

УДК 532.5:551.465

© В. В. Булатов^{1*}, И. Ю. Владимиров², 2023

¹Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, 119526, Москва, пр. Вернадского, д. 101–1.

²Институт океанологии им. П.П. Ширшова РАН, 117997, Москва, Нахимовский проспект, д. 36.

*internalwave@mail.ru

СИЛОВОЕ ВОЗДЕЙСТВИЕ ПОТОКА БЕСКОНЕЧНО ГЛУБОКОЙ ЖИДКОСТИ НА ИСТОЧНИК ПОД ЛЕДЯНЫМ ПОКРОВОМ

Статья поступила в редакцию 10.03.2023, после доработки 23.07.2023, принята в печать 30.08.2023

Аннотация

Характерным природным фактором полярных районов Мирового океана и замерзающих морских акваторий является наличие ледяного покрова. Плавающий ледяной покров, определяющий динамическое взаимодействие между океаном и атмосферой, влияет на динамику не только морской поверхности, но и подповерхностных вод, при этом в общем движении по вертикали участвует как ледяной покров, так и вся масса жидкости под ним. Решена задача о расчете силового воздействия потока бесконечно глубокой однородной жидкости на локализованный источник, находящийся под ледяным покровом. Предполагается, что ледяной покров является сплошным, то есть его горизонтальные масштабы превышают длины возбуждаемых волн и, при достаточно естественных условиях, моделируется тонкой упругой пластиной, деформации которой малы и пластина является физически линейной. В плоской постановке получено интегральное представление решения для волнового сопротивления и подъемной силы, которые возникают из-за наличия ледяного покрова и действуют на источник. Представлены результаты расчетов силового воздействия, действующего на локализованный источник, моделирующий затупленное полубесконечное тело конечной ширины, и диполь, моделирующий цилиндр, для различных значений скорости набегающего потока и глубины их погружения. Численные расчеты показывают, что по мере увеличения глубины погружения источника силовое воздействие потока жидкости, возникающее из-за наличия ледяного покрова, уменьшается. Зависимости волнового сопротивления и подъемной силы от скорости набегающего потока жидкости демонстрируют качественно разный характер поведения. Полученные результаты с различными значениями входящих в них физических параметров позволяют провести оценку характеристик возмущений ледяного покрова и его воздействия на различные источники возмущения природного и антропогенного характера, наблюдаемых в реальных морских условиях.

Ключевые слова: ледяной покров, возвышение поверхности раздела, локализованный источник, силовое воздействие

© V. V. Bulatov^{1*}, I. Yu. Vladimirov², 2023

¹Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics RAS, Pr. Vernadskogo 101–1, Moscow, 119526, Russia

²Shirshov Institute of Oceanology, Russian Academy of Sciences, 36 Nakhimovsky Prosp., Moscow, 117997, Russia

*internalwave@mail.ru

FORCE IMPACT OF A FLOW OF AN INFINITELY DEEP LIQUID ON A SOURCE UNDER ICE COVER

Received 10.03.2023, Revised 23.07.2023, Accepted 30.08.2023

Abstract

A characteristic natural factor of the polar regions of the World Ocean and freezing sea areas is the presence of ice cover. The floating ice cover, which determines the dynamic interaction between the ocean and the atmosphere, affects the dynamics of not only the sea surface, but also subsurface waters, while both the ice cover and the entire mass of liquid beneath it participate in the general vertical movement. It is assumed that the ice cover is continuous, that is, its horizontal scales exceed the lengths of the excited waves and, under fairly natural conditions, is modeled by a thin elastic plate, the deformations of which are small and the plate is physically linear. The problem of calculating the force impact of a flow of an infinitely deep homogeneous liquid on a localized source under the ice cover is solved. The problem is solved for the two-dimensional case. Integral representation of the

Ссылка для цитирования: Булатов В.В., Владимиров И.Ю. Силовое воздействие потока бесконечно глубокой жидкости на источник под ледяным покровом // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2023. Т. 16, № 3. С. 120–128. doi:10.59887/2073-6673.2023.16(3)-9

For citation: Bulatov V.V., Vladimirov I. Yu. Force Impact of a Flow of an Infinitely Deep Liquid on a Source Under Ice Cover. *Fundamental and Applied Hydrophysics*. 2023, 16, 3, 120–128. doi:10.59887/2073-6673.2023.16(3)-9

solution for wave drag and lift is obtained, which arise due to the presence of an ice cover and act on the source. The results of calculations of the force action acting on a localized source, simulating a blunt semi-infinite body of finite width, and a dipole, simulating a cylinder, are presented for various values of the oncoming flow velocity and their immersion depth. Numerical calculations show that as the depth of the source immersion increases, the force effect of the fluid flow, which occurs due to the presence of an ice cover, decreases. The dependences of the wave resistance and lift force on the velocity of the incoming fluid flow demonstrate a qualitatively different behavior. The obtained results with different values of the physical parameters included in them make it possible to evaluate the characteristics of ice cover disturbances and its impact on various sources of natural and anthropogenic disturbances observed in real marine conditions.

