

УДК

© Р. Е. Ванкевич^{1*}, А. А. Родионов^{1,2}

¹Институт океанологии им. П.П. Ширшова РАН, 117997, Нахимовский пр., д. 36, г. Москва, Россия

²Санкт-Петербургский научный центр РАН. 199034, Университетская наб., д. 5, г. Санкт-Петербург, Россия

*E-mail: rvankevich@mail.ru

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАКОНОМЕРНОСТЕЙ ГЕНЕРАЦИИ СУБМЕЗОМАСШТАБНЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ ПРИ ОБТЕКАНИИ ЭЛЕМЕНТОВ ПОДВОДНОГО РЕЛЬЕФА

Статья поступила в редакцию 16.06.2020, после доработки 20.10.2020

В статье методом математического моделирования исследуются характеристики и механизмы формирования возмущений волновой и вихревой природы при обтекании препятствий в области наблюдения субмезомасштабных явлений в натуральных условиях. Решается задача обтекания преграды в виде полусферы диаметром 20 м с основанием на дне двухслойным низкотурбулентным потоком вязкой несжимаемой жидкости. Вихревая динамика потока за преградой разрешалась явным образом с использованием гибридного метода отсоединенных вихрей. На основе численных экспериментов показано, что в исследованном диапазоне чисел Фруда 0.0017–0.0272 процесс обтекания является нестационарным с образованием когерентных вихревых структур, которые растут с течением времени и вниз по потоку до характерных масштабов препятствия, а затем передают энергию волновым компонентам.

Ключевые слова: субмезомасштабные структуры, когерентные вихри, внутренние волны, численный эксперимент, уравнение Навье–Стокса.

© R.E. Vankevich^{1*}, A.A. Rodionov^{1,2}

¹Shirshov Institute of Oceanology RAS, 117997, Nahimovsky Pr., 36, Moscow, Russia

²St. Petersburg Research Center RAS, 199034, Universitetskaya Emb., 5, St. Petersburg, Russia

*E-mail: rvankevich@mail.ru

NUMERICAL STUDY OF SUBMESOSCALE FEATURES GENERATION PATTERNS WITHIN FLOW AROUND ELEMENTS OF UNDERWATER TERRAIN

Received 16.06.2020, in final form 20.10.2020

The article shows a mathematical model to study the characteristics and mechanisms of formation of wave and vortex structures formed by the flow around the obstacle at the scales corresponding to submesoscale phenomena in natural conditions. The problem of flow around a barrier in the form of a hemisphere with a diameter of 20 m with a base at the bottom of a two-layer laminar flow of a viscous incompressible liquid is solved. The vortex dynamics of the flow behind the barrier was resolved explicitly using the hybrid method of detached eddies. Based on numerical experiments, it is shown that in the studied range of Froude number 0.0017–0.0272 the flow process is non-stationary with the formation of coherent vortex structures that grow over time and down the stream to the characteristic scales of the obstacle, and then transfer energy to the wave components.

Key words: large vortex structures, coherent vortices, internal waves, numerical experiment, Navier–Stokes equation.

1. Введение

В последние десятилетия в России и за рубежом возрос интерес к исследованию субмезомасштабных явлений в океане и морях [1–5]. Под субмезомасштабными понимаются явления, наблюдаемые в короткопериодном интервале мезомасштабных процессов. Нижняя граница субмезомасштабов примыкает к области тонкой и микроструктуры. В силу пространственно-временных особенностей эти процессы недостаточно изучены [6]. Вместе с тем они могут оказывать существенное влияние на тепломассоперенос и перераспределение энергии, а, следовательно, на формирование гидрофизических полей и «погоды» в акватории [7–9].

Ссылка для цитирования: Ванкевич Р.Е., Родионов А.А. Численное исследование закономерностей генерации субмезомасштабных возмущений при обтекании элементов подводного рельефа // *Фундаментальная и прикладная гидрофизика*. 2020. Т. 13, № 4. С. 27–38. doi: 10.7868/S2073667320040036

For citation: Vankevich R.E., Rodionov A.A. Numerical Study of Submesoscale Features Generation Patterns Within Flow Around Elements of Underwater Terrain. *Fundamentalnaya i Prikladnaya Gidrofizika*. 2020, 13, 4, 27–38. doi: 10.7868/S2073667320040036

Один из механизмов формирования субмезомасштабных возмущений связан с обтеканием особенностей рельефа дна, в качестве которых могут рассматриваться банки, мелкие острова или структуры техногенного происхождения. Известно [10], что в зависимости от режимов обтекания и геометрических параметров препятствия в области вниз по потоку формируются турбулентные и волновые возмущения. Ещё в 1938 г. Толлмин и Прандтль высказали мнение о том, что во множестве случаев турбулентность характеризуется не только случайными, но и самосогласованными (когерентными) пульсациями. Позднее, Таунсенд [11, 12] и его ученики обосновали важную роль когерентных структур, в том числе крупномасштабных вихревых структур (КВС), в процессах тепломассопереноса в турбулентных потоках. В стратифицированных потоках КВС могут передавать энергию внутренним волнам.

Механизм образования крупномасштабных вихревых структур и передачи энергии в волновые движения при обтекании тела с характерным размером в несколько десятков метров стратифицированной средой исследовался в [13]. Показано, что процесс обтекания является нестационарным: в некоторый момент времени зарождаются мелкомасштабные возмущения вихревой природы, которые растут с течением времени и вниз по потоку до характерных масштабов препятствия, а затем передают энергию волновым компонентам и процесс повторяется снова. Эти исследования были ограничены расчетной областью, непосредственно прилегающей к препятствию.

Представляет интерес исследовать механизм формирования и характеристики возмущений волновой и вихревой природы при обтекании препятствий в области наблюдения субмезомасштабных явлений в натурных условиях.

Современные лабораторные экспериментальные методы и технологии визуализации вихревых структур [14–19] имеют ограничения по моделированию совокупности процессов в натурных условиях по критериям подобия. Объём полученных данных в натурных экспериментах не позволяет воспроизвести эволюцию пространственно-временных характеристик процесса. Развитие ИТ-технологий и прикладной вычислительной гидродинамики открывает новые возможности по моделированию сложных физических явлений в морской среде. Вместе с тем в настоящее время ограничен круг негидростатических моделей для описания субмезомасштабных возмущений. Согласно работе [20] класс негидростатических движений содержит гравитационные волны, глубоководную конвекцию, мезомасштабные вихри и другие явления. Напротив, гидростатическое описание внутренних волн означало бы пренебрежение дисперсионными эффектами в их эволюции, усиление роли нелинейности, ведущей к увеличению крутизны и разрушению волн.

Целью настоящей статьи является разработка численной негидростатической модели обтекания обособленной особенности рельефа дна и исследование закономерностей формирования субмезомасштабных возмущений вихревой и волновой природы.

Решается задача обтекания преграды в виде полусферы диаметром 20 м с основанием на дне двухслойным (отношение высоты слоя «тяжелой» жидкости к высоте полусферы принято равным 1.5) низкотурбулентным потоком вязкой несжимаемой жидкости в диапазоне чисел Фруда 0.0017...0.0272, определенных как $Fr = U^2/(gH)$, где за H принималась высота слоя «тяжелой» жидкости равная 15 м. Отдельное внимание в статье уделено визуализации результатов как актуальной задачи обработки массивов вычислительной информации. Благодаря визуализации выделяются волновые и вихревые составляющие процессов. Это позволяет наглядно интерпретировать и контролировать ход и результаты вычислений и, главное, анализировать физические закономерности эволюции гидродинамических полей.

2. Методы моделирования турбулентных течений

2.1. Уравнения Навье-Стокса

Предварительный анализ геометрических и временных масштабов рассматриваемого течения позволяет в первом приближении пренебречь диффузионными и термодинамическими эффектами, а также сжимаемостью жидкости. В этом случае при отсутствии массовых сил уравнения неразрывности и сохранения импульса могут быть представлены в виде редуцированных уравнений Навье-Стокса:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \cdot \mathbf{u}, \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad (2)$$

где \mathbf{u} , p — вектор скорости и скалярное поле давления, ρ , ν — плотность и коэффициент кинематической вязкости жидкости. Полагается, что свойства среды постоянны.

Уравнения (1), (2) в случае ламинарных течений имеют небольшое количество точных решений для относительно простых геометрических конфигураций (некоторые решения приведены в [21]). Однако для турбулентного режима течения такие решения отсутствуют. Это связано с интенсивными флуктуациями гидродинамических полей в пространстве и времени как результат нелинейного взаимодействия вихревых образований различных масштабов. Для численного решения представленных уравнений выделяют следующие основные методы:

- прямого численного моделирования;
- решение уравнений Навье–Стокса, осреднённых по Рейнольдсу;
- моделирования крупных вихрей;
- гибридные.

Для обоснования выбора наиболее подходящего метода для решения поставленной задачи рассмотрим кратко каждый из них.

Метод прямого численного моделирования (Direct Numerical Simulation, DNS) не рассматривается, так как является наиболее ресурсозатратным подходом с точки зрения объема и, соответственно, времени вычислений.

