DOI 10.59887/2073-6673.2023.16(2)-2

УДК 551.466.3

© Д. В. Чаликов^{1,3}, К. Ю. Булгаков^{1,2}, К. В. Фокина^{1,2*}, 2023

¹Институт океанологии им. П.П. Ширшова РАН, 117997, Россия, Москва, Нахимовский проспект, 36.

²Российский государственный гидрометеорологический университет, 195196, Россия, Санкт-Петербург, Малоохтинский пр., 98,

³Университет Мельбурна, Австралия, Виктория, 310.

ИНТЕРПРЕТАЦИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ РАСЧЕТОВ СО СПЕКТРАЛЬНОЙ МОДЕЛЬЮ ПРОГНОЗА ВОЛН С ПОМОЩЬЮ ФАЗО-РАЗРЕШАЮЩЕЙ МОДЕЛИ

Статья поступила в редакцию 24.04.2023, после доработки 13.06.2023, принята в печать 15.06.2023

Аннотация

Статья посвящена интерпретации результатов спектрального прогнозирования ветрового волнения с помощью фазо-разрешающей модели. Спектральные модели рассчитывают эволюцию распределения потенциальной энергии по углу и частоте, но не содержат информации о геометрии и статистических характеристиках волн. Эти сведения приходится извлекать с помощью дополнительных гипотез, не всегда хорошо обоснованных. Предлагается вычислительная процедура, позволяющая трансформировать спектральную информацию в двухмерное волновое поле. Такое поле состоит из совокупности линейных мод со случайно распределёнными фазами. Это поле нереально, поскольку оно не обладает нелинейными свойствами: повышенной вероятностью крупных волн и различными свойствами асимметрии, например, повышенным эксцессом. На следующем этапе разработанной процедуры предлагается принимать воспроизведённое на основе спектра линейное волновое поле как начальное условие для фазо-разрешающей модели. Затруднение состоит в том, что точные модели, формально пригодные для такого счёта, слишком громоздки и неэффективны, что практически исключает их систематическое применение. Положение может быть исправлено привлечением нового типа моделирования трёхмерных волн, основанного на двухмерных уравнениях. Двухмерная модель считает в десятки раз быстрее, чем точная трёхмерная модель. Анализ результатов, полученных с такой моделью, показал, что она воспроизводит статистические характеристики волн, практически не отличающиеся от результатов точного моделирования. В статье описана процедура обработки спектральных данных и приведены примеры использования разработанного метода процедуры для интерпретации спектрального прогноза волн в Балтийском море.

Ключевые слова: трехмерные волны, волновой спектр, спектральное моделирование, фазо-разрешающее моделирование

© D. V. Chalikov^{1,3}, K. Yu. Bulgakov^{1,2}, K. V. Fokina^{1,2*}, 2023

¹Shirshov Institute of Oceanology RAS, 117997, Nahimovsky Pr., 36, Moscow, Russia

²Russian State Hydrometeorological University, 195196, Malookhtinsky Pr., 98, St Petersburg, Russia

INTERPRETATION OF THE SPECTRAL WAVE FORECAST MODEL RESULTS USING THE PHASE-RESOLVING MODEL

Received 24.04.2023, Revised 13.06.2023, Accepted 15.06.2023

Abstract

The paper presents an interpretation of the results of spectral wave-forecast model using the phase-resolving model. Spectral models provide the information on the evolution of the potential energy distribution in terms of angle and frequency though the information about the geometry and statistical wave characteristics in such models are not available. This information has to be extracted through the additional, often unsubstantiated, hypotheses. The proposed computational procedure transforms spectral information into a two-dimensional wave field which consists of a set of linear modes with randomly distributed phases is proposed. The wave field is not realistic since it does not have non-linear properties, for example, various asymmetry properties such

Ссылка для цитирования: 4аликов Д.В., 5улгаков К.Ю., 40 кина К.В. Интерпретация результатов расчетов со спектральной моделью прогноза волн с помощью фазо-разрешающей модели // 49 ундаментальная и прикладная гидрофизика. 2023. Т. 16, № 2. С. 21—33. doi:10.59887/2073-6673.2023.16(2)-2

For citation: Chalikov D.V., Bulgakov K. Yu., Fokina K.V. Interpretation of the Spectral Wave Forecast Model Results using the Phase Resolving Model. Fundamental and Applied Hydrophysics. 2023, 16, 2, 21–33. doi:10.59887/2073-6673.2023.16(2)-2

^{*}fokinakarina@yandex.ru

³University of Melbourne, Victoria 3010, Australia

^{*}fokinakarina@yandex.ru

as increased kurtosis. Afterwards the linear wave field reproduced on the basis of the wave spectrum is set as the initial condition for the exact phase-resolving model. The exact models formally suitable for such calculations are cumbersome and inefficient and that practically restricts their broad and regular application. This restriction can be overcome by using a new type of 3D wave simulation based on 2D equations. The 2D model reproduces the statistical characteristics of the wave field similar to the results of the 3D exact model and runs several times faster. The examples of using the developed method of interpretation of the spectral wave forecast in the Baltic Sea are demonstrated.

Keywords: three-dimensional waves, wave spectrum, spectral modeling, phase-resolving modeling

1. Введение

Морские волны создают наибольшие препятствия деятельности человека на море и являются причиной аварий и человеческих жертв. С другой стороны, волны в последнее время рассматриваются как возобновляемый источник энергии, что инициирует проектирование и сооружение опытных волновых электростанций. Исследования морских волн являются наиболее финансируемым разделом наук океанологии. Методы анализа и прогнозирования волн быстро развиваются.

Волны являются мелкомасштабным явлением, их индивидуальное описание возможно лишь для небольших водоёмов, поэтому информация о них обычно даётся в виде одномерных или двухмерных спектров плотности потенциальной энергии. Наиболее важным практическим достижением в этой области геофизической гидродинамики является создание прогностических моделей ветрового волнения. Такие модели, основанные на спектральном представлении волнового поля, обобщают основные экспериментальные и теоретические достижения, полученные за прошедшие двести лет существования теории поверхностных волн.

Спектральные модели вырабатывают спектры, описывающие эволюцию волн в пространстве и времени под воздействием ветра и диссипации с использованием ассимиляции наблюдений [1]. Такая технология была разработана специально для прогнозирования волн. В настоящее время этот подход является единственно возможным методом, позволяющим описать эволюцию волнового поля на больших площадях в течение длительных периодов времени.

Несмотря на широкий диапазон применимости, спектральное моделирование нельзя отнести к прямому численному моделированию, поскольку оно основано на предположении о линейности. На самом деле спектральное описание не содержит никакой информации о самих волнах, а только о распределении энергии волны по направлению и частоте в каждой точке области. Спектральная модель предполагает, что волновое поле состоит из суперпозиции линейных волн со случайными фазами. Преобразованное в физическое волновое поле, оно выглядит нереальным, поскольку реальные волны обычно имеют протяжённые плавные подошвы и острые пики.

