

УДК 551.554

© К. Л. Егоров¹, К. Ю. Булгаков^{2*}, 2023

¹Российский государственный гидрометеорологический университет, 195196, Санкт-Петербург, Малоохтинский проспект, д. 98

²Институт океанологии им. П.П. Ширшова РАН, 117997, Москва, Нахимовский пр-т, д. 36

*bulgakov.kirill@gmail.com

ВЛИЯНИЕ ВЕТРОВЫХ ВОЛН НА ФОРМИРОВАНИЕ СКОРОСТИ ВЕТРА В ПРИВОДНОМ СЛОЕ АТМОСФЕРЫ В УСЛОВИЯХ ДИНАМИЧЕСКИ ГЛАДКОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Статья поступила в редакцию 25.10.2023, после доработки 17.11.2023, принята в печать 30.11.2023

Аннотация

Одним из факторов проявления влияния ветровых волн на вертикальное распределение параметров в турбулентном приводном слое атмосферы является создаваемый волнами дополнительный поток импульса. В известных исследованиях, связанных с моделированием и анализом проявлений волнового потока импульса, волновая поверхность считается динамически шероховатой, так что эффектами молекулярной вязкости пренебрегается. В настоящей работе выполнена оценка проявления волновых потоков импульса при скоростях ветра, при которых волновая поверхность океана может считаться как динамически гладкая. Используются некоторые известные теоретические положения и экспериментальные результаты работ, связанных с изучением структуры потока над динамически гладкой поверхностью. Анализируется и устанавливается связь между безразмерной толщиной вязкого слоя и безразмерной шероховатостью гладкой поверхности. Формируются уравнения движения с учётом проявления трёх факторов: молекулярных, турбулентных и волновых потоков импульса. Описываются модели, основанные на данных уравнениях. Обсуждается выбор постоянных коэффициентов, которые задаются в расчетах с данной моделью. Приводятся отдельные результаты расчётов и анализ вертикальных профилей скорости ветра и зависимости коэффициента трения от скорости ветра при различных условиях ветрового волнения.

Ключевые слова: волновой приводный слой, вязкость, поток импульса, профиль скорости ветра, коэффициент сопротивления

© К. Л. Егоров¹, К. Ю. Булгаков^{2*}, 2023

¹Russian State Hydrometeorology University, 98 Malookhtinsky Pr., St. Petersburg, 195196, Russia

²Shirshov Institute of Oceanology, Russian Academy of Sciences, 36 Nakhimovsky Prosp., Moscow, 117997, Russia

*bulgakov.kirill@gmail.com

WIND WAVES IMPACT ON THE VELOCITY IN WAVE BOUNDARY LAYER IN THE CONDITION OF DYNAMICALLY SMOOTH SURFACE

Received 25.10.2023, Revised 17.11.2023, Accepted 30.11.2023

Abstract

One of the factors of wind wave impact on vertical distributions in atmosphere surface layer is the flux of momentum produced by the wave-produced fluctuations. Wave surface are supposed to be a dynamically rough and effects of the molecular viscosity are neglected. In this paper impact of wave momentum fluxes with values of wind velocity which lead to dynamically smooth ocean surface is estimated. The well-known theoretical aspects and results of experimental research are applied. Dependence of dimensionless thickness of viscosity layer on dimensionless roughness of smooth surface is analyzed. The equations of motion are formed taking into account the manifestation of three factors: molecular, turbulent and wave momentum flux. The models based on these equations are described.

Ссылка для цитирования: Егоров К.Л., Булгаков К.Ю. Влияние ветровых волн на формирование скорости ветра в приводном слое атмосферы в условиях динамически гладкой поверхности // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2023. Т. 16, № 4. С. 18–31. doi:10.59887/2073-6673.2023.16(4)-2

For citation: Yegorov K.L., Bulgakov K.Yu. Wind Waves Impact on the Velocity in Wave Boundary Layer in the Condition of Dynamically Smooth Surface. *Fundamental and Applied Hydrophysics*. 2023, 16, 4, 18–31. doi:10.59887/2073-6673.2023.16(4)-2

The choice of constant coefficients that are set in calculations with this model is considered. Results of calculations and analysis of vertical profiles of wind speed and the dependence of the drag coefficient on wind velocity under various wave age.

Keywords: wave boundary layer, viscosity, momentum flux, wind profile, drag coefficient

1. Введение

Частью комплексной задачи взаимодействия прилегающих к поверхности вода-воздух пограничных слоев атмосферы и океана является задача определения вертикального профиля скорости ветра в пограничном слое атмосферы над океаном. В формировании профиля ветра и, как следствие, в его динамическом воздействии на поверхность океана, заметную роль могут играть гравитационные поверхностные волны. Возможными элементами участия волнения в общем процессе взаимодействия являются два фактора. Одним из них является, отмеченный ещё в работах [1–3], формирующийся в приповерхностном слое и направленный к поверхности волновой поток импульса. Другим возможным проявлением влияния волнения, анализируемом в работах [4, 5], является вклад энергии вертикальных колебания частиц поверхности в формирование кинетической энергии турбулентности, её потоков в приводный слой атмосферы и прямое воздействие на коэффициент турбулентности.

Волновой поток детально исследован в работах [6–13]. Его влияние на коэффициенты сопротивления, тепло и влагообмена оценивается в работах [14–17] с помощью математических моделей. Стоит отметить, что в работах [14–16] было учтено влияние вязких напряжений на границе раздела вода-воздух для капиллярных волн.

Приведённые впоследствии в работах [9–13] анализ и оценка роли первого и второго факторов выполнены с использованием моделей, одним из параметров которых является параметр шероховатости взволнованной поверхности, определяемый известной гипотезой Чарнока [18]:

$$z_0 = m_g \frac{u_*^2}{g}, \quad (1)$$

где u_* — динамическая скорость, g — ускорение свободного падения, m_g — безразмерная константа.

Целью данной работы является анализ влияния потоков волнового импульса на вертикальный профиль ветра и коэффициент сопротивления над динамически гладкой поверхностью. Их формирование в этом случае существенно зависит от молекулярной вязкости среды. Динамические свойства таких поверхностей при моделировании динамики потока над ними иногда также характеризуется параметром шероховатости z_0 с сохранением условия равенства нулю скорости на этом уровне $u|_{z=z_0} = 0$.

Применение теории подобия для анализа сопротивления жёсткой неподвижной поверхности при воздействии воздушного потока приводит к зависимости параметра шероховатости от числа Рейнольдса шероховатости и определяемой соотношением из [3]:

$$z_0 = h_s f(\text{Re}_s), \quad (2)$$

где h_s — средняя высота реальных выступов шероховатости поверхности, $\text{Re}_s = h_s u_* / \nu$ — число Рейнольдса шероховатостей в случае гладкой поверхности, ν — кинематический коэффициент вязкости воздуха ($\nu \approx 1,3 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$).

При малых значениях числа $\text{Re} \ll 1$ сопротивление поверхности, а значит и её параметр шероховатости не должен зависеть от реальных выступов шероховатости. Это условие и соответствует аэродинамически гладкой поверхности. Следовательно, функции $f(\text{Re}_s)$ и z_0 должны иметь вид $f(\text{Re}_s) \sim \text{Re}_s^{-1}$ и

$$z_0 = m_v \frac{\nu}{u_*}, \quad (3)$$

здесь m_v — безразмерная константа, которая по смыслу и по результатам вывода должна быть постоянной величиной в условиях неподвижной жёсткой поверхности. Известные оценки её численного значения, полученные Никурадзе в потоках в круглых трубах [19] дают среднее значение, равное $m_v \approx 0,1$, с разбросом значений в диапазоне от $m_v = \frac{1}{11} \approx 0,09$ до $m_v = \frac{1}{9} \approx 0,11$. Однако это изменение связано не с числом Рейнольдса, а с областями измерений в трубе, по которым производилось осреднение этой константы.