2.2. Уравнения Навье–Стокса, осредненные по Рейнольдсу (*Reynolds Averaged Navier Stokes, RANS*)

Уравнения Навье–Стокса, осредненные по Рейнольдсу, описывают статистические характеристики потока, а не мгновенные поля скорости и давления. Идея заключается в представлении полей скорости и давления в виде суммы осредненной по времени и пульсационной компонент:

$$\mathbf{u} = \underline{\mathbf{u}} + \mathbf{u}', \quad p = \underline{p} + p'. \quad (3)$$

Подставляя (3) в (1), (2) получаем

$$\frac{\partial \underline{\mathbf{u}}}{\partial t} + \underline{\mathbf{u}} \cdot \nabla \underline{\mathbf{u}} = -\frac{1}{\rho} \nabla \underline{p} + \nu (\Delta \underline{\mathbf{u}} - \nabla \cdot \underline{\boldsymbol{\tau}}), \quad (4)$$

$$\nabla \cdot \underline{\mathbf{u}} = 0, \quad (5)$$

где $\underline{\boldsymbol{\tau}} = \underline{\mathbf{u}} \cdot \underline{\mathbf{u}} - \underline{\mathbf{u}} \cdot \underline{\mathbf{u}} = \underline{\mathbf{u}}' \cdot \underline{\mathbf{u}}'$ — есть симметричный тензор второго ранга, который называется напряжениями Рейнольдса. Физически он соответствует влиянию пульсаций на осредненные величины скорости и давления. Для сравнения отметим, что если в подходе DNS все флуктуации скорости и давления необходимо рассчитывать напрямую, то в RANS весь спектр пульсаций усредняется и с неизбежными потерями содержится в $\underline{\boldsymbol{\tau}}$. Для нахождения $\underline{\boldsymbol{\tau}}$ используются различные полуэмпирические модели турбулентности (турбулентного замыкания). В зависимости от определения осреднения по ансамблю в уравнениях может остаться производная по времени. Этот подход называется нестационарным (unsteady) и имеет аббревиатуру URANS.

В методах RANS/URANS не предъявляются высокие требования к разрешению по времени и пространству, потому что после осреднения поля скорости и давления не имеют сильных пространственно-временных флуктуаций. Однако почти вековой опыт использования RANS свидетельствует о том, что этот подход весьма чувствителен к применяемым моделям турбулентности — допущениям о свойствах пульсационного движения. Во многих случаях использование различных моделей турбулентности приводит к качественно разным результатам. Одной из проблем является описание организованных крупномасштабных пульсаций в сдвиговых потоках (когерентных структур), универсальное моделирование которых затруднено.

2.3. Метод моделирования крупных вихрей (*Large Eddy Simulations, LES*)

Компромиссом с точки зрения достоверности результатов и относительно низких вычислительных затрат является метод крупных вихрей. В основе этого подхода лежит идея разделения пульсаций на мелко-масштабные и крупномасштабные. Уравнения в этом случае имеют вид:

$$\frac{\partial \tilde{\mathbf{u}}}{\partial t} + \tilde{\mathbf{u}} \cdot \nabla \tilde{\mathbf{u}} = -\frac{1}{\rho} \nabla \tilde{p} + \nu (\Delta \tilde{\mathbf{u}} - \nabla \cdot \tilde{\boldsymbol{\tau}}), \quad (6)$$

$$\nabla \cdot \tilde{\mathbf{u}} = 0, \quad (7)$$

где волна сверху над символом соответствует отфильтрованной величине, а $\tilde{\boldsymbol{\tau}} = \widetilde{\mathbf{u} \cdot \mathbf{u}} - \tilde{\mathbf{u}} \cdot \tilde{\mathbf{u}}$ называется тензором подсеточных напряжений и характеризует влияние мелкомасштабной турбулентности на разрешенное (отфильтрованное) поле скорости. «Уравнения решаются численно для $\tilde{\mathbf{u}}, \tilde{p}$, а флуктуационная компонента

определяется либо с помощью подсеточной модели (чаще всего по Смагоринскому), либо путем их осреднения по пространству оператором, фильтрующим пространственные масштабы, меньшие чем шаг сетки. Процедура осреднения отделяет способные к разрешению масштабы от подсеточных, причем фильтр вводит масштаб Δ , который представляет наименьший масштаб турбулентности, допустимый этим фильтром. Часто используется неявный LES подход (ILES), в котором подсеточная модель турбулентности или фильтр не используется, а диссипативное действие подсеточных вихрей замещается диссипативными свойствами численной схемы».

Метод достаточно точный. Позволяет получать мгновенные поля скорости и в целом подходит для моделирования эволюции вихревых структур. Для пристеночных турбулентных течений требования к вычислительной сетке завышены.

Таким образом, методы RANS хорошо работают в пристеночных пограничных слоях (ПС), не требовательны к вычислительным мощностям, но не обеспечивают приемлемой точности при расчете сложных течений с обширным отрывом. Напротив, LES методы демонстрируют высокую точность при приемлемых вычислительных ресурсах вдали от твердых стенок, но при этом предъявляют завышенные требования к сетке в пристеночных областях, что существенно ограничивает их использование.

2.4. Гибридные RANS-LES методы

В последнее время широкое распространение получили гибридные RANS-LES подходы, один из которых предложен в 1997 г. — метод моделирования отсоединённых вихрей (Detached-Eddy Simulation, DES), [22]. DES — простейший и очень эффективный гибридный подход. В пограничном слое реализуется метод RANS. В отрывной зоне DES функционирует как LES. Так как формально уравнения (4), (5) идентичны (6), (7), переключение между методами осуществляется за счет масштаба турбулентности:

$$l_{DES} = \min\{l_{RANS}, C_{DES} \cdot \Delta\}, \quad (8)$$

где l_{RANS} — линейный масштаб RANS модели; C_{DES} — эмпирическая константа, имеет порядок близкий к 1; Δ — максимальный локальный шаг сетки.

В процессе эксплуатации данного метода был выявлен ряд недостатков и проблем. Метод DES начинает работать в незапланированном режиме в пограничном слое. Переключение между RANS и LES происходит внутри ПС. Турбулентная вязкость уменьшается, а пульсаций (разрешенных Рейнольдсовых напряжений) недостаточно, что приводит к вырождению турбулентности. Дальнейшие совершенствования метода Delayed Detached Eddy Simulations (DDES) предполагали введение специальных «защитных» функций f_d для ПС [23]:

$$l_{DDES} = \min\{l_{RANS}, (1 - f_d) \cdot l_{RANS} + (f_d) \cdot C_{DES} \cdot \Delta\}. \quad (9)$$

Внутри пограничного слоя:

$$f_d = 0; l_{DDES} = l_{RANS}. \quad (10)$$

Вне пограничного слоя:

$$f_d = 1; l_{DDES} = \min\{l_{RANS}, C_{DES} \cdot \Delta\}. \quad (11)$$

Локальные «детекторы» f_d принадлежности к пограничному слою обычно строятся на соотношении полученного решения и автомодельного решения для логарифмической области ПС. Таким образом, в методе DDES переключение между RANS и LES определяется не только шагом сетки, но и решением. К сожалению, метод не лишен недостатков. Использование DDES приводит к существенной задержке появления разрешенной турбулентности в зоне LES, примыкающей к RANS. Так как пограничный слой описывается с помощью RANS, он не содержит разрешенных турбулентных структур и характеризуется высоким уровнем модельной турбулентной вязкости, поэтому, несмотря на формальное переключение метода в LES моду, отсутствуют разрешенные турбулентные структуры.

В последнее время получили развитие «усовершенствованные» методы DDES (Improved Delayed Detached Eddy Simulation, IDDES) [24–26]. Согласно данному подходу в отрывных зонах и далее по потоку реализуется LES (как в DDES), в пределах ПС при наличии турбулентного контента и достаточно мелкой сетки реализуется LES, в противном случае реализуется RANS. Основная идея заключается во введении гибридного подсеточного масштаба длины Δ_{IDDES} :

$$\Delta_{IDDES} = \min\left(\max(C_w d_w, C_w h_{\max}, h_{wn}), h_{\max}\right). \quad (12)$$

Здесь $C_w = 0.15$ эмпирическая константа, h_{\max} — максимальный шаг сетки, а h_{wn} — шаг сетки в направлении по нормали к стенке, d_w — расстояние до стенки.

Гибридный масштаб длины включает в себя не только локальные характеристики сетки, но и расстояние до стенки, в результате чего происходит существенное уменьшение турбулентной вязкости вблизи RANS-LES интерфейса, приводящее к возникновению мелкомасштабных турбулентных структур в этой области. IDDES может применяться как для отрывных течений, так и для присоединенных турбулентных течений, что подтверждается его широким тестированием [25, 26]).

«Таким образом, среди существующих гибридных RANS-LES подходов IDDES подход является более универсальным по сравнению с зональными методами, в которых зоны «ответственности» RANS и LES моделей фиксированы». Физический смысл его определяющих уравнений различается в пристенной области и в области вдали от стенки. Так, в пристенной области определяющими уравнениями являются уравнения Рейнольдса, а в области вдали от стенки — отфильтрованные уравнения Навье-Стокса.

