

УДК 551.466.8; 528.88

© В. В. Новотрясов*, В. А. Дубина, Л. М. Митник, 2022

Тихоокеанский океанологический институт им. В.И. Ильичева ДВО РАН,
ул. Балтийская, д. 43, г. Владивосток, 690041, Россия
*vadimnov@poi.dvo.ru

ВОССТАНОВЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ВНУТРЕННИХ ПРИЛИВНЫХ БОРОВ В МОРЕ БАНДА ПО ДАННЫМ СПУТНИКОВОГО ДИСТАНЦИОННОГО ЗОНДИРОВАНИЯ

Статья поступила в редакцию 28.12.2021, после доработки 14.07.2022, принята в печать 08.08.2022

Аннотация

Представлен алгоритм для оценки вертикальных смещений изопикн и скоростей горизонтальных течений, вызванных внутренними приливыми борами по их проявлениям в поле шероховатости на спутниковых изображениях моря Банда. Алгоритм расчёта сформулирован с использованием уравнения Кортевега-де Вриза (KdV), дополненного слагаемым, учитывающим цилиндрическую расходимость. Коэффициенты уравнения KdV — квадратичная нелинейность, дисперсия и скорость линейных внутренних волн с приливной частотой, были рассчитаны с использованием среднеклиматического профиля плотности в море Банда. По спутниковым изображениям были определены скорость солитона, лидирующего в боре, и длина волны в его тыловой зоне. С помощью предложенной методики получены оценки максимального вертикального смещения пикноклина/максимальной амплитуды лидирующего солитона и максимальной скорости поверхностных течений, индуцированных внутренними приливыми борами. Из анализа спутниковых наблюдений следует, что внутренние приливы в море Банда трансформируются под действием не только нелинейности и дисперсии, но и цилиндрической расходимости. В рамках кноидальной модели внутренних приливных боров показано, что в процессе эволюции энергия его лидирующей и последующих волн затухает вследствие цилиндрической расходимости. Выполнена оценка этого затухания при прохождении расстояния, которое преодевает лидирующий солитон за время, равное удвоенному приливному периоду.

Ключевые слова: внутренние приливы, море Банда, уравнение Кортевега-де Вриза, солитоны, кинематические и динамические характеристики, спутниковые изображения РСА

© V. V. Novotryasov*, V. A. Dubina, L. M. Mitnik, 2022

V.I. Il'ichev Pacific Oceanological Institute, Far-Eastern Branch, Russian Academy of Sciences,
43, Baltiyskaya Str., Vladivostok, 690041, Russia.
*E-mail: vadimnov@poi.dvo.ru

RECONSTRUCTING THE PARAMETERS OF INTERNAL TIDAL BORES IN THE BANDA SEA FROM SATELLITE REMOTE SENSING DATA

Received 28.12.2021, Revised 14.07.2022, Accepted 08.08.2022

Abstract

This article presents an algorithm for estimating the vertical displacements of isopycn and horizontal current velocities caused by internal tidal borings from their manifestations in the roughness field on satellite images of the Banda Sea. The calculation algorithm is formulated within the framework of the Korteweg-de Vries equation (KdV), augmented with a term taking into account the cylindrical divergence. The coefficients of the KdV equation — quadratic nonlinearity, dispersion and tidal linear internal wave velocity — were calculated using the mean — climatic density profile in the Banda Sea. The leading soliton velocity and wavelength in the rear zone of the internal tidal borings were determined from satellite images. Using the proposed methodology, estimates of the maximum vertical displacement of the pycnocline/maximum amplitude of the leading soliton and the maximum velocity of surface currents induced by the internal tidal borings were obtained. It follows from the analysis of satellite images that the internal tidal borings in the Banda Sea are transformed under the action not only of nonlinearity and dispersion, but also of cylindrical divergence. It is shown in the framework of the knoidal model of internal tidal borings that in the process of evolution the energy of its leading and subsequent waves is attenuated due to the cylindrical divergence. This attenuation is estimated when the leading soliton travels a distance equal to twice the tidal period.

Keywords: internal tidal bores, Banda Sea, Korteweg-de Vries equation, solitons, kinematic and dynamic characteristics, SAR satellite images

Ссылка для цитирования: Новотрясов В.В., Дубина В.А., Митник Л.М. Восстановление параметров внутренних приливных боров в море Банда по данным спутникового дистанционного зондирования // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2022. Т. 15, № 4. С. 8–22. doi:10.48612/fpg/bvve-b2up-ru85

For citation: Novotryasov V.V., Dubina V.A., Mitnik L.M. Reconstructing the Parameters of Internal Tidal Bores in the Banda Sea from Satellite Remote Sensing Data. *Fundamental and Applied Hydrophysics*. 2022, 15, 4, 8–22. doi:10.48612/fpg/bvve-b2up-ru85

1. Введение

Уединенные внутренние волны (ВВ)/солитоны ВВ представляют класс высокочастотных, нелинейных гравитационных волн, которые повсеместно наблюдаются над шельфом океанов и в окраинных морях [1–4]. Уединённые ВВ могут усиливать перемешивание океана, являются важным звеном в рассеивании энергии баротропного прилива [5, 6]. Кроме того, этот волновой процесс оказывает значительное влияние на буровые работы на шельфе [7], перенос загрязняющих веществ, вторичных отложений [8], распространение звуковых волн [9] и прибрежные экосистемы [10]. По этим причинам процессы генерации и распространения этих волн, их крутизна и диссипация являются предметом интенсивных исследований в последние несколько десятилетий.

Солитоны ВВ, вызывая вариации течений, модулируют шероховатость морской поверхности, что делает их различимыми на спутниковых изображениях, полученных в видимом и ближнем ИК диапазонах и радаром с синтезированной апертурой (РСА), на которых они отображаются в виде чередующихся светлых и темных полосы [11]. Поэтому спутниковые РСА являются мощным инструментом дистанционного зондирования для исследования этих волн [12].

Данные РСА широко применяются для определения характеристик этих волн, таких как полуширина, длина гребня, количество волн в пакетах подобных волн, направление и скорость распространения и амплитуда волн [13–16]. Солитоны ВВ, распространяясь по пикноклину, вызывают смещение изопикн от их равновесных положений. Максимальное смещение изопикн определяет амплитуду солитонов [17, 18].

Изучение изменчивости амплитуды — важнейшей характеристики солитонов — необходимо для понимания процессов эволюции и диссипации этого нелинейного волнового процесса. Измерения на морских полигонах с использованием, например, температурных кос, могут достаточно точно определить амплитуду солитонов. Однако амплитуда изменяется в процессе их распространения из-за изменений в стратификации и батиметрии. Полигонные исследования не могут надлежащим образом выявить такие изменения. Поэтому мы ожидаем, что амплитуды уединённых ВВ будут получены из данных космического дистанционного зондирования, например, данных РСА, поскольку РСА даёт возможность для получения изображений с большой шириной полосы обзора, которая не зависит от дневного света, облачности и погодных условий.