Спектральный подход очень эффективен, но он нуждается в дополнительных конструкциях, так как все процессы, влияющие на волны, происходят не в спектральном, а в физическом пространстве. По этой причине спектральные модели используют алгоритмы, разработанные в более детальных подходах, где волны рассматриваются как физические объекты, характеризующиеся специфической геометрией и динамикой. Тем не менее, физика, заложенная в моделях, постоянно нуждается в усовершенствовании, поэтому параллельно с созданием и развитием прогностических моделей активно ведутся работы по разработке методов более детального моделирования волн.

Наиболее разработанным подходом является математическое моделирование, основанное на трёхмерных полных уравнениях потенциального движения жидкости со свободной поверхностью (называемое прямым или фазо-разрешающим моделированием). Существует несколько таких подходов. Наиболее изощрённый подход основан на полных уравнениях, поверхностном интеграле и использовании функции Грина [2]. Основное преимущество метода — его точность. Метод может быть применён для моделирования очень крутых волн и даже волн, приближающихся к обрушению. К недостаткам метода можно отнести его высокую сложность. Применение метода иллюстрируется на примере сравнительно простых волновых полей. Трудно представить, что этот метод может быть применён для обширных многомодовых волновых поверхностей и интегрирования на длительное время. Внедрение многополюсной техники в методе поверхностного интеграла связано со значительными алгоритмическими трудностями.

Альтернативный метод моделирования трёхмерных волн, включающий краевую задачу эллиптического уравнения, решается методом конечных разностей. Такой подход к моделированию нестационарной жидкости со свободной поверхностью разрабатывался последние три десятилетия (см. для примера [3—5]). Основное его преимущество заключается в том, что он базируется на первоначальных уравнениях,

записанных в системе координат, связанной с поверхностью. Данные модели предназначены для инженерных задач, таких как проектирование прибрежных сооружений, моделирование взаимодействия волн с плавающими или фиксированными объектами, изучение волнового режима в эстуариях. Основное пре-имущество этих моделей состоит в том, что они вместе с детальным описанием динамики индивидуальных волн позволяют успешно моделировать обширные волновые поля в течение сотен и тысяч периодов.

Наиболее популярна в настоящее время схема высокого порядка HOS (High Order Scheme), предложенная в [6]. В декартовой системе координат известно аналитическое решение для потенциала скорости, но оно основано на коэффициентах Фурье на фиксированном уровне, тогда как переменными являются коэффициенты Фурье на свободной поверхности. В связи с этим возникает проблема перехода от одной системы координат к другой. Эта проблема решается путём разложения потенциала скорости вблизи поверхности в ряд Тейлора. Точность этого метода серьёзно не обсуждалась. Применимость HOS метода для моделирования волн с широким спектром пока не ясна (см. [5]).

В работе [7] и последующих статьях даны результаты моделирования эволюции волнового поля, основанные на трёхмерных потенциальных уравнениях, записанных в связанной с поверхностью криволинейной системе координат. В модели [7] (называемой *Full Wave Model*, FWM) предложено вычислительное ускорение этого метода путём разделения потенциала скорости на линейную и нелинейную части. Точность адиабатической версии модели подтверждена воспроизведением бегущей волны Стокса с крутизной ak=0,40 в течение сотен волновых периодов. Удовлетворительная точность также продемонстрирована в расчётах эволюции волнового поля под действием ветра и диссипации [7].

Несмотря на высокую универсальность и точность трёхмерных моделей, они обладают существенными недостатками: алгоритмической сложностью и низкой вычислительной эффективность. Все модели такого рода основаны на том или ином алгоритме воспроизведения трёхмерного поля потенциала скорости, которое используется только для того, чтобы рассчитать неизвестную характеристику на поверхности — вертикальную скорость. В работах [8—11] предпринят ряд попыток показать, что уравнение Лапласа можно заменить кинематическим поверхностным условием, которое превращает трёхмерную проблему в двухмерную, что ведёт к резкому ускорению вычислений. Многочисленные расчёты показали, что двухмерная фазо-разрешающая модель очень эффективна и даёт результаты, близкие к результатам точной трёхмерной модели.

Такая модель имеет множество новых приложений. Главным из них является возможность усовершенствования алгоритмов, описывающих физические процессы в волнах. Такая работа связана с многократным повторением, каждое из которых очень продолжительно. Естественно, что по окончании работы над алгоритмом ничто не мешает провести проверочные расчёты с точной трёхмерной моделью. Впрочем, основываясь на обширных результатах проверки модели [8—11], можно быть уверенным, что они окажутся очень близкими к результатам, полученным с двухмерной моделью.

В качестве другого возможного приложения в настоящей статье рассматривается объединение спектрального и фазо-разрешающего моделирования. На основе линейной теории спектральную информацию о волнении можно представить в виде мгновенного волнового поля. Это поле характеризуется исходным спектром, но его геометрические характеристики, такие как распределение вероятностей для спектра и моментов, оказываются неточными. В особенности это относится к распределению вероятности экстремальных волн. Для оперативного прогноза и инженерных целей такой информации недостаточно. Например, высота экстремальных волн может быть занижена в 1,5–2 раза.

Информация, даваемая спектральными моделями, может быть существенно расширена путём совместного использования спектральной и фазо-разрешающей моделей. Это объединение может осуществляться трансформацией двухмерного спектра в полярных координатах, полученного в спектральной модели, в пространство волновых чисел, где двухмерный спектр в линейном приближении будет использован для генерации начальных условий, вводимых в трёхмерную фазо-разрешающую модель. Далее модель интегрируется во времени до достижения квазистационарного статистического режима. При интегрировании может использоваться адиабатическая и не адиабатическая версии модели. Нелинейная модель сравнительно быстро трансформирует линейные поля в нелинейные, характеризующиеся рядом свойств асимметрии в распределении вероятностей. Такой подход существенно обогащает выход из спектральных моделей.

Описанная выше схема может основываться на любой трёхмерной модели волн, предназначенной для воспроизведения статистического режимам, например, на HOS модели, использующей аналитическое представление потенциала скорости, или на 3D модели [5, 7], использующей прямое решение 3D уравнения для потенциала скорости.

К сожалению, применение схемы, основанной на трёхмерных уравнениях, связано с неприемлемыми затратами машинного времени. Такой подход ещё может использоваться для анализа единичных процессов, что допустимо в исследованиях, но заведомо — не для массовых расчётов. Дальнейший прогресс в этом направлении может быть достигнут путём значительного усовершенствования моделирования двухмерного волнения.