3. Математическая формулировка задачи и вычислительный инструментарий

Для упрощения задачи рассмотрим двухслойное течение, состоящее из несмешивающихся слоев жидкостей с плотностями ρ_1 и ρ_2 (перепад плотности принят равным 4 у. е., что характерно для стратификации вод в северных акваториях Мирового океана). Модель несмешиваемых жидкостей описывает реальную ситуацию, если толщина переходного слоя от жидкости с плотностью ρ_1 к жидкости с плотностью ρ_2 будет много меньше длины волны и толщины слоя верхней жидкости. Зарождение и распространение внутренних волн представляется как эволюция границы раздела фаз, моделируемой по методу объема жидкости VOF (Volume of Fluid) [27]. Согласно данному методу, для каждой вычислительной ячейки определяется некоторая скалярная величина, представляющая собой степень заполнения этой же ячейки одной фазой. Если в какой-то ячейке эта величина равна 0, то она полностью заполнена жидкостью плотностью ρ_1 , если равна 1, то ρ_2 . Соответственно, если ее значение лежит между 0 и 1, то можно сказать, что эта ячейка содержит свободную (межфазную) границу. Другими словами, объемная доля фазы 1 («тяжелой» воды) α определяется как отношение ее объема в ячейке к полному объему данной ячейки. Соответственно, $1-\alpha$ представляет собой объемную долю второй фазы (легкой воды) в данной ячейке. В начальный момент времени дается распределение поля этой величины, и дальнейшая ее временная эволюция вычисляется как решение следующего транспортного уравнения:

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \frac{\partial(\alpha u_i)}{\partial x_i} = 0. \quad (13)$$

Физические свойства двухфазной смеси (двухслойной среды) определяются осреднением с соответствующими весовыми коэффициентами:

$$\rho = \alpha \rho_1 + (1 - \alpha) \rho_2, \quad \mu = \alpha \mu_1 + (1 - \alpha) \mu_2. \quad (14)$$

Пренебрегаем поверхностным натяжением и добавляя действие силы тяжести в (2), получаем финальную систему уравнений:

$$\begin{aligned} \nabla \times \mathbf{u} &= 0, \\ \frac{\partial \rho \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \times (\rho \mathbf{u} \mathbf{u}) &= -\nabla P + \nabla \times \boldsymbol{\tau} + \rho \mathbf{g}, \\ \nabla \times \boldsymbol{\tau} &= \nabla \cdot \left(\mu \left[\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T \right] \right) = \nabla \cdot (\mu \nabla \mathbf{u}) + (\nabla \mathbf{u}) \cdot \nabla \mu, \\ \mu &= \alpha \mu_1 + (1 - \alpha) \mu_2, \\ \mu_i &= (\mu - \mu_i) i, \\ \rho &= \alpha \rho_1 + (1 - \alpha) \rho_2. \end{aligned} \quad (15)$$

В целях последующего сравнительного анализа система уравнений (15) замыкается с использованием 2-х конкурирующих подходов RANS и RANS-LES, описанных выше. В качестве RANS использована k- ω SST модель турбулентности, а для расчетов RANS-LES используется метод IDDES. Численно исследуется диапазон скоростей течений $U_{0.5}-2$ м/с течений что соответствует диапазону чисел Фруда 0.0017...0.0272.

Представленная система уравнений решается в полной трехмерной форме в среде Open FOAM (Open Source Field Operation And Manipulation CFD Tool Box). Open FOAM — открытая интегрируемая платформа для численного моделирования задач механики сплошной среды. Используется решатель Inter Foam, предназначенный для расчета нестационарного течения двух сред, разделённых границей раздела или свободной поверхностью. Программный комплекс Open Foam [28], кроме ряда готовых гидродинамических моделей, предоставляет пользователю доступ к исходному коду, что позволяет легко и удобно комбинировать и модифицировать гидродинамические модели. Эта особенность позволяет создавать гидродинамические модели практически произвольной сложности и выгодно отличает Open Foam от проприетарного программного обеспечения (ПО) с закрытым кодом.

4. Постановка вычислительного эксперимента

4.1. Расчетный домен и сетка

Расчетный домен (рис. 1, а) представляет собой параллелепипед с размерами по $dx = 500$ м, $dy = 200$ м, $dz = 50$ м. Направление течения потока совпадает с положительным направлением оси X — слева направо. Грани перпендикулярные направлению потока представляют собой открытые границы, остальные грани — твердые стенки. На расстоянии 100 м от левой открытой границы расположена полусфера с основанием на нижней грани, имитирующая элемент рельефа на морском дне. Диаметр полусферы 20 м.

Расчет производился на нерегулярной сетке с переменным шагом по пространству. Начальный шаг сетки по пространству на удалении от полусферы и нижней грани представляет собой параллелепипед $5 \times 5 \times 2.5$ (x, y, z; м). Пространственный шаг в пределах волнового интерфейса и зоны развития турбулентного следа составляет $\frac{1}{8}$ начального шага ($0.625 \times 0.625 \times 0.3125$) что достаточно для разрешения пространственных турбулентных структур с характерным размером от 3 м (рис. 1, б).

Дальнейшее измельчение и трансформация сетки происходит в области пограничного слоя полусферы и у нижней грани домена. Размер шага в пределах пограничного слоя монотонно (линейно с коэффициентом расширения 1.1) убывает по нормали к поверхности до 0.005 м — значения определенного в соответствии с требованиями корректности пристеночной функции (см подраздел граничные условия) $30 < Y^+ < 300$. Общая толщина пограничного слоя подбиралась опытным путем (рис. 1, в).

Суммарно расчетная сетка содержит 5.7 млн узлов. Время интегрирования 1000 шагов на 112 процессорах класса Intel Xeon v2 составляет около 4 ч.

4.2. Начальные условия

Для нестационарной задачи необходимо задание начальных значений всех зависимых переменных. Значения продольной компоненты вектора скорости задавались равными скорости потока. Начальное приращение давления по всему вычислительному домену равно нулю. Кинетическая энергия турбулентности и скорость ее диссипации (для расчетов RANS) имеют некоторое малое значение, которое обеспечивает хорошую сходимость численного решения на первых шагах интегрирования.

Начальное распределение объемной доли α задавалось в соответствии с гипотетическим положением пикноклина в виде:

$$\alpha = 1 \text{ для } z < 15 \text{ м, } \alpha = 0 \text{ для } z \geq 15 \text{ м.} \quad (16)$$

При этом перепад плотности между «тяжелой» и «легкой» жидкостями составлял 4 у. е.

4.3. Граничные условия

Спецификация граничных условий приведена в табл. 1. На твердых стенках для давления и объемной доли фаз (α) заданы условия непроницаемости. На боковых и верхней твердых стенках расчетной области задано условие свободного скольжения. На нижней грани и полусфере — прилипания. Для входного потока задается распределение скорости и объемной доли фаз (условие Дирихле).

На нижней грани и полусфере для кинетической энергии турбулентности и скорости ее диссипации, или же непосредственно для турбулентной вязкости (в случае S-A модели), граничные условия задавались при помощи аппарата пристеночных функций openFoam: `kqRWallFunction`, `omegaWallFunction`, `nutkRoughWallFunction`, с коэффициентами «по умолчанию».