В последние годы было предложено несколько методов для определения амплитуд солитонов ВВ по интенсивности изображений РСА. Большинство из этих методов используют солитонные решения нелинейных уравнений эволюции ВВ с непрерывной [18–21] или двухслойной моделью морской среды [22–24].

Оценка амплитуды уединённой ВВ по измерениям пространственной изменчивости сигнала РСА (яркости РСА изображения) на основе непрерывной стратификации происходит следующим образом: 1) выбирается соответствующее уравнение для описания эволюции уединённой волны; 2) решение эволюционного уравнения используется для определения взаимосвязи между амплитудой ВВ и наблюдаемым сигналом этой волны на изображении; 3) характеристики ВВ извлекается из вариаций яркости изображения РСА; 4) определяется фоновый профиль частоты плавучести — $N_0(z)$ в районе наблюдения и мощность/толщина волновода, по которому распространяется ВВ; 5) с использованием $N_0(z)$ рассчитываются фоновые параметры окружающей среды; 6) на основе взаимосвязи, установленной на втором этапе, определяется амплитуда уединённой ВВ. Таким образом, в случае если информация о фоновой стратификации и соответствующее уравнение эволюции ВВ заданы, количественные сведения о ВВ, полученные по изображению РСА, имеет решающее значение для оценки характеристик этих волн.

При исследовании нелинейных ВВ используют три типа слабо нелинейных моделей, которые определяют процесс их эволюции в различных условиях: уравнение Кортевега-де Вриза (KdV) на мелководье [25, 26], уравнение Джозефа-Кубота на конечной глубине [27, 28], и уравнение Бенджамина-Оно в глубокой воде [29, 30].

Одним из ключевых факторов, обосновывающих выбор подходящей модели солитонов ВВ, является отношение горизонтального масштаба этих волн к глубине бассейна. Как мы покажем позже, длина волны ВВ в нашем случае больше, чем глубина исследуемого морского бассейна. В этой связи мы рассматриваем уединённые ВВ, как длинные нелинейные волны, эволюция которых описывается уравнением Кд В.

В данном исследовании для определения амплитуды солитонов ВВ мы предлагаем воспользоваться моделью внутреннего приливного бора. Пакеты ранжированных по амплитуде солитоноподобных ВВ, так называемые внутренние приливные боры (ВПБ), регулярно наблюдаются на спутниковых видимых и радиолокационных изображениях по их проявлениям в поле шероховатости морской поверхности, вызванных гидродинамическим взаимодействием между ветровыми волнами и вариациями поверхностного течения, индуцированного подобными борами [31, 32].

Последовательное описание этого нелинейного процесса в рамках уравнения КдВ для интерпретации спутниковых видимых и радиолокационных изображений, по-видимому, впервые, было дано в [33]. Солитонные

решения этого уравнения для исследования солитонов ВВ с помощью дистанционного зондирования РСА использовались, например, в [18, 20, 23, 24]. В работе [21] эта модель применена для определения кинематических параметров солитонов ВВ: квадратичной нелинейности, дисперсии и фазовой скорости длинных ВВ по данным полигонных измерений скорости и амплитуды солитона ВВ, лидирующего в приливном боре.

Цели работы: 1) получить соотношения для расчёта амплитуд солитонов внутренних приливных боров и скоростей течений, индуцированных солитонами этих боров на морской поверхности по измерениям скорости лидирующих солитонов в борах и длин волн в их тыловой зоне, полученных по изображениям морской поверхности; 2) воспользовавшись предложенной методикой, получить оценки максимальных смещений оси пикноклина / амплитуд солитонов и скоростей поверхностных течений, индуцированных этими солитонами боров в море Банда по данным проявлений боров на изображениях поверхности моря.

Для достижения поставленной цели в работе используется теория волновых боров слабой интенсивности с горизонтальной расходимостью. В рамках этой теории получены выражения для расчёта вертикальных смещений изопикн и горизонтальных скоростей течений, индуцированных солитоном, лидирующим в боре, и последующими кноидальными волнами внутреннего приливного бора, в том числе на морской поверхности. Расчёт амплитуд выполнен по измерениям скорости лидирующего солитона и длин волн в тыловой зоне бора, найденных по проявлениям этих боров на изображениях моря Банда, полученных РСА со спутников Envisat и ERS 2, и оптических со спутника Himawari-8.

2. Море Банда

Море Банда является частью Индонезийского транзитного потока, который представляет собой важный путь для потока западных хорошо структурированных тропических тихоокеанских вод в юго-восточную часть Индийского океана через индонезийские моря. Его протяженность с востока на запад составляет около 1000 км, а с севера на юг — около 500 км (рис. 1). Оно занимает площадь 470000 км² и выходит к морям Флорес (на западе), Саву (на юго-западе), Тимор (на юге), Арафура (на юго-востоке), Керам и Молукка (на севере). Средняя глубина моря — 4700 м.

Результаты судовых исследований гидрологической структуры и циркуляции вод в море Банда и в окружающих его морях рассмотрены в работах [34–37]. Было установлено, что в этих морях под воздействием различных физических процессов формируется хорошо выраженный, средне-климатический пикноклин шириной до 300 м с максимумом частоты плавучести из интервала 10–12 цикл/ч, залегающий в зависимости от сезона года на глубинах 150–300 м.

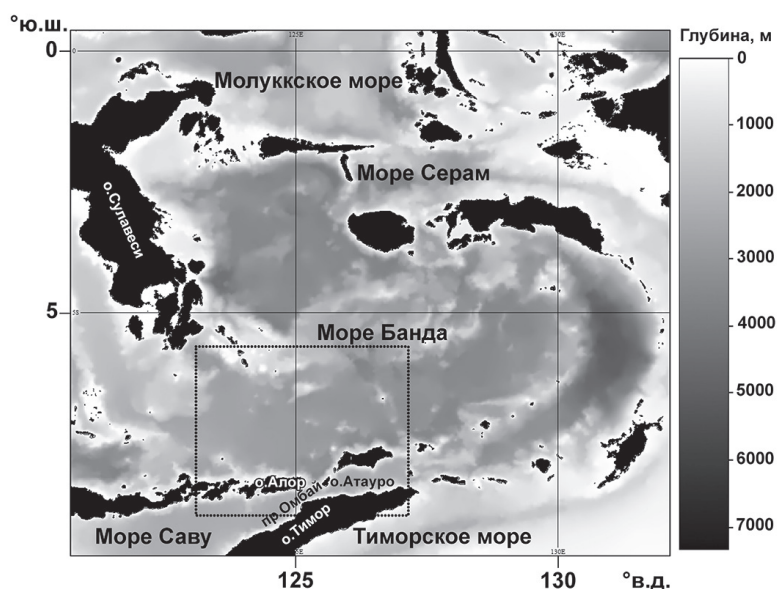


Рис. 1. Батиметрия моря Банда и окружающих его морей. Прямоугольник на рисунке — границы изображения РСА (рис. 3, а)

