

УДК 551.466.8

© Н. А. Санников, О. Е. Куркина, Е. А. Рувинская, А. А. Куркин*, 2023

Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева, 603950, г. Нижний Новгород, ул. Минина, д. 24.

*aakurkin@gmail.com

ПЕРЕСТРОЙКА ПОЛНОНЕЛИНЕЙНОГО БРИЗЕРОПОДОБНОГО ПАКЕТА ВНУТРЕННИХ ВОЛН НАД ДОННЫМ УСТУПОМ В СЛОИСТОЙ СРЕДЕ

Статья поступила в редакцию 14.03.2023, после доработки 13.08.2023, принята в печать 30.08.2023

Аннотация

Исследуется процесс трансформации локализованного волнового пакета над донным уступом в трехслойной жидкости, при этом высота уступа равна или превосходит толщину нижнего слоя, поэтому в мелководной зоне стратификация плотности становится двухслойной. В численных экспериментах варьировалась как высота ступеньки, так и ширина уступа. Задача решается в рамках полноточной модели гидродинамики невязкой несжимаемой стратифицированной жидкости. Первичный анализ состоял в оценке значений безразмерных параметров, как правило используемых в задачах о накате: числа Фруда, Ирибаррена, отношения характерной длины волны к характерной ширине склона, отношения топографического уклона к характерному наклону волновых пучков. Поскольку линия «уреза» для нижнего пикноклина частично или полностью находится на ступеньке, можно было бы ожидать динамику, связанную с заплеском, обрушением или отражением волн, распространяющихся по нижнему пикноклину, однако этого не происходит. Показано, что отражение волнового пакета от уступа минимально при всех рассмотренных случаях, наблюдается сильное укручение волны, но при этом обрушения не происходит — волна на нижнем пикноклине при прохождении уступа быстро затухает. Анализ спектральных амплитуд и полей энергии позволяет сделать вывод, что происходит передача энергии с нижнего пикноклина на верхний. Бризер в двухслойной среде не может существовать, но сформировавшийся после его разрушения волновой пакет в верхнем пикноклине обладает значительно большей энергией, чем до уступа.

Ключевые слова: внутренние волны, бризер, волновой пакет, доступная потенциальная энергия, полноточная модель гидродинамики, трехслойная жидкость

© N. A. Sannikov, O. E. Kurkina, E. A. Rouvinskaya, A. A. Kurkin*, 2023

Nizhny Novgorod State Technical University n. a. R.E. Alekseev, 603950, Minin Street, 24, Nizhny Novgorod, Russia

*aakurkin@gmail.com

TRANSFORMATION OF A FULLY NONLINEAR BREATHING-LIKE PACKAGE OF INTERNAL WAVES OVER A BOTTOM STEP IN A LAYERED FLUID

Received 14.03.2023, Revised 13.08.2023, Accepted 30.08.2023

Abstract

In this paper, we study the process of transformation of a localized wave packet over a bottom step in a three-layer fluid, in which the height of the step is equal to or exceeds the thickness of the lower layer; therefore, density stratification becomes two-layer in the shallow water zone. In numerical experiments, both the height of the step and the width of the step were varied. The problem is solved in the framework of a fully nonlinear model of hydrodynamics of an inviscid incompressible stratified fluid. The primary analysis consisted in estimating the values of dimensionless parameters used, as a rule, in runup problems: the Froude and Iribarren numbers, the ratio of the characteristic wavelength to the characteristic slope width, the ratio of the topographic slope to the characteristic wave beam angle. Since the “cutoff” line for the lower pycnocline is partially or completely located on a step, one could expect the effects of run-up, breaking or reflection of waves propagating along the lower pycnocline, but this doesn't happen. It is shown that the reflection of the wave packet from the step is minimal in all cases considered, a strong steepening of

Ссылка для цитирования: Санников Н.А., Куркина О.Е., Рувинская Е.А., Куркин А.А. Перестройка полноточной бризероподобного пакета внутренних волн над донным уступом в слоистой среде // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2023. Т. 16, № 3. С. 129–141. doi:10.59887/2073-6673.2023.16(3)-10

For citation: Sannikov N.A., Kurkina O.E., Rouvinskaya E.A., Kurkin A.A. Transformation of a Fully Nonlinear Breathing-Like Package of Internal Waves over a Bottom Step in a Layered Fluid. *Fundamental and Applied Hydrophysics*. 2023, 16, 3, 129–141. doi:10.59887/2073-6673.2023.16(3)-10

the wave is observed, but no breaking occurs in this case — the wave then just quickly decays on the lower pycnocline. An analysis of the spectral amplitudes and energy fields allows us to conclude that there is a transfer of energy from the lower pycnocline to the upper one. The breather in a two-layer fluid cannot exist, but the wave packet formed in the upper pycnocline after its destruction has much higher energy than it has before the step.

Keywords: internal waves, breather, wave packet, available potential energy, fully nonlinear hydrodynamic model, three-layer fluid

1. Введение

В последние десятилетия стремительное развитие океанологической техники способствовало возрастанию интереса к тематике внутренних волн и появлению пусть и не многочисленных, но крайне интересных с научной точки зрения исследований, посвященных натурным наблюдениям трансформирующихся и обрушающихся внутренних волн в шельфовой зоне и над континентальным склоном и сопутствующих процессов, индуцированных этими волнами. Показан их важнейший вклад в процессы турбулентного рассеяния и перераспределения энергии и массы в океане (см., например, [1–3]). Научные изыскания по этой тематике обычно сфокусированы на анализе конкретных условий, приводящих к обрушению внутренних волн и эффектов, связанных с этим процессом, которые детально исследуются как в рамках численных моделей [4–6], так и в лабораторных экспериментах [6–8]. Однако, в отличие от хорошо проработанной теории наката и обрушения длинных поверхностных волн, для внутренних волн изучены лишь отдельные сценарии, как правило, в рамках упрощенных слоистых моделей (в основном — двухслойных) и для очень ограниченного диапазона волновых возмущений — в первую очередь, солитонов и солиборов. Расширение наших знаний о трансформации различных типов волн в слоистых средах — важный этап для понимания тех процессов, которые оказывают влияние на экосистему стратифицированного морского шельфа.

