *Salin M.B., Potapov O.A., Stulenkov A.V., Razumov D.D.* Study of the distribution of reverberation over doppler frequencies in a deep-sea bistatic experiment. *Acoust. Phys.* 2019, 65, 1, 52–59. doi: 10.1134/S106377101901010X
12. *Neighbors T.H., Bjorno L.* Anomalous low frequency sea surface reverberation // *Hydroacoustics*. 2001, 4, 181–192.
13. *Zakharov V., Dyachenko A., Vasilyev O.* New method for numerical simulation of a nonstationary potential flow of incompressible fluid with a free surface. *European J. of Mech. B/Fluids*. 2002, 21, 3, 283. doi: 10.1016/S0997–7546(02)01189–5
14. *Chalikov D., Sheinin D.* Direct modeling of one-dimensional nonlinear potential waves. *Advances in Fluid Mechanics*. 1998, 17, 207–258.
15. *Sheinin D., Chalikov D.* Hydrodynamic modeling of potential surface waves. *Proceedings of the international theoretical conference “Problems of hydrometeorology and the environment on the threshold of the XXI century”*. St. Petersburg, Gidrometeizdat, 2000, 305–337 (in Russian).
16. *Chalikov D.V., Bulgakov K. Yu.* Stokes waves at finite depth. *Fundam. Prikl. Gidrofiz.* 2014, 7, 4, 3–15 (in Russian).
17. *Stokes G.G.* On the theory of oscillatory waves. *Trans. Cambridge Philos. Soc.* 1847, 8, 441–445.
18. *Brekhovskikh L.M., Lysanov Yu.P.* Fundamentals of Ocean Acoustics. Springer-Verlag, New York, 2003.
19. *Shenderov E.L.* Radiation and scattering of sound. Leningrad, Korablestroeyeniye, 1989, 60–69 (in Russian).
20. *McDaniel S.T.* Sea surface reverberation: A review. *J. Acoust. Soc. Am.* 1993, 94, 4, 1905–1922.

К статье Разумов Д.Д., Салин М.Б. Особенности дифракции звука на взволнованной водной поверхности в среднем диапазоне частот
Razumov D.D., Salin M.B. Features of sound diffraction on surface roughness in the middle-frequency range

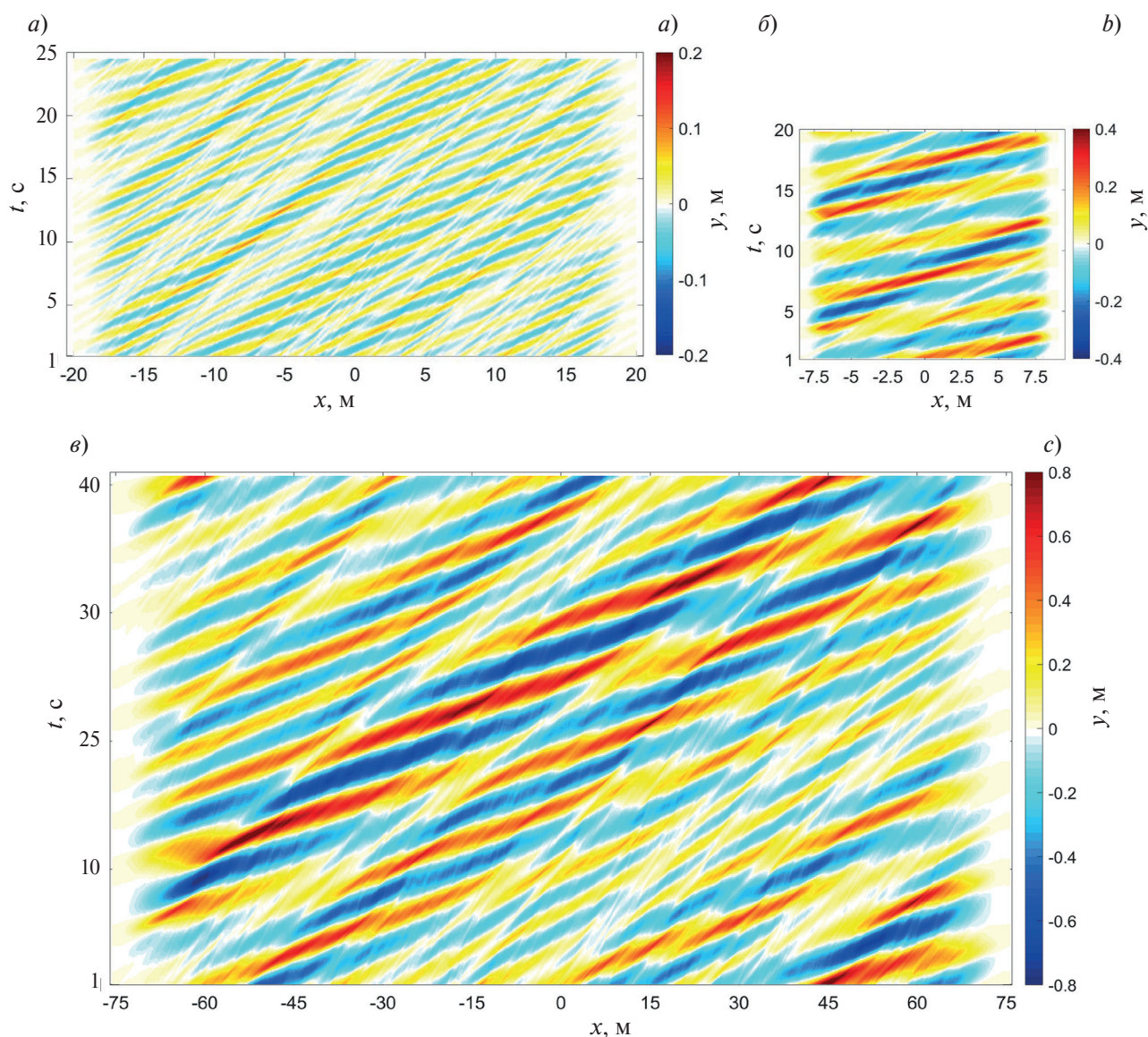


Рис. 1. Зависимость высоты волн y от координаты x и времени t . Гидродинамические расчёты, обработанные для подстановки в акустическую модель, инициализированные при трёх различных начальных поверхностях, соответствующих скорости ветра: a — $W = 2.3$ м/с; b — $W = 4.5$ м/с; c — $W = 6.8$ м/с.

Fig. 1. Water surface profiles. Hydrodynamic calculations for three different initial surfaces: a — $W = 2.3$ m/s; b — $W = 4.5$ m/s; c — $W = 6.8$ m/s.