Fig. 1. Bathymetry of the Banda Sea and surrounding seas. The rectangle at fig is the boundaries of the SAR image (Fig. 3, a)

Расположенное в юго-восточной части Индийского океана, море Банда является окраинным морем, соединенным с Индийским океаном через Тиморский пролив и пролив Омбай (рис. 1). Последний пролив, будучи достаточно мелководным и узким, чрезвычайно благоприятен для возбуждения ВПБ под действием астрономического прилива Индийского океана. При анализе его спутниковых снимков было установлено, что ВПБ излучаются из пролива Омбай с периодичностью приливной гармоники M_2 и распространяются по всему морю Банда. ВПБ обычно выглядят, как волновые пакеты, состоящие из 5–6 солитоноподобных волн с лидирующими солитонами в пакетах, скорость которых изменяются в интервале 2–3 м/с в зависимости от направления распространения [38].

3. Кинематические параметры внутренних волн с приливными частотами

Внутренние гравитационные волны на приливных частотах (ВПВ) повсеместно регистрируются в Мировом океане. Кинематические параметры ВПВ: длина волны, λ_t , фазовая скорость, c_0 , дисперсия, β , и квадратичная нелинейность, α , детерминирована, главным образом, характеристиками плотностной стратификации океанических вод: глубиной залегания сезонного пикноклина, $z_{\max}$, значением частоты плавучести на этой глубине, $N_{\max}$ и его ширины / мощности Q , перепадом глубин между значениями частоты плавучести равными $\approx 0,5 N_{\max}$. Для оценки перечисленных характеристик частоты плавучести воспользуемся климатическим профилем плотности в море Банда, заимствованным из работы [34] (рис. 2). Соответствующая этому профилю частота плавучести $N_0^2 = (g/\rho_0(z))(-d\rho_0/dz)$, где ρ_0 — климатический профиль плотности, аппроксимировалась трёхпараметрической зависимостью вида:

$$N_0(z) = N_m \left\{ a[\zeta + b]^2 + 1 \right\}^{-1},$$

где a и b — константы, зависящие от характеристик профиля $N_0(z)$: $a = (2 H_b/Q)^2$, $b = z_{\max}/H_b$, $\zeta = z/H_b$, H_b — глубина «жидкого дна», на котором $N_0(z)$ равна частоте исследуемой ВВ, например, ВВ с приливной частотой $\omega_t = 2\pi/12,4$ (рад/ч), то есть $N(z = -H_t) \approx \omega_t$. Определим этот горизонт для моря Банда, воспользовавшись полученным соотношением. Выполнив ряд преобразований, получим для этого горизонта:

$$H_t = H \left\{ \left[\left(N_m \omega_t^{-1} \right) - 1 \right]^{1/2} a^{-1/2} - b \right\}.$$

Расчёт H_t показывает, что при средней глубине по трассе ~ 4 км, $z_{\max} \sim 200$ м, $Q \sim 300$ м и $N_m \sim 11$ –12 цикл/ч глубина «жидкого дна» для приливной частоты ω_t в море Банда, составляет 1,5–1,6 км.

Оценим кинематические характеристики внутренних волн с частотой приливной гармоники M_2 . Полусуточный прилив возбуждает ВПВ с длиной λ_t , равной минимальному собственному значению $k_1 = 2\pi/\lambda_t$ краевой задачи Штурма-Лиувилля [17]:

$$\frac{d^2}{dz^2} \phi_1(z) + (k_1/\omega_t)^2 N_0^2(z) \phi_1(z) = 0, \quad (1)$$

$$\phi_1(0) = \phi_1(-H_t) = 0, \quad (2)$$

здесь координата z направлена по вертикали против силы тяжести, H_t — глубина водоёма, на которой частота плавучести N_0 равна приливной частоте ω_t , $\phi_1(z)$ — амплитудная функция первой моды, нормированная на максимальное значение.

Для определения длины внутренней приливной волны λ_t в море Банда краевая задача (1), (2) с климатическим профилем плотности решена численно с помощью программного кода из [39]. В результате расчёта длина ВПВ низшей моды, составила ≈ 100 км, что на порядок больше глубины моря Банда. Очевидно, что для этой моды ВПВ море Банда является мелким.

По определению квадратичная нелинейность α и дисперсия β нелинейных внутренних волн рассчитываются по формулам из [40]:

$$\alpha = \left(\frac{3}{2} c_0 \int_{-H_t}^0 (d\phi/dz)^3 dz \right) \left(\int_{-H_t}^0 (d\phi/dz)^2 dz \right)^{-1},$$

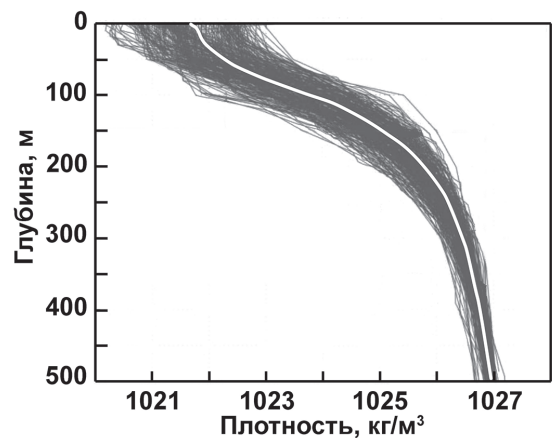


Рис. 2. Стратификация плотности в море Банда (изменённый рис. 4 из [34]). Белая линия — средний климатический профиль плотности в верхнем 500-м слое

Fig. 2. Density stratification in the Banda Sea (modified Fig. 4 from [34]). The white line is the average climatic density profile in the upper 500-meter layer

$$\beta = \left(\frac{1}{2} c_0 \int_{-H_i}^0 (\phi)^2 dz \right) \left(\int_{-H_i}^0 (d\phi/dz)^2 dz \right)^{-1}. \quad (3)$$

С использованием первой собственной функции, ϕ_1 , краевой задачи (1), (2) и взятия квадратур (3) были получены следующие значения кинематических параметров приливных ВВ в море Банда: фазовая скорость $c_0 \approx 2,2 \text{ м с}^{-1}$, дисперсия $\beta \approx 2,3 \times 10^5 \text{ м}^3 \text{ с}^{-1}$ и квадратичная нелинейность $\alpha \approx 2,9 \times 10^{-2} \text{ с}^{-1}$. Искомые параметры характеризуют климатический фон моря, по которому распространяются ВПВ и, в том числе, приливные внутренние боры. В последующем рассмотрении нам также потребуется значение производной от собственной функции $d\phi_1/dz$ при $z = 0$, которое составило $\approx 0,02$.