Настоящая работа посвящена исследованию трансформации над модельным дном в виде уступа такого малоизученного типа внутренних волн, как бризероподобные волновые пакеты, в рамках полнонелинейной системы уравнений гидродинамики невязкой несжимаемой стратифицированной жидкости. Их существование было предсказано слабонелинейной теорией [9], подтверждено численными экспериментами для различных моделей вычислительной гидродинамики [10–14], однако, идентификация таких волн в записях океанографических регистраторов представляет сложность, поскольку необходимо отследить волновое поле в динамике — при переходе из точки в точку. Простейшей стратификацией плотности морской воды, в которой существование бризеров возможно, является трехслойная жидкость, которая при этом является подходящей моделью для многих зон стратифицированного океана (см., например, [15]). В настоящей работе в качестве фоновой стратификации задана «симметричная» трехслойная среда для описания динамики внутренних волн, в которой в слабонелинейном пределе может быть использовано модифицированное уравнение Кортевега-де Вриза (мКдВ) [16] и его обобщения, а локализованные неизлучающие решения этого уравнения представлены солитонами и бризерами. Наше исследование является закономерным продолжением как работ, посвященных этой тематике, выполненных в нашей лаборатории, так и работ, в том числе зарубежных исследователей, посвященных изучению полнонелинейных волновых процессов в трехслойной среде в целом. В статье [11] изучалась трансформация над наклонным дном бризеров с «узким» и «широким» спектром в трехслойной жидкости, близкой по типу стратификации условиям в южной части Балтийского моря как в рамках уравнения Гарднера, так и в полнонелинейной модели. В работе [13] исследовалась трансформация бризера над ступенькой, высота которой была меньше толщины нижнего слоя, с помощью полнонелинейного подхода. В статье [14] эта же задача решалась с помощью уравнения мКдВ для бризеров с разными параметрами. Хотелось бы отметить серию работ [17, 18], где подробно описаны характеристики полнонелинейных бризеров в трехслойной симметричной среде, а также проведено сравнение параметров полнонелинейных и слабонелинейных волн. Кроме того, исследованы эффекты, возникающие при взаимодействии полнонелинейных бризероподобных волновых пакетов друг с другом. Также отметим работу [12], где показан один из возможных механизмов генерации бризероподобного пакета: в численных расчетах такая волна генерируется при взаимодействии солитона второй моды с уступом дна). Специфика задачи состоит в том, что мы повышаем высоту ступеньки так, что трехслойная среда становится за ступенькой двухслойной, и бризер по предсказаниям слабонелинейной теории не может больше существовать. Мы анализируем особенности «наката» волнового пакета на ступеньку — как на верхнем, так и на нижнем пикноклине (интерфейсе, который из-за особенности численной модели не является линией, а представляет собой переходный слой шириной 8 м, что, впрочем, лучше соответствует природным водоемам): и если в случае, когда ступенька не достаёт до нижней границы раздела слоев, проходящая волна на обоих интерфейсах трансформируется сходным образом, то предельный случай, когда линия уреза

т.е. в силу приближения Буссинеска: $\rho_f = \rho_0 (1 + \rho)$, ρ — безразмерная величина (аномалия плотности), g — гравитационное ускорение, f — параметр Кориолиса (в нашей задаче $f \equiv 0$), \vec{i} и \vec{k} — единичные орты по осям x и z . Волны распространяются в направлении x , ось y перпендикулярна движению волны, а z — вертикальная координата.

Нормальная к плоскости распространения волны (поперечного сечения) скорость включена в модель, но никакое изменение по координате y не допускается. Это достигается пренебрежением частными производными по y в принципиально трехмерных уравнениях (1)–(4). Уравнения преобразуются в так называемой сигма-координатной сетке по вертикали, и решаются в области, ограниченной снизу батиметрией $h(x)$ (заданной пользователем) и жесткой крышкой на поверхности. Для инициализации модели необходимо задать топографию дна (функцию $h(x)$), горизонтально-однородное невозмущенное поле плотности морской воды $\rho_{mean}(z)$, а так же начальное возмущение поля плотности в форме $\rho(x, z, t = 0) = \rho_{mean}(z - \eta(x))$ и начальное распределение скоростей, которое выбирается исходя из линейной теории длинных волн в соответствии с возмущением плотности. Шаги численной схемы в пространстве и времени выбираются так, чтобы удовлетворять критерию устойчивости Куранта–Фридриха–Леви. Процедура численного решения системы основана на неявной предиктор–корректорной двухшаговой конечно-разностной схеме.

Сглаженная трехслойная стратификация плотности до ступеньки характеризуется одинаковыми толщинами верхнего и нижнего слоя ($H_1 = 30$ м при полной глубине в 100 м) с полушириной пикноклинов, равной 4 м, и задается функцией вида:

$$\rho_{mean}(z) = -0,005 \cdot \tanh\left(\frac{z - z_{\text{псч1}}}{4,0}\right) - 0,005 \tanh\left(\frac{z - z_{\text{псч2}}}{4,0}\right), \quad (5)$$

где $z_{\text{псч1}} = -30$ м, $z_{\text{псч2}} = -70$ м.

Неоднородное дно бассейна с уступом задано выражением:

$$h(x) = \frac{H_s}{2} \tanh\left(-\frac{x - x_s}{\frac{W_s}{2}}\right) + \frac{H_s}{2}. \quad (6)$$

Параметр H_s в серии экспериментов принимает значения 30 и 40, а параметр W_s — 500 и 5000 м при общей длине трассы — 40000 м, $x_s = 5000$ м.

Поле смещений задается выражением:

$$\eta(x, z, t = 0) = A(x, t = 0)\Phi(z), \quad (7)$$

где $\Phi(z)$ — вертикальная структура моды, которая определяется из решения краевой задачи:

$$\frac{d^2\Phi}{dz^2} + \frac{N^2(z)}{c^2}\Phi = 0, \quad \Phi(0) = \Phi(H) = 0, \quad (8)$$

$$N^2(z) = -\frac{g}{\rho(z)} \frac{d\rho(z)}{dz}, \quad (9)$$

где g — ускорение свободного падения, $\rho(z)$ — профиль плотности (от уступа он будет меняться за счет изменения глубины дна), c — фазовая скорость распространения длинных волн, которая, как и вертикальная структура моды зависит от фоновой стратификации плотности; $A(x, t)$ — волновая функция, описывающая смещение одного из интерфейсов в слоистой жидкости, на котором достигается максимальное значение модовой функции $\Phi_{\text{max}}(z) = 1$. В наших экспериментах волновая функция $A(x, t)$ в (7) задается, как бризер МКдВ (более подробно см., например, в [20]):

$$\frac{A(x, t)}{A_0} = -4a \operatorname{sech} \theta \cdot \left[\frac{\cos \varphi + (a/b) \sin \varphi \cdot \tanh \varphi}{1 + (a/b)^2 \sin^2 \varphi \cdot \operatorname{sech}^2 \varphi} \right], \quad (10)$$

где $\theta = -2b \frac{x}{\xi} - 8b(b^2 - 3a^2) \frac{t}{\tau} + \theta_0$, $\varphi = 2a \frac{x}{\xi} + 8a(3b^2 - a^2) \frac{t}{\tau} + \varphi_0$, $\xi = \frac{1}{|A_0|} \sqrt{\frac{6\beta}{\alpha_1}}$, $\tau = \left(\frac{6}{\alpha_1}\right)^{3/2} \frac{\sqrt{\beta}}{|A_0|^3}$, a и b — параметры, θ_0 и φ_0 — фазовые сдвиги. Значения параметров: $t = 0$, $A_0 = 7$, $a = 0,5$, $b = 1,15$, $\theta_0 = 0$ и $\varphi_0 = 0$, а значения коэффициентов кубической нелинейности $\alpha_1 = 0,002$ (м · с)^{−1}, дисперсии $\beta = 783$ м³/с, а также $c = 1,64$ м/с и модовой функции для такой симметричной трехслойной стратификации (в области до ступеньки) вычислялись ранее в [20].