2. Ускоренное фазо-разрешающее моделирование

Подробный вывод двухмерного уравнения приведён в [8]. Полученная система двухмерных уравнений для моделирования эволюции многомодового волнового поля включает стандартные эволюционные кинематические и динамические условия поверхности и дополнительное диагностическое условие для расчёта вертикальной скорости поверхности:

$$\eta_{\tau} = -\eta_{\xi} \varphi_{\xi} - \eta_{\vartheta} \varphi_{\vartheta} + (1+s)w, \tag{1}$$

$$\varphi_{\tau} = -\frac{1}{2} \left(\varphi_{\xi}^2 + \varphi_{\vartheta}^2 - (1+s) w^2 \right) - \eta - p, \tag{2}$$

$$\tilde{w} = A(1+s)^{-1} \left(2(\eta_{\xi} w_{\xi} + \eta_{\vartheta} w_{\vartheta}) + \Delta \eta w - s \overline{w}_{\zeta} \right), \tag{3}$$

здесь ξ и ϑ являются «горизонтальными» координатами, следующими за поверхностью; ζ — вертикальная координата ($\zeta=0$ на поверхности, растёт вверх); τ — время; $\eta(\xi,\vartheta,\tau)$ — высота поверхности над средним уровнем; η_{τ} — производная по времени; η_{ξ} и η_{ϑ} — горизонтальные производные η по ξ и ϑ ; φ — потенциал скорости на поверхности; φ_{ξ} и φ_{ϑ} — производные вдоль поверхности по ξ и ϑ ; $\varphi_{\zeta}=w$ — вертикальная производная потенциала на поверхности (τ е. вертикальная скорость на поверхности); $\Delta=\eta_{\xi\xi}+\eta_{\vartheta\vartheta}=-2D$ «горизонтальный» лапласиан η ; $s=\eta_{\xi}^2+\eta_{\vartheta}^2$; p — давление воздуха на поверхности. Вертикальная скорость w представлена как сумма линейного \overline{w} и нелинейного \overline{w} компонентов. Линейный компонент $\overline{w}=\overline{\varphi}_{\zeta}$ рассчитывается аналитически, поскольку $\overline{\varphi}$ удовлетворяет уравнению Лапласа $\overline{\varphi}_{\xi\xi}+\overline{\varphi}_{\vartheta\vartheta}+\overline{\varphi}_{\zeta\zeta}=0$, которое решается с использованием граничных условий $\overline{\varphi}(\zeta=0)=\varphi$ и $\overline{\varphi}_{\zeta}(\zeta\to\infty)\to 0$. Распределение по поверхности нелинейного компонента w рассчитывается из уравнения (3).

Коэффициент в (3) рассчитывается по формуле

$$A = \sigma F(\mu),\tag{4}$$

где σ — дисперсия возвышения η , и μ = $\sigma\sigma_L$ — параметр, где σ_L — дисперсия горизонтального лапласиана высоты $\Delta\eta$. Аппроксимация функции F дана в [5].

Уравнения (1—3) записаны в безразмерной форме, что формально следует из предположения, что ускорение силы тяжести равно единице. Примечательно, что безразмерную форму уравнений также целесообразно использовать не в адиабатической формулировке, поскольку эволюция интегральных характеристик решения происходит в масштабах, во много раз превышающих период и длину волны.

Приближение (4) также верно для размерных переменных, поскольку оно не зависит от внешнего масштаба L. Соотношение (4) и константы в $F(\mu)$ были найдены на основе многочисленных численных экспериментов с FWM и эмпирического (в вычислительном смысле) выбора безразмерных переменных, а также функции и числовых параметров. Вот почему эта упрощённая модель называется эвристической волновой моделью (*Heuristic Wave Model*, HWM).

Численная схема в HWM полностью аналогична численной схеме FWM. Схема основана на методе Фурье с использованием представлений переменных коэффициентов Фурье и сеточных переменных; число степеней свободы в сеточном пространстве в четыре раза превышает число степеней свободы в пространстве Фурье. Вертикальная скорость вычисляется уравнением (3). Для интегрирования по времени использовалась схема Рунге-Кутты четвёртого порядка.

Уравнение (3) представлено в форме, удобной для итераций. Она также решается с помощью метода Фурье. Поскольку итерации начинаются с начального условия, взятого из предыдущего временного шага, типичное число итераций равно двум и никогда не превышает четырёх. Возникновение вычислительной неустойчивости в обеих моделях FWM и HWM обычно сигнализирует о том, что диссипация не может справиться с чрезмерно большой крутизной или кривизной поверхности, которые чаще всего возникают среди коротких волн. В проведённых расчётах вычислительная неустойчивость не возникала.

Упрощённая модель неоднократно проверялась путём сопоставления статистических характеристик волнения, рассчитанных ускоренной и полной моделями. Следует подчеркнуть, что интегрирование во времени проводилось по идентичным уравнениям для уровня и поверхностного потенциала. Различия заключались в способе вычисления нелинейной поправки к линейной компоненте вертикальной скорости: в полной модели использовалось численное решение трёхмерного уравнения для потенциала скорости, а в упрощённой модели указанная выше величина рассчитывалась по проекции этого уравнения на криволинейную поверхность с использованием зависимости между первой и второй вертикальными производными потенциала. Сопоставление проводилось для различных осреднённых статистических характеристик волнения в квазистационарном режиме, включая волновые спектры, спектры диссипации, вертикальной скорости на поверхности, нелинейного обмена энергией [8-11]. Длительные расчёты по воспроизведению развития волнового поля под действием ветра [7, 8] показали также качественно очень близкие результаты. Важно отметить, что поля возвышения, рассчитанные двухмерной и трёхмерной моделями, демонстрируют буквальное совпадение поля возвышения в течение нескольких тысяч шагов. Сравнение распределения вероятностей для моментов поля возвышения до 4-го порядка показали также высокое согласование моделей. Расчёты, обсуждаемые в данной статье, могли бы быть получены также с использованием точной трёхмерной модели, но на них было бы потрачено около двух месяцев непрерывных вычислений. Этот метод не может быть рекомендован для практического использования. Преимущество двухмерной модели состоит в её высокой эффективности: одни и те же варианты счёта с двухмерной моделью проходят в 20-50 раз быстрее, чем с трёхмерной. Точное отношение быстродействий зависит от степени подробности параметризации физических процессов, а также, от объёма и частоты запоминаемой информации.

Область применения новой модели очень широка. Она может использоваться для развития методов параметризации физических процессов в волнах. Известно, что алгоритмы, вставленные в существующие прогностические модели, крайне несовершенны.