Никурадзе [19] принимал значение $m_v \approx 0,13$ при численном значении константы Кармана, равным $\kappa \approx 0,4$, как предельно возможное.

Над подвижной волновой поверхностью проявляется зависимость величины m_v от величины $u_g^3 / (gv)$.

Эта величина является аналогом обычного числа Рейнольдса шероховатости в условиях полностью развитого волнения. По данным Китайгородского [3] при численных значениях числа Рейнольдса $u_g^3 / (gv) \leq 50$ величина m_v сохраняет постоянное среднее значение $m_v = 0,11$.

Введение этого параметра обеспечивает, как и в случае полностью шероховатой поверхности, формирование логарифмического профиля скорости ветра при нейтральной стратификации в области высот, где влияние молекулярной вязкости пренебрежимо мало.

Такая параметризация влияния вязкости была принята в работе [20] при моделировании вертикальной структуры динамических характеристик приводного слоя с учётом наличия волновых потоков импульса. Однако в случае моделирования процессов в приводном слое при наличии волнения динамически гладкой поверхности использование «уровня шероховатости» в качестве одного из определяющих параметров задачи представляется не вполне корректным. При такой параметризации в расчётах волновых потоков импульса не учитываются особенности вертикальных профилей скорости ветра в чисто вязком слое и в буферном, переходном от вязкого к турбулентному, подслое.

В настоящей работе мы основывались на приведённых выше положениях о постоянстве коэффициента m_v . Однако, как показано ниже, при выборе того или иного численного значения m_v из приведённого диапазона его изменений $0,09 < m_v < 0,13$ необходимо соблюдать соответствие с численным значением константы a_v в формуле для толщины вязкого слоя $h_v = a_v v / u_*$.

2. Постановка задачи

В данной работе используется модель с введением непосредственного участия молекулярной вязкости в динамике формирования профиля скорости ветра в приводном слое атмосферы при наличии волнения. В область интегрирования соответствующих уравнений кроме турбулентной области включен чисто вязкий слой, в котором профиль скорости формируется только действием молекулярной вязкости. Во внешней, по отношению к вязкому слою, области (буферный слой) профиль скорости определяется совместным влиянием молекулярной вязкости и усиливающейся с удалением от подстилающей поверхности ролью турбулентного обмена. Исследованиям приповерхностного слоя в такой постановке над твёрдой подстилающей поверхностью посвящено достаточно много экспериментальных [21–23] и теоретических [24, 25] исследований. Обзор некоторых результатов этих работ приведён в книгах Монин А.С., Яглом А.М. [26] и Хинце [27]. В настоящей работе используются некоторые теоретические положения и экспериментальные результаты этих работ для моделирования профиля ветра в приводном слое атмосферы над динамически гладкой волновой поверхностью моря и расчёта ветрового коэффициента трения с учётом волнового потока импульса.

При записи уравнений будем полагать, что исследуемые характеристики воздушного потока соответствуют условиям стационарности и горизонтальной однородности, а динамические процессы вблизи поверхности раздела в пределах приводного слоя рассматриваются без учета силы Кориолиса.

Результаты расчётов, выполненных в такой постановке (далее описывается как модель 1) сравниваются с соответствующими результатами, выполненными по модели (далее — модель 2) с параметрическим учётом влияния вязкости введением параметра шероховатости (3) динамически гладкой поверхности.

3. Основные уравнения

3.1 Модель 1

Полный удельный вертикальный поток горизонтального количества движения в слое выше вязкого подслоя, но с проявлением эффектов вязкости и волнового импульса, в соответствии с известными положениями, изложенными в работах [1–3, 24, 25], представляется в виде суммы вязкого напряжения τ_v , турбулентного напряжения Рейнольдса τ_t и потока импульса, индуцируемого волнами τ_w . Для стационарных условий в приводном слое атмосферы выполняется требование постоянства по вертикали полного горизонтального потока количества движения, так что

$$\tau_v + \tau_t + \tau_w = \text{const} = u_*^2. \quad (4)$$

с выполнением следующих условий:

$$\tau_w = 0, \quad \tau_t = u_*^2 \quad \text{при } z \rightarrow \infty, \quad (5)$$

$$\tau_w = \tau_{w0}, \text{ при } z = 0. \quad (6)$$

u_* — динамическая скорость, соответствующая величине касательного напряжения в приводном слое вне области влияния волнового потока импульса (будем полагать, что это выполняется при $z \rightarrow \infty$),

$$\tau_v = \nu \frac{du}{dz}, \quad \tau_t = k \frac{du}{dz}. \quad (7)$$

Следуя постановке, принятой в [24] и [25], при моделировании структуры потока вблизи твёрдой стенки с учётом совместного проявления молекулярной вязкости (с кинематическим коэффициентом вязкости ν) и турбулентности, используем для коэффициента турбулентности k -модель Прандтля [28] с введением в рассмотрение турбулентного пути смещения l . Учитывая, что нижняя граница области интегрирования этой модели (с выполнением соотношения (4)) и начало отсчёта высоты, располагается на границе чисто вязкого подслоя h_v , введём новую переменную z_1 равную

$$z_1 = z - h_v. \quad (8)$$

В таком случае, ограничиваясь в данной работе условиями нейтральной стратификации, дополним равенство (8) соотношениями:

$$k = l^2 \frac{du}{dz_1}, \quad (9)$$

$$l = l_0 + \kappa \cdot z_1 = \kappa(z_1 + \kappa^{-1}l_0). \quad (10)$$

Здесь $\kappa \approx 0,4$ постоянная Кармана, l_0 значение пути смещения на нижней границе буферного слоя, которое по модели Майлса [25] может отличаться от нуля и составлять некоторую долю δ толщины вязкого подслоя, определяемой равенством:

$$h_v = a_v \frac{\nu}{u_*}, \quad (11)$$

так что:

$$l_0 = \delta \cdot h_v = \delta \cdot a_v \frac{\nu}{u_*}. \quad (12)$$

Очевидно, что численное значение δ должно составлять долю от постоянной Кармана $\kappa \approx 0,4$ и не превышать её величины. Численное значение постоянной a_v согласно экспериментальным данным, обобщённым в работах [26, 27], имеет диапазон 5,0–7,0.

Введение новой переменной

$$\tilde{z} = z_1 + \kappa^{-1}l_0 = z - (1 - \kappa^{-1}\delta) \cdot h_v, \quad d\tilde{z} = dz_1 = dz, \quad l_0 = \delta \cdot h_v = \delta \cdot a_v \frac{\nu}{u_*}, \quad (13)$$

с использованием соотношений (7)–(9) позволяет записать уравнение (4) в виде:

$$\kappa^2 \tilde{z}^2 \left(\frac{du}{d\tilde{z}} \right)^2 + \nu \frac{du}{d\tilde{z}} = u_*^2 - \tau_w(\tilde{z}). \quad (14)$$

Решение квадратного уравнения (14) относительно сдвига скорости с учётом её положительного значения запишется в виде:

$$\frac{du}{d\tilde{z}} = \frac{u_*}{\kappa \tilde{z}} \sqrt{1 - \frac{1}{u_*^2} \left(\tau_w(\tilde{z}) - \left(\frac{\nu}{2\kappa \tilde{z}} \right)^2 \right)} - \frac{\nu}{2\kappa^2 \tilde{z}^2}. \quad (15)$$

Соотношение (14) отражает явную зависимость вертикального градиента скорости от молекулярной вязкости и волнового потока импульса и позволяет получить в явном виде зависимость от высоты коэффициента турбулентности.

$$k(\tilde{z}) = \kappa u_* \tilde{z} \sqrt{1 - \frac{1}{u_*^2} \left(\tau_w(\tilde{z}) - \left(\frac{\nu}{2\kappa \tilde{z}} \right)^2 \right)} - \frac{\nu}{2}, \quad (16)$$

$$\tilde{z} = z_1 + z_*, \quad z_* = \delta \frac{a_v \nu}{\kappa u_*}. \quad (17)$$

Для определения волнового потока импульса, входящего в исследуемые зависимости, будем использовать интегральное соотношение, предложенное в работе [29], которое будет приведено ниже.