Горизонтальная и вертикальная составляющие скорости задаются в линейном приближении (более подробно про структуру поля скорости, а также траектории частиц внутри бризера в слабонелинейной модели можно прочитать в нашей статье [11]) как:

$$u(x, z, t = 0) = cA(x, t = 0) \frac{d\Phi(z)}{dz}, \quad (11)$$

$$w(x, z, t = 0) = -c\Phi(z) \frac{dA(x, t = 0)}{dx}. \quad (12)$$

Сетка $Ox \times Oz$ для всех экспериментов имела разрешение 2000×200 точек.

3. Анализ результатов численного моделирования

Первая стадия анализа состояла в классификации и определении значений параметров подобия для рассчитанных волновых полей и конфигурации расчетной области. Поскольку условия задачи таковы, что бризер не просто трансформируется в плавно неоднородной среде — происходит накат на уступ, который может приводить к отражению части волновой энергии, обрушению волн, то необходимо проанализировать общепринятые критерии и оценить возможные динамические эффекты. Вычислялись значения чисел Ирибаррена для внутренних волн [21]:

$$\xi = s / \sqrt{a / \lambda}, \quad (13)$$

где a — амплитуда волны, λ — ширина волны, s — значение тангенса угла наклона дна. Оно характеризует тип возможного обрушения на шельфе. Так, при малых значениях ($\xi < 0,5$, пологий склон или высокая крутизна волны) реализуется обрушение типа «разлив» («скользящий бурун» в терминологии поверхностных волн), при $\xi < 1$ наблюдается обрушение «ныряющего» типа («ныряющий бурун»), при $\xi \in (1, 1,5)$ — коллапсирующее обрушение (схлопывание), при $\xi > 1,5$ — пульсирующее обрушение [22].

Поведение внутренних волн, накатывающихся на склон, можно предсказать по α — отношению топографического уклона к характерному углу волновых пучков:

$$\alpha = \frac{s_{topogr}}{s_{wave}} = \frac{\left| \frac{dH}{dx} \right|}{\left(\frac{\omega^2 - f^2}{N^2 - \omega^2} \right)^{1/2}}, \quad (14)$$

где $H(x)$ — глубина дна, x — горизонтальная пространственная координата, ω — угловая частота волны, f — инерционная частота ($f = 0$), $N(z)$ — частота плавучести. При $\alpha < 1$ (докритические значения) волны будут распространяться на шельф. Если $\alpha > 1$ (сверхкритические значения), волны будут частично отражаться обратно в море. Если $\alpha = 1$ (критическое значение), линейная теория не работает, что приводит к нелинейным эффектам, обрушению волн и турбулентному перемешиванию (см., например, [23]).

В наиболее общепринятом понимании число Фруда Fr представляет собой отношение скоростей, с которыми два процесса, а именно, адвективный и волновой, переносят информацию о возмущении в среде. Локально число Фруда также представляет собой соотношение кинетической и потенциальной энергии потока и определяет поток как докритический или сверхкритический. Для стратифицированных жидкостей существует множество формулировок этого критерия, в том числе в зависимости от типа волнового процесса (см., более подробно в работе [24]). Число Фруда для набегающей на ступеньку внутренней волны может быть рассчитано как:

$$Fr(x, t) = \frac{\left| \max_z u(x) \right|}{c(x)}, \quad (15)$$

где c — фазовая скорость длинных линейных волн первой моды. Критерием линейной устойчивости в терминах чисел Фруда здесь являются значения $Fr < 1$. Также существует критерий Фруда для отраженной волны [23].

В работе [25] количественная оценка эффективности перемешивания для обрушающихся солитонов внутренних волн связана с параметром:

$$\tilde{L} = \frac{L_w}{L_s}, \quad (16)$$

то есть отношением характерной длины волны к характерной ширине склона. При $\tilde{L} \rightarrow 0$ склон можно считать очень плавным — волна постепенно трансформируется над ним, обрушение не интенсивное; при $\tilde{L} \rightarrow \infty$ взаимодействие волны и склона происходит быстро, большая часть энергии отражается. Максимальная эффективность перемешивания достигается при $\tilde{L} \rightarrow 0,5$. В работе [23] обратная к (16) величина названа эффективной шириной склона, и малые значения этой величины характеризуют сверхкритические наклоны.

Таблица 1

Table 1

Значения ξ и \tilde{L} для проведенных экспериментов

Values of ξ and \tilde{L} for the performed experiments

№	Параметры ступеньки H_s и W_s , м	ξ		\tilde{L}	
		несущая	огиб.	несущая	огиб.
1	30 и 500	0,6	0,8	1	4
2	30 и 5000	0,06	0,08	0,1	0,4
3	40 и 500	0,8	1	1	4
4	40 и 5000	0,08	0,1	0,1	0,4

Для генерируемого полнонелинейного бризера ширина волны огибающей составляет 2000 м, а средняя ширина несущих волн — 560 м; период огибающей — 0,5 ч, а период несущей — в среднем 0,11 ч. Как видно из табл. 1, во 2 и 4 эксперименте (ширина уступа большая — 5000 м) значения числа Ирибаррена малы, что свидетельствует о возможной неустойчивости на заднем фронте волн, при этом данный режим характеризуется низкой эффективностью перемешивания. Значения параметра \tilde{L} в экспериментах 2 и 4 также мало, что свидетельствует о докритическом режиме и минимальном отражении. Для экспериментов 1 и 3 значения ξ как для несущей, так и для огибающей больше 0,5. В экспериментальных работах было показано, что для ξ , близкого 0,6, характерно опрокидывание волн с образованием «ядра» из перемешанной жидкости, распространяющегося вверх по склону. В этом случае гравитационная неустойчивость способствует повышенной эффективности перемешивания [26].

На рис. 2 представлены диаграмма значений параметра α , критическое значение $\alpha = 1$ выделено белой линией.

В верхней зоне склона (разные изопикны пикноклина взаимодействуют со ступенькой на разной глубине) суперкритический режим достигается для волн с периодами более 9 мин (средняя «длина» несущей составляет 6,5 мин).

На рис. 3 показана $x - t$ диаграмма значений чисел Фруда для одного из экспериментов (номер 1 в табл. 1). Как видно из рисунка, значения, близкие к критическим (но меньшие, чем 1), достигаются также в верхней зоне уступа с приходом несущей волны максимальной амплитуды.

В заключении анализа параметров, характеризующих возможные динамические режимы, хотелось бы отметить: не все предсказанные эффекты наблюдаются при взаимодействии волны с уступом дна — во многом это связано с ограничениями, накладываемыми численной моделью (без вязкости), а также не полной универсальностью самих критериев.