В данной статье показано, как новая модель может использоваться совместно с волновыми прогностическими или диагностическими волновыми моделями (типа WAM или WAVEWATCH) для интерпретации спектральных результатов в терминах реальных нелинейных волн. Такой подход может применяться локально для выбранных регионов. Этот метод идеально подходит для расчётов на многопроцессорных компьютерах. Такой подход аналогичен практике применения вложенных моделей для метеорологических прогнозов.

3. Генерация волновых спектров

Волновые спектры генерировались с помощью WAVEWATCH III (v.3.14) [1] — модели прогноза ветровых волн, предназначенной для прогноза спектральной плотности волнового действия, иначе говоря, для распределения потенциальной энергии по углу и частоте. Эволюция спектра в основном происходит под воздействием ветра, диссипации, нелинейных волновых взаимодействий, переноса волновой энергии по горизонтали и переходов волновой энергии от одних волновых чисел к другим.

В качестве атмосферного воздействия для модели WAVEWATCH III используются данные о температуре и влажности на высоте 2 м, а также значения скорости на высоте 10 м. В данном исследовании для получения атмосферных полей применялась модель атмосферной циркуляции WRF [12], разработанная в Национальном центре исследований атмосферы США. Модель WRF основана на полных уравнениях движения для сжимаемой негидростатической жидкости. Аппроксимация конечно-разностных производных осуществляется на С-сетке со схемой интегрирования по времени Рунге-Кутта 2-го и 3-го порядка, с вертикальной гибридной системой координат.

Обе модели были адаптированы для воспроизведения волновых полей в акватории Балтийского моря. Модель WAVEWATCH III использовала следующие вычислительные параметры: пространственное разрешение — $10 \, \text{кm}$, угловое разрешение — $72 \, \text{направления}$, спектральное разрешение — $50 \, \text{частот}$ на растянутой сетке с шагом, увеличивающимся с множителем 1,06, начиная от $0,08 \, \Gamma$ ц (что соответствует длине волны $243 \, \text{m}$), максимальная частота — $1,65 \, \Gamma$ ц (соответствует длине волны $0,53 \, \text{m}$). В начальный момент времени принималось отсутствие волнения.

В модели WRF расчёты проводились на трёх последовательно вложенных сетках. Узлы последней сетки совпадали с узлами сетки WAVEWATCH, поэтому обмен полями в процессе расчёта не требовал дополнительной интерполяции данных. Начальные и боковые граничные условия для внешней модели генерировались с использованием полей реанализа NCEP [13].

Объединённая модель WRF/WAVEWATCH была использована для воспроизведения волнового режима Балтийского моря за период с 1 мая по 30 ноября 2014 г. Столь длительные расчёты проводились с целью

Совместное моделирование региональной атмосферной циркуляции с моделью WRF и WAVEWATCH III. Архивация данных о волновых спектрах



Интерполяция частотно-углового волнового спектра в спектр в пространстве волновых чисел. Выбор разрешения, масштабов и нормализация спектров, генерация начальных условий



Моделирование эволюции волнового поля в окрестности узла модели WAVEWATCH с фазо-разрешающей моделью HWM до приобретения волновым полем нелинейных особенностей. Архивация результатов моделирования



Численная и графическая обработка результатов фазоразрешающего моделирования в терминах статистических характеристик волнения

Рис. 1. Диаграмма процесса интерпретации результатов спектрального моделирования в терминах фазо-разрешающих моделей

Fig. 1. Diagram of the process of interpreting the results of spectral modeling in terms of phase-resolving models

получения возможности выборки ситуаций, при которых волнение было достаточно развито. Диаграмма, поясняющая процесс интерпретации результатов спектрального моделирования в терминах фазо-разрешающих моделей, дана на рис. 1. Разработанная система включает ряд программ, написанных на языках ФОРТРАН и IDL (Interactive Data Language).

4. Генерация начальных условий для фазо-разрешающей модели

Модель WAVEWATCH использует полярные координаты (ϕ , r), где ϕ — направление, r — частота, заданная на нерегулярной сетке, в то время как фазо-разрешающая модель (1)-(3) интегрируется на регулярной равномерной сетке волновых чисел (k, l). Задача генерации начальных условий для уровня состоит из двух этапов: (1) переноса поля плотности энергии из полярных координат в пространство волновых чисел и (2) масштабирования и дискретизации этого поля в терминах Фурье-коэффициентов для уровня и поверхностного потенциала скорости. Решение этой, казалось бы, простой, задачи связано с рядом технических трудностей. В спектральной задаче используется нерегулярная сетка в полярных координатах, поэтому значения спектральной плотности в узлах сетки имеют резко различающийся вес и поэтому в пространстве (k, l) с увеличением частоты неизбежно высокое сглаживание. Для получения наибольшей достоверности необходимо максимальное подобие спектров в энергосодержащей области спектра, т.е. в окрестности главного волнового пика. Применение в этой области высокого разрешения нецелесообразно, поскольку динамические свойства волнения зависят от конкретного набора мод. Поэтому параметры, задающие (k, l)-сетку, надо регулировать так, чтобы в окрестности волнового пика разрешение было близко к разрешению в полярных координатах. При интерполяции должен сохраняться нулевой момент поля, т. е. полная потенциальная энергия. Сохранение более высоких моментов практически не достижимо. При расчётах все переменные считаются безразмерными, Единственным внешним параметром, учитываемым про нормализации, является масштаб длины L. Для сокращения размеров области в сеточном пространстве целесообразно принять в качестве масштаба длину максимальной волны с частотой ω_1 спектральной модели;

$$L = 2\pi g / \omega_1^2. \tag{5}$$

Поскольку полярная сетка фиксирована, масштаб длины во всех расчётах одинаков: L=243,7 м, что соответствует масштабу времени $T=(L/g)^{1/2}=5,0$ с. Плотность энергии $S_p(\theta,r)$ в полярных координатах имеет размерность m^2 , поэтому в пространстве волновых чисел плотность энергии $S_{k,l}$ делится на L^2 .