Keywords: ice cover, interface elevation, force impact, localized source

1. Введение

Характерным природным фактором полярных районов Мирового океана и замерзающих морских акваторий является наличие ледяного покрова. Плавающий ледяной покров, определяющий динамическое взаимодействие между океаном и атмосферой, влияет на динамику не только морской поверхности, но и подповерхностных вод, при этом в общем движении по вертикали участвует как ледяной покров, так и вся масса жидкости под ним [1–6]. Причинами деформации ледяной поверхности в природных условиях могут быть, например, импульсные и периодические изменения давления, подводные источники различной физической природы (в том числе подводные взрывы), движущиеся по льду нагрузки постоянной и переменной интенсивности, локализованные возмущения морской поверхности [1, 5, 7–9]. Волновые процессы под ледяным покровом проявляются в его деформации, которая зависит от физико-механических свойств льда. Воздействием волн можно объяснить такие явления как образование трещин в сплошных ледяных полях, разрушение льда в прикромочных зонах, взламывание припая [2, 3, 6, 9].

Изучение волновых процессов в море с плавающим ледяным покровом актуально для исследования его реакции на различные гидродинамические возмущения, движущиеся надводные и подводные суда, процессы распада ледяных полей в интересах судоходства, а также совершенствования методов дистанционного зондирования поверхности ледяного покрытия. Практический интерес к воздействию ледяного покрова на подводные препятствия обусловлен тем, что при наличии водной толщи обтекаемое потоком препятствие генерирует волны на поверхности раздела льда и морской среды и, следовательно, оно испытывает дополнительное волновое сопротивление, расчет которого необходим при проектировании различных сооружений [2, 7, 9]. С другой стороны, эти поверхностные возмущения несут информацию, как о самих источниках возмущений, так и о характеристиках морской среды подо льдом, и они могут быть зарегистрированы с помощью специальных средств, прежде всего, радиолокационных и оптических систем [2, 10–12]. Для дальнейшего развития методов контролирующего мониторинга морских акваторий с ледяным покровом, основанных на данных, получаемых средствами дистанционного зондирования поверхности льда, важно знать, как, в частности, зависит характер силового воздействия морских течений на подводные источники различной физической природы от скорости потока, глубины погружения источника, иных существенных гидродинамических параметров [2, 7, 9].

Генерации волновых возмущений на границе льда и жидкости от обтекаемых подводных препятствий посвящены многочисленные исследования как в лабораторных опытах, так и в рамках теоретических работ. Современное состояние проблемы и подробный обзор работ содержится в [2, 9, 13–15]. Обычно предполагается, что ледяной покров является сплошным, то есть его горизонтальные масштабы превышают длины возбуждаемых волн и, при достаточно естественных условиях, моделируется тонкой упругой пластиной, деформации которой малы и пластина является физически линейной [9, 14–18]. Целью настоящей работы является решение ранее не рассмотренной задачи о расчете силового воздействия потока бесконечно глубокой однородной жидкости на источник под ледовым покровом.

2. Постановка задачи

Рассматривается поток идеальной несжимаемой бесконечно глубокой жидкости, который обтекает точечный источник массы мощности $q = q_0 e^{\varepsilon t}$, $q_0, \varepsilon = \text{const}$, $\varepsilon > 0$, далее в полученном решении ищется предел при $\varepsilon \rightarrow 0$. Сверху течение ограничено ледовым покровом толщиной l . Ось $O\xi$ совпадает с невозмущенной границей раздела жидкости плотности ρ_0 и льда с плотностью ρ_1 . Скорость потока направлена вдоль оси ξ и равна V , источник расположен в точке $(0, -h)$, задача плоская. Предполагая течение потенциальным, поле горизонтальных скоростей $U(\xi, y)$ можно представить в виде [19–21]:

$$U(\xi, y, t) = V + q_0 e^{\varepsilon t} u_1(\xi, y) + q_0 e^{\varepsilon t} u(\xi, y), \quad (2.1)$$

$$u_1(\xi, y) = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{\xi}{\xi^2 + (y+h)^2} + \frac{\xi}{\xi^2 + (y-h)^2} \right),$$

где $u_1(\xi, y)$ — горизонтальная скорость от системы двух источников единичной интенсивности, расположенных симметрично относительно оси 0ξ . Тогда в линейном приближении математическая постановка задачи для функции $u(\xi, y)$ формулируется следующим образом [9, 13, 15]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} &= 0, \\ \frac{D^2 u}{Dt^2} + g \frac{\partial u}{\partial y} - C \frac{\partial^3 u}{\partial \xi^2 \partial y} + B \frac{\partial^5 u}{\partial \xi^4 \partial y} + A \frac{D^2}{Dt^2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right) &= -\frac{D^2 u_1}{Dt^2}, \text{ при } y = 0, \\ u &\rightarrow 0, \text{ при } y \rightarrow -\infty, \\ \frac{D}{Dt} &= \varepsilon + V \frac{\partial}{\partial \xi}, \quad A = \frac{l\rho_1}{\rho_0}, \quad B = \frac{El^3}{12\rho_0(1-\nu^2)}, \quad C = \frac{\sigma l}{\rho_0}, \end{aligned} \quad (2.2)$$