В море Банда в течение всего года ВВ регистрируются на спутниковых изображениях, полученных в видимом диапазоне и радиолокационными станциями с синтезированной апертурой. В работе использовались РСА-изображения со спутников Envisat (ширина полосы съёмки 400 км, размер пикселя $75 \times 75 \text{ м}$; 2002–2012 гг.; 3 изображения) и ERS-2 (100 км и $12,5 \times 12,5 \text{ м}$; 1995–2011 гг.; 18 изображений), а также измерения, полученные в видимом диапазоне спектрорадиометром MODIS (спутники Terra и Aqua, полоса съёмки 2400 км, разрешение $250 \times 250 \text{ м}$; 2002–2020 гг.; 3 пары изображений) и Advanced Himawari Imager (АНИ) с геостационарного спутника Himawari 8 (разрешение 0,5–1,0 км; 29.10.2015; 16 изображений). Скорости солитонов рассчитывались двумя методами: методом маркеров по парам изображений, принятых с интервалом 10–175 мин и по расстояниям между солитонами, лидирующими в соседних борях, в предположении, что боры возбуждаются с частотой 1/12,4 цикл/ч.

Из анализа спутниковых данных следует, что ВВ генерируются в результате взаимодействия приливной волны с порогом между островами Алор и Атауро в проливе Омбай. Пакеты ВВ, распространяющиеся в этом море на север, имеют канонический вид упорядоченных по амплитуде нелинейных волн [38].

На рис. 3 показаны пакеты ВВ на изображениях, полученных: а) РСА ASAR со спутника Envisat 18 апреля 2003 г.; б) АНИ в видимом диапазоне со спутника Himawari-8 29 октября 2015 г. Пакеты ВВ отчётливо

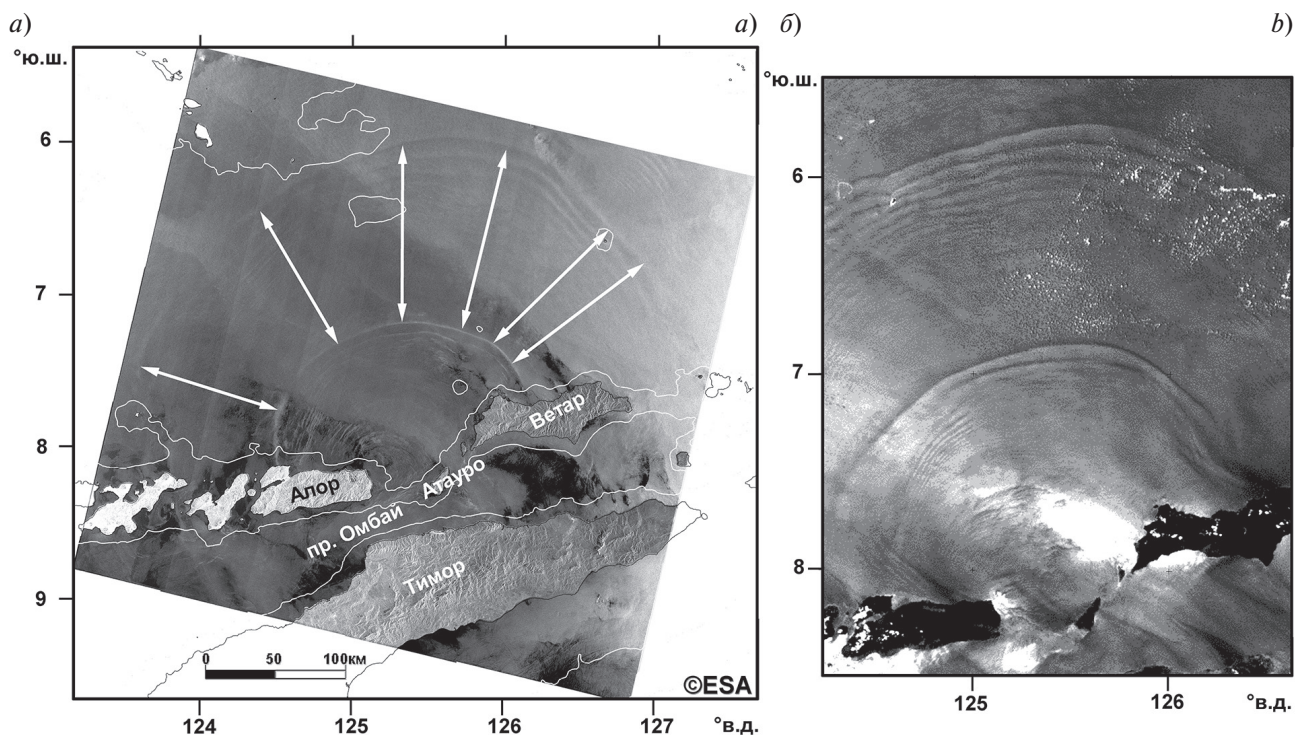


Рис. 3. Поверхностные проявления солитоноподобных внутренних волн, генерируемых порогом между островами Алор и Ветар и распространяющихся в море Банда, на изображениях, полученных в 01:18 UTC 18 апреля 2003 г. со спутника Envisat (показана изобата 2000 м) (а) и в 05:30 Гр. 29 октября 2015 г. со спутника Himawari-8 (б). Белые стрелки показывают направления, для которых выполнена оценка скорости распространения ВВ

Fig. 3. Surface manifestations of the soliton-like internal waves generated by the sill between the islands of Alor and Vetar and propagating in the Banda Sea in images taken at 01:18 UTC April 18, 2003 from the Envisat satellite (2000 m isobath is shown) (a) and at 05:30 UTC October 29, 2015 from the Himawari-8 satellite (b). White arrows show the directions for which the estimate of the propagation velocity of internal waves was made

проявляются в пределах всей полосы обзора ASAR шириной 400 км. Длина нескольких гребней в пакетах превышает 350 км. Гребни солитонов образуют почти правильные полуокружности, ограниченные островами, хотя расстояние между разными точками на гребне и источником (порогом) не является постоянным, что можно объяснить различиями в фазовой скорости в разных направлениях. Максимальная длина лидирующей волны — солитона — составляет примерно 12–15 км. Из анализа спутниковых изображений с учетом полусуточного характера внутреннего прилива в море следует, что максимальная скорость лидирующих солитонов ВПБ варьируется от $\approx 2,2$ до 3,0 м/с [38].

Более точные оценки нелинейных скоростей лидирующих солитонов были определены при анализе нескольких пар изображений, полученных спектрометрическим MODIS со спутников Terra и Aqua в один и тот же день (28.10.2003; 24.02.2004; 26.08.2006; 30.09.2007; 16.10.2007) с разницей во времени примерно 175 мин. Скорости распространения приливного фронта ВВ в море Банда V_s были рассчитаны по лучевым траекториям (далее — по волновым трассам), ориентированным под различными углами к нулевому меридиану (белые стрелки на рис. 3, а).