Вторая стадия анализа заключалась в непосредственном исследовании динамических особенностей процесса трансформации бризера над уступом. На рис. 4 на примере эксперимента 1 показаны поле плотности в разные моменты времени, а также $x - t$ диаграммы смещений изопикн, расположенных в верхнем и нижнем пикноклине. Волны, распространяющиеся на нижнем пикноклине, взаимодействуя со ступенькой, сильно укучаются, а затем быстро затухают и перестают существовать, что отчетливо видно, как на пространственно-временной диаграмме смещений, так и на фотографиях поля аномалии плотности. При этом волны на верхнем пикноклине «усиливаются» после уступа, хотя бризер предсказуемо разрушается. Также можно заметить, что отражение волн от уступа фактически отсутствует. Кроме того, из рис. 4, а видно, что накат волнового пакета на уступ сопровождается разрушением вертикальной модовой структуры волнового поля, что свидетельствует о нарастании нелинейных эффектов; волна на нижнем пикноклине в промежутке времени от $t = 1,7$ ч до 2 ч распадается на дискретные «болюсы» — объемы плотной воды из нижнего слоя, проникающие в двухслойную жидкость над уступом. При разрушении болюсов процесс не ограничивается придонным слоем, вовлекая в движение и весь толстый средний однородный слой жидкости, приводя в результате к существенному усилению волнового пакета на верхнем пикноклине.

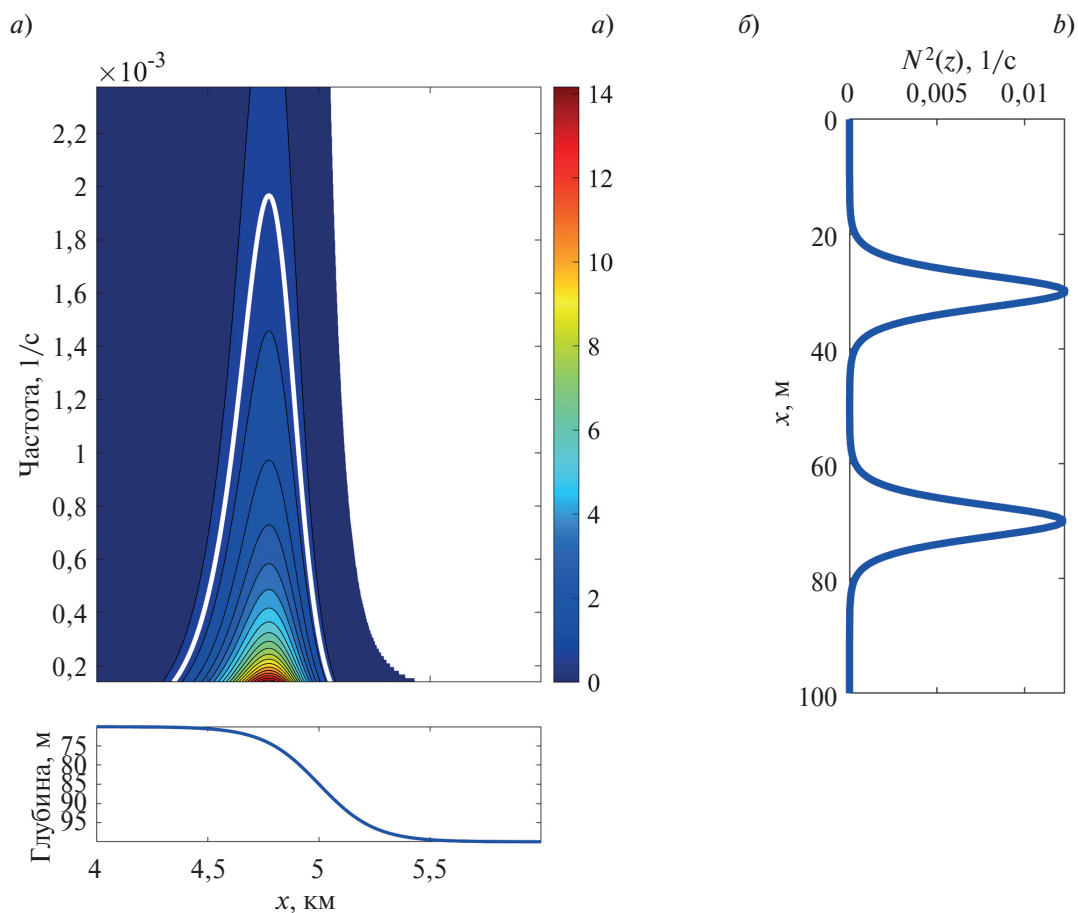


Рис. 2. *a* — значения параметра α для диапазона периодов от 7 мин до 2 ч в эксперименте 3; *b* — квадрат частоты Вэйсälä-Брента

Fig. 2. *a* — values of the parameter α for the range of periods from 7 min to 2 h in experiment 3; *b* — Väisälä-Brent frequency squared