Интегрирование уравнения (15) от $z_1 = 0$ даёт соотношение для расчёта вертикального профиля скорости, её значения на высоте 10 метров (далее u_{10}) и коэффициента сопротивления поверхности.

Максимальное возможное значение величины z_* соответствует толщине вязкого слоя. При $u_* = 0,05$ и $a_v = 6,0$ равно $z_* \approx 0,02$. Это означает, что уже для высот более чем 2 м с достаточной точностью можно принимать равенство $\tilde{z} = z_1$:

$$u(\tilde{z}) = \frac{u_*}{\kappa} \int_{z_*}^{\tilde{z}} \sqrt{1 - \frac{1}{u_*^2} \left(\tau_w(\tilde{z}) - \left(\frac{v}{2\kappa\tilde{z}} \right)^2 \right)} \frac{d\tilde{z}}{\tilde{z}} - \frac{v}{2\kappa^2} (z_*^{-1} - \tilde{z}^{-1}) + u_0. \quad (18)$$

Значение скорости при $z_1 = 0$ соответствует скорости на внешней границе чисто вязкого слоя и, согласно выполнению в нём равенства

$$v \frac{du}{d\tilde{z}} = u_*^2 - \tau_w(\tilde{z}),$$

определяется соотношением:

$$u_0 = \frac{u_*^2 - \tau_w(z)}{v} h_v = a_v u_* \left(1 - \frac{\tau_w(z)}{u_*^2} \right). \quad (19)$$

При $z \rightarrow \infty$ (выше слоя влияния волн) соотношения (15) и (16) приобретают вид, соответствующий положениям полуэмпирической теории Мони́на-Обухова [26] для приземного слоя атмосферы над твёрдой шероховатой поверхностью:

$$\frac{du}{dz} = \frac{u_*}{\kappa z}, \quad k(z) = \kappa u_* z. \quad (20)$$

3.2 Модель 2

В этой модели из рассмотрения исключаются чисто вязкий слой и переходный буферный подслой, а влияние вязкости учитывается введением параметра шероховатости z_0 , численное значение которого соответствует параметру шероховатости динамически гладкой поверхности и определяется формулой (3).

Уравнение и граничные условия запишутся в виде:

$$\begin{aligned} \kappa^2 \tilde{z}^2 \left(\frac{du}{d\tilde{z}} \right)^2 &= u_*^2 - \tau_w(\tilde{z}), \\ u &= 0 \text{ при } \tilde{z} = z_0 \end{aligned} \quad (21)$$

Это приводит к расчётной формуле:

$$u(\tilde{z}) = \frac{u_*}{\kappa} \int_{z_*}^{\tilde{z}} \sqrt{1 - \frac{\tau_w(\tilde{z})}{u_*^2}} \frac{d\tilde{z}}{\tilde{z}}. \quad (22)$$

3.3 Волновые потоки

Для расчета τ_i используется аппроксимация волнового потока импульса из [29], полученная на основе двумерной модели ВПС, объединенной с конформной моделью потенциальных волн:

$$\tau_w(z) = \int_0^{\omega_M} \int_{-\pi}^{\pi} \omega^2 \beta(\Omega) S(\omega, \theta) \exp \left(-G(\tilde{\omega}) \frac{\omega^2 z}{g} \right) d\omega d\theta, \quad (23)$$

где Ω — кажущаяся (т.е. вычисленная по направлению ветра) безразмерная частота, которая рассчитывается по формуле:

$$\Omega = \omega u(z_{\lambda/2}) \cos(\theta) / g, \quad (24)$$

$$z_{\lambda/2} = \left(\frac{\pi g}{\omega^2} \right). \quad (25)$$

Для мнимой части бета функции используется следующая аппроксимация, полученная в [29] и скорректированная в [17]:

$$\beta = \begin{cases} \beta_0 + a_0(\Omega - \Omega_0) + a_1(\Omega - \Omega_0)^2 & \Omega_0 < \Omega \\ \beta_0 + a_0(\Omega - \Omega_0) - a_1(\Omega - \Omega_0)^2 & \Omega < \Omega_0 \end{cases}, \quad (26)$$

где $a_0 = 0,02277$, $a_1 = 0,09476$, $\beta_0 = -0,02$, $\Omega_0 = 0,58$,
 G -функция определяется как:

$$G = 0,985 + 0,4(\tilde{\omega})^{0,81}, \quad (27)$$

$$\tilde{\omega} = \frac{\Omega}{\Omega_p}. \quad (28)$$

Ω_p — кажущаяся частота, приходящаяся на пик спектра, рассчитывается по формуле (24) с подстановкой в неё ω_p — параметра, который определяется из формы спектра и который будет описан ниже.

3.4 Волновой спектр

Данная работа направлена на создание схемы параметризации волнового пограничного в совместных моделях атмосферы, океана и ветрового волнения. Для иллюстрации здесь используется спектр JONSWAP [30]:

$$S(\omega, \theta) = S_J(\omega) D(\tilde{\omega}, \theta), \quad (29)$$

где $S_J(\omega)$ — одномерный спектр, $D(\theta)$ — функция, описывающая угловое распределение плотности потенциальной энергии.

$$S_J(\omega) = \alpha g^2 \omega^{-5} \exp(-1,25\tilde{\omega}^{-4}) \gamma^\Gamma, \quad (30)$$

где $\Gamma = 3,3$, α — коэффициент, зависящий от $\Omega_n = u(H)/c_p$ [17]:

$$\alpha = 0,01 \Omega_n^{0,66}, \quad (31)$$

Γ — функция $\tilde{\omega}$:

$$\Gamma = \exp\left(\left(\frac{\tilde{\omega} - 1}{\sqrt{2}\sigma}\right)^2\right), \quad (32)$$

где

$$\sigma = \begin{cases} 0,7 & \tilde{\omega} < 1 \\ 0,9 & \tilde{\omega} \geq 1 \end{cases}. \quad (33)$$

Известно, что аппроксимация JONSWAP при малых значениях обратного возраста волны $\Omega_n < 1,5$ примерно в полтора раза завышает максимальное значение спектра по сравнению со спектром Пирсона-Московитца [31] для развитого волнения:

$$S_P(\omega) = 0,0081 g^2 \omega^{-5} \exp(1,25\tilde{\omega}^{-4}). \quad (34)$$

Комбинированный спектр $S(\omega)$, учитывающий асимптотическое поведение спектра (30), может быть получен линейной комбинацией S_J и S_P :

$$S(\omega) = W S_P + (1 - W) S_J, \quad (35)$$

где $W = \exp(-15(\Omega_n - \Omega_m))$, где $\Omega_m = 0,855$ — предельный обратный возраст волн. Угловое расширение спектра $D(\tilde{\omega}, \theta)$ предложено Донеланом [32]:

$$D(\omega, \theta) = 0,5 B(\tilde{\omega}) \operatorname{sech}(B(\tilde{\omega})\theta) \bar{D}^{-1}. \quad (36)$$

где $\bar{D}^{-1}$ — множитель, обеспечивающий $\sum_{\theta} D = 1$, а $B(\tilde{\omega})$ — функция:

$$B(\omega) = \begin{cases} 1,24 & \tilde{\omega} < 0,56 \\ 2,61\tilde{\omega}^{1,3} & 0,56 \leq \tilde{\omega} \leq 0,95 \\ 2,28\tilde{\omega}^{-1,3} & 0,95 < \tilde{\omega} \end{cases}. \quad (37)$$

Форма спектра зависит от единственного параметра — Ω_n ,

$$\Omega_n = \frac{u_{10}}{c_p}, \quad (38)$$

где c_p — фазовая скорость пика волнового спектра.