4. Модель внутреннего приливного бора в мелком море

Хорошим приближением для описания внутренних приливных боров на пикноклине шельфовых зон океана и морей является уравнение Кортевега–де Вриза (далее для сокращения КдВ). Гидродинамическая интерпретация ВПБ в рамках этого приближения выполнена в работе [41]. Воспользуемся её результатами, чтобы получить выражения для оценки параметров определяющих эти ВПБ по спутниковым изображениям их поверхностных проявлений.

Для ВПБ фиксированной моды с длиной волны $\lambda \gg H_t$, где H_t — глубина залегания горизонта, на котором частота плавучести равна приливной частоте, то есть $\omega_t \sim N_0(z = -H_t)$ в рассматриваемом морском бассейне, стратифицированном по плотности, уравнение КдВ запишем в виде:

$$\frac{1}{c_0} \frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial \eta}{\partial x} + \alpha \eta \frac{\partial \eta}{\partial x} + \beta \frac{\partial^3 \eta}{\partial x^3} = 0, \quad (4)$$

где $\eta(x, t)$ — вертикальное смещение пикноклина в бассейне, x — горизонтальная координата, t — время, c_0 — фазовая скорость длинных линейных внутренних волн, α, β — коэффициенты квадратичной нелинейности и высокочастотной дисперсии, соответственно.

Зададим вертикальные смещения пикноклина $\eta(x, t)$, вызванные низшей модой ВПБ, воспользовавшись аналитическим решением уравнения (4) в форме кноидальной (кнд) волны следующего вида:

$$\eta(x, t) = \eta_0 \left\{ 2dn_s^2 \left[k_0(x - Vt)/2 \right] - (1 - s^2) \right\} + \eta_m. \quad (5)$$

В этом выражении η_0 — амплитудный фактор ВПБ, dn_s^2 — эллиптическая функция Якоби с модулем s , заданным на интервале $0 < s < 1$, η_m — средний уровень, V — скорость кнд волны, $k_0/2$ — её эффективный пространственный масштаб. Согласно определению, волновое число k , скорость V и параметры s и k_0 выражаются через коэффициенты уравнения КдВ и амплитуду волны η_0 согласно соотношениям:

$$k = \frac{\pi}{2} k_0 K^{-1}(s), \quad V = c_0 + \frac{1+s^2}{3} \alpha \eta_0, \quad s^2 = \frac{(\alpha \eta_0/6)}{(\beta k_0^2/2)}, \quad \frac{1}{2} k_0 = \sqrt{\frac{\alpha}{6\beta}} \eta_0^{1/2}. \quad (6)$$

В (6) параметр s^2 характеризует нелинейные свойства кнд волны. Когда параметр s^2 близок к единице, значения нелинейного и дисперсионного слагаемых в уравнении КдВ одного порядка. Отдельные пульсации кнд волны при перемещении на большом расстоянии друг от друга принимают известную форму $\text{sech}^2(\xi)$. В случае $s^2 \ll 1$ из его определения следует, что доминирует дисперсия, эллиптические функции близки к тригонометрическим функциям и решение (5) переходит в решение линейной задачи, которое является суперпозицией гармоник с волновым числом k :

$$\eta(\xi) \sim \bar{\eta} + s^2 \left[\cos k\xi + \frac{1}{8} s^2 \cos 2k\xi + (s^6) \right],$$

где $\bar{\eta} = \frac{1}{\lambda} \int_{-\infty}^{+\infty} \eta(\xi) d\xi$.

Проанализируем эволюцию пространственно-временной структуры ВПБ, воспользовавшись кнд решением (4) с начальным условием $\eta = \eta_0 H\nu(x)$, где $H\nu(x)$ — функция Хэвисайда. Для решения задачи

воспользуемся результатами работы [41], полагая, что параметр нелинейности s^2 кнд волны (5) есть медленная функция автомодельной переменной $\tau \equiv (x - c_0 t) / (\alpha \eta_0 c_0 t)$, η которая на интервале $-1 \leq \tau \leq 2/3$ удовлетворяет уравнению:

$$3\tau = \left(1 + s^2\right) - \left[2s^2(1 - s^2)K(s)\right] / \left[E(s) - (1 - s^2)K(s)\right]. \quad (7)$$

В выражениях (5) и (7) $K(s)$ и $E(s)$ — полные эллиптические интегралы первого и второго рода, соответственно. Указанные соотношения дают асимптотически точное решение задачи о распаде начального скачка возвышения пикноклина при $t \rightarrow \infty$.

Анализ этих соотношений показывает, что вертикальные смещения пикноклина в заданный момент времени занимают в пространстве ограниченную область. На её передней границе $s^2 \rightarrow 1$, $k \rightarrow 1/\Delta_K$, а $dn_s(\chi) \rightarrow \text{sech}^2(\chi)$, другими словами, кнд волна (5) приобретает форму солитона с амплитудой $\eta_K = 2\eta_0$, скоростью V_K , полушириной Δ_K и волновым профилем $\sim \eta_K \text{sech}^2[(\chi - V_K t)/\Delta_K]$. При этом V_K и эффективная ширина солитона $L_K = 2\Delta_K$ связаны с коэффициентами уравнения (4) α , β и c_0 известными соотношениями: $V_K = c_0 + \alpha\eta_K/3$, $L_K = (24\beta/\alpha)\sqrt{\eta_K}$. Отсюда, как нетрудно заметить, амплитуду солитона можно оценить воспользовавшись одним из двух соотношений:

$$\eta_K^+ = 3(V_K - c_0)/\alpha; \quad \eta_K^- = 24(\beta/\alpha)L_K^{-2}. \quad (8)$$

Из (8) также следует, что амплитуда солитона связана однозначными зависимостями и с коэффициентами α , β и c_0 . Тем самым, выполнив измерения V_K и L_K , и предварительно определив α , β и c_0 с помощью соотношения (8), получим два возможных взаимно дополняющих способа определения амплитуды лидирующего солитона в приливном боре.

В тылу подобного бора $s \rightarrow 0$, $k \rightarrow k_0$, $V \rightarrow c_0$, кнд волна (5) коллапсирует к линейной волне, то есть $\eta(\xi) \sim s^2 \cos k_0 \xi$. В последнем выражении параметр k_0 связан известным соотношением с полушириной лидирующего солитона Δ_K , то есть $k_0 = 2\Delta_K^{-1}$. Принимая во внимание, что $k_0 = 2\pi/\lambda_0$, имеем $\Delta_K = \lambda_0/\pi$. С учётом (6) для определения амплитуды указанного солитона получим ещё одно дополнительное выражение

$$\eta_K = 12(\beta/\alpha)(\pi/\lambda_0)^2. \quad (9)$$

Таким образом, амплитуда лидирующего солитона в приливном боре в море с параметрами гидрофизического фона α , β и c_0 может быть рассчитана с помощью соотношений (7) и (9), используя результаты анализа спутниковых изображений исследуемого бассейна, на которых запечатлены поверхностные проявления ВВ.