В спектральных моделях полностью отсутствует вторая фундаментальная переменная — потенциал скорости; её приходится воспроизводить на основе линейной теории. В конечном итоге начальные условия для Фурье компонент возвышения $h_{k,l}$ и поверхностного потенциала скорости $\phi_{k,l}$ в фазо-разрешающей модели рассчитываются следующим образом $h_{k,l} = A_{k,l}$

$$\eta(\xi, 9) = \sum_{-M < k < M} \sum_{-M < l < M} h_{k,l} \Theta_{k,l}, \tag{6}$$

где матрица $\Theta_{k,l}$ определяется как

$$\Theta_{kl} = \begin{cases} \cos(k\xi + l\Theta) & -M_x \le k \le M_x, -M_y < l < 0, \\ \cos(k\xi) & -M_x \le k \le 0, l = 0, \\ \sin(k\xi) & 0 \le k \le M_y, l = 0, \\ \sin(k\xi + l\Theta) & -M_x \le k \le M_x, 0 < l \le M_y, \end{cases}$$
(7)

амплитуда $a_{k,l} = \left(h_{k,l}^2 + h_{-k,-l}^2\right)^{1/2}$ и Фурье компоненты каждой моды рассчитывается по плотности спектра $S_{k,l}$.

$$a_{k,l} = (2S_{k,l})^{1/2}, \quad h_{k,l} = a_{k,l}\Theta_{k,l}.$$
 (8)

Коэффициенты Фурье с индексами противоположного знака рассчитываются так:

$$h_{-k,-l} = a_{k,l}\Theta_{-k,-l}. (9)$$

Таким образом, вектор фазовой скорости моды с амплитудой $a_{k,l}$ коллинеарен вектору (k,l), где k и l — индексы спектральной плотности $S_{k,l}$. Коэффициенты Фурье для поверхностного потенциала рассчитываются в соответствии с линейной теорией.

$$\varphi_{k,l} = \omega_{k,l}^{-1} h_{-k,-l}, \quad \varphi_{-k,-l} = -\omega_{k,l}^{-1} h_{k,l}, \tag{10}$$

где
$$\omega_{k,l} = (k^2 + l^2)^{1/4}$$
 — частота.

5. Результаты расчётов

Целью настоящей работы является демонстрация подхода, позволяющего представить результаты спектрального моделирования в терминах реальных волн на основе фазо-разрешающего моделирования. Поскольку стандартные методы такого моделирования могут сводиться к очень длительным расчётам со сложной трёхмерной моделью, их применение для сформулированной задачи оказывается практически нереализуемым. Тем не менее, подобные расчёты вполне возможны с использованием недавно разработанного двухмерного подхода, описанного выше. Важно, что при моделировании многомодового волнового поля двухмерная модель НWM даёт практически те же результаты, что и точная трёхмерная модель FWM, но скорость вычислений с HWM в несколько десятков раз выше, чем с FWM. Для оценки осуществимости таких расчётов требуется знать время, необходимое для того, чтобы волновое поле преобразовалось от линейной структуры (т.е. суперпозиции линейных мод со случайными фазами) к более реальной геометрии, характеризующейся острыми гребнями и сглаженными подошвами. Во всех наших расчётах с точными моделями начальные условия были линейные, поэтому представление о том, как происходит переход к нелинейности, было получено многократно. Для иллюстрации этого эффекта был проведён численный эксперимент с ускоренной моделью с разрешением 257 × 129 мод, с начальными условиями, рассчитанными с JONSWAP спектром для значения $U/c_p = 1$, пиком спектра на волновом числе $k_p = 10$. Результаты контролировались расчётами повторяемости возвышения h. Было установлено, что адаптация поля происходит поразительно быстро — за десятки периодов волны пика. Заведомо достаточно было проводить вычисления для 100 периодов волны пика. Пример модельного расчёта с разрешением 512 × 257 мод представлен на рис. 2, где даны распределения вероятностей для возвышения (панель 1) и третьего момента поля скорости (панель 2). Вероятность высоких волн выросла примерно на порядок, что показывает рост вертикальной асимметрии. Вероятность больших значений эксцесса свидетельствует о росте заострённости нелинейных волн.

Расчёты эволюции волновых полей осуществлялись с ускоренной двухмерной моделью, описанной выше. Поскольку разрешение спектральной модели довольно низкое, приходилось использовать низкое разрешение в фазо-разрешающей модели: число мод было равно 129×129 , число узлов сетки 256×256 . Шаг по времени $\Delta \tau$ был равен 0.01. Для подавления неустойчивости инициировалось сглаживание

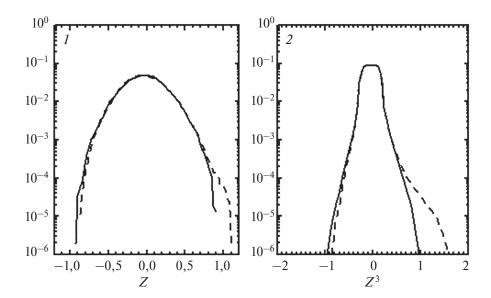


Рис. 2. Результаты модельных расчётов, иллюстрирующие возникновение нелинейных свойств волнового поля. На панелях 1 и 2 показаны повторяемость возвышения $Z = h/H_s$ и третьего момента $Z^3 = (h/H_s)^3$, соответственно. Сплошные линии показывают моменты для линейного поля, т. е. для поля h в начальных условиях, а пунктирные кривые — эти же моменты по истечении периода $\Delta \tau = 100$

Fig. 2. The results of model calculations illustrating the occurrence of the nonlinear properties of the wave field. Panels 1 and 2 show the repeatability of the elevation $Z = h/H_s$ and the third moment $Z^3 = (h/H_s)^3$, respectively. Solid lines are the moments for a linear field, i.e. for the field η in the initial conditions, dotted curves are the same moments after $\Delta \tau = 100$ period

на высоких волновых числах. Во избежание потери энергии был введён приток энергии от ветра, использованный в расчётах с WAVEWATCH. Алгоритмы расчёта диссипации и притока энергии подробно описаны в публикациях (см. [5, 7]). Были проведены специальные расчёты для оценки временного интервала, в течение которого устойчиво вырабатывается основное нелинейное свойства реального волнения — асимметрия распределения вероятности высоты поверхности, сопровождающаяся ростом эксцесса. Оказалось, что для такой эволюции заведомо достаточно проводить интегрирование в течение порядка 100 периодов волны пика спектра. Поскольку интерес представляют случаи, когда высота волн не мала, из всего массива данных были выбраны 49 случаев, когда существенная высота волны H_s превышала 2 м. Характеристики этих случаев приведены в табл. 1, содержащей местоположение и некоторые интегральные характеристики волнения. Далее избранные волновые спектры переносились из полярной WAVEWATCH сетки в равномерную сетку волновых чисел HWM и нормализовались на масштаб длины. Характеристики этих случаев приведены в табл. 1.

Большая часть эти характеристик обеспечены моделью WAVEWATCH. Для всех случаев счёт разбивался на 5 интервалов, каждый продолжительностью 20 периодов волны пика (1000 шагов по времени). Основные результаты, полученные в данных расчётах, даны в двух последних столбцах табл. 1, где указаны максимальная высота волны в начальных условиях и максимальная высота волны в выборке, включающей двухмерные поля возвышения, рассчитанные в течение интервала времени, равного 20 периодам волны пика. В 14 из 48 случаев высота максимальной волны существенно не изменилась; эти случаи из таблицы исключены. В 11 случаях высота максимальной волны уменьшилась по сравнению с исходной (случаи отмечены знаком <), в остальных 25 случаях обнаружено заметное увеличение высоты максимальной волны.