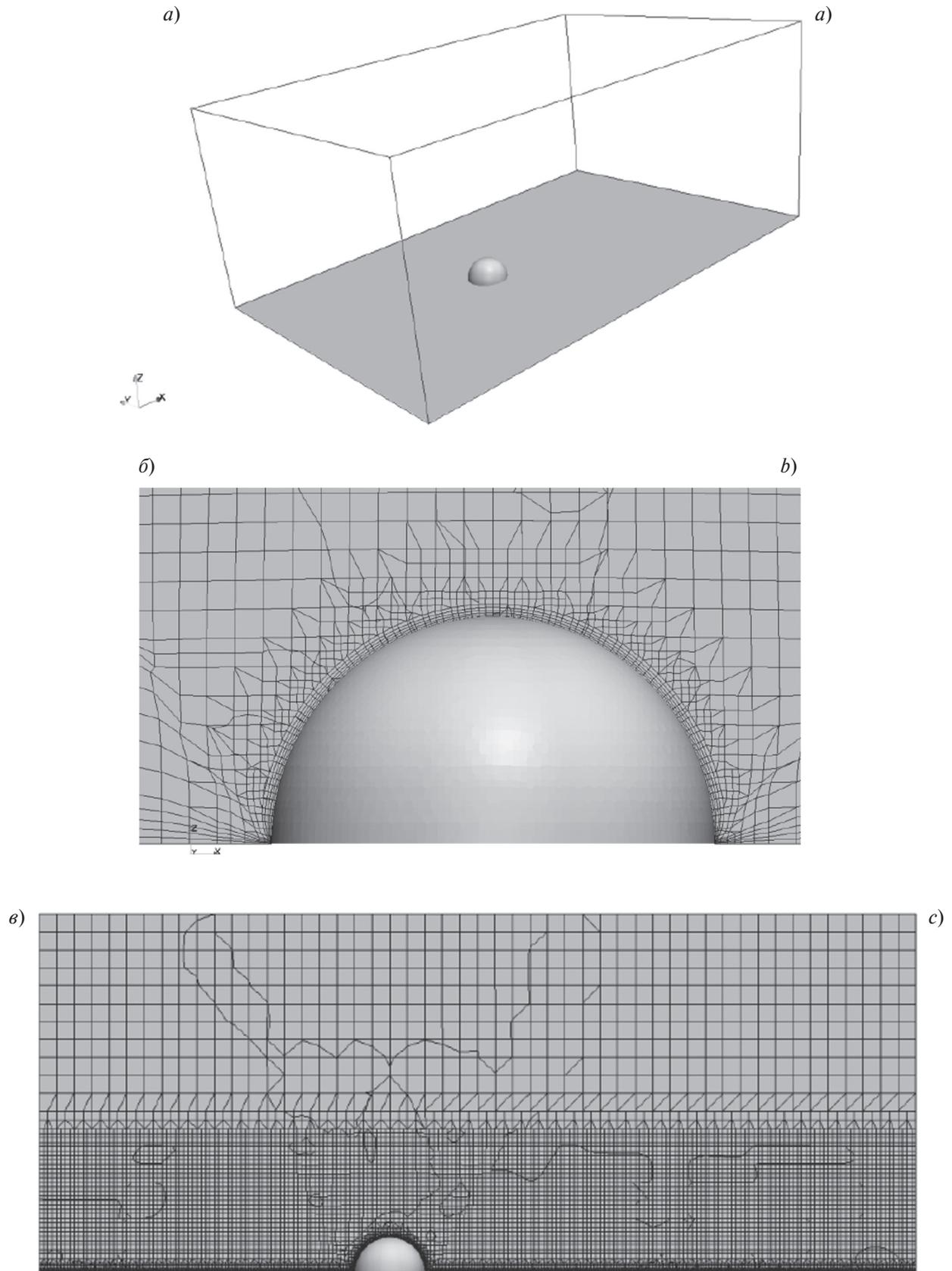


Рис. 1. Расчетный домен. Пограничный слой.

Fig. 1. Calculation domain. Boundary layer.

**Граничные условия
Boundary condition**

Граница	U	P	alpha
Входной поток	(Ux 0 0)	$n\nabla p = 0$	фиксировано в соответствии с начальным распределением
Выходной поток	$n\nabla u = 0$	$p = 0$	$n\nabla\alpha = 0$
Боковая грань 1	Скольжение	Скольжение	Скольжение
Боковая грань 2	Скольжение	Скольжение	Скольжение
Верхняя грань	Скольжение	Скольжение	Скольжение
Нижняя грань	(0 0 0)	$n\nabla p = 0$	$n\nabla\alpha = 0$
Полусфера	(0 0 0)	$n\nabla p = 0$	$n\nabla\alpha = 0$

4.4. Дискретизация основных уравнений

Дискретизация расчетной области проводится методом контрольных объемов. Для точного разрешения вихрей, ненамного превосходящих размер ячейки, необходимо использовать низкодиссипативные разностные схемы. Противопоточные схемы для векторных величин (традиционные для RANS) неприменимы для LES. Поэтому применены следующие схемы 2-го порядка точности (S — скаляр, phi — объемный поток):

$$\begin{aligned} &\text{div}(\text{phi}, S) \text{ Gauss limitedLinear 1;} \\ &\text{div}(\text{phi}, \text{alpha}) \text{ Gauss vanLeer;} \\ &\text{div}(\text{phi}, U) \text{ Gauss LUST grad(U).} \end{aligned}$$

Для дискретизации производной по времени использовалась смешанная схема 2-го порядка точности Кранк-Николсона [29] с коэффициентом 0.5. Максимальные значения чисел Куранта для фазовых полей $\max\text{AlphaCo}$ и других полей $\max\text{Co}$ ограничены значением 0.5, что обеспечило необходимую устойчивость расчетов.

Численное решение связанных через давление нестационарных уравнений основывалось на методе PISO [28] с числом корректоров — 3.

4.5. Методы визуализации

Численное решение уравнений Навье-Стокса дает распределение скорости в каждом узле вычислительной сетки $\mathbf{u}(\mathbf{r}, t)$, где t — время, а $\mathbf{r} = (x, y, z)$ представляет собой точку в трехмерном пространстве. Каждая компонента вектора скорости дает скалярное поле, градиент которого находится при помощи дифференцирования в каждом пространственном направлении, что приводит к определению тензора градиента скорости $\nabla\mathbf{u} = \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right)_{ij}$.

Движение жидкости может быть представлено в виде суммы двух тензоров:

$$\nabla\mathbf{u} = S + \Omega, \quad S = \frac{1}{2}[\nabla\mathbf{u} + (\nabla\mathbf{u})], \quad \Omega = \frac{1}{2}[\nabla\mathbf{u} - (\nabla\mathbf{u})], \tag{17}$$

где S — тензор скоростей деформаций (strain rate tensor), Ω — тензор завихренности (vorticity tensor).

Идентификация вихревых образований в поле течения проводится с использованием критерия Q , представляющего собой инвариант тензора градиента скорости, предложенный в работе [14]: $Q = 1/2 (|\Omega|^2 - |S|^2)$. Вихрь определяется как область течения, в которой выполняется неравенство $Q > 0$ (область течения, в которой норма тензора завихренности превышает норму тензора скоростей деформаций).

Идентификация внутренних волн (ВВ) осуществлялась путем визуализации трехмерного скалярного поля фазовой доли α . Под визуализацией трехмерных скалярных полей понимается визуализация поверхности, заданной уравнением функции трех аргументов и фиксированного значения этой функции

$$\{(x, y, z) | f(x, y, z) = c\}, \tag{18}$$

где $f(x, y, z)$ — заданная функция, c -заданный уровень (в данном случае $c = 0.5$). На практике восстанавливается не сама поверхность, а поверхность, которая является приближением исходной с помощью треугольников (триангуляция).

5. Результаты вычислительных экспериментов

На основе серии численных экспериментов с использованием RANS (модель $k-\omega$ SST) и RANS-LES (модель Спаларта-Аллмараса (S-A)) подходов решения уравнений системы (19) исследовалась эволюция двухкомпонентного двухслойного низкотурбулентного потока при обтекании подводного препятствия для различных чисел Фруда. Полученная в результате моделирования структура турбулентного потока за полусферой в целом соответствует приведенным в литературе экспериментальным данным и результатам моделирования [31]. Отрыв потока от задней части полусферы приводит к генерации осесимметричных КВС в форме так называемых шпилькообразных вихрей. Результаты расчета турбулентных возмущений за полусферой при скорости набегающего потока 0.5 м/с ($Fr = 0.0017$) приведены на рис. 2 (см. вклейку). Рис. 2, *а, б* из литературных данных [30] приведен для примера. На рис. 2, *в* представлен турбулентный след за полусферой после 1000 с интегрирования модели с использованием гибридного RANS-LES решения. Вихревая структура визуализирована с помощью критерия Q . Вихревые когерентные структуры выделяются как оконтуренные изоповерхностью области течений, в пределах которых выполняется неравенство $Q > 0.002$. Цветовая палитра изоповерхности соответствует значениям проекции модуля скорости потока на поверхность.

Таким образом, структура турбулентного течения за полусферой полностью соответствует теоретическим и экспериментальным представлениям о данном процессе. Для сравнения, на рис. 2, *г* приведен результат аналогичного расчета с использованием только RANS подхода. Подобно ранее опубликованным результатам расчетов обтекания полусферы потоком воздуха [32] модель RANS не может адекватно предсказать поле потока. На фрагменте рис. 2, *г* отмечается ускоренная деградация вихревых структур вниз по потоку как результат усреднения пульсаций скоростей согласно ограничениям метода RANS.

Результаты вихреволнового взаимодействия идентифицированных вихревых структур с внутренней волной (определяемой как колебания интерфейса раздела компонентов потока) представлены на рис. 3 (см. вклейку). Для наглядности изоповерхность раздела компонентов потока смещена на рисунке вверх на 10 м и отмасштабирована с коэффициентом 2. Рис. 3, *а* демонстрирует результаты расчета RANS, рис. 3, *б* — RANS-LES. В данном случае цветовая палитра изоповерхностей соответствует значениям проекции вертикальной компоненты скорости потока. Кроме колебаний изоповерхности, волновая динамика потока проявляется также и в поле критерия Q в виде замкнутых чередующихся протяженных вихревых структур, локализованных вдоль гребней и впадин ВВ и характеризующихся противоположным направлением вращения. В расчете RANS когерентные вихревые и волновые структуры разнесены по пространству и практически не взаимодействуют. В варианте RANS-LES наблюдается как взаимодействие КВС и волновых структур в зонах их коллокации, так и возбуждение КВС дополнительных колебательных мод на изоповерхности.

Более детально сравнительная характеристика возмущений на границе раздела потоков приведена на рис. 4 и 5 (см. вклейку). Как следует из представленных данных явное разрешение вихревых структур существенно перестраивает топологию ВВ вниз по потоку. Меняются амплитуды и скорости распространения ВВ, а также появляются дополнительные моды. В частности, сглаживающий эффект RANS наглядно проявляется на рис. 5. Явно разрешенные с помощью LES волновые вихревые структуры более интенсивны и распространяются значительно дальше по потоку без деградации.