В теории формирования изображений морской поверхности определяющее значение отводится возмущениям скорости поверхностных течений $u(x, t)$, индуцированных солитонами ВПБ. Оценки указанных скоростей можно получить с помощью аналитического выражения следующего вида [41]:

$$u(x, t) \approx V_1(d\phi_1/dz)\eta(x, t) / [1 + (d\phi_1/dz)\eta(x, t)]. \quad (10)$$

В формуле (10) $(d\phi_1/dz)$ — производная от собственной функции первой моды краевой задачи (1), (2), рассчитанная при $z = 0$. Нетрудно показать, что в случае, когда $(d\phi_1/dz)\eta_0 \ll 1$, скорость горизонтального течения является малой по сравнению со скоростью лидирующего солитона в боре. В противоположном случае, когда $(d\phi_1/dz)\eta_0 \gg 1$, скорость поверхностного течения, индуцированного лидирующим солитонным бором, близка к скорости распространения V_1 , то есть величина фактора $\eta_0(d\phi_1/dz)$ может в этом случае выступать мерой нелинейности поверхностного течения.

К числу главных факторов, влияющих на эволюцию ВПБ в море Банда, помимо нелинейности и дисперсии, следует отнести цилиндрическую расходимость. Последний фактор наглядно проявляется на изображениях фронтов яркости, имеющих цилиндрическую форму. Выполним учёт этого фактора, добавив в левую часть уравнения (4) слагаемое вида $\eta/2r$. Это слагаемое задаёт расходимость цилиндрической квазиплоской волны вдали от центра её генерации. Подобным уравнением описывают волны, возбуждаемые осесимметричными локализованными возмущениями в океане, например, извержением подводных вулканов, включая возмущения, локализованные в узких проливах.

Полагая, что цилиндрическая расходимость на достаточно большом расстоянии от центра генерации достаточно мала, решение уравнения КдВ в каждый момент времени близко к солитонному решению $\eta = \eta_K \text{sech}^2[(r - V_K t)/\Delta_K]$, в котором амплитуда η_K и скорость V_K являются медленными функциями прой-

денного расстояния r . В этом случае эволюцию η_K и V_K можно рассчитать из уравнения баланса энергии [42]. Вычислим энергию солитона КдВ. Возводя η в квадрат и интегрируя по r в бесконечных пределах, получим сохраняющуюся величину, имеющую смысл энергии солитона КдВ:

$$\langle \eta^2/2 \rangle = (2/3)\eta_K^{3/2}\sqrt{12\beta/\alpha}.$$

Из условия сохранения потока энергии через замкнутую поверхность получим $r \langle \eta^2 \rangle = \text{const}$. Это соотношение позволяет учесть изменения амплитуды солитона с пройденным расстоянием. Асимптотическое выражение $\eta_K(r)$ для солитона КдВ примет следующий вид:

$$\eta_K(r) = \eta_0(r/r_0)^{-2/3}, \quad (11)$$

где η_0 — значение амплитуды солитона на заданном расстоянии от центра r_0 .

Согласно анализу «отпечатков» внутренних приливных боров на многочисленных РСА — изображениях индонезийских морей, а также измерений, полученных в видимом диапазоне радиометрами, следует, что проявления этих боров на морской поверхности представляют волновые пакеты, ранжированных по ширине гребней солитонов ВВ [38]. Полученные ранее характеристики приливных боров в море Банда: $A_1 \equiv \eta_0$, V_1 , L_1 и s_1 относятся к лидирующей волне, имеющей форму солитона КдВ с $s_1 = 1$. Целесообразно рассмотреть возможную схему определения характеристик кноидальных волн, следующих за лидирующим солитоном бора.

Рассмотрим в качестве примера волну, следующую за лидирующим солитоном. Для неё нелинейный параметр s_2 можно записать в виде $s_2^2 = s_1^2 A_2 / A_1$. Отсюда, учитывая, что $s_1 = 1$, для амплитуды искомой пульсации получим простое соотношение $A_2 = s_2^2 A_1$. В этом выражении неопределённым остаётся параметр s_2^2 , характеризующий её нелинейные свойства. Для определения s_2^2 воспользуемся следующей особенностью решения (5). Согласно теории кнд волн нелинейный параметр s_2^2 и соответствующая этой волне нелинейная длина волны λ_1 (расстояние между горбами/впадинами второй и первой пульсаций) связаны трансцендентным соотношением (см. соотношение (6)):

$$\lambda_1 = 2\lambda_0 K(s_2) / \pi, \quad (12)$$

где λ_0 — длина волны в тыловой зоне бора.

Для волн с номерами 2 и 3, близких к лидирующему солитону в боре, нелинейный параметр $s_n^2 \approx 1$. В этом случае выражение (12) принимает вид:

$$\pi \frac{\lambda_1}{\lambda_0} \approx \ln \left(\frac{16}{1 - s_2^2} \right).$$

Отсюда для оценки s_2^2 получаем приближённое соотношение:

$$s_2^2 \approx 1 - 16 \exp(-\pi \lambda_1 / \lambda_0). \quad (13)$$

Таким образом, для определения амплитуды волны с номером 2, следует предварительно определить с помощью (13) её параметр нелинейности s_2^2 и далее, воспользовавшись соотношением $A_2 = s_2^2 A_1$, найти искомую амплитуду. При этом предполагается, что нелинейный параметр лидирующей кнд волны равен единице, то есть $s_1^2 = 1$, а искомая кнд волна представляет собой солитон КдВ, движущийся со скоростью V_1 . По предложенному алгоритму можно определить амплитуду A_n и параметр нелинейности s_n последующих кноидальных пульсаций внутреннего приливного бора.

5. Обсуждение

Воспользуемся изложенной методикой для определения амплитуды лидирующего солитона ВПБ и скорости течений, индуцированных этим солитоном на морской поверхности, по изображению РСА со спутника ERS-2 (рис. 4, а). Вариации яркости изображения вдоль белой стрелки, характеризующиеся величиной удельной эффективной площади рассеяния (УЭПР) приведены на рис. 4, б. Чтобы воспользоваться соотношениями (9), (10) и (11), необходимо задать значения параметров c_0 , β и α , характеризующих гидрофизический фон, по которому распространяется приливной бор. Согласно (3), указанные параметры выражаются через решение краевой задачи на собственные значения (1), (2). В результате её решения были получены следующие значения параметров: $c_0 \approx 2,2 \text{ м/с}^{-1}$, $\beta \approx 2,3 \cdot 10^5 \text{ м}^3/\text{с}^{-1}$ и $\alpha \approx 2,9 \cdot 10^{-2} \text{ с}^{-1}$.