где g — ускорение свободного падения, E — модуль Юнга льда, ν — коэффициент Пуассона, σ — начальное напряжение. Характерные значения этих величин в морских условиях равны [2, 3, 9]: $\rho_0 = 1025 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, $\rho_1 = 0,9\rho_0$, $E = 3 \cdot 10^9$ Па, $\nu = 0,3$, $\sigma = 10^5$ Па. В терминах фурье-образа возмущения горизонтальной скорости

$$\Phi(k, y) = \int_{-\infty}^{\infty} u(\xi, y) \exp(ik\xi) d\xi$$

исходная задача (2.2) формулируется следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} - k^2 \Phi &= 0 \\ (\varepsilon - ikV)^2 \Phi + \left(g + Ck^2 + Bk^4 + A(\varepsilon - ikV)^2 \right) \frac{\partial \Phi}{\partial y} &= -i(\varepsilon - ikV)^2 \text{sign} k e^{-kh}, \text{ при } y = 0 \\ \Phi &\rightarrow 0, \text{ при } y \rightarrow -\infty. \end{aligned} \quad (2.3)$$

Решение задачи (2.3) имеет вид:

$$\Phi(k, y) = -\frac{i|k|(\varepsilon - ikV)^2 \exp(|k|(y-h))}{k(A|k|+1)(T - (i\varepsilon + kV)^2)}, \quad T = \frac{|k|(g + Ck^2 + Bk^4)}{A|k|+1}.$$

Проведем обратное преобразование Фурье:

$$\begin{aligned} u(\xi, y) &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{F(|k|) \exp(-ik\xi) dk}{k(\Omega^2(|k|) - (i\varepsilon + kV)^2)}, \\ F(k) &= \frac{iV^2 k^3 \exp(k(y-h))}{2\pi(Ak+1)}, \quad \Omega^2(k) = \frac{k(g + Ck^2 + Bk^4)}{Ak+1}, \end{aligned} \quad (2.4)$$

здесь $\Omega(k)$ — дисперсионное соотношение для волн в неподвижной жидкости под ледовым покровом [9, 13, 15]. Отметим, что в числителе подынтегрального выражения в (2.4) выполнен предельный переход при $\varepsilon \rightarrow 0$. Малый параметр ε , для определения направления смещения полюсов подынтегральной функции с действительной оси, сохранен только в знаменателе.

3. Аналитические решения

Представим далее функцию $u(\xi, y)$ в виде суммы

$$u(\xi, y) = \int_0^{\infty} \frac{F(k) \exp(-ik\xi) dk}{k(\Omega^2(k) - (i\varepsilon + kV)^2)} - \int_0^{\infty} \frac{F(k) \exp(ik\xi) dk}{k(\Omega^2(k) - (i\varepsilon - kV)^2)}.$$

Из формулы (1.1) следует, что при $\varepsilon \rightarrow 0$ комплексно-сопряженную скорость течения $W(\zeta) = W(\xi + iy)$ можно представить в виде [—]

$$W(\zeta) = V + \frac{q_0}{2\pi} \left(\frac{1}{\zeta + ih} + \frac{1}{\zeta - ih} \right) + q_0 w(\zeta), \quad (3.1)$$

где $w(\zeta) = u(\xi, y) - iv(\xi, y)$ — регулярная в нижней полуплоскости функция, $v(\xi, y)$ — вертикальная скорость, функция $u(\xi, y)$ определена в (2.4). Тогда из условий Коши-Римана можно получить выражение для поля вертикальной скорости:

$$v(\xi, y) = \int_0^\infty \frac{iF(k) \exp(-ik\xi) dk}{k(\Omega^2(k) - (i\varepsilon + kV)^2)} + \int_0^\infty \frac{iF(k) \exp(ik\xi) dk}{k(\Omega^2(k) - (i\varepsilon - kV)^2)}.$$

Следовательно:

$$w(\zeta) = u(\xi, y) - iv(\xi, y) = 2 \int_0^\infty \frac{F(k) \exp(-ik\xi) dk}{k(\Omega^2(k) - (i\varepsilon + kV)^2)}. \quad (3.2)$$

Для вычисления равнодействующей гидродинамических сил R , приложенных к источнику, воспользуемся формулой Чаплыгина [19, 20]

$$R = X - iY = \frac{i\rho_0}{2} \oint_K W^2(\zeta) d\zeta,$$

где X — горизонтальная реакция, Y — подъемная сила, интегрирование осуществляется по произвольному контуру K , расположенному в нижней полуплоскости и охватывающему источник. Поскольку функция $w(\zeta)$ регулярна в нижней полуплоскости, то из формулы (3.1) следует, что функция $W^2(\zeta)$ имеет в этой области единственную особую точку: $\zeta = -ih$ — полюс второго порядка. Применяя теорему о вычетах, находим [21]:

$$\oint_K W^2(\zeta) d\zeta = 2\pi i \operatorname{res}_{\zeta=-ih} W^2(\zeta),$$

$$\operatorname{res}_{\zeta=-ih} W^2(\zeta) = \frac{q_0}{\pi} \left(V + \frac{iq_0}{4\pi h} + q_0 w(-ih) \right),$$