Расчет по методу RANS-LES для скоростей набегающего потока от 0.5 до 2 м/с ($Fr = 0.0005-0.008$) приведен на рис. 6 (см. вклейку). По мере роста скорости потока возбуждение ВВ турбулентным следом усиливается, а волновой след, вызванный депрессией давления за преградой, вытягивается вдоль оси (угол раскрытия V-образного следа уменьшается) и ослабевает по амплитуде. Это следует из исчезновения на рисунке волновых и вихревых структур непосредственно за преградой, что говорит о заметно сниженной интенсивности волнового движения, возбужденного непосредственно препятствием. Одновременно интенсифицируется процесс возбуждения ВВ когерентными структурами турбулентного следа ниже по потоку. Когда число Фруда возрастает до 0.0272 (рис. 6, *в*), крупные вихревые петли взаимодействуют непосредственно с первой модой волнового следа. Волновые структуры приобретают все более нерегулярный характер. В данном случае невыполнение принципа «автомодельности» для критических значений числа Рейнольдса объясняется изменяющимися в зависимости от скорости набегающего потока амплитудно-частотными характеристиками волнового следа за препятствием.

6. Выводы

В статье представлены результаты разработки численной негидростатической модели обтекания обособленных особенностей рельефа дна потоком стратифицированной морской среды. Апробация модели свидетельствует о возможности её применения в широком диапазоне условий по числам Рейнольдса, реализуемым в природных условиях.

На основе численных экспериментов показано, что в исследованном диапазоне чисел Рейнольдса 6.6×10^6 ($Fr = 0.0017$) и 26×10^6 ($Fr = 0.0272$): процесс обтекания является нестационарным с образованием когерентных вихревых структур, сходящих с препятствия с частотой, соответствующей числам Струхала $St = 0.75$ ($Fr = 0.0017$), 0.65 ($Fr = 0.0068$) и $St = 0.66$ ($Fr = 0.0272$); характерные масштабы вихревых структур лежат в пределах $0.5-1$ диаметра препятствия, длины внутренних волн находятся в диапазоне $2-3$ диаметров препятствия. Близкие по значениям числа Струхала в рассматриваемом диапазоне чисел Рейнольдса свидетельствуют о пространственно-временной инвариантности процессов обтекания препятствия при изменении скорости набегающего потока.

При скорости набегающего потока сравнимых со скоростью свободных внутренних волн вихревые структуры вносят значимый вклад в волновое поле за препятствием. С увеличением скорости набегания потока в волновом поле за преградой превалируют волны от вихревых структур. Прямое разрешение вихревых структур с использованием метода крупных вихрей существенно перестраивает топологию ВВ вниз по потоку от препятствия, если сравнивать полученные решения с решением осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье-Стокса. Меняются амплитуды и скорости распространения ВВ, а также появляются дополнительные моды.

С учетом принятых упрощений, указанные факты позволяют сделать вывод о существенной роли крупномасштабных вихревых структур в процессах зарождения и эволюции ВВ при обтекании течением элементов рельефа.

Дальнейшие исследования должны включать численные эксперименты в типовых условиях акваторий Мирового океана с учетом реальных рельефа дна и стратификации вод.

7. Финансирование

Работа выполнена в рамках государственного задания по темам № 0149–2019–0015 (Р.Е. Ванкевич, А.А. Родионов) и № 075–01336–20–02 (А.А. Родионов).

Литература

1. *Рогачев К.А.* Субмезомасштабные струи на континентальном шельфе залива Петра Великого (Японское море) // Исследование Земли из космоса. 2012. № 6. С. 54–60.
2. *Зацепин А.Г.* Субмезомасштабные вихри на Кавказском шельфе Черного моря и порождающие их механизмы // Океанология. 2011. Т. 51, № 4. С. 592–605.
3. *Морозов Е.Г., Марченко А.В.* Короткопериодные внутренние волны в арктическом фиорде (Шпицберген) // Известия РАН. ФАО. 2012. Т. 48, № 4. С. 453–460.
4. *Каримова С.С.* Статистический анализ субмезомасштабных вихрей Балтийского, Чёрного и Каспийского морей по данным спутниковой радиолокации // Исследование Земли из космоса. 2012. № 3. С. 31–47.
5. *Зимин А.В.* Короткопериодная изменчивость гидрофизических полей и характеристик внутреннего волнения в течение полусуточного приливного цикла в шельфовых районах Белого моря // Океанология. 2013. Т. 53, № 3. С. 293–303.
6. *Родионов А.А., Романенков Д.А., Зимин А.В.* и др. Субмезомасштабные структуры вод Белого моря и их динамика. Состояние и направления исследований // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2014. Т. 7, № 3. С. 29–41.
7. *Munk W., Armi L., Fischer K., Zachariasen F.* Spirals on the sea // Proceedings of the Royal Society A. 2000. V. 456. P. 1217–1280.
8. *Thomas L., Tandon A., Mahadevan A.* Submesoscale processes and dynamics // Ocean Modeling in an Eddy. Geophys. Monogr. Ser. 2008. V. 177. P. 17–38. doi: 10.1029/177GM04
9. *Garrett C., Munk W.* Internal waves in the Ocean // Annual Review of Fluid Mechanics. 1979. 11:1. P. 339–369.
10. *Chomaz J.M., Bonneton P., Butet A., Perrier M., Hopfinger E.J.* Froude number dependence of the flow separation line on a sphere towed in a stratified fluid // Physics of Fluids A. 1992. V. 4. P. 254–258.
11. *Townsend A.A.* The structure of turbulent shear flow. Cambridge University Press, 1956. 315 p.
12. *Holmes P., Lumley J.L., Berkooz G.* Turbulence, coherent structures, dynamical systems and symmetry. Cambridge University Press, 1996. 386 p.
13. *Ткаченко И.В., Родионов А.А., Сафрай А.С., Гордеева С.М.* Эффекты нестационарности обтекания равномерно движущегося тела // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2018. Т. 11, № 4 С. 3–8.
14. *Hinze J.O.* Turbulence. McGraw-Hill, 1975. 780 p.
15. *Makita H.* Turbulence field in a small wind tunnel // Fluid Dynamics Research. 1991. V. 8. P. 50–64.

16. Meng H., Hussain F. Holographic particle velocimetry: a 3D measurement technique for vortex interactions, coherent structures and turbulence // *Fluid Dynamics Research*. 1991. V. 8. P. 33–52.
17. Miller A. Secondary flow vortices: A structure in turbulent open channel flow // *Structure of Turbulence in Heat and Mass Transfer*. 1982. 451 p.
18. Motzfeld H. Frequenzanalyse turbulenter Schwankungen // *ZAMM*. 1938. V. 18, N 6. P. 362–365.
19. Raffel M., Willert C.E., Wereley S.T., Kompenhans J. *Particle Image Velocimetry*. Springer, 2007.
20. Вольцингер Н.Е., Андросов А.А. Негидростатическая динамика проливов Мирового океана // *Фундаментальная и прикладная гидрофизика*. 2016. Т. 9, № 1. С. 26–40.
21. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т. VI. Гидродинамика. М.: Наука, 1986. 736 с.
22. Mockett C. A comprehensive study of detached-eddy simulation. Berlin, 2009. 235 p.
23. Spalart P.R. et al. A new version of detached-eddy simulation, resistant to ambiguous grid densities // *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*. 2006. V. 20, N 3. P. 181–195.
24. Shur M.L. et al. A hybrid RANS-LES approach with delayed-DES and wall-modeled LES capabilities // *International Journal of Heat and Fluid Flow*. 2008. V. 29. P. 1638–1649.
25. Ferziger J.H., Peric M. *Computational Methods for Fluid Dynamics*. Springer Verlag, 2002. 423 p.
26. Gritskevich M.S., Garbaruk A.V., Menter F.R. Fine-tuning of DDES and IDDES formulations to the $k-\omega$ Shear Stress Transport model // 4-th European Conference for Aerospace Sciences (EUCASS-4). 2011. P. 1–10.
27. Weller H.G. A new approach to VOF-based interface capturing methods for incompressible and compressible flows. Technical Report. TR/HGW/04, 2008.
28. Weller H.G., Tabor G., Jasak H., Fureby C. A tensorial approach to computational continuum mechanics using object-oriented techniques // *Computers in Physics*. 1998. V. 12, N 6. P. 620–631.
29. Crank J., Nicolson P. A practical method for numerical evaluation of solutions of partial differential equations of the heat conduction type // *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*. 1947. V. 43, N 1. P. 50–67. doi: 10.1017/S0305004100023197
30. Wood J.N., De Nayer G., Schmidt S., Breuer M. Experimental investigation and large-eddy simulation of the turbulent flow past a smooth and rigid hemisphere // *Flow, Turbulence and Combustion*. 2016. V. 97, N 1. P. 79–119. doi: 10.1007/s10494-015-9690-5
31. Kang Y.D., Kwing-So Choi. Control of vortex shedding from a hemisphere by local suction // *Journal of Visualization*. 2006. V. 9, N 1. P. 8. doi: 10.1007/BF03181562
32. Tavakol M.M., Abouali O., Yaghoubi M. Large eddy simulation of turbulent flow around a wall mounted hemisphere // *Applied Mathematical Modelling*. 2015. V. 39, N 13. P. 3596–3618.