Частота максимума ω_p определяется формулой

$$\omega_p = \Omega_n g / u(H). \quad (39)$$

Стоит отметить, что динамически гладкая поверхности формируется при условиях слабого ветра (не более 5–7 м/с). При таких скоростях ветра в условиях развивающихся волн спектр может частично или полностью экстраполироваться в область коротких волн ($\Omega_n > 6$ $\omega_p > 35$ с⁻¹ согласно [3]). Поэтому эксперименты были ограничены значением $\Omega_m = 3$. При таком возрасте волны $u_{10} = 1$ м/с, $\omega_p = 29$ с⁻¹, при таком значении частоты пика спектра, энергонесущая его часть находится в равновесном интервале.

3.5. Численная реализация

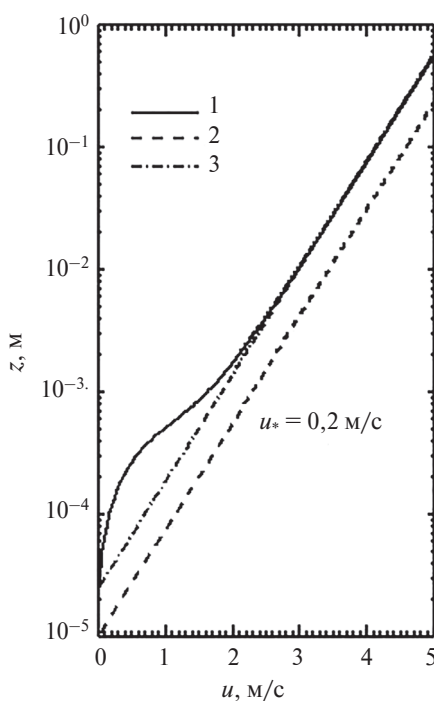
Уравнения (18) и (22) интегрировались методом прямоугольников на сетке с неравномерным шагом $\Delta z_{i+1} = \gamma_z \Delta z_i$. Нижний шаг принимался равным толщине вязкого подслоя и рассчитывался по формуле (11). Коэффициент γ_z итерационно подбирался таким образом, чтобы высота нижней границы последнего уровня была равна 10 метрам. При общем числе уровней 100 данный коэффициент принимал значения в диапазоне от 1,025 до 1,035 в зависимости от динамической скорости.

Верхний предел интегрирования (23) определялся частотно-угловой сеткой, в которой задавался спектр. По частоте использовалась растянутая сетка, аналогичная сетке по высоте. Первый шаг принимался равным $\Delta \omega_1 = 0,1 \omega_p \Omega_n$. Каждый следующий шаг увеличивался на величину 1,03, всего было 100 шагов. По направлениям использовалась равномерная сетка с разрешением по углу 4 градуса.

Расчеты проводились итерационно. На первой итерации волновые потоки для обеих моделей полагались равными 0, таким образом получались профили скорости ветра для отсутствия волн. На следующей итерации по полученной скорости рассчитывался волновой спектр и волновые потоки, после чего опять рассчитывались профили скорости. Далее итерации повторялись, пока максимальное значение абсолютной разницы между профилями скорости на соседних итерациях не было равно 0,01 процента от значения скорости.

4. Результаты численных расчётов и их анализ

4.1 Соотношение между численными значениями констант в двух моделях без учёта влияния волнения



Предварительные результаты расчётов вертикальных профилей скорости, полученные без учёта влияния волнового потока импульса по двум изложенным выше моделям с использованием обозначенных выше численных значений константы $a_v = 5$ в формуле (11) для толщины вязкого слоя и константы $m_v = 0,11$ в формуле (3) для величины шероховатости динамически гладкой поверхности, приведены на рисунке 1; линия 1 соответствует профилю скорости по модели с вязким подслоем, линия 2 — модели с использованием параметра шероховатости.

Видно, что значения скорости, полученные по разным моделям на высотах выше вязкого и буферного слоёв в области логарифмических зависимостей, различаются между собой от 20 до 50 процентов. Это является следствием того, что использованные численные значения констант $a_v = 5$ $m_v = 0,11$ получены авторами при анализе экспериментальных данных, не связанных между собой.

Рис. 1. Вертикальные профили скорости ветра по двум моделям без учёта влияния волнового потока импульса

Fig. 1. Wind velocity profiles evaluated by the models without taking into account wave produced momentum flux

Корректное сравнение результатов расчётов с использованием формул (18) (модель 1) и (23) (модель 2) требует соблюдения соответствия между экспериментальной константой a_v и константой m_v . Их численные значения согласно данным различных работ [23, 24] даже в экспериментах над песочной неподвижной поверхностью колеблются в определённых диапазонах. Так, приведённые численные значения для константы a_v меняются от 5 до 7, а для константы m_v в диапазоне 0,09–0,13. Очевидно, что численное значение константы m_v должно соответствовать выбранному при расчётах численному значению константы a_v .

На высотах, много больших толщины вязкого подслоя, решения для безразмерных скоростей для обеих моделей должны быть равны. Выполнение такого условия и должно накладывать требование на соответствие между численными значениями константы m_v в модели 2 и константами a_v и δ в модели 1.

Установим такое соответствие используя решения для скоростей ветра при отсутствии волновых потоков импульса для обеих моделей.

Соответствующие решения выражаются явными аналитическими зависимостями, в безразмерных переменных имеющими вид:

Модель 1:

$$u_n(h_{n2})_1 = \ln \frac{2h_{n2}}{\tilde{l}_{on} + \sqrt{1 + \tilde{l}_{on}^2}} - \left(1 - \frac{\sqrt{1 + \tilde{l}_{on}^2} - 1}{\tilde{l}_{on}} \right) + u_{on}, \quad (40)$$

$$u_{on} = \kappa a_v.$$

Модель 2:

$$u_n(h_{n2})_2 = \ln \frac{h_{n2}}{z_{on}}, \quad z_{on} = 2\kappa \cdot m_n, \quad (41)$$

$$z_n = \frac{\tilde{z} \cdot v}{2\kappa \cdot u_*}, \quad u_n = \frac{u \cdot \kappa}{u_*}. \quad (42)$$

Равенство соотношений (40) и (41) приводит к результату, отражающему соответствие между численными значениями экспериментальных констант:

$$m_v = M \cdot \exp(-p), \quad (43)$$

$$M = \frac{2a_v\delta + \sqrt{1 + (2a_v\delta)^2}}{4\kappa}, \quad p = \left[\kappa \cdot a_v - \left(1 - \frac{\sqrt{1 + (2a_v\delta)^2} - 1}{2a_v\delta} \right) \right]. \quad (44)$$

При $\delta = 0$:

$$m_v = \frac{1}{4\kappa} \cdot \exp[-(\kappa \cdot a_v - 1)]. \quad (45)$$

Результаты расчётов приведены в таблице 1 и на рисунке 2.