Следовательно:

$$R = -\rho_0 q_0 \left(V + \frac{iq_0}{4\pi h} + q_0 w(-ih) \right).$$

Далее будем рассматривать величину дополнительной силы $\Delta R = \Delta X + iY$ (ΔX — волновое сопротивление, Y — подъемная сила) к обобщенной силе Жуковского (реактивной силе), равной $-\rho_0 q_0 V$ и действующей на источник. Используя (3.2), можно получить:

$$\Delta R = -i \frac{\rho_0 q_0^2}{4\pi h} - \rho_0 q_0^2 w(-ih), \quad (3.3)$$

$$w(-ih) = \frac{iV^2}{\pi} \int_0^\infty \frac{G(k) dk}{\Omega^2(k) - (i\varepsilon + kV)^2}, \quad G(k) = \frac{k^2 \exp(-2kh)}{Ak + 1}.$$

Дополнительная сила ΔR определяется полюсами подынтегрального выражения (3.3), расположенными вблизи действительной оси, то есть корнями уравнения

$$C^2(k) = \left(V + \frac{i\varepsilon}{k} \right)^2, \quad (3.4)$$

где $C(k) = \frac{\Omega(k)}{k}$ — фазовая скорость волн подо льдом [9]. Уравнение (3.4) при $\varepsilon = 0$ имеет ровно два положительных корня при условии $V > V_* = C(k_*)$, и не имеет действительных корней при $V < V_*$, где k_* — единственный положительный корень уравнения: $2ABk^5 + 3Bk^4 + Ck^2 - 2Agk - g = 0$ [13–15]. Кроме того, $C'(k) < 0$ при $0 < k < k_*$ и $C'(k) > 0$ при $k > k_*$. Далее, считая, что $V > V_*$, обозначим через k_1 и k_2 занумерованные в порядке возрастания действительных частей корни уравнения (3.4), соответствующие положительным

корням невозмущенного уравнения $C(k) = V$. Представим какой-либо из корней $k_j (j = 1, 2)$ уравнения (3.4) в виде: $k_j = K_j + \delta_j$, где K_j — соответствующий положительный корень невозмущенного уравнения. Тогда можно показать, что $\delta_j \sim \frac{i\varepsilon}{K_j C'(K_j)}$ при $\varepsilon \rightarrow 0$, следовательно полюс k_1 подынтегрального выражения в (3.3) смещен в нижнюю полуплоскость, а полюс k_2 в верхнюю. Поэтому при $\varepsilon \rightarrow 0$ полюс k_1 надо обходить по бесконечно малой полуокружности в верхней полуплоскости, а полюс k_2 по бесконечно малой полуокружности в нижней полуплоскости (рис. 1).

В результате можно получить:

$$w(-ih) = \frac{iV^2}{\pi} \left(i\pi(T_1 + T_2) + v.p. \int_0^\infty \frac{G(k)dk}{\Omega^2(k) - V^2 k^2} \right),$$

$$T_j = (-1)^j \operatorname{res}_{k=K_j} \frac{G(k)}{\Omega^2(k) - V^2 k^2} (j = 1, 2),$$

где интеграл понимается в смысле главного значения по Коши. В результате можно получить следующие выражения для волнового сопротивления ΔX и подъемной силы Y

$$\Delta R = \Delta X - iY = \rho_0 q_0^2 V^2 (T_1 + T_2) - i \left(\frac{\rho_0 q_0^2}{4\pi h} + \frac{\rho_0 q_0^2 V^2}{\pi} v.p. \int_0^\infty \frac{G(k)dk}{\Omega^2(k) - V^2 k^2} \right).$$

Источник мощности q_0 моделирует затупленное полубесконечное тело шириной d , где $q_0 = Vd$ [19, 20]. Тогда окончательно имеем:

$$\Delta X = \rho_0 d^2 V^4 (T_1 + T_2),$$

$$Y = \frac{\rho_0 d^2 V^2}{4\pi h} + \frac{\rho_0 d^2 V^4}{\pi} v.p. \int_0^\infty \frac{G(k)dk}{\Omega^2(k) - V^2 k^2}.$$

В аналогичной постановке можно рассмотреть задачу о диполе с моментом m , находящемся под ледовым покровом. Такой диполь, как известно, позволяет моделировать обтекание цилиндра радиуса $a = \sqrt{\frac{m}{2\pi V}}$ [19, 20]. В результате выражения для волнового сопротивления ΔX и подъемной силы Y можно получить в виде:

$$\Delta X = 4\pi^2 \rho_0 a^4 V^4 (D_1 + D_2),$$

$$D_j = (-1)^j \operatorname{res}_{k=K_j} \frac{k^2 G(k)}{\Omega^2(k) - V^2 k^2} (j = 1, 2),$$

$$Y = 4\pi \rho_0 a^4 V^4 v.p. \int_0^\infty \frac{k^2 G(k)dk}{\Omega^2(k) - V^2 k^2} + \frac{\rho_0 a^4 V^2}{2h^3}.$$