Увеличение повторяемости высоких волн происходит на фоне сохранения полной энергии. Дополнительные расчёты с увеличенным разрешением показали, что скорость роста нелинейности возрастает, если в эволюции формы больших волн участвуют моды с высокими волновыми числами. Эти моды отсутствуют в исходных спектрах, так что приходится дожидаться, пока они не сгенерируются за счёт нелинейного притока энергии. В этом случае обретение волновым полем нелинейных свойств происходит за более длительное время.

Таблица 1Table 1Характеристики случаев, избранных для иллюстрации эффекта нелинейной трансформации волнового спектраCharacteristics of cases chosen to illustrate the effect of nonlinear transformation of the wave spectrum

№	Широга, °с.ш.	Допгота, °в.д.	Глубина, м.	Скорость ветра, м/с	Направление ветра, градусы	Высота значительной волны, м.	Средняя длина волны, м.	Средний период волн, с.	Максимальная высота волны в начальных усповиях, м.	Максимальная высота волны после релаксации, м
0	62,6	18,9	174,5	16,5	190,2	3,6	81,3	7,0	3,6	4,6
1	62,6	18,9	174,5	17,3	213,0	3,5	79,5	6,9	3,8	5,7
2	57,4	20,2	216,9	14,0	176,6	3,0	75,7	6,7	3,3	3,1<
3	62,6	18,9	174,5	15,5	183,0	3,1	71,6	6,6	3,6	3,8
4	62,6	18,9	174,5	16,7	210,2	3,5	79,4	6,9	4,1	4,8
5	57,4	20,2	216,9	13,7	29,6	2,6	64,4	6,2	2,9	2,5<
6	58,7	18,3	268,6	12,4	118,3	2,5	62,1	6,1	3,4	2,4<
7	57,4	20,2	216,9	13,5	147,2	2,6	62,3	6,1	2,7	2,5<
8	57,4	20,2	216,9	13,5	151,5	2,6	63,9	6,2	2,9	2,8<
9	62,6	18,9	174,5	14,5	181,9	2,6	59,0	6,0	2,6	3,3
10	62,6	18,9	174,5	13,9	211,0	2,7	65,9	6,3	2,6	3,4
11	62,6	18,9	174,5	11,0	243,4	2,8	77,4	6,8	2,9	3,1
12	57,4	20,2	216,9	15,5	330,8	2,6	57,1	5,9	2,9	4,1
13	57,4	20,2	216,9	13,2	25,5	2,0	50,9	5,5	2,1	2,<
14	62,6	18,9	174,5	12,9	50,4	2,0	48,1	5,4	2,1	1,8<
15	57,4	20,2	216,9	13,1	72,2	2,0	45,8	5,2	1,9	1,7<
16	62,6	18,9	174,5	10,8	117,6	2,1	55,7	5,8	2,1	2,<
18	62,6	18,9	174,5	12,6	173,9	2,0	46,7	5,3	2,2	1,9<
19	62,6	18,9	174,5	14,4	201,9	2,2	47,3	5,3	2,	2,9
20	62,6	18,9	174,5	11,6	216,9	2,3	57,3	5,9	2,6	2,8
21	62,6	18,9	174,5	10,2	242,1	2,5	75,7	6,7	2,5	3,2
22	54,8	19,3	109,7	13,6	271,4	2,1	55,1	5,7	2,2	4,1
23	57,4	20,2	216,9	15,9	321,4	2,2	45,6	5,2	2,5	4,
24	57,4	20,2	216,9	9,5	352,3	2,3	70,6	6,5	2,3	2,8
25	62,6	18,9	174,5	8,2	22,2	1,8	52,4	5,6	2,	1,6<
28	62,6	18,9	174,5	10,6	90,1	1,6	39,8	4,9	1,8	1,4<
29	62,6	18,9	174,5	7,1	138,1	2,0	64,7	6,2	2,	2,2
31	62,6	18,9	174,5	12,1	196,0	1,5	33,9	4,5	1,7	1,9
32	62,6	18,9	174,5	11,3	211,9	1,7	39,9	4,9	1,8	2,
33	62,6	18,9	174,5	8,6	244,5	1,6	48,5	5,4	1,6	2,1
34	62,6	18,9	174,5	6,4	275,1	1,8	59,0	5,9	1,7	1,9
35	57,4	20,2	216,9	14,7	314,7	1,8	36,4	4,7	2,2	3,1
36	57,4	20,2	216,9	8,3	347,1	2,0	66,2	6,3	2,	2,4
43	62,6	18,9	174,5	10,1	196,8	1,1	23,7	3,8	1,1	1,3
44	62,6	18,9	174,5	6,8	239,3	1,3	48,7	5,4	1,4	1,3

Пример интерпретации волнового спектра WAVEWATCH с помощью ускоренной фазо-разрешающей модели HWM приведен на рис. 3, показан волновой спектр в пространствах (θ, ω) и (k, l).

Спектр в (k,l) выглядит растянутым по сравнению с спектром в (θ,ω) из-за неравномерности сетки по радиусу ω . Суммарная потенциальная энергия в обоих представлениях совпадает. На панели c изображено нормированное на H_s поле отклонений свободной поверхности от невозмущенного уровня в физических координатах, нормированных на выбранный масштаб длины (координаты меняются на представленном рисунке от 0 до 2π). Максимальное и минимальное безразмерное возвышение составляет 1,33 и -1,22, что равно 4,55 и -4,41 м, соответственно. Предельным значениям возвышения соответствуют красный и синий цвета. Волнение существенно трёхмерное. Генеральное направление движения волн отчётливо не выделяется

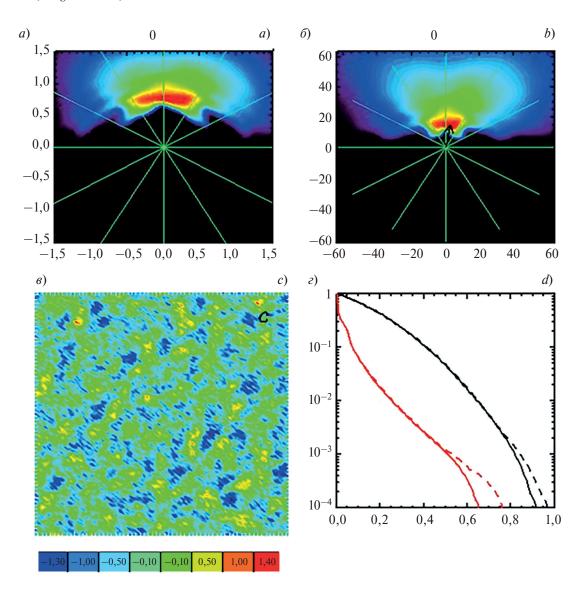


Рис. 3. Результаты интерпретации волнового спектра WAVEWATCH с помощью ускоренной фазо-разрешающей модели HWM: a — волновой спектр в координатах (θ , ω). По осям указана частота w в направлениях y=0 и в частоте приписан знак фазовой скорости, которая всегда направлена от центра к значению спектра; δ — этот же волновой спектр, перенесённый интерполяцией в пространство волновых чисел; δ — мгновенное поле возвышения в конце интегрирования;