Таблица
Table

**Соответствие численных значений констант в моделях с вязким подслоем
без учёта волновых потоков импульса**

**Correspondence of numerical values of constants in models with a viscous sublayer without
taking into account pulse wave fluxes**

Эксперимент	δ	a_v	a_v
1	0	5	0,259
2	0,1	5	0,303
3	0	6	0,169
4	0,1	6	0,218
5	0	6,7	0,126
6	0,1	6,7	0,162
7	0	7,0	0,112
8	0,1	7,0	0,152

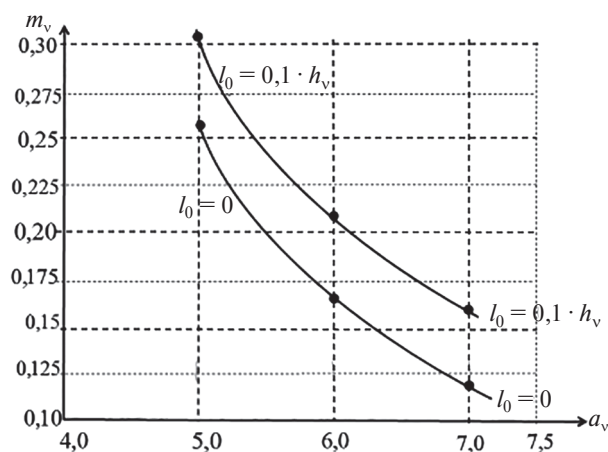


Рис. 2. Зависимость безразмерной шероховатости динамически гладкой поверхности m_v от безразмерной толщины вязкого подслоя a_v при двух значениях начального пути смешения на границе вязкого подслоя l_0

Fig. 2. Dependence of nondimensional roughness parameter of dynamically smooth surface on nondimensional thickness of viscous sublayer at two values of the initial mixing length at the boundary of the viscous sublayer

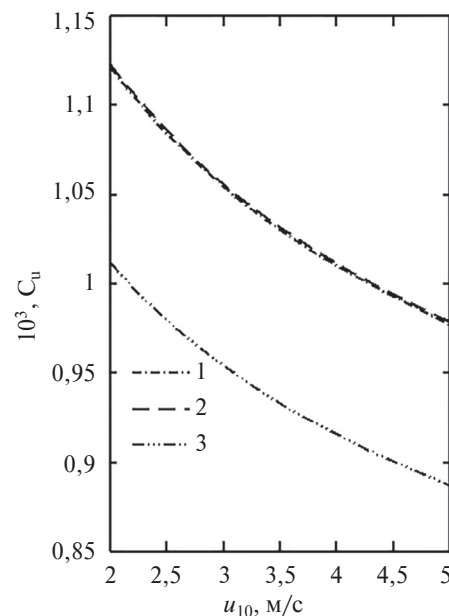


Рис. 3. Зависимости коэффициента сопротивления от скорости ветра на высоте 10 м

Fig. 3. Dependence of drag coefficient of 10 meter wind velocity

Использование рекомендованного Майлсом [22] отличного от нуля начального значения турбулентного пути смешения l_0 как дополнительного параметра модели 1 приводит к изменению соответствия численных значений констант m_v и a_v . Этот вывод отражён в таблице 1 и на рисунке 2.

На рисунке 1 добавлена прямая линия 3, отражающая чисто логарифмический профиль скорости по модели с введением параметра шероховатости с соблюдением соответствия численных значений констант $m_v = 0,259$ и $a_v = 5$ при $l_0 = 0$.

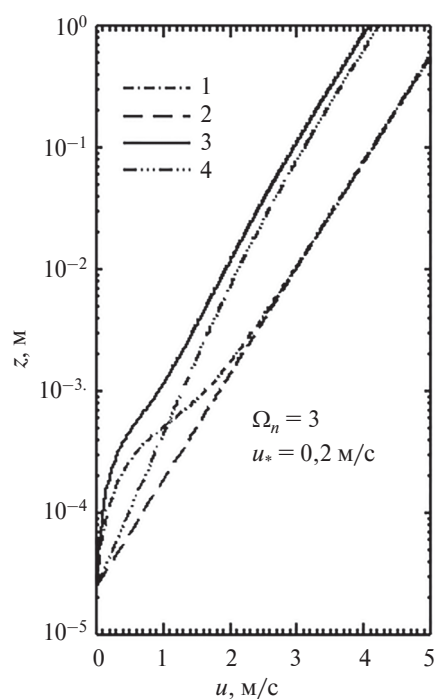


Рис. 4. Профили скорости ветра

Fig. 4. Wind velocity profiles

Необходимость согласования численных значений констант m_v и a_v следует и из рисунка 3, на котором представлены зависимости коэффициента сопротивления от скорости ветра на высоте 10 метров. На рисунке практически совпадающие кривые 1 и 2 соответствуют моделям 1 и 2 при согласованных численных значениях констант $m_v = 0,259$ и $a_v = 5$. Значительно отличающаяся от них кривая 3 соответствует модели с безразмерным параметром шероховатости $m_v = 0,11$.

4.2. Результаты численных расчётов с учётом волновых потоков импульса

На рисунке 4 представлены вертикальные профили ветра, полученные по моделям 1 и 2 без учёта волновых потоков импульса (кривые 1 и 2) и при учёте волновых потоков импульса (кривые 3 и 4). Кривые соответствуют следующим условиям: линия 1 — модель без волновых потоков с вязким подслоем, линия 2 — модель без волновых потоков с параметром шероховатости, линия 3 — модель с вязким подслоем и волновыми потоками, линия 4 — модель с шероховатостью и волновыми потоками.

Скорость ветра под влиянием волнового потока импульса на фиксированных высотах при равных значениях динамической скорости имеет величину меньшую, чем скорость ветра на тех же высотах, полученной без учёта волнения. Процесс накопления этого различия растёт с высотой в основном в пределах нескольких

десятков сантиметров над уровнем условного параметра шероховатости и для приведённого примера достигает величины в 1,5 м/с. Очевидно, что уменьшение скорости при том же значении динамической скорости должно приводить к увеличению коэффициента сопротивления.

Зависимость коэффициента сопротивления от скорости ветра при различных комбинациях внешних параметров приведены на рис. 5, *a* и *б*.

На рисунке 5 различные линии соответствуют следующим условиям: 1 — модель с вязким подслоем без волн, 2 — модель с шероховатостью без волн, 3 — модель с вязким подслоем и развитыми волнами (обратный возраст волны — 0,855), 4 — модель с вязким подслоем и молодыми волнами (обратный возраст волны — 3), 5 — модель с шероховатостью (константа подбиралась, значения в таблице) и развитыми волнами (обратный возраст волны — 0,855), 6 — модель с шероховатостью (константа подбиралась, значения в таблице) и молодыми волнами (обратный возраст волны — 3), 7 — модель с шероховатостью (константа $m_v = 0,11$) и развитыми волнами (обратный возраст волны — 0,855), 8 — модель с шероховатостью (константа $m_v = 0,11$) и молодыми волнами (обратный возраст волны — 3), 9 — модель с шероховатостью (константа $m_v = 0,11$) без волн.

На рис. 5 кривые 1 и 2, а также 9, построенные при принятой в расчётах комбинации констант δ , m_v и a_v (в таблице 1 — эксперимент 1), соответствуют нормальному, подтверждаемому различными данными наблюдений, уменьшению коэффициента сопротивления динамически гладкой поверхности с увеличением скорости ветра при отсутствии волнения. Влияние волновых потоков импульса для принятой в расчётах комбинации (в таблице δ , m_v и a_v 1 — эксперимент 1) отражено на кривых 4 и 6 (3 и 5). Как видно, характер зависимости коэффициента сопротивления изменяется с переходом от стадии уменьшения при малых значениях скорости ветра (2–3 м/с) к последующему росту с наибольшей скоростью роста в условиях ранней стадии развития волн ($\Omega_n = 3$). Этот участок кривой с возрастанием коэффициента сопротивления характерен для полностью динамически шероховатых поверхностей, параметр шероховатости которых в условиях волнения моделируется формулой Чарнока (смотри, например, [1], рис. 4.18). В параметризации Чарнока заложен возрастающий характер сопротивления поверхности при увеличении скорости ветра ($z_0 \sim C_u u_{10}^2$).