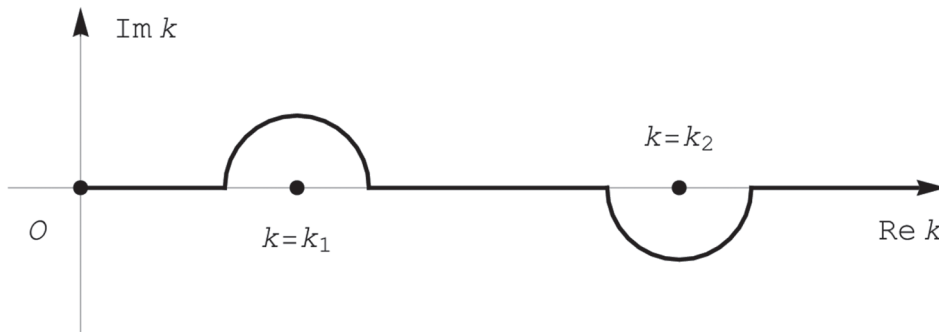


Рис. 1. Контур интегрирования в комплексной плоскости k

Fig. 1. Integration contour in the complex plane k

4. Численные результаты и обсуждение

При больших значениях скорости потока V полюса $K_j (j = 1, 2)$ имеют асимптотики: $K_1 \sim \frac{g}{V^2}$, $K_2 \sim V \sqrt{\frac{A}{B}}$.

Тогда соответствующие асимптотики величин $T_j, D_j (j = 1, 2)$ имеют следующий вид: для источника $T_1 \sim \frac{g}{V^4}$,

$$T_2 \sim \frac{\exp\left(-2hV\sqrt{\frac{A}{B}}\right)}{2AV^2}, \text{ и для диполя } D_1 \sim \frac{g^3}{V^8}, D_2 \sim \frac{\exp\left(-2hV\sqrt{\frac{A}{B}}\right)}{2B}.$$

Поэтому волновое сопротивление источника $\Delta X \rightarrow \rho_0 g d^2$ при $V \rightarrow \infty$, то есть имеет конечный предел, отличный от нуля. Волновое сопротивление диполя стремится к нулю $\Delta X \rightarrow 0$ при $V \rightarrow \infty$.

В данной постановке подъемная сила Y как для источника, так и для диполя имеет конечный предел при $V \rightarrow V_*$ справа, и стремится к бесконечности при $V \rightarrow V_*$ слева, то есть функция $Y(V)$ претерпевает разрыв второго рода при $V = V_*$. В самом деле, при $V \rightarrow V_*$, происходит слияние полюсов K_1 и K_2 , причем если $V > V_*$, то эти полюса расположены на действительной оси, если $V < V_*$ — на комплексной плоскости. Вопрос о влиянии двух сливающихся полюсов на асимптотику $Y(V)$ при $V \rightarrow V_*$ можно исследовать, используя модельный интеграл

$$I(a) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2 - a},$$

где полюса сливаются при $a = 0$, и модельная функция $I(a) = \frac{\pi}{\sqrt{-a}}$, $a < 0$ имеет бесконечный предел при $a \rightarrow 0$ слева, и $I(a) = 0$, $a > 0$ имеет конечный предел при $a \rightarrow 0$ справа.

На рис. 2–5 представлены результаты расчетов волнового сопротивления ΔX , подъемной силы Y источника (рис. 2, 3) и диполя (рис. 4, 5) в зависимости от скорости набегающего потока V и различных значений глубины погружения источника h . Для рис. 2–5 линия 1 — $h = 5$ м, линия 2 — $h = 6$ м, линия 3 — $h = 7$ м, линия 4 — $h = 8$ м. Остальные параметры расчетов, характерные для реальных морских условий, были следующие [2, 3, 7]: толщина льда $l = 0,25$ м, радиус цилиндра, моделируемого диполем $a = 0,5$ м, ширина затупленного полубесконечного тела, моделируемого источником $d = 1$ м. Для этих параметров значение $V_* = 8,9 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Численные расчеты показывают, что по мере увеличения глубины погружения источника силовое воздействие потока жидкости, возникающее из-за наличия ледяного покрова, уменьшается. Зависимости волнового сопротивления и подъемной силы от скорости набегающего потока жидкости демонстрируют качественно разный характер поведения.