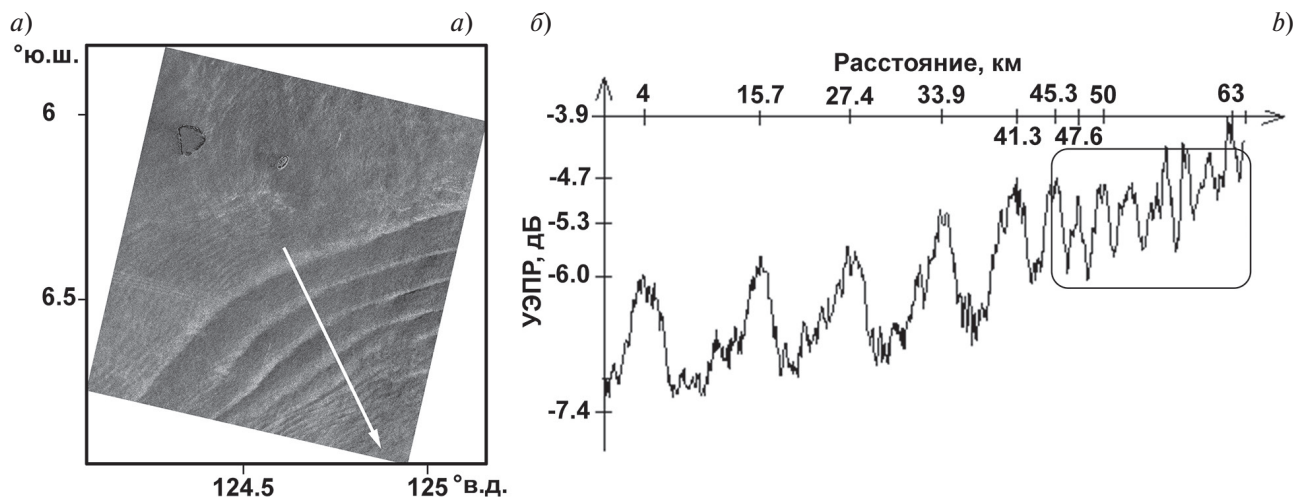


Рис. 4. Изображение PCA со спутника ERS-2, полученное в 01:57 UTC 18 октября 1997 г, с несколькими нелинейными солитонами и волнами в тыловой зоне бора (а), и вариации УЭПР вдоль белой стрелки (б). Прямоугольником выделена тыловая зона ВПБ

Fig. 4. ERS-2 SAR image acquired at 01:57 UTC on October 18, 1997, with several nonlinear solitons and waves in the rear bore zone (a) and the NRCS variations along the white arrow (b). The rear bore zone is marked with a rectangle

Учитывая полученные выше значения c_0 и α с помощью соотношения (8), мы получили оценку амплитуды A_1 лидирующего солитона ВПБ, движущегося со скоростями из интервала значений (2,9–3,1) м/с. В строке № 1 таблицы представлены эти значения A_1 . Из таблицы следует, что амплитуда A_1 лидирующего солитона приливного бора, движущегося со скоростью V_K в море с указанными кинематическими параметрами, изменяется в интервале 70–95 м, то есть может достигать значения ≈ 95 м.

В ряде работ для оценки амплитуды солитона используется зависимость его амплитуды от эффективной ширины L_K . Эта зависимость имеет вид (8). В строке № 2 таблицы показаны значения амплитуды в зависимости от значений L_K . Из обработки спутниковых изображений (рис. 3) следует, что эффективная ширина лидирующего солитона составила $2,1 \pm 0,2$ км. Согласно расчётам, этим значениям L_K соответствуют амплитуды от 70 до 95 м (см. строку № 3). В этом случае амплитуда лидирующего солитона принимает значения близкие к значениям, представленным в первой строке таблицы.

Ещё один способ оценки амплитуды солитона по спутниковым данным основывается на зависимости между его амплитудой и длиной волны λ_0 в тылу ВПБ (9). Для определения λ_0 рассмотрим тыловую зону ВПБ (рис. 4). Длина волны в этой зоне бора меняется незначительно (рис. 4). Приблизённо значения λ_0 лежат в интервале 3,2–3,6 км, что даёт значения амплитуды от 70 до 90 м (см. строку № 5 таблицы), хорошо соответствующие значениям в строках № 1 и № 2.

Из таблицы также следует, что средние значения амплитуд лидирующих солитонов в море Банда, рассчитанные с использованием значений скорости и эффективной ширины солитона, а также длины волны в тыловой зоне бора, полученных из анализа PCA — изображений со спутников Envisat и ERS-1, составили

Таблица
Table

Значения амплитуды лидирующего солитона ВПБ в зависимости от его скорости, эффективной ширины и длины волны в его тыловой зоне

The values of the ITB amplitude of the leading soliton depending on its velocity, effective width, and wavelength in its rear zone

№	Скорость V_K , м/с	2,9	3,0	3,1
1	Амплитуда η_K^+ м	70	85	95
2	Эф. ширина L_K км	2,0	2,2	2,3
3	Амплитуда η_K^- м	70	80	95
4	Длина волны λ_0 км	3,2	3,4	3,6
5	Амплитуда η_K м	90	80	70

83 м, 82 м и 80 м, соответственно. Таким образом, оценка среднего значения амплитуды лидирующего солитона ВПБ в море Банда, рассчитанное тремя рассмотренными методами, составляет ~ 82 м. Абсолютная и относительная погрешности оценки составили ≈ 8 м, $\approx 10\%$ соответственно.

Оценим скорости поверхностных течений, индуцированных лидирующим солитоном ВПБ в море Банда. Значение $d\phi_1/dz$, рассчитанное при $z = 0$, составило $\approx 0,02$, а скорость этого солитона $V_s \approx 3$ м/с. Воспользовавшись соотношением (10) для скорости поверхностных течений, получим оценку $u_0 \approx 1,6$ м/с. Полученное значение составляет $\approx 50\%$ от V_1 , что указывает на значительную нелинейность течений, индуцированных лидирующим солитоном внутреннего приливного бора в море Банда.

Рассмотрим влияние цилиндрической расходимости на эволюцию ВПБ в море Банда. Допустим, что солитон с амплитудой η_1 и скоростью V_1 в начальный момент времени находится на расстоянии r_1 от зоны генерации. При его перемещении в соседнюю точку r_2 , его амплитуда за счёт расходимости, вызванной цилиндрической формой приливного фронта, уменьшится до значения η_2 . Искомое значение η_2 , в соответствии с выражением (5), равно $\eta_2(r_2) = \eta_1(r_2/r_1)^{-2/3}$. Учитывая, что амплитуда солитона связана с его скоростью соотношением (6), нетрудно получить выражение для изменения скорости солитона при изменении его амплитуды: $\varepsilon_\eta \equiv (\eta_1 - \eta_2)/\eta_1$ и скорости $\varepsilon_V \equiv (V_1 - V_2)/V_1$ лидирующего солитона в море Банда, где $\eta_1 \approx 80$ м, $V_1 \approx 3$ мс⁻¹ при пройденном расстоянии $r_2 = 2r_1$ составит: $\varepsilon_\eta \approx 35\%$ от η_1 , а $\varepsilon_V \approx 25\%$ ($0,75$ мс⁻¹).