В представленной работе подстилающая поверхность априори принимается динамически гладкой. Кривая 6 построена по модели, в которой параметр шероховатости обратно пропорционален динамической скорости, и при отсутствии волнения сопротивление поверхности при условии постоянства величины m_v может только уменьшаться с увеличением скорости ветра. Кривая 4 соответствует модели с вязким

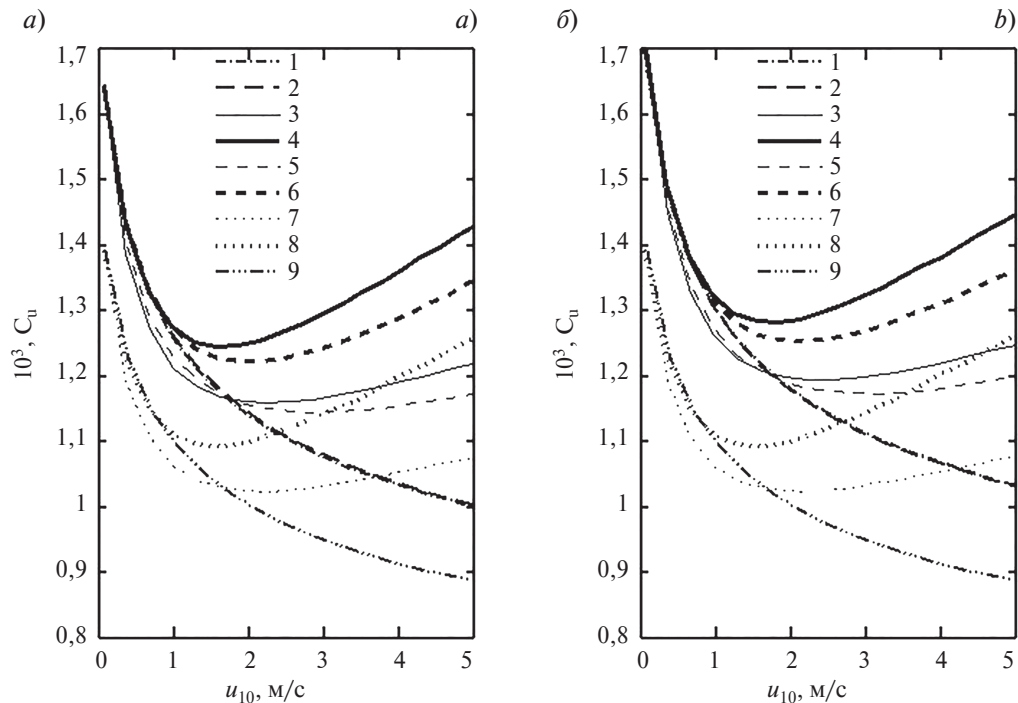


Рис. 5. Примеры зависимости коэффициента сопротивления от скорости ветра: *a* — $l_0 = 0$; *б* — $l_0 = 0,1 \cdot h_v$

Fig. 5. Dependence of drag coefficient on wind velocity: *a* — $l_0 = 0$; *b* — $l_0 = 0.1 \cdot h_v$

и буферным слоями, и в ней вообще не используется величина, характеризующая как «параметр шероховатости». Наблюдаемый на этих кривых участок роста в зависимости коэффициента сопротивления обусловлен направленными к поверхности волновыми потоками импульса, постепенно усиливающимися с увеличением скорости ветра. Роль этого фактора возрастает с увеличением скорости ветра и, наконец, становится преобладающим.

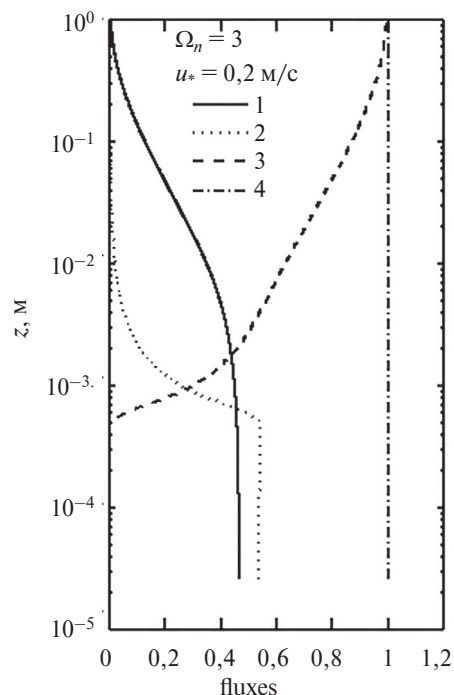


Рис. 6. Вертикальные профили потоков импульса

Fig. 6. Momentum flux vertical profiles

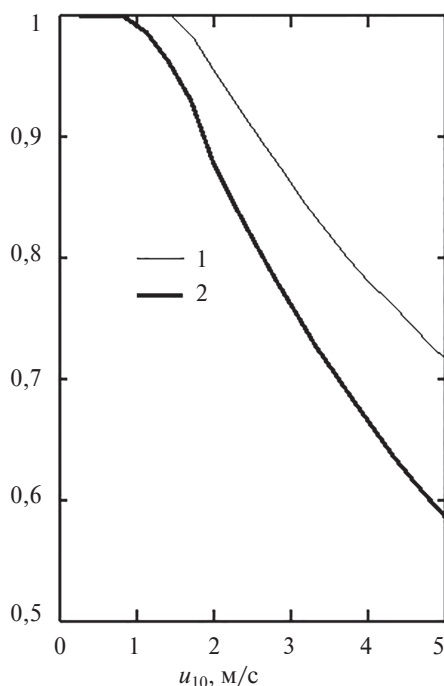


Рис. 7. Зависимость τ_v / u_*^2 от скорости ветра

Fig. 7. Dependence of τ_v / u_*^2 on wind velocity

Следует отметить также и расхождение между собой кривых 4 и 6 (а также 3 и 5) по мере увеличения скорости ветра. Этот факт даёт основание предположить существование зависимости параметра m_v от скорости ветра. С учётом зависимости волновых потоков импульса от ускорения свободного падения, зависимость параметра m_v от характеристик потока и волнения может быть записана в более универсальной форме: $m_v = f(u_{10}^3 / (gv))$.

Сравнение кривых 4 и 3 свидетельствует о зависимости безразмерного параметра шероховатой поверхности m_v от стадии развития волнения. Заметное различие в представленных зависимостях наблюдается также при различных значениях начальной величины турбулентного пути смещения $l_0 = 0$ на рис. 5, а и $l_0 = 0,1 \cdot h_v$ на рис. 5, б.

Построение таких зависимостей может быть одним из вопросов в последующих исследованиях, касающихся моделирования динамики приводного слоя.

Наблюдаемая на рис. 5 зависимость коэффициента сопротивления от обратного возраста волны качественно согласуется с результатами наблюдений, приведенными в [33, 34].

На рисунке 6 показано вертикальное распределение потоков, нормированных на значение турбулентного потока на верхней границе рассматриваемой области. Линия 1 — волновой поток импульса, линия 2 — молекулярный поток импульса, линия 3 — турбулентный поток импульса, линия 4 — сумма всех потоков.

Как видно из рисунка, в вязком подслое (приблизительно до высоты 0,0004 м) суммарный поток импульса складывается из молекулярного и волнового, которые для данного возраста волн приблизительно равны. В буферном подслое (примерно от 0,0004 м до 0,01 м) возникает турбулентный поток, который увеличивается с высотой, при этом молекулярный поток резко уменьшается, становясь практически равным 0 на верхней границе буферного подслоя. Волновой поток в этой области также уменьшается, но гораздо медленнее. Выше буферного подслоя продолжается рост турбулентного потока и уменьшение до 0 волнового потока. Также на рисунке показано, что сумма всех потоков не меняется с высотой, что подтверждает работоспособности предложенной модели.

На рисунке 7 показана зависимость отношения вязкого напряжения на поверхности к общему потоку импульса от скорости ветра. Линия 1 соответствует эксперименту с обратным возрастом волны — 3 (молодые волны), линия 2 — с возрастом волны равным 0,855 (развитые волны). Видно, что при увеличении скорости ветра доля вязкого напряжения в суммарном потоке уменьшается. В развитом волнении доля вязких напряжений больше, чем в молодых волнах.