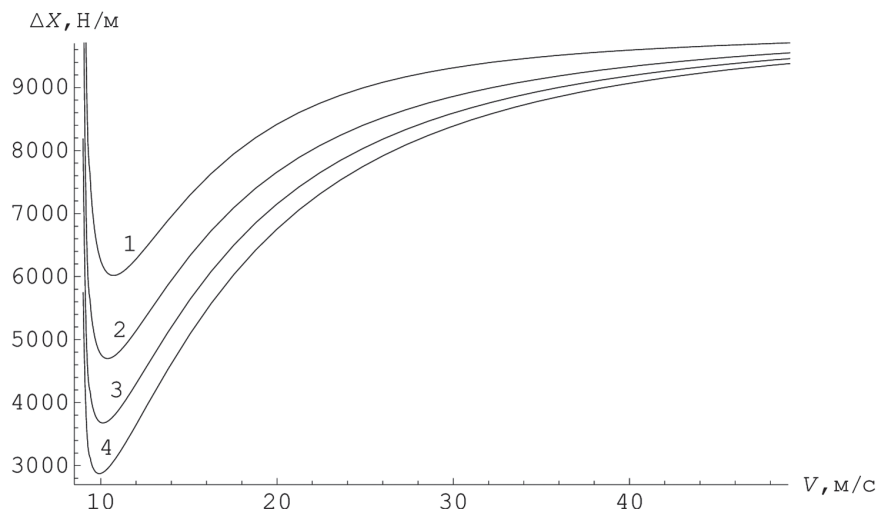


Рис. 2. Волновое сопротивление источника

Fig. 2. Source wave impedance

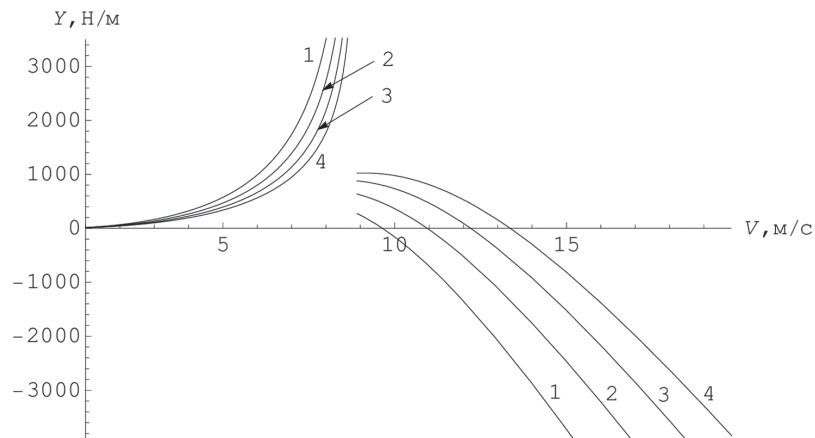


Рис. 3. Подъемная сила источника

Fig. 3. Lifting force of the source

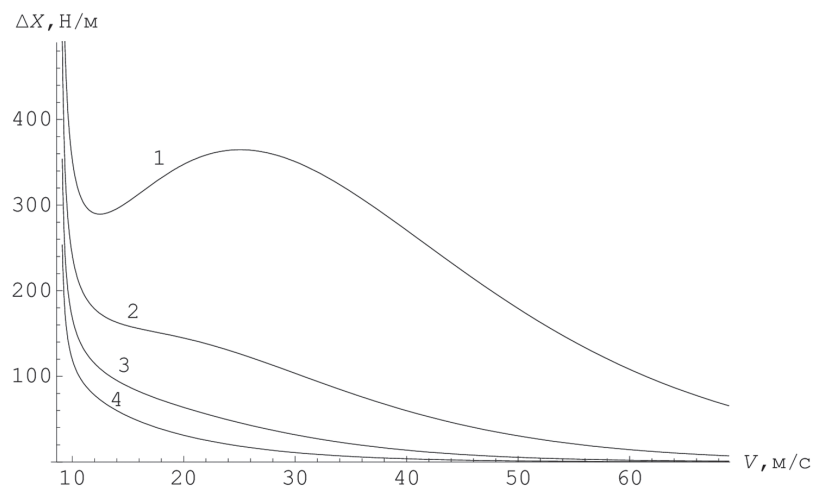


Рис. 4. Волновое сопротивление диполя

Fig. 4. Dipole wave impedance

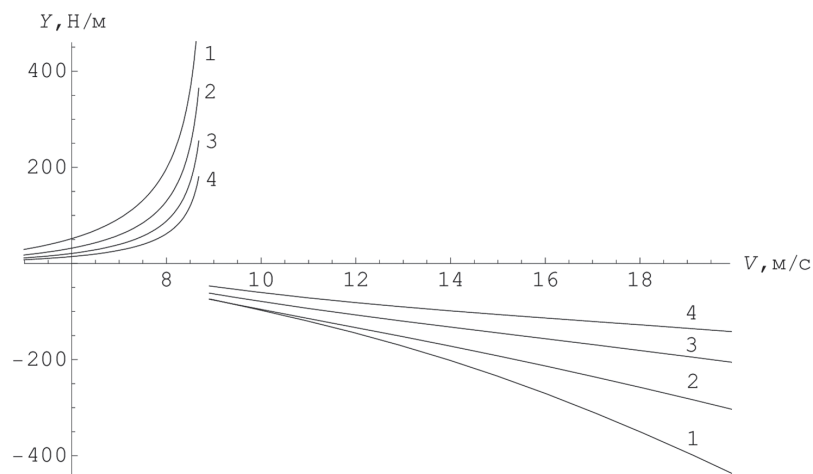


Рис. 5. Подъемная сила диполя

Fig. 5. Lifting force of the dipole

5. Заключение

В работе построены аналитические решения, описывающие силовое воздействие потока бесконечно глубокой однородной жидкости на локализованный источник, находящийся под ледяным покровом. Задача решена в плоской постановке. Получены выражения для волнового сопротивления и подъемной силы для точечного источника (моделирующего затупленное полубесконечное тело конечной ширины) и диполя (моделирующего цилиндр), которые возникают из-за наличия ледяного покрова и действуют на источник. Проведены численные расчеты силового воздействия, действующего на локализованный источник и диполь в зависимости от скорости набегающего потока и глубины погружения источника. Изучены зависимости волнового сопротивления и подъемной силы от скорости набегающего потока жидкости, которые демонстрируют качественно разный характер поведения. Волновое сопротивление источника при достаточно больших скоростях набегающего потока имеет конечный предел, отличный от нуля, при этом волновое сопротивление диполя стремится к нулю.

Подъемная сила как для источника, так и для диполя претерпевает разрыв второго рода при определенных значениях скоростей потока жидкости. Полученные результаты позволяют провести расчет характеристик возмущений ледяного покрова и его воздействия на различные источники возмущения природного и антропогенного характеров, наблюдаемых в реальных морских условиях, а также дают возможность оценить силовые нагрузки от ледяного покрова, действующие на нелокальные источники различной физической природы.

Финансирование

Работа выполнена по гранту РНФ № 23-21-00194.

Funding

The work was carried out under the RNF grant No. 23-21-00194.

Литература

1. Поверхностные и внутренние волны в арктических морях. СПб.: Гидрометеиздат, 2002. 360 с.
2. Mei C.C., Stiassnie M., Yue D.K.-P. Theory and applications of ocean surface waves. Advanced series of ocean engineering. Vol. 42. London: World Scientific Publishing, 2018. 1240 p. doi:10.1142/10212
3. Velarde M.G., Tarakanov R. Yu., Marchenko A.V. (Eds.). The ocean in motion. Series: Springer Oceanography. Springer International Publishing AG, 2018. 625 p. doi:10.1007/978-3-319-71934-4