 ε — повторяемость возвышения и третьего момента поля возвышения η^3 . Чёрная стрелка на панели δ показывает направление ветра, а скорость ветра дана в левом верхнем углу

Fig. 3. The WAVEWATCH wave spectrum interpretation results using the accelerated phase-resolving HWM Model: a — the wave spectrum in coordinates (q, w). The axes indicate the frequency w in the directions y = 0 and the sign of the phase velocity is assigned to the frequency, which is always directed from the center to the value of the spectrum; b — the same wave spectrum, transferred by interpolation to the space of wave numbers; c — an instantaneous elevation field at the end of the integration; d — repeatability of the elevation and the third moment of the elevation field. The black arrow on the panel b shows the direction of the wind, and the wind speed is given in the upper left corner

из-за растянутости волнового спектра по углу. Этот тип волнения характерен для Балтийского моря. На панели d дано распределение вероятности для возвышения (чёрные кривые) и для третьего момента возвышения, характеризующего заострённость гребней. Сплошные линии относятся к начальному полю, а пунктирные — к концу интегрирования. Как мы видим, для нелинейного поля вероятность появления высоких волн и высокого эксцесса примерно на порядок выше, чем в линейном поле.

6. Обсуждение

Представленные в статье результаты относятся к проблеме интерпретации результатов спектрального прогноза волн. Волновой спектр характеризует распределение энергии по частоте (с переменным шагом) и по направлению. Наиболее важными и одновременно самыми простыми характеристиками являются суммарная энергия и генеральное направление волн. Полная определённость имеет место, когда в спектре наблюдается один хорошо выраженный локализованный максимум. В это случае удаётся довольно надёжно оценить характерную высоты волн и их направление. В случаях, когда спектр содержит не один максимум, оценки характерных высот и направлений волн, относящихся к максимумам, также возможны, но, разумеется, менее надёжны. В целом, ответ на вопрос — насколько сильным будет ожидаемое волнение — спектральные модели дают вполне определённый ответ, в том случае, если прогноз ветра будет достаточно удовлетворительным.

Предсказанные спектры содержат не только волновые пики, дающие основной вклад в энергию, но и их спектральное окружение — небольшие волны, важные для описания волн как физических объектов, в которых происходят нелинейные взаимодействия разных масштабов. Для воспроизведения волнового поля в полном объёме необходимо ввести алгоритм трансформации спектра в набор движущихся волновых мод. Этот переход не может обойтись без довольно грубых предположений. Самый очевидный подход может формально использовать численную сетку в пространстве (θ , ω), поместить в центр каждой элементарной ячейки одну моду с энергией, приходящейся на ячейку, и соответствующим направлением.

Для качественной иллюстрации результата можно было бы двигать каждую моду с её фазовой скоростью. Такое поле будет выглядеть неплохо, но не вполне естественно — более сглажено, чем то, что наблюдается в природе. В действительности вершины волн имеют тенденцию к заострению, а подошвы — к выравниванию. Эти мелкомасштабные свойства создаются модами с высокими волновыми числами, которых в спектральных результатах явно недостаточно.

Можно себе представить другой метод интерпретации спектральных результатов, основанный на предположении, что спектр является достаточно гладкой функцией, заданной на дискретном наборе значений и допускающей интерполяцию между этими значениями. В этом случае спектр можно перенести в достаточно плотную сетку и аппроксимировать большим количеством мод. Тогда воспроизведённое физическое поле обретёт много мелких деталей, появление которых ничем не оправдано. При этом геометрия больших волн станет ещё более искажённой, поскольку произойдёт дробление одной волны на несколько волн с той же суммарной энергией, разными фазами и меньшими амплитудами. Разумеется, воспроизведённое таким образом физическое поле будет очень сильно отличаться от первого варианта.

Чтобы извлечь из спектральных данных дополнительную информацию, лучше предположить, что представленный на конкретной сетке волновой спектр является реальностью. Наибольшего доверия, разумеется, заслуживают участки спектра с высокой энергией, которые предсказывают наличие больших волн, наиболее важных с точки зрения практики. Эти участки возникают в области сравнительно небольших волновых чисел. Соответствие между рассчитанным спектром и спектром, перенесённым в пространство волновых чисел, может быть достигнуто, когда разрешение в области спектрального пика примерно одинаково в исходном и перенесённом спектре. Поскольку размеры элементарных ячеек в полярных координатах растут с увеличением частоты, разрешение в (k,l) пространстве возрастает с ростом волновых чисел. Чтобы избежать появления дискретного спектра, приходится рассчитывать спектральную энергию в каждой точке пространства (k,l), так что число мод в этом пространстве оказывается гораздо больше, чем предполагаемое число мод в исходном спектре. Поле коротких волн достаточно хаотично, поэтому при интерпретации высокочастотной части спектра допустим произвол при условии сохранения энергии. В целом, такой подход кажется наиболее адекватным.

Все рассмотренные выше затруднения возникают из-за неполноты информации, представленной спектром, в котором не содержится информации о фазах. Достаточная информация имеется в сеточном представлении поверхности или коэффициентах Фурье. Последним нельзя приписывать абсолютный смысл, поскольку реальный процесс не линеен. Так, например, фокусировка энергии, происходящая при совпадении фазе и ведущая к локальному росту высоты волны, инициирует появление дополнительных мод, которые нигде более, как в месте фокусировки, «не нужны».

Предложенный подход можно считать первым опытом в построении системы дополнительной ассимиляции данных спектрального прогноза, заслуживающим дальнейшего развития.

Финансирование

Работа проводилась при поддержке Российского Научного Фонда (проект № 22-21-00139).

Funding

The research was supported by Russian Science Foundation RSF (project No. 22-21-00139).