References

1. Rogachev K.A. Submesoscale jets on the continental shelf of Peter the Great Bay (Sea of Japan). *Issledovanie Zemly iz Kosmosa*. 2012, 6, 54–60 (in Russian).
2. Zatsepin A.G. et al. Submesoscale eddies at the Caucasus Black Sea shelf and the mechanisms of their generation. *Oceanology*. 2011, 51, 4, 554–567.
3. Morozov E.G., Marchenko A.V. Short-period internal waves in an arctic fjord (Spitsbergen). *Izvestiya. Atmospheric and Oceanic Physics*. 2012, 48, 4, 401–408.
4. Karimova S.S. Statistical analysis of submesoscale vortices of the Baltic, Black and Caspian seas based on satellite radar data. *Issledovanie Zemly iz Kosmosa*. 2012, 3, 31–47 (in Russian).
5. Zimin A.V. Short-period variability of hydrophysical fields and internal wave characteristics during a semidiurnal tidal cycle on the White Sea shelf. *Oceanology*. 2013, 53, 3, 259–268.
6. Rodionov A.A., Romanenkov D.A., Zimin A.V. et al. Submesoscale processes and dynamics in the White Sea. State of the art and future research. *Fundamentalnaya i Prikladnaya Gidrofizika*. 2014, 7, 3, 29–41 (in Russian).
7. Munk W., Armi L., Fischer K., Zachariasen F. Spirals on the sea. *Proceedings of the Royal Society A*. 2000, 456, 1217–1280.
8. Thomas L., Tandon A., Mahadevan A. Submesoscale processes and dynamics. *Ocean Modeling in an Eddying, Geophys. Monogr. Ser.* 2008, 177, 17–38. doi: 10.1029/177GM04
9. Garrett C., Munk W. Internal waves in the Ocean. *Annual Review of Fluid Mechanics*. 1979, 11:1, 339–369.
10. Chomaz J.M., Bonneton P., Butet A., Perrier M., Hopfinger E.J. Froude number dependence of the flow separation line on a sphere towed in a stratified fluid. *Physics of Fluids A*. 1992, 4, 254–258.
11. Townsend A.A. The structure of turbulent shear flow. *Cambridge University Press*, 1956.
12. Holmes P., Lumley J.L., Berkooz G. Turbulence, coherent structures, dynamical systems and symmetry. *Cambridge University Press*, 1996. 386 p.

13. Tkachenko I.V., Rodionov A.A., Safray A.S., Gordeeva S.M. Effects of non-stationarity of the flow around uniformly moving submerged body. *Fundamentalnaya i Prikladnaya Gidrofizika*. 2018, 11, 4, 3–8 (in Russian).
14. Hinze J.O. Turbulence. *McGraw-Hill*, 1975. 780 p.
15. Makita H. Turbulence field in a small wind tunnel. *Fluid Dynamics Research*. 1991, 8, 50–64.
16. Meng H., Hussain F. Holographic particle velocimetry: a 3D measurement technique for vortex interactions, coherent structures and turbulence. *Fluid Dynamics Research*. 1991, 8, 33–52.
17. Miller A. Secondary flow vortices: A structure in turbulent open channel flow. *Structure of Turbulence in Heat and Mass Transfer*. 1982. 451 p.
18. Motzfeld H. Frequenzanalyse turbulenter Schwankungen. *ZAMM*. 1938, 18, 6, 362–365.
19. Raffel M., Willert C.E., Wereley S.T., Kompenhans J. Particle Image Velocimetry. *Springer*, 2007.
20. Voltzinger N.E., Androsov A.A. Nonhydrostatic dynamics of straits of the World Ocean. *Fundamentalnaya i Prikladnaya Gidrofizika*. 2016, 9, 1, 26–40.
21. Landau L.D., Lifshitz E.M. Fluid Mechanics. V. 6 (2nd ed.). *Butterworth-Heinemann*, 1987.
22. Mockett C. A comprehensive study of detached-eddy simulation. *Berlin*, 2009. 235 p.
23. Spalart P.R. et al. A new version of detached-eddy simulation, resistant to ambiguous grid densities. *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*. 2006, 20, 3, 181–195.
24. Shur M.L. et al. A hybrid RANS-LES approach with delayed-DES and wall-modeled LES capabilities. *International Journal of Heat and Fluid Flow*. 2008, 29, 1638–1649.
25. Ferziger J.H., Peric M. Computational Methods for Fluid Dynamics. *Springer Verlag*, 2002. 423 p.
26. Gritskevich M.S., Garbaruk A.V., Menter F.R. Fine-tuning of DDES and IDDES formulations to the k- ω Shear Stress Transport model. *4-th European Conference for Aerospace Sciences (EUCASS-4)*. 2011, 1–10.
27. Weller H.G. A new approach to VOF-based interface capturing methods for incompressible and compressible flows. *Technical Report*. TR/HGW/04, 2008.
28. Weller H.G., Tabor G., Jasak H., Fureby C. A tensorial approach to computational continuum mechanics using object-oriented techniques. *Computers in Physics*. 1998, 12, 6. P. 620–631.
29. Crank J., Nicolson P. A practical method for numerical evaluation of solutions of partial differential equations of the heat conduction type. *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*. 1947, 43 (1), 50–67. doi: 10.1017/S0305004100023197
30. Wood J.N., De Nayer G., Schmidt S., Breuer M. Experimental investigation and large-eddy simulation of the turbulent flow past a smooth and rigid hemisphere. *Flow, Turbulence and Combustion*. 2016, 97 (1), 79–119. doi: 10.1007/s10494-015-9690-5
31. Kang Y.D., Kwing-So Choi. (2006). Control of vortex shedding from a hemisphere by local suction. *Journal of Visualization*. 2006, 9, 1, 8. doi: 10.1007/BF03181562
32. Tavakol M.M., Abouali O., Yaghoubi M. Large eddy simulation of turbulent flow around a wall mounted hemisphere. *Applied Mathematical Modelling*. 2015, 39 (13), 3596–3618.

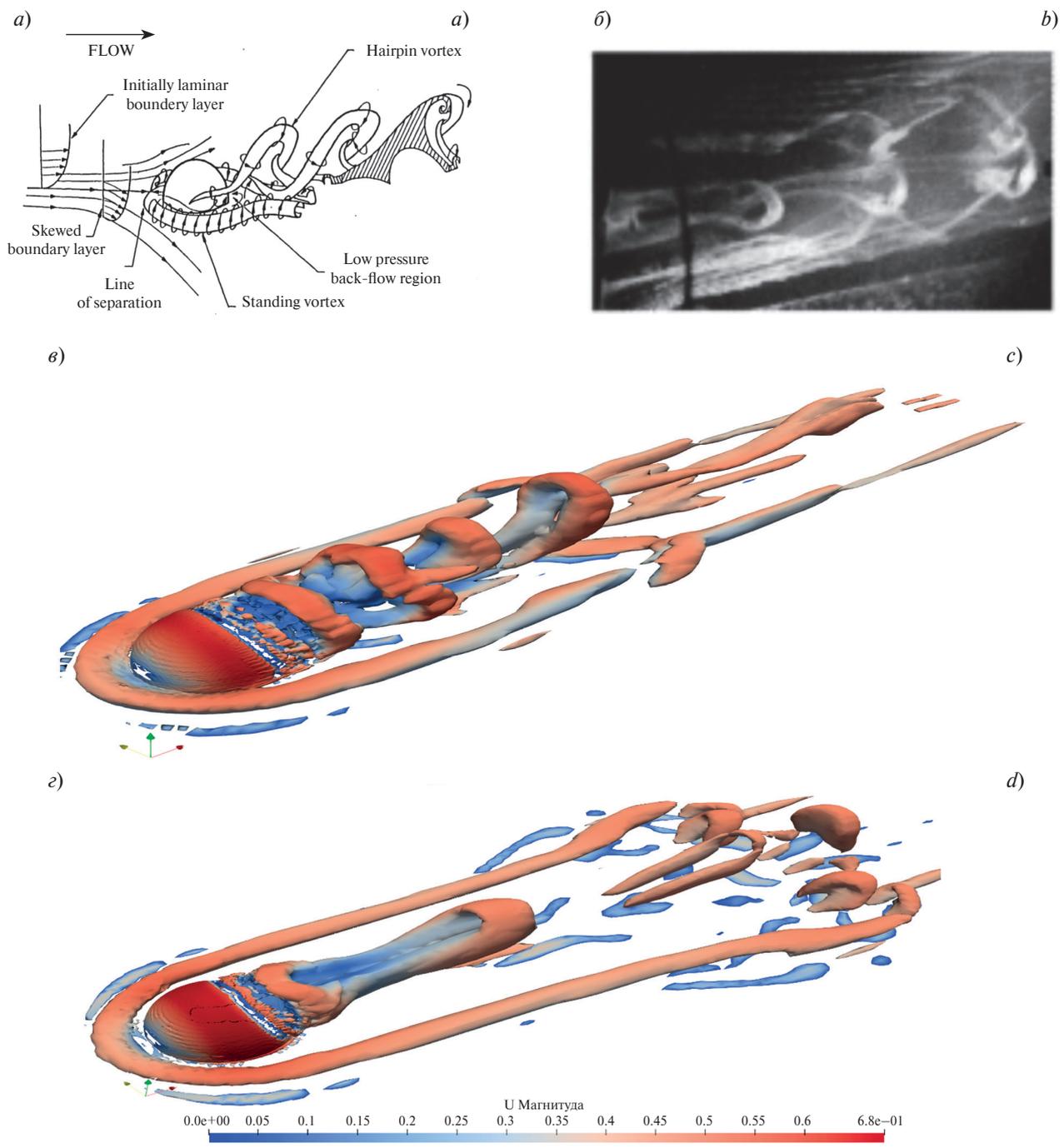


Рис. 2. Структура КВС за полусферой: *а, б* — литературные данные: схема и фотография потока, *в* — расчет RANS+LES, *г* — RANS расчет, *U* потока 0.5 м/с.