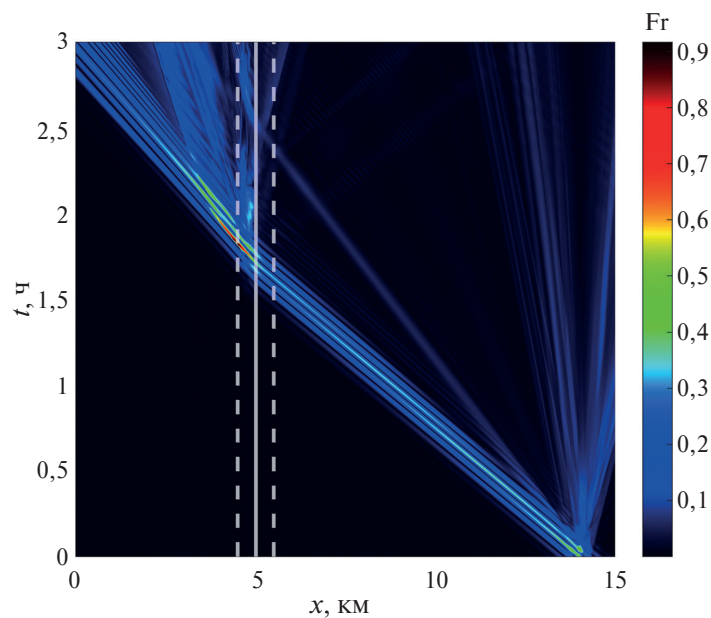


Рис. 3. *X* — *t* диаграмма значений чисел Фруда для эксперимента 1

Fig. 3. *X* — *t* diagram of Froude number values for experiment 1

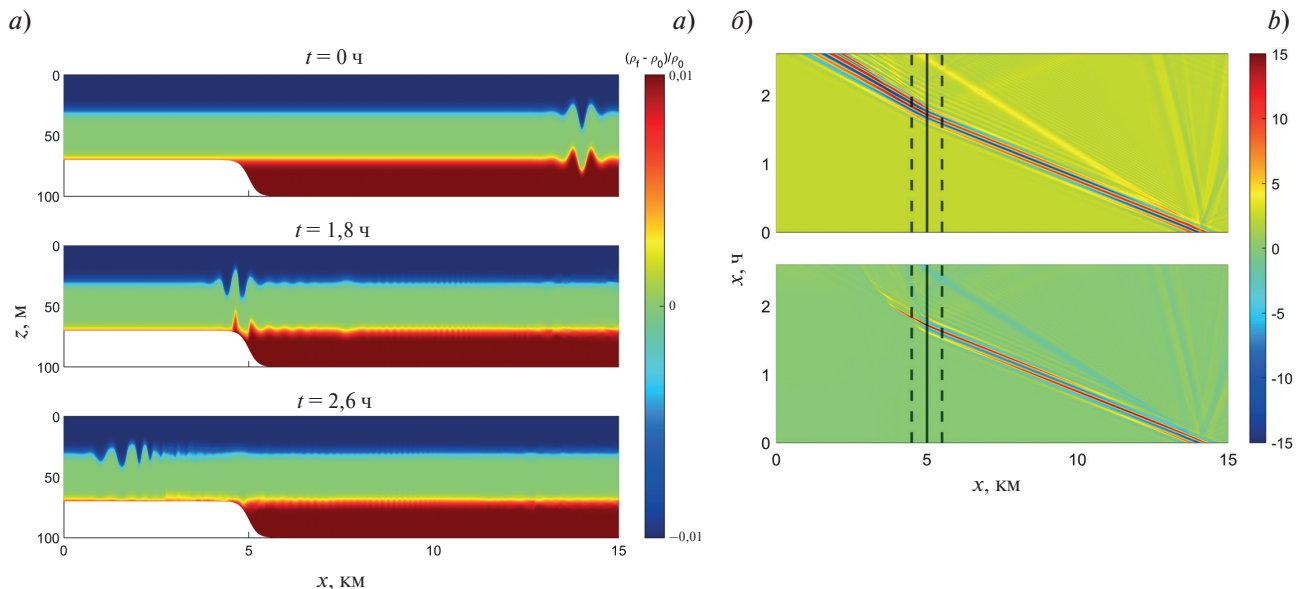


Рис. 4. *a* — поле аномалии плотности до, во время и после взаимодействия с уступом; *b* — $x - t$ диаграмма смещений изопикн, расположенных в верхнем и нижнем пикноклине для эксперимента 1

Fig. 4. *a* — density anomaly field before, during and after interaction with the step; *b* — $x - t$ diagram of displacements of isopycnals located in the upper and lower pycnoclines for experiment 1

На рис. 5 представлены амплитудные спектры для изопикн, расположенных в верхнем и нижнем пикноклине, для всех четырех исследуемых случаев. Здесь уже более отчетливо видно, как возрастает энергия в верхнем пикноклине после взаимодействия с уступом, тогда как на нижней границе раздела слоев амплитудный спектр после ступеньки имеет нулевые амплитуды.

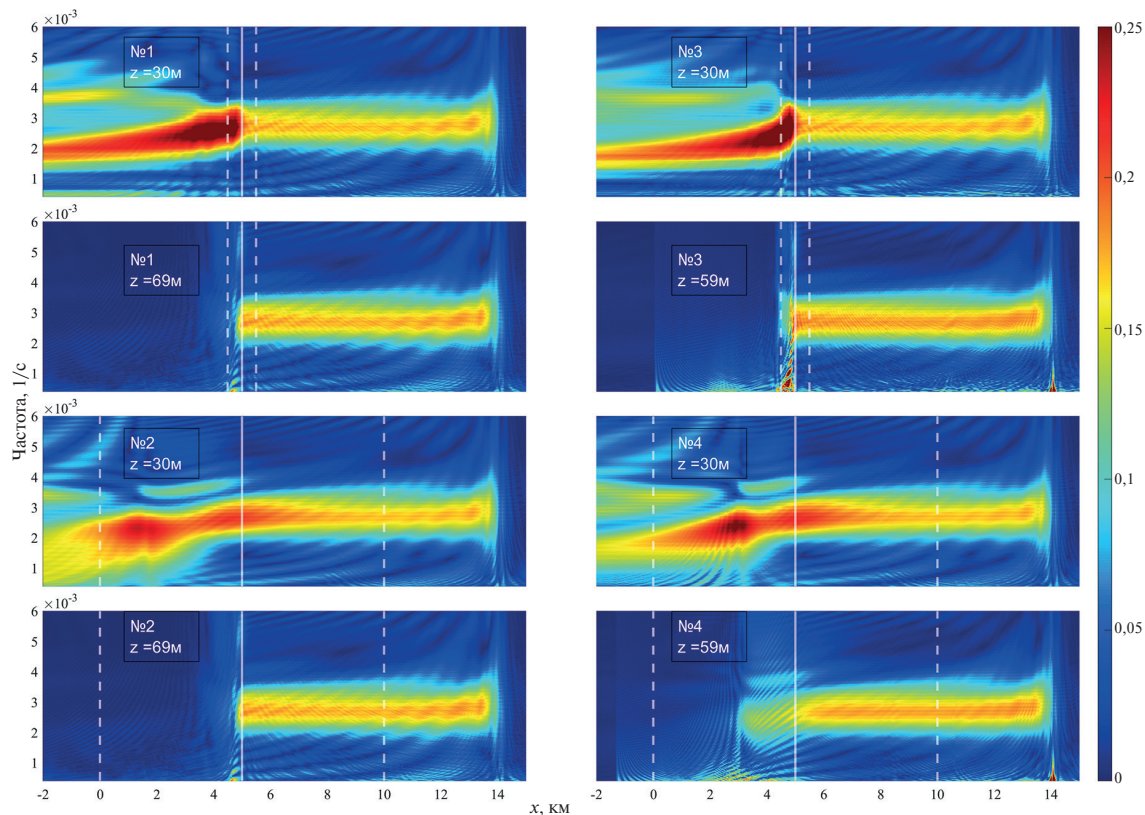


Рис. 5. Амплитудные спектры для изопикн, находящихся в верхнем и нижнем пикноклине, для экспериментов 1—4

Fig. 5. Amplitude spectra for isopycnals located in the upper and lower pycnoclines for experiments 1—4

Проанализируем далее процессы, происходящие в этой модельной ситуации, в терминах энергий.

Кинетическая энергия, сосредоточенная в замкнутой области $(x, z) \in [x_1, x_2] \times [H, 0]$, вычисляется путем интегрирования по этой области произведения квадрата полной скорости на плотность среды:

$$E_k = \int_H^0 \int_{x_1}^{x_2} \rho_f (u^2 + w^2) dx dz. \quad (17)$$

Потенциальная энергия определяется следующим образом:

$$E_p = \int_H^0 \int_{x_1}^{x_2} \rho_f g z dx dz. \quad (18)$$

Таким образом, полная энергия волнового поля вычисляется через сумму кинетической и потенциальной энергий $E = E_k + E_p$, но более физически значимой величиной при оценке нелинейных процессов является псевдоэнергия: $E = E_k + APE$, где APE — доступная потенциальная энергия, определяющая количество потенциальной энергии, доступной для преобразования в кинетическую:

$$APE = \int_H^0 \int_{x_1}^{x_2} \rho_0 (\rho - \rho_{mean}) g z dx dz, \quad (19)$$

где ρ — поле аномалии плотности, ρ_0 — постоянная характерная плотность, ρ_f — поле плотности (см. более подробно, например, в [27]).

На рис. 6 представлены фотографии поля кинетической энергии и полной волновой энергии при взаимодействии бризера с уступом дна. В верхней зоне уступа при $t = 1,8$ ч пучок энергии с нижнего пикноклина вытягивается вверх, при этом на верхнем пикноклине над ним энергия возрастает.