Литература

- Tolman H.L. User manual and system documentation of WAVEWATCH III version 3.14. Technical Report. NOAA/ NWS/NCEP/MMAB. May 2009.
- 2. *Clamond D.*, *Fructus*, *D.*, *Grue J.*, *Krisitiansen O.* An efficient method for three-dimensional surface wave simulations. Part II: Generation and absorption // J. Comp. Phys. 2005. Vol. 205. P. 686–705. doi:10.1016/j.jcp.2004.11.038
- 3. *Bingham H.B., Zhang H.* On the accuracy of finite-difference solutions for nonlinear water waves // J. Eng. Math. 2007. Vol. 58. P. 211–228. doi:10.1007/s10665-006-9108-4
- 4. *Engsig-Karup A.P.*, *Bingham H.B.*, *Lindberg O.* An efficient flexible-order model for 3D nonlinear water waves // J. Comp. Phys. 2009. Vol. 228. P. 2100–2118. doi:10.1016/j.jcp.2008.11.028
- 5. *Chalikov D.* Numerical modeling of sea waves. Springer, 2016. 330 p.
- 6. *Ducrozet G., Bonnefoy F., Le Touzé D., Ferrant P.* HOS-ocean: Open-source solver for nonlinear waves in open ocean based on High-Order Spectral method // Comp. Phys. Comm. 2016. Vol. 203. P. 245–254. doi:10.1016/j.cpc.2016.02.017
- 7. Chalikov D. Numerical modeling of surface wave development under the action of wind // Ocean Sci. 2018. 14 (3). P. 453–470. doi:10.5194/os-14-453-2018
- 8. *Chalikov D.* Accelerated reproduction of 2-D periodic waves // Ocean Dyn. 2021. Vol. 71. P. 309–322. doi:10.1007/s10236-020-01435-8
- 9. *Чаликов Д*. Двумерное моделирование трехмерных волн // Океанология. 2021. Т. 61. № . 6. Р. 913—924. doi:10.31857/S0030157421060046
- 10. Chalikov D. A 2D Model for 3D Periodic Deep-Water Waves // J. Mar. Sci. Eng. 2022. 10, 410. doi:10.3390/jmse10030410
- 11. *Chalikov D*. Statistical Properties of 3-D Waves Simulated with 2-D Phase-Resolving Model // Phys. Wave Phen. 2023. Vol. 31. No. 2. P. 114–122. doi:10.3103/S1541308X23020048
- 12. *Michalakes J., Dudhia J., Gill D., Henderson T., Klemp J., Skamarock W., Wang W.* The Weather Reseapch and Forecast Model: Software Architecture and Performance // Proceedings of the 11th ECMWF Workshop on the Use of High Performance Computing In Meteorology. 2004. P. 25–29.
- 13. National Centers for Environmental Prediction/National Weather Service/NOAA/U.S. Department of Commerce, NCEP FNL Operational Model Global Tropospheric Analyses, continuing from July 1999. Research Data Archive at the National Center for Atmospheric Research, Computational and Information Systems Laboratory, Boulder, *CO*. 2000, 11–14. doi:10.5065/D6M043C6

References

- 1. *Tolman H.L.* User manual and system documentation of WAVEWATCH III version 3.14. Technical Report. NOAA/ NWS/NCEP/MMAB. May 2009.
- 2. *Clamond D.*, *Fructus D.*, *Grue J.*, *Krisitiansen O.* An efficient method for three-dimensional surface wave simulations. Part II: Generation and absorption. *J. Comp. Phys.* 2005, 205, 686–705. doi:10.1016/j.jcp.2004.11.038
- 3. *Bingham H.B.*, *Zhang H.* On the accuracy of finite-difference solutions for nonlinear water waves. *J. Eng. Math.* 2007, 58, 211–228. doi:10.1007/s10665–006–9108–4
- 4. Engsig-Karup A.P., Bingham H.B., Lindberg O. An efficient flexible-order model for 3D nonlinear water waves. J. Comp. Phys. 2009, 228, 2100–2118. doi:10.1016/j.jcp.2008.11.028
- 5. Chalikov D. Numerical modeling of sea waves. Springer, 2016. 330 p.
- 6. *Ducrozet G., Bonnefoy F., Le Touzé D., Ferrant P.* HOS-ocean: Open-source solver for nonlinear waves in open ocean based on High-Order Spectral method. *Comp. Phys. Comm.* 2016, 203, 245–254. doi:10.1016/j.cpc.2016.02.017
- 7. *Chalikov D.* Numerical modeling of surface wave development under the action of wind. *Ocean Sci.* 2018, 14 (3), 453–470. doi:10.5194/os-14-453-2018
- 8. Chalikov D. Accelerated reproduction of 2-D periodic waves. Ocean Dyn. 2021, 71, 309—322. doi:10.1007/s10236-020-01435-8
- 9. *Chalikov D.* Two-dimensional modeling of three-dimensional waves. *Oceanology*. 2021, 61(6), 850–860. doi:10.1134/S0001437021060047

Интерпретация результатов расчетов со спектральной моделью прогноза волн с помощью фазо-разрешающей модели Interpretation of the spectral wave forecast model results using the phase-resolving model

- 10. Chalikov D. A 2D Model for 3D Periodic Deep-Water Waves. J. Mar. Sci. Eng. 2022, 10, 410. doi:10.3390/jmse10030410
- 11. *Chalikov D.* Statistical properties of 3-D waves simulated with 2-D phase-resolving model. *Phys. Wave Phen.* 2023, 31(2), 114–122. doi:10.3103/S1541308X23020048
- 12. *Michalakes J.*, *Dudhia J.*, *Gill D.*, *Henderson T.*, *Klemp J.*, *Skamarock W.*, *Wang W.* The weather reseapch and forecast model: Software architecture and performance. *Proceedings of the 11th ECMWF Workshop on the Use of High Performance Computing In Meteorology. Reading U.K. Ed. George Mozdzynski.* 2004, 25–29.
- 13. National Centers for Environmental Prediction/National Weather Service/NOAA/U.S. Department of Commerce, NCEP FNL Operational Model Global Tropospheric Analyses, continuing from July 1999. Research Data Archive at the National Center for Atmospheric Research, Computational and Information Systems Laboratory, Boulder, CO. 2000, 11–14. doi:10.5065/D6M043C6

Об авторах

ЧАЛИКОВ Дмитрий Викторович, РИНЦ Author ID: 606812, ORCID ID: 0000-0001-8698-9558, Scopus Author ID: 57203700718, WoS ResearcherID: AAO-3528-2020, dmitry-chalikov@yandex.ru **БУЛГАКОВ Кирилл Юрьевич**, РИНЦ Author ID: 168662, ORCID ID: 0000-0001-8779-965X, Scopus Author ID: 55270509900, WoS ResearcherID: R-7744-2016, bulgakov.kirill@gmail.com **ФОКИНА Карина Владимировна**, ORCID ID: 0000-0003-1826-0452, fokinakarina@yandex.ru