4. Morozov E.G. Oceanic internal tides: observations, analysis and modeling. Cham: Springer, 2018. 304 p. doi: 10.1007/978-3-319-73159-9
5. Марченко А.В., Морозов Е.Г., Музылев С.В., Шестов А.С. Взаимодействие коротких внутренних волн с ледяным покровом в арктическом фиорде // Океанология. 2010. Т. 50, № 1. С. 23–31.
6. Зырянов В.Н. Сейши подо льдом // Водные ресурсы. 2011. Т. 38, № 3. С. 259–271.
7. Золотухин А.Б., Гудмestad О.Т., Ермаков А.И. Основы разработки шельфовых месторождений и строительство морских сооружений в Арктике. М.: ГУП Издательство «Нефть и газ» РГУ нефти и газа им. И.М. Губкина, 2000. 770 с.
8. Сидняев Н.И. Теоретические исследования гидродинамики при подводном взрыве точечного источника // Инженерный журнал: наука и инновации. 2013. № 2. URL: <https://engjournal.ru/catalog/appmath/hidden/614.html> (дата обращения 09.03.2023)
9. Букатов А.Е. Волны в море с плавающим ледяным покровом. Севастополь: ФГБУН МГИ, 2017. 360 с.
10. Методы, процедуры и средства аэрокосмической радиотомографии приповерхностных областей Земли. Под ред. Нестерова С.В., Шамаева А.С., Шамаева С.И. М.: Научный мир, 1996. 272 с.
11. Булатов В.В., Владимиров Ю.В. Волны в стратифицированных средах. М.: Наука, 2015. 735 с.
12. Свиркунов П.Н., Калашник М.В. Фазовые картины диспергирующих волн от движущихся локализованных источников // Успехи физических наук. 2014. Т. 184, № 1. С. 89–100. doi:10.3367/UFNr.0184.201401d.0089
13. Ильичев А.Т. Уединенные волны в моделях гидродинамики. М.: Физматлит, 2003. 256 с.
14. Ильичев А.Т. Эффективные длины волн огибающей на поверхности воды под ледяным покровом: малые амплитуды и умеренные глубины // Теоретическая и математическая физика. 2021. Т. 28, № 3. С. 387–408. doi:10.4213/tmf10092

15. Савин А.С., Савин А.А. Пространственная задача о возмущениях ледяного покрова движущимся в жидкости диполем // Известия РАН. Механика жидкости и газа. 2015. № 5. С. 16–23.
16. Стурова И.В. Движение нагрузки по ледяному покрову с неравномерным сжатием // Известия РАН. Механика жидкости и газа. 2021. № 4. С. 63–72. doi:10.31857/S0568528121040125
17. Dinvey E., Kalisch H., Parau E.I. Fully dispersive models for moving loads on ice sheets // Journal of Fluid Mechanics. 2019. Vol. 876. P. 122–149. doi:10.1017/jfm.2019.530
18. Sturova I.V. Radiation of waves by a cylinder submerged in water with ice floe or polynya // Journal of Fluid Mechanics. 2015. Vol. 784. P. 373–395. doi:10.1017/jfm.2015.582
19. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.: Физматлит, 1987. 784 с.
20. Сретенский Л.Н. Теория волновых движений жидкости. М.: Наука, 1977. 815 с.
21. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного М.: Физматлит, 1987. 688 с.