Fig. 2. The structure of the large vortex structures (LVS) for the hemisphere: *a, b* — literature data: flow diagram and photo, *c* — RANS+LES simulation, *d* — RANS simulation, *U* flow 0.5 m/s.

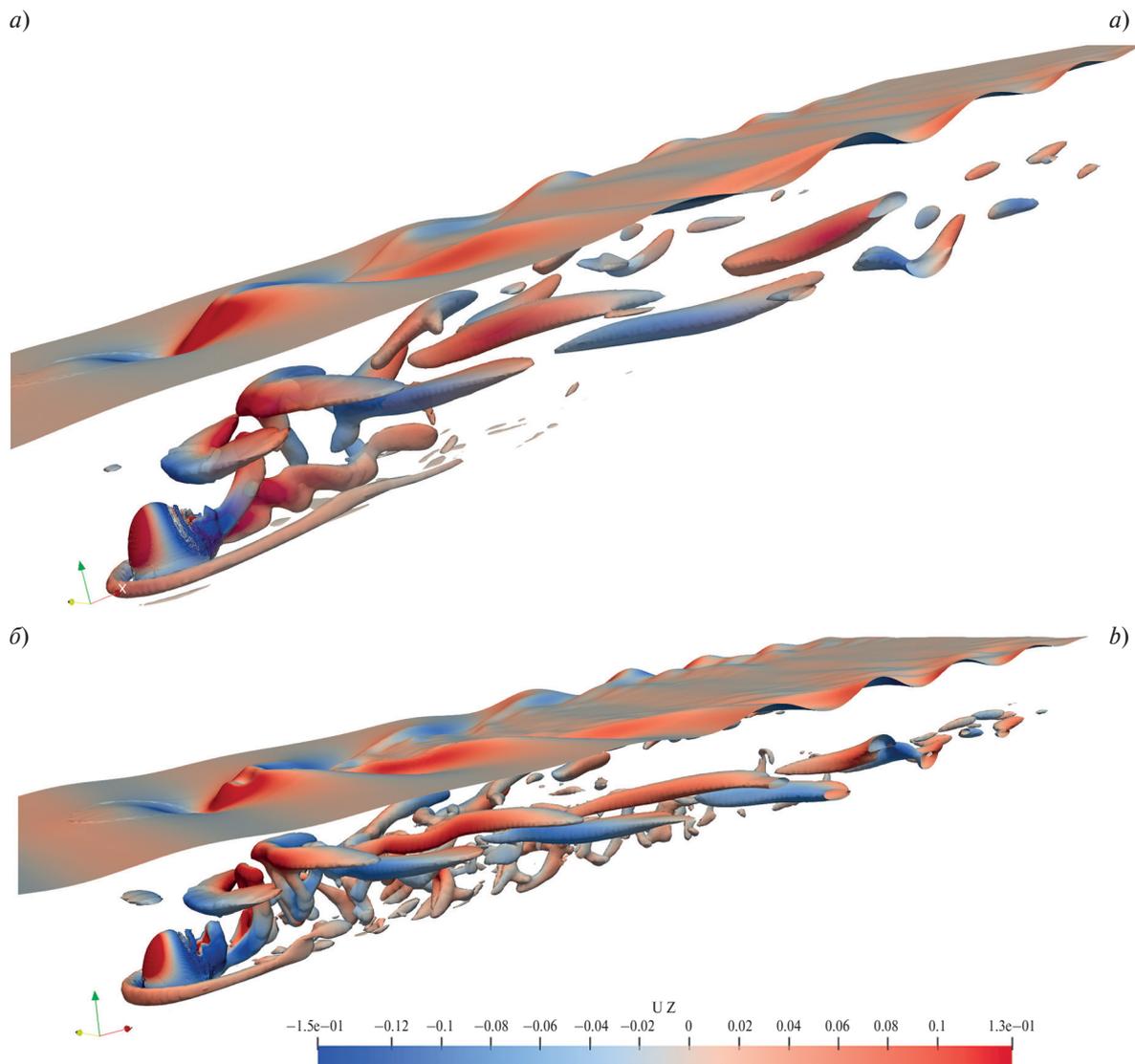


Рис. 3. Взаимодействие КВС и ВВ: *a* — расчет RANS, *б* — RANS+LES (КВС разрешены).
Волновой интерфейс смещен вверх на 10 м и отмасштабирован с коэффициентом 2.

Fig. 3. The interaction of large vortex structures (LVS) and internal waves (IW): *a* — RANS simulation,
b — RANS+LES (resolved LVS). The wave interface is shifted up by 10 m and scaled by a factor of 2.

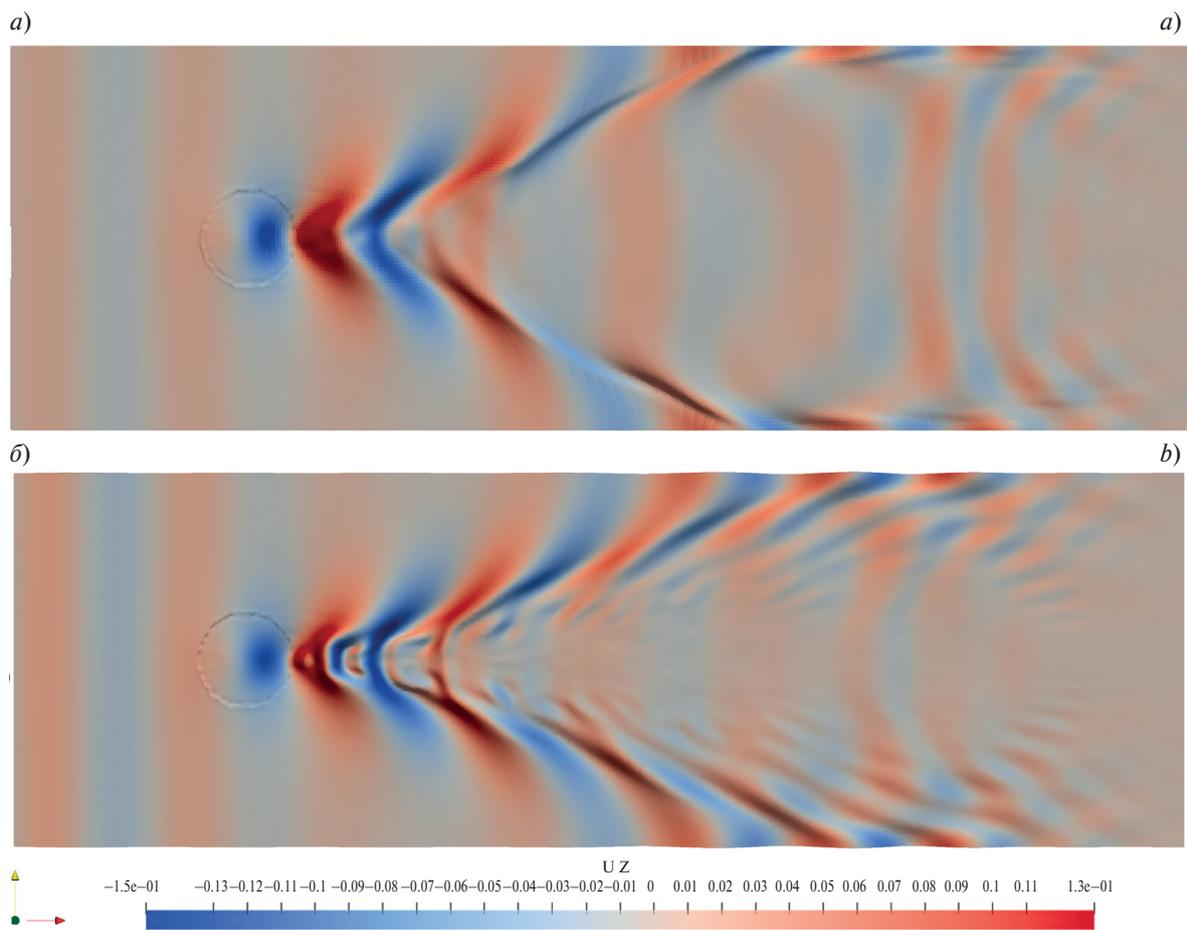


Рис. 4. Волновой след за подводным препятствием: *a* — расчет RANS, *b* — RANS+LES (КВС разрешены).