В завершение анализа представим также диаграмму вероятностей превышения уровня для придонных скоростей (рис. 7). До уступа скорости разных знаков распределены почти симметрично, а вот после уступа асимметрия весьма значительна, с большим положительным пиком на самом его краю, а затем — с более длинными «хвостами» функции распределения вероятностей превышения уровня для отрицательных

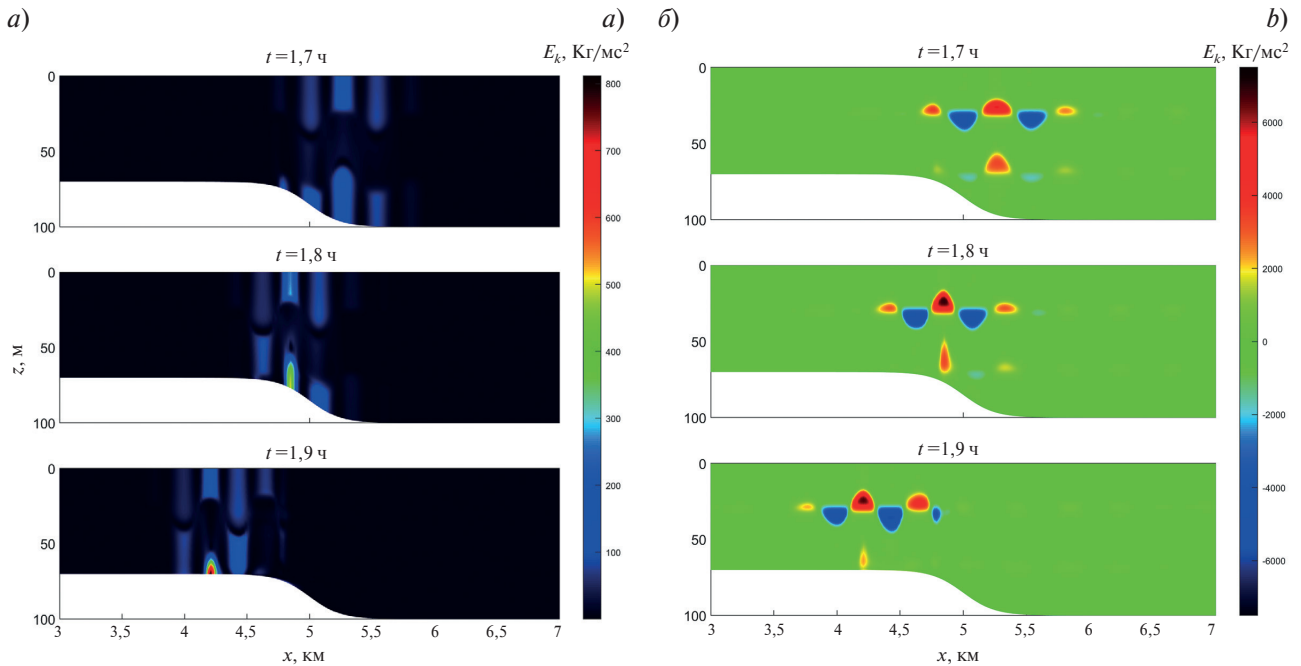


Рис. 6. Изменение поля кинетической энергии (а) и полной энергии (б) при взаимодействии бризера с уступом дна для эксперимента 1

Fig. 6. Change in the field of kinetic energy (a) and total energy (b) during the interaction of the breather with the bottom step for experiment 1

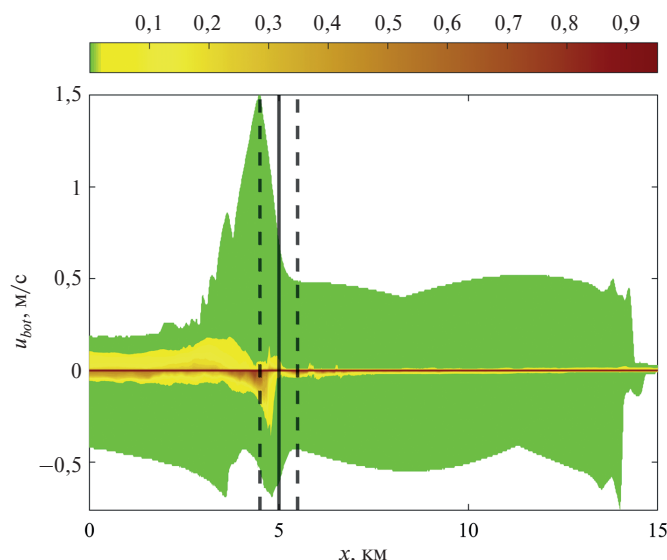


Рис. 7. Диаграмма вероятностей превышения уровня придонных скоростей для эксперимента 1

Fig. 7. Diagram of exceedance probability of the level of bottom velocities for experiment 1

волновой энергии, ни как такового обрушения — волна лишь сильно укручается в верхней зоне уступа, а затем быстро «расплывается» и затухает. При этом на верхнем пикноклине из-за перехода в двухслойную среду бризер трансформируется в волновой пакет, энергия которого, однако, превосходит ту, что была там до уступа. Мы проанализировали пространственно-временные диаграммы, амплитудные спектры и фотографии поля энергии в различные моменты времени. На всех анализируемых рисунках заметно усиление верхнего волнового пакета и постепенное «исчезновение» нижнего. Особенно отчетливо это заметно при визуализации полей энергии: можно наблюдать, как в момент взаимодействия с дном нижний пакет максимально сжимается и выделяет большую часть энергии в верхний пикноклин.

Финансирование

Представленные результаты получены в рамках государственного задания в сфере научной деятельности (тема № FSWE-2023-0004 «Нелинейная волновая динамика прибрежной зоны в условиях меняющегося климата и антропогенного воздействия») и при поддержке гранта Президента РФ по государственной поддержке ведущих научных школ РФ НШ-70.2022.1.5.

Funding

The presented results were obtained within the framework of the state assignment in the sphere of scientific activity (theme No. FSWE-2023-0004 “Nonlinear wave dynamics of the coastal zone under changing climate and anthropogenic impact”) and with the support of the grant of the President of the Russian Federation on the state support of leading scientific schools of the Russian Federation NSH-70.2022.1.5.

Литература

1. Pineda J. Internal tidal bores in the nearshore: Warm-water fronts, seaward gravity currents and the onshore transport of neustonic larvae // Journal of Marine Research. 1994. Vol. 52, No. 3 P. 427–458. doi:10.1357/0022240943077046
2. Inall M.E. Internal wave induced dispersion and mixing on a sloping boundary // Geophysical Research Letters. 2009. Vol. 36. Art. No. L05604. doi:10.1029/2008GL036849
3. Bourgault D., Morsilli M., Richards C., Neumeier U., Kelley D.E. Sediment resuspension and nepheloid layers induced by long internal solitary waves shoaling orthogonally on uniform slopes // Continental Shelf Research. 2014. Vol. 71. P. 21–33. doi: 10.1016/j.csr.2013.10.019
4. Aghsaee P., Boegman L., Lamb K.G. Breaking of shoaling internal solitary waves // Journal of Fluid Mechanics. 2010. Vol. 659. P. 289–317. doi:10.1017/S002211201000248X

скоростей и с более короткими — для положительных значений. Максимальные значения скоростей придонных течений достигаются в самой верхней зоне уступа — там же, где и максимальные значения чисел Фруда, и сверхкритические значения параметра α для максимально большого диапазона частот. Пиковые значения скоростей примерно в 3 раза превышают «фоновый» уровень максимальных скоростей для других областей трассы. После уступа происходит интенсификация разнонаправленных движений — расширяется зона более высоких вероятностей, значения орбитальной скорости 0,1–0,15 м/с достигаются уже с вероятностью 0,2.