5. Заключение

Проведённые исследования позволяют сделать следующий вывод: при моделировании вертикальной структуры характеристик приводного слоя атмосферы в условиях динамически гладкой

поверхности с учётом проявления эффектов волнения можно исключить из области интегрирования вязкий и буферный слои, заменив их влияние на процессы во внешней области введением параметра шероховатости лишь при соблюдении соответствия между численными значениями безразмерных величин δ , m_v и a_v с очевидной их зависимостью от стадии развития волн.

Финансирование

Результаты исследований выполнены в рамках государственного задания (тема № FMWE-2021–0014).

Funding

The work was carried out within the framework of the state assignment No. FMWE-2021–0014.

Литература

1. *Филлипс О.М.* Динамика верхнего слоя океана / Пер. с англ. М.: МИР, 1969. 267 с.
2. *Miles J.W.* A note on the interaction between surface waves and wind profiles // *Journal of Fluid Mechanics*. 1965. Vol. 22, N 4. P. 823–827. doi:10.1017/S0022112065001167
3. *Китайгородский С.А.* Физика взаимодействия атмосферы и океана. Л.: Гидрометеиздат, 1970. 280 с.
4. *Егоров К.Л.* Оценка влияния волнения на динамическую структуру приводного слоя атмосферы // *Известия АН СССР. Серия Физика атмосферы и океана*. 1984. № 12. С. 1183–1185.
5. *Yegorov K.L.* Asymptotic behaviour of a turbulent mixing path near a wave layer // *Soviet Journal of Physical Oceanography*. 1990. Vol. 1, N 6. P. 513–517. doi:10.1007/BF02197009
6. *Chalikov D.V.* Numerical simulation of wind-wave interaction // *Journal of Fluid Mechanics* 1978. Vol. 87. P. 561–582. doi:10.1017/S0022112078001767
7. *Chalikov D.V.* Numerical simulation of the boundary layer above waves // *Boundary-Layer Meteorology*. 1986. Vol. 34. P. 63–98. doi:10.1007/BF00120909
8. *Chalikov D.* The parameterization of the wave boundary layer // *Journal of Physical Oceanography*. 1995. Vol. 25. P. 1333–1349. doi:10.1175/1520-0485(1995)025<1333: TPOTWB>2.0.CO;2
9. *Ефимов В.В.* О структуре поля скорости ветра в приводном слое атмосферы и передача энергии ветра морским волнам // *Известия АН СССР. Серия Физика атмосферы и океана*. 1970. № 10. С. 1043–1058.
10. *Kline P., Coantic M.* A numerical study of turbulent processes in the marine upper layer // *Journal of Physical Oceanography*. 1981. N 11. P. 849–863. doi:10.1175/1520-0485(1981)011<0849: ANSOTP>2.0.CO;2
11. *Ефимов В.В.* Динамика волновых процессов в пограничных слоях атмосферы и океана. Киев: Наукова думка, 1981. 256 с.
12. *Galperin B. et. al.* Modeling rotating stratified turbulent flows with application to oceanic mixed layers // *Journal of Physical Oceanography*. 1989. Vol. 19. P. 901–916. doi:10.1175/1520-0485(1989)019<0901: MRSTFW>2.0.CO;2
13. *Boum E., Caponi E.* Modeling the effects of buoyancy on the evolution of geophysical boundary layers // *Journal of Geophysical Research*. 1992. Vol. 97. I. C10. P. 15513–15527. doi:10.1029/92JC01715
14. *Makin V.K., Kudryavtsev V.N.* Coupled sea surface-atmosphere model. Part 1. Wind over waves coupling // *Journal of Geophysical Research*. 1999. Vol. 104, I. C4, P. 7613–7623. doi:10.1029/1999JC900006
15. *Kudryavtsev V.N., Makin V.K., Chapron B.* Coupled sea surface-atmosphere model. Part 2. Spectrum of short wind waves // *Journal of Geophysical Research*. 1999. Vol 104, I. C4, P. 7625–7639. doi:10.1029/1999JC900005
16. *Kudryavtsev V., Chapron B., Makin V.* Impact of wind waves on the air-sea fluxes: A coupled model // *Journal of Geophysical Research: Oceans*. 2014. Vol. 119. P. 1217–1236, doi:10.1002/2013JC009412
17. *Чаликов Д.В., Булгаков К.Ю.* Структура приводного слоя атмосферы // *Фундаментальная и прикладная гидрофизика*. 2019. Т. 12, № 2. С. 50–65 doi:10.7868/S2073667319020072
18. *Charnock H.* Wind stress on a water surface // *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*. 1955. Vol. 81. P. 639–640. doi:10.1002/qj.49708135027
19. *Nikuradse J.* 1933 Strömungsgesetze in rauhen Röhren // *Tech. Rep. 361. Forsch. Arb. Ing.Wes., English transl. Laws of flow in rough pipes, NACA TM 1292*
20. *Булгаков К.Ю., Фокина К.В.* Моделирование приводного слоя с параметризацией стратификации и элементов влияния ветрового волнения // *Фундаментальная и прикладная гидрофизика* 2021. Т. 14, № 2. С. 3–16. doi:10.7868/S2073667321020015
21. *Reichardt H.* Vorträge aus dem Gebiet der Aero- und Hydrodynamik. Über das Messen turbulenter Längs- und Querschwankungen // *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*. 1938. Vol. 18. P. 358–361. doi:10.1002/zamm.19380180605

22. Reichardt H. Vollständige Darstellung der turbulenten Geschwindigkeitsverteilung in glatten Leitungen // Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik. 1951. Vol. 31. N 7. P. 208–219. doi:10.1002/zamm.19510310704
23. Laufer J. The structure of turbulence in fully developed pipe flow // Natl. Advisory Comm. Aeronaut. Tech. Repts. 2954. 1954.
24. Rotta J. Das in Wandnähe gültige Geschwindigkeitsgesetz turbulenter Strömungen // Ingenieur-Archiv. 1950. Vol. 18. P. 277–280. doi:10.1007/BF00536743
25. Miles J.W. On the velocity profile for turbulent flow near a smooth wall // Journal of the Aeronautical Sciences. 1957. Vol. 24, N 9. P. 704.
26. Монин А.С., Яглом А.М. Статистическая гидромеханика. Часть 1. М.: Наука, 1965. 639 с.
27. Хинце И.О. Турбулентность. М.: Физматгиз, 1963. 680 с.
28. Prandtl L. Bericht über Untersuchungen zur ausgebildeten Turbulenz // Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik. 1925. Vol. 5, N 2. P. 136–139. doi:10.1007/978-3-662-11836-8_57
29. Chalikov D., Rainchik S. Coupled numerical modelling of wind and waves and the theory of the wave boundary layer // Boundary-Layer Meteorology. 2010. Vol. 138, I. 1. P. 1–41. doi:10.1007/s10546-010-9543-7
30. Hasselmann K., Barnett R.P., Bouws E. et al. Measurements of wind-wave growth and swell decay during the Joint Sea Wave Project (JONSWAP). Deutsches Hydrogr. Inst. 1973. 95 p.
31. Pierson W.J., Moskowitz L. A proposed spectral form for fully developed wind seas based on the similarity theory of S.A. Kitaigorodskii // Journal of Geophysical Research. 1964. Vol. 69, Iss. 24. P. 5181–5190. doi:10.1029/JZ069i024p05181
32. Donelan M.A. Air-sea interaction // The Sea. 1990. Vol. 9. P. 239–292.
33. Donelan M. The dependence of the aerodynamic drag coefficient on wave parameter // Proc. First Int. Conf. on Meteorol. and Air-Sea Interaction of the Coastal Zone? The Hague, Amer. Meteor. Soc., 1982. P. 381–387.
34. Babanin A.V., Makin V.K. Effects of wind trend and gustiness on the sea drag: Lake George study // Journal of Geophysical Research. 2008. Vol. 113. C02015. doi:10.1029/2007JC004233