Fig. 4. Wave trail behind an underwater obstacle: *a* — RANS simulation, *b* — RANS+LES (resolved LVS).

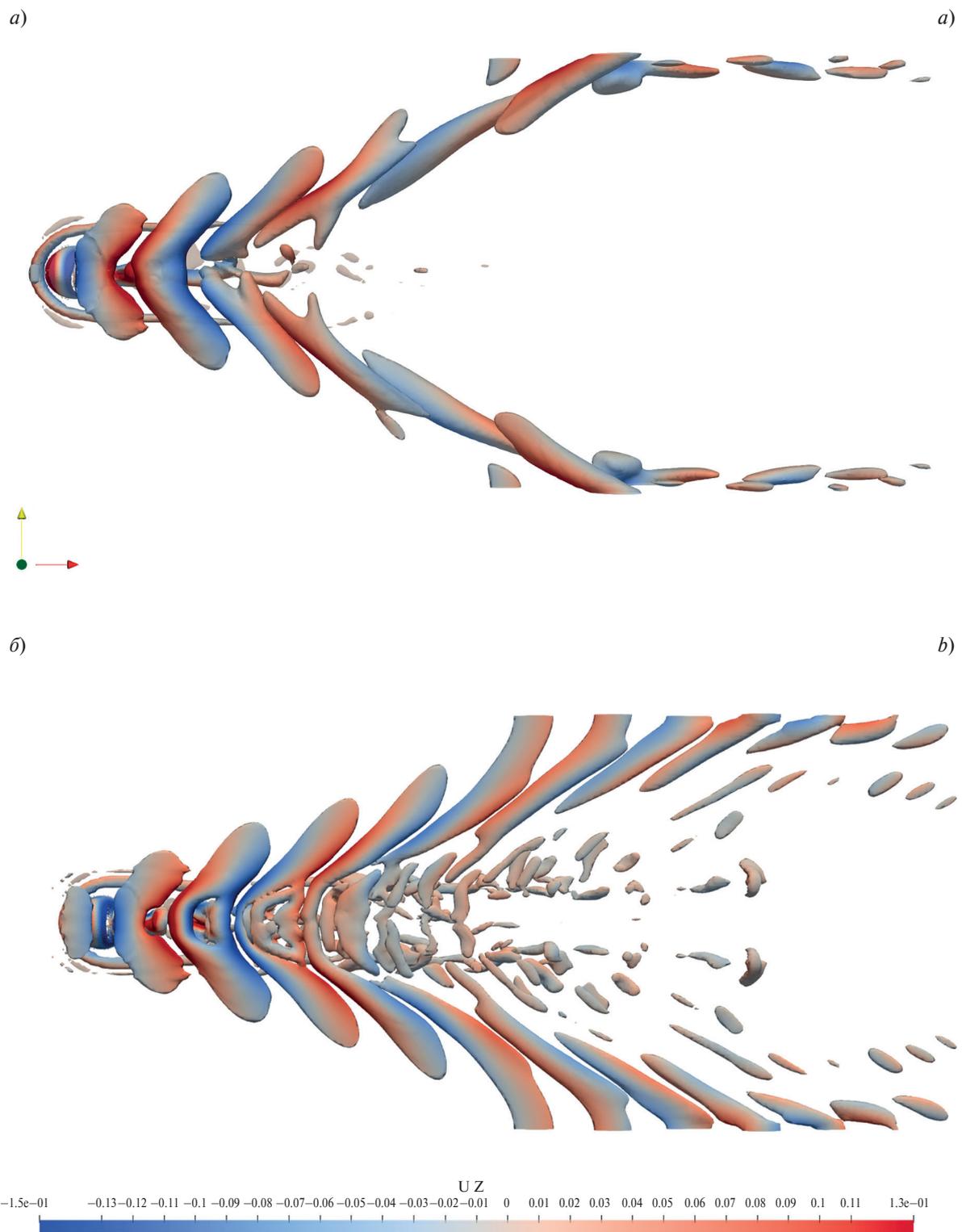


Рис. 5. Вихревые и волновые структуры за препятствием (вид сверху): *a* — расчет RANS, *b* — RANS+LES (КВС разрешены), $Q > 0.0002$.

Fig. 5. Vortex and wave structures behind the obstacle (top view): *a* — RANS simulation, *b* — RANS+LES (resolved LVS), $Q > 0.0002$.

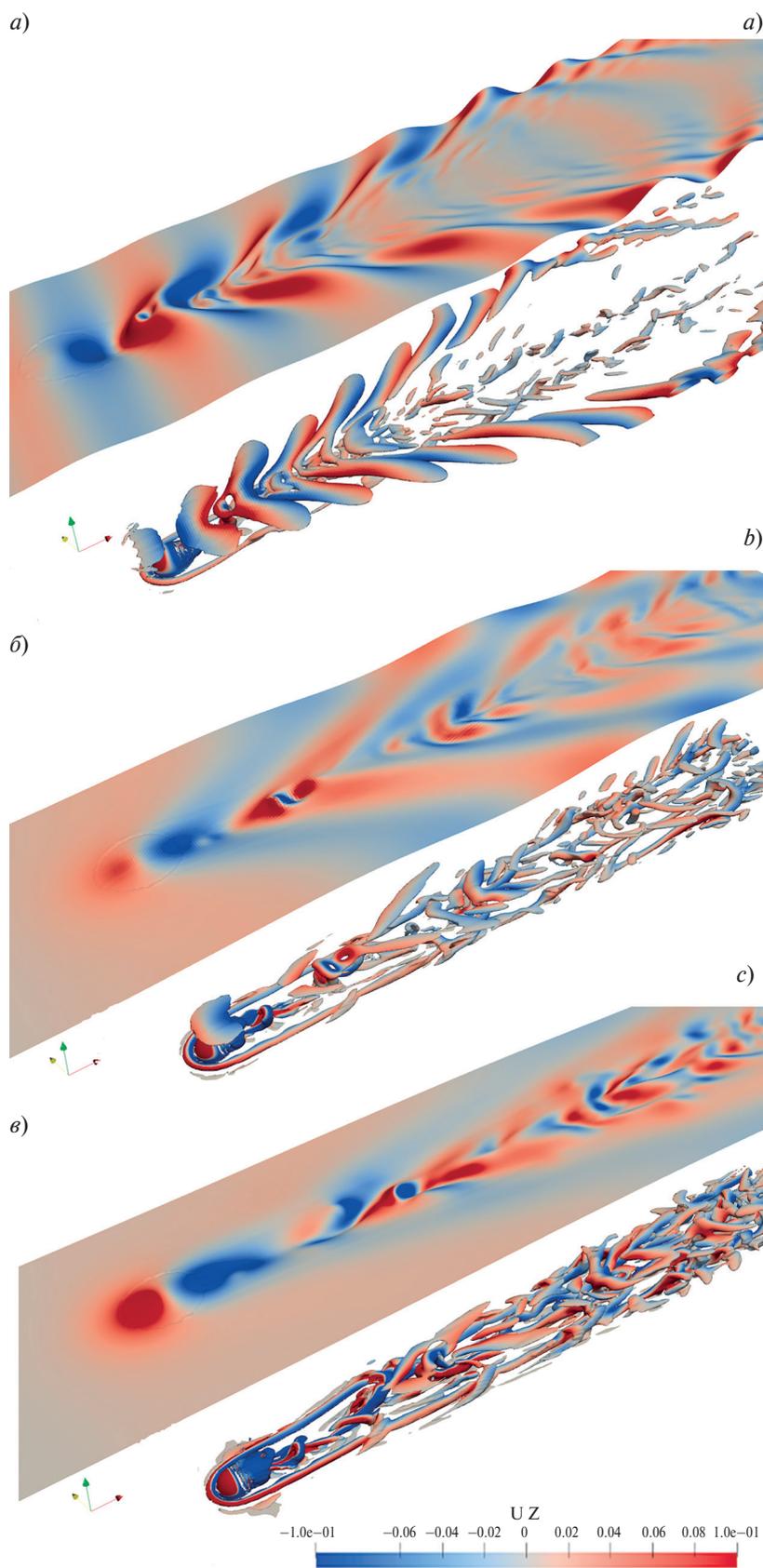


Рис. 6. Вихревые и волновые структуры за препятствием, расчет RANS+LES: *a* — скорость потока 0.5 м/с, *b* — скорость потока 1 м/с, *в* — скорость потока 2 м/с. Приведены мгновенные значения на 4000, 2000, 1000 секунд реального времени для скоростей 0.5, 1 и 2 м/с соответственно.

Fig. 6. Vortex and wave structures behind an obstacle, RANS+LES simulation: *a* — flow velocity 0.5 m/s, *b* — flow velocity 1 m/s, *c* — flow velocity 2 m/s. Instantaneous values for 4000, 2000, and 1000 seconds of real time are given for speeds of 0.5, 1, and 2 m/s, respectively.