4. Заключение

Трансформация бризера внутренней волны над уступом в трехслойной жидкости интересна тем, что на нижнем пикноклине, упирающемся полностью или частично в уступ дна, волны как будто бы почти исчезают сразу после уступа. При этом мы не наблюдаем ни активного отражения

5. Nakayama K., Sato T., Shimizu K., Boegman L. Classification of internal solitary wave breaking over a slope // *Physical Review Fluids*. 2019. Vol. 4, No. 1. P. 014801. doi:10.1103/PhysRevFluids.4.014801
6. Nakayama K., Shintani T., Kokubo K. et al. Residual current over a uniform slope due to breaking of internal waves in a two-layer system // *Journal of Geophysical Research: Oceans*. 2012. Vol. 117, C10: C10002. doi:10.1029/2012JC008155
7. Nakayama K., Imberger J. Residual circulation due to internal waves shoaling on a slope // *Limnology and Oceanography*. 2010. Vol. 55, No. 3. P. 1009. doi:10.4319/lo.2010.55.3.1009
8. Sutherland B.R., Barrett K.J., Ivey G.N. Shoaling internal solitary waves // *Journal of Geophysical Research: Oceans*. 2013. Vol. 118, No. 9. P. 4111–4124. doi:10.1002/jgrc.20291
9. Grimshaw R., Pelinovsky E., Talipova T. The modified Korteweg-de Vries equation in the theory of large-amplitude internal waves // *Nonlinear Processes in Geophysics*. 1997. Vol. 4. P. 237–250.
10. Lamb K.G., Polukhina O., Talipova T. et al. Breather generation in fully nonlinear models of a stratified fluid // *Physical Review E*. 2007. Vol. 75. No. 4. P. 046306. doi:10.1103/PhysRevE.75.046306
11. Rouvinskaya E., Talipova T., Kurkina O., Soomere T., Tyugin D. Transformation of internal breathers in the idealised shelf sea conditions // *Continental Shelf Research*. 2015. Vol. 110. P. 60–71. doi:10.1016/j.csr.2015.09.017
12. Terletska K., Jung K.T., Talipova T. et al. Internal breather-like wave generation by the second mode solitary wave interaction with a step // *Physics of Fluids*. 2016. Vol. 28. P. 116602. doi:10.1063/1.4967203
13. Лобовиков П.В., Куркина О.Е., Куркин А.А., Кокоулина М.В. Трансформация бризера внутренних волн первой моды над вертикальным уступом в трехслойной жидкости // *Известия РАН. Физика атмосферы и океана*. 2019. Т. 55, № 6. С. 182–193. doi:10.31857/S0002-3515556182-193
14. Талалушкина Л.В., Куркина О.Е., Куркин А.А., Гиниятуллин А.Р. Распространение пакета внутренних волн в почти трехслойном море над крутым шельфом // *Экологическая безопасность прибрежной и шельфовой зон моря*. 2021. № 4. С. 5–26. doi:10.22449/2413-5577-2021-4-5-26
15. Рувинская Е.А., Тюгин Д.Ю., Куркина О.Е., Куркин А.А. Зонирование по типам плотностной стратификации вод Балтийского моря в контексте динамики внутренних гравитационных волн // *Фундаментальная и прикладная гидрофизика*. 2018. Т. 11, № 1. С. 46–51. doi:10.7868/S2073667318010057
16. Grimshaw R., Pelinovsky D., Pelinovsky E., Slunyaev A. Generation of Large-Amplitude Solitons in the Extended Korteweg — de Vries Equation // *Chaos*. 2002. Vol. 12, No. 4. P. 1070–1076. doi:10.1063/1.1521391
17. Nakayama K., Lamb K. Breathers in a three-layer fluid // *Journal of Fluid Mechanics*. 2020. Vol. 903(A40). doi:10.1017/jfm.2020.653
18. Nakayama K., Lamb K. Breather interactions in a three-layer fluid // *Journal of Fluid Mechanics*. 2023. Vol. 957(A22). doi:10.1017/jfm.2023.1
19. Lamb K. Numerical experiments of internal wave generation by strong tidal flow across a finite amplitude bank edge // *Journal of Geophysical Research*. 1994. Vol. 99(C1). P. 843–864. doi:10.1029/93JC02514
20. Рувинская Е.А., Куркина О.Е., Куркин А.А. Динамика нелинейных внутренних гравитационных волн в слоистых жидкостях. Нижний Новгород: изд-во НГТУ им. П.Е. Алексеева, 2014. 160 с.
21. Boegman L., Ivey G.N., Imberger J. The degeneration of internal waves in lakes with sloping topography // *Limnology and Oceanography*. 2005. Vol. 50, No. 5. P. 1620–1637. doi:10.4319/lo.2005.50.5.1620
22. la Forgia G., Tokyay T., Adduce C., Constantinescu G. Numerical investigation of breaking internal waves // *Physical Review Fluids*. 2018. Vol. 3. Doi: 10.1103/PhysRevFluids.3.104801
23. Hall R.A., Huthnance J.M., Williams R.G. Internal Wave Reflection on Shelf Slopes with Depth-Varying Stratification // *Journal of Physical Oceanography*. 2013. Vol. 43, No. 2. P. 248–258. doi:10.1175/JPO-D-11-0192.1
24. Mayer F.T., Fringer O.B. An unambiguous definition of the Froude number for lee waves in the deep ocean // *Journal of Fluid Mechanics*. 2017. Vol. 831(R3). Doi: 10.1017/JFM.2017.701
25. Michallet H., Ivey G.N. Experiments on mixing due to internal solitary waves breaking on uniform slopes // *Journal of Geophysical Research: Oceans*. 1999. Vol. 104(C6). P. 13467–13477. doi:10.1029/1999JC900037
26. Arthur R.S. Numerical Investigation of Breaking Internal Waves on Slopes: Dynamics, Energetics, and Transport. Thesis (Ph.D.)-Stanford University, 2015. URL: <https://purl.stanford.edu/nx718hm4117>
27. Lamb K. On the calculation of the available potential energy of an isolated perturbation in a density-stratified fluid // *Journal of Fluid Mechanics*. 2008. Vol. 597. P. 415–427. doi:10.1017/S0022112007009743

References

1. Pineda J. Internal tidal bores in the nearshore: Warm-water fronts, seaward gravity currents and the onshore transport of neustonic larvae. *Journal of Marine Research*. 1994, 52, 3, 427–458. doi:10.1357/0022240943077046