References

1. Surface and internal waves in Arctic seas. *St. Petersburg, Gidrometeoizdat*, 2002. 360 p. (in Russian)
2. Mei C.C., Stiassnie M., Yue D.K.-P. Theory and applications of ocean surface waves. Advanced Series of Ocean Engineering. Vol. 42. London, *World Scientific Publishing*, 2018. 1240 p. doi:10.1142/10212
3. Velarde M.G., Tarakanov R. Yu., Marchenko A.V. (Eds.). The ocean in motion. *Springer Oceanography. Springer International Publishing AG*, 2018. 625 p. doi:10.1007/978-3-319-71934-4
4. Morozov E.G. Oceanic internal tides: observations, analysis and modeling. *Cham, Springer*, 2018. 304 p. doi:10.1007/978-3-319-73159-9
5. Marchenko A.V., Morozov E.G., Muzylev S.V., Shestov A.S. Interaction of short internal waves with the ice cover in an Arctic fjord. *Oceanology*. 2010, 50(1), 18–27. doi:10.1134/S0001437010010029
6. Zyryanov V.N. Under-ice seiches. *Water Resources*. 2011, 38(3), 261–274 doi:10.1134/S0097807811020163
7. Zolotukhin A.B., Gudmestad O.T., Ermakov A.I. Fundamentals of offshore fields development and offshore structures construction in the Arctic. *Moscow, GUP Izdatelstvo Neft i Gaz RGUnеfti Igaza im. I.M. Gubkina*, 2000. 770 p. (in Russian).
8. Sidnjaev N.I. Theoretical studies of hydrodynamics in an underwater explosion of a point source. *Inzenerny Zurnal: Nauka i Innovatsii* 2013, 2, URL: <https://engjournal.ru/catalog/appmath/hidden/614.html> (Accessed 09.03.2023) (in Russian).
9. Bukatov A.E. Waves in the sea with floating ice. Sevastopol, *FGBUN MGI*. 2017. 360 p. (in Russian).
10. Nesterov S.V., Shamajev A.S., Shamajev S.I. Methods, procedures and means of aerospace radio tomography of near-surface regions of the Earth. *Moscow, Nauchnij Mir*, 1996. 272 p. (in Russian).
11. Bulatov V.V., Vladimirov Yu.V. Wave dynamics of stratified mediums. *Moscow, Nauka Publishers*, 2012. 584 p.
12. Svirkunov P.N., Kalashnik M.V. Phase patterns of dispersive waves from moving localized sources. *Physics-Uspekhi*. 2014, 57(1), 80–91. doi: 10.3367/UFNe.0184.201401d.0089
13. Il'ichev A.T. Solitary waves in hydrodynamic models. *Moscow, Fizmatlit*, 2003. 256 p. (in Russian).
14. Il'ichev A.T. Effective wavelength of envelope waves on the water surface beneath an ice sheet: small amplitudes and moderate depths. *Theoretical and Mathematical Physics*. 2021, 208, 1182–1200. doi:10.1134/S0040577921090026
15. Savin A.S., Savin A.A. Three-dimensional problem of disturbing a ice cover by a dipole moving in fluid. *Fluid Dynamics*. 2015, 50(5), 613–620. doi:10.1134/S0015462815050026
16. Sturova I.V. Motion of a load over an ice sheet with non-uniform compression. *Fluid Dynamics*. 2021, 56(4), 503–512. doi:10.1134/S0015462821040121
17. Dinvey E., Kalisch H., Parau E.I. Fully dispersive models for moving loads on ice sheets. *Journal of Fluid Mechanics*. 2019, 876, 122–149. doi:10.1017/jfm.2019.530
18. Sturova I.V. Radiation of waves by a cylinder submerged in water with ice floe or polynya. *Journal of Fluid Mechanics*. 2015, 784, 373–395. doi:10.1017/jfm.2015.582
19. Loytsyansky L.G. Fluid and gas mechanics. *Moscow, Fizmatlit*. 1987. 784 p. (in Russian).
20. Sretensky L.N. Theory of fluid wave motions. *Moscow, Nauka*. 1977. 815 p. (in Russian).
21. Lavrentjev M.A., Shabat B.V. Methods of the theory of complex variable functions. *Moscow, Fizmatlit*, 1987. 688 p. (in Russian).

Об авторах

БУЛАТОВ Виталий Васильевич, ORCID0000-0002-4390-4013, internalwave@mail.ru

ВЛАДИМИРОВ Игорь Юрьевич, ORCID0000-0002-8251-2370, iyuvladimirov@rambler.ru