References

1. Phillips O.M. The dynamics of the upper ocean. Cambridge University Press, 1966, 319 p. doi:10.1088/0031-9112/18/5/015
2. Miles J.W. A note on the interaction between surface waves and wind profiles. *Journal of Fluid Mechanics*. 1965, 22 (4), 823–827. doi:10.1017/S0022112065001167
3. Kitaygorodsky C.A. Physics of air-sea interaction. Leningrad, Gidrometeoizdat, 1970. 280 p. (in Russian).
4. Yegorov K.L. Estimation of wave impact on dynamic structure of wave boundary layer of atmosphere. *Izvestiya, Atmospheric and Oceanic Physics*. 1984, 12, 1183–1185 (in Russian).
5. Yegorov K.L. Asymptotic behaviour of a turbulent mixing path near a wave layer. *Soviet Journal of Physical Oceanography*. 1990, 1, 513–517. doi:10.1007/BF02197009
6. Chalikov D.V. Numerical simulation of wind-wave interaction. *Journal of Fluid Mechanics*. 1978, 87, 561–582. doi:10.1017/S0022112078001767
7. Chalikov D.V. Numerical simulation of the boundary layer above waves. *Boundary-Layer Meteorology*. 1986, 34, 63–98. doi:10.1007/BF00120909
8. Chalikov D. The parameterization of the wave boundary layer. *Journal of Physical Oceanography*. 1995, 25, 1333–1349. doi:10.1175/1520-0485(1995)025<1333: TPOTWB>2.0.CO;2
9. Yefimov V.V. About structure of wind velocity field in the wave boundary layer and energy transfer from wind to waves. *Izvestiya, Atmospheric and Oceanic Physics*. 1970, 10, 1043–1058 (in Russian).
10. Kline P., Coantic M. A numerical study of turbulent processes in the marine upper layer. *Journal of Physical Oceanography*. 1981, 11, 849–863. doi:10.1175/1520-0485(1981)011<0849: ANSOTP>2.0.CO;2
11. Yefimov V.V. Dynamic of wave process in boundary layers of atmosphere and ocean. Kyev, Naukova Dumka, 1981. 256 p. (in Russian).
12. Galperin B. et. al. Modeling rotating stratified turbulent flows with application to oceanic mixed layers. *Journal of Physical Oceanography*. 1989, 19, 901–916. doi:10.1175/1520-0485(1989)019<0901: MRSTFW>2.0.CO;2
13. Boum E., Caponi E. Modeling the effects of buoyancy on the evolution of geophysical boundary layers. *Journal of Geophysical Research*. 1992, 97 (C10), 15513–15527. doi:10.1029/92JC01715
14. Makin V.K., Kudryavtsev V.N. Coupled sea surface-atmosphere model. Part 1. Wind over waves coupling. *Journal of Geophysical Research*. 1999, 104(C4), 7613–7623. doi:10.1029/1999JC900006
15. Kudryavtsev V.N., Makin V.K., Chapron B. Coupled sea surface-atmosphere model. Part 2. Spectrum of short wind waves. *Journal of Geophysical Research*. 1999, 104(C4), 7625–7639. doi:10.1029/1999JC900005

16. Kudryavtsev V., Chapron B., Makin V. Impact of wind waves on the air-sea fluxes: A coupled model. *Journal of Geophysical Research: Oceans*. 2014, 119, 1217–1236. doi:10.1002/2013JC009412
17. Chalikov D.V., Bulgakov K. Yu. The structure of surface layer above sea. *Fundamental and Applied Hydrophysics*. 2019, 12(2), 50–65. doi:10.7868/S2073667319020072 (in Russian).
18. Charnock H. Wind stress on a water surface. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*. 1955, 81, 639–640. doi:10.1002/qj.49708135027
19. Nikuradse J. Strömungsgesetze in rauhen Röhren. *Tech. Rep.* 361. *Forsch. Arb. Ing. Wes.* 1933.
20. Bulgakov K. Yu., Fokina K.V. Modeling the Surface Layer above Sea with Parameterization of Stratification and the Elements of the Wind Waves Influence. *Fundamental and Applied Hydrophysics*. 2021, 14(2), 3–16. doi:10.7868/S2073667321020015 (in Russian).
21. Reichardt H. Vorträge aus dem Gebiet der Aero- und Hydrodynamik. Über das Messen turbulenter Längs- und Querschwankungen. *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*. 1938, 18, 358–361. doi:10.1002/zamm.19380180605
22. Reichardt H. Vollständige Darstellung der turbulenten Geschwindigkeitsverteilung in glatten Leitungen. *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*. 1951, 31 (7), 208–219. doi:10.1002/zamm.19510310704
23. Laufer J. The structure of turbulence in fully developed pipe flow *Natl. Advisory Comm. Aeronaut. Tech. Repts.* 2954, 1954.
24. Rotta J. Das in Wandnähe gültige Geschwindigkeitsgesetz turbulenter Strömungen *Ingenieur-Archiv*. 1950, 18, 277–280. doi:10.1007/BF00536743
25. Miles J.W. On the velocity profile for turbulent flow near a smooth wall. *Journal of the Aeronautical Sciences*. 1957, 24(9), 704.
26. Monin A.S., Yaglom A.M. Statistical fluid mechanics: mechanics of turbulence. Vol. 1. *Cambridge, M.I.T. Press*, 1971. 770 p. doi:10.1119/1.10870
27. Hince I.O. Turbulence. *Moscow, Physmatgiz*, 1963. 680 p. (in Russian).
28. Prandtl L. Bericht über Untersuchungen zur ausgebildeten Turbulenz. *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*. 1925, 5(2), 136–139. doi:10.1007/978-3-662-11836-8_57
29. Chalikov D., Rainchik S. Coupled numerical modelling of wind and waves and the theory of the wave boundary layer. *Boundary-Layer Meteorology*. 2010, 138(1), 1–41. doi:10.1007/s10546-010-9543-7
30. Hasselmann K., Barnett R.P., Bouws E. et al. Measurements of wind-wave growth and swell decay during the Joint Sea Wave Project (JONSWAP). *Deutsches Hydrogr. Inst.* 1973. 95 p.
31. Pierson W.J., Moskowitz L. A proposed spectral form for fully developed wind seas based on the similarity theory of S.A. Kitaigorodskii. *Journal of Geophysical Research*. 1964, 69(24), 5181–5190. doi:10.1029/JZ069i024p05181
32. Donelan M.A. Air-sea interaction. *The Sea*. 1990, 9, 239–292.
33. Donelan M. The dependence of the aerodynamic drag coefficient on wave parameter // *Proc. First Int. Conf. on Meteorol. and Air-Sea Interaction of the Coastal Zone? The Hague, Amer. Meteor. Soc.*, 1982, 381–387.
34. Babanin A.V., Makin V.K. Effects of wind trend and gustiness on the sea drag: Lake George study. *Journal of Geophysical Research*. 2008, 113, C02015. doi:10.1029/2007JC004233

Об авторах

ЕГОРОВ Кирилл Леонидович, кандидат физико-математических наук, РИНЦ AuthorID: 1006011, ORCID ID: 0009-0004-9623-7666, k-yegorov@mail.ru

БУЛГАКОВ Кирилл Юрьевич, кандидат физико-математических наук, РИНЦ AuthorID: 168662, ORCID ID: 0000-0001-8779-965X, Scopus AuthorID: 55270509900, WoS ResearcherID: R-7744–2016, bulgakov.kirill@gmail.com