2. Inall M.E. Internal wave induced dispersion and mixing on a sloping boundary. *Geophysical Research Letters*. 2009, 36, L05604. doi:10.1029/2008GL036849
3. Bourgault D., Morsilli M., Richards C., Neumeier U., Kelley D.E. Sediment resuspension and nepheloid layers induced by long internal solitary waves shoaling orthogonally on uniform slopes. *Continental Shelf Research*. 2014, 71, 21–33. doi: 10.1016/j.csr.2013.10.019
4. Aghsaei P., Boegman L., Lamb K.G. Breaking of shoaling internal solitary waves. *Journal of Fluid Mechanics*. 2010, 659, 289–317. doi:10.1017/S002211201000248X
5. Nakayama K., Sato T., Shimizu K., Boegman L. Classification of internal solitary wave breaking over a slope. *Physical Review Fluids*. 2019, 4(1), 014801. doi:10.1103/PhysRevFluids.4.014801
6. Nakayama K., Shintani T., Kokubo K. Residual current over a uniform slope due to breaking of internal waves in a two-layer system. *Journal of Geophysical Research: Oceans*. 2012, 117(C10), C10002. doi:10.1029/2012JC008155
7. Nakayama K., Imberger J. Residual circulation due to internal waves shoaling on a slope. *Limnology and Oceanography*. 2010, 55(3), 1009. doi:10.4319/lo.2010.55.3.1009
8. Sutherland B.R., Barrett K.J., Ivey G.N. Shoaling internal solitary waves. *Journal of Geophysical Research: Oceans*. 2013, 118(9), 4111–4124. doi:10.1002/jgrc.20291
9. Grimshaw R., Pelinovsky E., Talipova T. The modified Korteweg-de Vries equation in the theory of large-amplitude internal waves. *Nonlinear Processes in Geophysics*. 1997, 4, 237–250.
10. Lamb K.G., Polukhina O., Talipova T., et al. Breather generation in fully nonlinear models of a stratified fluid. *Physical Review E*. 2007, 75(4), 046306. doi:10.1103/PhysRevE.75.046306
11. Rouvinskaya E., Talipova T., Kurkina O., Soomere T., Tyugin D. Transformation of internal breathers in the idealised shelf sea conditions. *Continental Shelf Research*. 2015, 110, 60–71. doi:10.1016/j.csr.2015.09.017
12. Terletska K., Jung K.T., Talipova T. et al. Internal breather-like wave generation by the second mode solitary wave interaction with a step. *Physics of Fluids*. 2016, 28, 116602. doi:10.1063/1.4967203
13. Lobovikov P.V., Kurkina O.E., Kurkin A.A., Kokoulina M.V. Transformation of the first mode breather of internal waves above a bottom step in a three-layer fluid. *Izvestiya, Atmospheric and Oceanic Physics*. 2019, 55, 6, 650–661. doi:10.1134/S0001433819060094
14. Talalushkina L.V., Kurkina O.E., Kurkin A.A., Giniyatullin A.R. Shoaling of an Internal Wave Packet in an almost Three-Layer Sea over a Steep Shelf. *Ecological Safety of Coastal and Shelf Zones of Sea*. 2021, 4, 5–26. doi:10.22449/2413-5577-2021-4-5-26 (in Russian)
15. Rouvinskaya E.A., Tyugin D.Y., Kurkina O.E., Kurkin A.A. Mapping of the Baltic Sea by the Types of Density Stratification in the Context of Dynamics of Internal Gravity Waves. *Fundamental and Applied Hydrophysics*. 2018, 11, 1, 46–51. doi:10.7868/S2073667318010057 (in Russian).
16. Grimshaw R., Pelinovsky D., Pelinovsky E., Slunyaev A. Generation of Large-Amplitude Solitons in the Extended Korteweg — de Vries Equation. *Chaos*. 2002, 12, 4, 1070–1076. doi:10.1063/1.1521391
17. Nakayama K., Lamb K. Breathers in a three-layer fluid. *Journal of Fluid Mechanics*. 2020, 903(A40). doi:10.1017/jfm.2020.653
18. Nakayama K., Lamb K. Breather interactions in a three-layer fluid. *Journal of Fluid Mechanics*. 2023, 957(A22). doi:10.1017/jfm.2023.1
19. Lamb K. Numerical experiments of internal wave generation by strong tidal flow across a finite amplitude bank edge. *Journal of Geophysical Research*. 1994, 99(C1), 843–864. doi:10.1029/93JC02514
20. Rouvinskaya E.A., Kurkina O.E., Kurkin A.A. Dynamics of nonlinear internal gravity waves in layered fluids. *Nizhny Novgorod, Publishing house NNSTU n. a. R.E. Alekseev*, 2014. 160 p.
21. Boegman L., Ivey G.N., Imberger J. The degeneration of internal waves in lakes with sloping topography. *Limnology and Oceanography*. 2005, 50, 5, 1620–1637. doi:10.4319/lo.2005.50.5.1620
22. la Forgia G., Tokyay T., Adduce C., Constantinescu G. Numerical investigation of breaking internal waves. *Physical Review Fluids*. 2018, 3. doi:10.1103/PhysRevFluids.3.104801
23. Hall R.A., Huthnance J.M., Williams R.G. Internal wave reflection on shelf slopes with depth-varying stratification. *Journal of Physical Oceanography*. 2013, 43, 2, 248–258. doi:10.1175/JPO-D-11-0192.1
24. Mayer F.T., Fringer O.B. An unambiguous definition of the Froude number for lee waves in the deep ocean. *Journal of Fluid Mechanics*. 2017, 831(R3). doi:10.1017/JFM.2017.701
25. Michallet H., Ivey G.N. Experiments on mixing due to internal solitary waves breaking on uniform slopes. *Journal of Geophysical Research: Oceans*. 1999, 104(C6), 13467–13477. doi:10.1029/1999JC900037
26. Arthur R.S. Numerical investigation of breaking internal waves on slopes: Dynamics, energetics, and transport. *Thesis (Ph.D.)-Stanford University*. 2015. URL: <https://purl.stanford.edu/nx718hm4117>

Перестройка полнонелинейного бризероподобного пакета внутренних волн над донным уступом в слоистой среде
Transformation of a fully nonlinear breather-like package of internal waves over a bottom step in a layered fluid

27. Lamb K. On the calculation of the available potential energy of an isolated perturbation in a density-stratified fluid. *Journal of Fluid Mechanics*. 2008, 597, 415–427. doi:10.1017/S0022112007009743

Об авторах

САННИКОВ Николай Александрович, РИНЦ Author ID: 1202690, ORCID ID: 0000-0001-9609-9786, Sannikov_na@mail.ru

КУРКИНА Оксана Евгеньевна, РИНЦ Author ID: 40952, ORCID ID: 0000-0002-4030-2906, Scopus Author ID: 36676379700, WoS Researcher ID: G-9577-2011, Oksana.Kurkina@mail.ru

РУВИНСКАЯ Екатерина Александровна, РИНЦ Author ID: 719476, ORCID ID: 0000-0002-3858-1731, Scopus Author ID: 54789183300, WoS Researcher ID: A-2868-2014, e.rouvinskaya@gmail.com

КУРКИН Андрей Александрович, РИНЦ Author ID: 35546, ORCID ID: 0000-0003-3828-6406, Scopus Author ID: 7003446660, WoS Researcher ID: A-1972-2014, aakurkin@gmail.com