Определим амплитуду A_2 волны, следующей за лидирующим солитоном с амплитудой A_1 , воспользовавшись соотношением $A_2 = s_2^2 A_1$. С этой целью оценим нелинейный параметр s_2^2 , характеризующий эту волну. Для оценки s_2^2 воспользуемся соотношением (13), в котором длина кнд волны λ_1 , соответствует второй волне. Для рассматриваемого ВПБ $\lambda_1 \approx 10$ км (рис. 3). Расчет s_2^2 с этим значением λ_1 даёт $s_2^2 \approx 0,997$. С учётом полученных значений s_2^2 и $A_1 \approx 80$ м для амплитуды кнд волны, следующей за лидирующим солитоном, получим оценку $A_2 \approx 79,5$ м, то есть значение близкое к A_1 , как и следует из анализа спутникового изображения.

В заключение сформулированы основные результаты работы. В статье с использованием кноидальной модели внутренних приливных боров, расширенной за счёт включения в неё цилиндрической расходимости, предложена методика определения морфометрических характеристик подобных боров в морских бассейнах с заданными параметрами гидрофизического фона среды: квадратичной нелинейности α , дисперсии β и фазовой скорости внутренних волн с приливной частотой. Для моря Банда значения указанных параметров α , β , и c_0 , рассчитанные по данным климатического профиля частоты плавучести, составили $\approx 2,9 \times 10^{-2}$ с⁻¹, $\approx 2,3 \times 10^5$ м³с⁻¹, $\approx 2,2$ мс⁻¹, соответственно.

По изображениям поверхностных проявлений внутренних приливных боров, полученных РСА со спутников Envisat и ERS-2, было найдено, что нелинейные длины волн (расстояние между соседними гребнями/впадинами) $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_0$ составляют $\lambda_1 \sim 10$ км, $\lambda_0 \in (3,2-3,6)$ км, максимальная скорость лидирующего солитона $V_1 \in (2,9-3,1)$ мс⁻¹ и его эффективная ширина $L_1 \in (2,0-2,3)$ км.

Использование предложенной методики определения характеристик приливных боров в море Банда показало, что лидирующий солитон КдВ распространяется с нелинейной скоростью $V_K \equiv V_1 \approx 3$ мс⁻¹, его амплитуда $A_1 \approx 80$ м, нелинейный параметр s_1 близок к 1, а горизонтальная скорость течений на морской поверхности, индуцированных этим солитоном $U_K \approx 1,6$ мс⁻¹. Следующая за этим солитоном кноидальная волна имеет нелинейный параметр $s_2 = 0,997$ близкий, но не равный s_1 и, как следствие, близкую к A_1 амплитуду $A_2 \approx 79,6$ м. Замыкают приливной бор квазигармонические колебания со средней длиной волны $\lambda_0 \approx 3,4$ км.

Из анализа спутниковых радиолокационных изображений и изображений в видимом диапазоне следует, что приливные боры в море Банда трансформируются под действием не только нелинейности и дисперсии, но и цилиндрической расходимости. В рамках кноидальной модели приливного бора показано, что энергия его лидирующей и последующих волн затухает в процессе эволюции за счёт цилиндрической расходимости, что, в свою очередь, приводит к падению скорости распространения. Расчёты показывают, что при прохождении солитоном расстояния, которое он преодолевает за время равное удвоенному приливному периоду, его амплитуда падает на 35 %, а скорость на 25 % относительно начальных значений этих характеристик.

6. Выводы

Показано, что амплитуды уединённых внутренних волн в стратифицированном по плотности мелком море с заданными квадратичной нелинейностью α , дисперсией β , и фазовой скоростью линейных длинных внутренних волн c_0 , связаны однозначными зависимостями с характеристиками пространственно-временной

структуры приливных внутренних волновых боров: скоростью лидирующих солитонов в таких борах, а также длин волн в их тыловой зоне. Получена оценка амплитуды лидирующего солитона внутреннего приливного бора в море Банда $Am_s \approx 8$ м в предположении, что боры распространяются в среде с известными значениями кинематических параметров α , β и c_0 . Данные об амплитудах лидирующих солитонов в приливных борах в этом море отсутствуют, можно, однако, предположить, что они близки к измеренным амплитудам солитонов, генерируемых приливами над поднятиями дна в проливе Ломбок [43], а также в проливах индонезийских морей Сулу, Сулавеси и др. [31–33, 44]. Данное исследование, по-видимому, является первым, в котором оценка амплитуд солитонов внутренних волн и скоростей течений, индуцированных ими на морской поверхности, получена при анализе спутниковых изображений внутренних приливных боров в исследуемой акватории.

Таким образом, предложенная в настоящей статье методика расчёта морфометрических характеристик внутренних приливных боров, основанная на кноидальном решении уравнения КдВ и спутниковых изображениях представляется многообещающим инструментом для исследования особенностей процесса эволюции внутренних приливных боров в индонезийских морях.

Финансирование

Обработка и анализ спутниковых данных выполнена по госбюджетной тематике ТОИ ДВО РАН «Технологии дистанционного зондирования Земли и наземных измерительных систем в комплексных исследованиях динамических явлений в океане и атмосфере» (рег. № 0211–2021–0007), вывод соотношений для определения динамических характеристик внутренних приливных боров, анализ полученных данных и их интерпретация выполнены по теме «Математическое моделирование и анализ динамических процессов в океане» (рег. № 0271–2019–0001). Авторы благодарят анонимных рецензентов за содержательные рекомендации и полезные комментарии.

Funding

The satellite data processing and analysis was carried out on the State budget Theme of the Pacific Oceanological Institute of the Far Eastern Branch of the Russian Academy of Sciences “Technologies for remote sensing of the Earth and ground-based measuring systems in complex studies of dynamic phenomena in the ocean and atmosphere” (registration No. 0211-2021-0007), derivation of relations for determination of the dynamic characteristics of internal tidal bores, the analysis of the obtained data and their interpretation were carried out on the Theme “Mathematical modeling and analysis of dynamic processes in the ocean” (reg. No. 0271-2019-0001). The authors would like to thank the anonymous reviewers for their thoughtful recommendations and helpful comments.

Литература

1. *Apel J.R., Holbrook J.R., Liu A.K., Tsai J.J.* The Sulu Sea internal soliton experiment // *Journal of Physical Oceanography*. 1985. V. 15, Iss. 12. P. 1625–1651. doi:10.1175/1520-0485(1985)015<1625:TSSISE>2.0.CO;2
2. *Lavrova O., Mityagina M.* Satellite survey of internal waves in the Black and Caspian Seas // *Remote Sensing*. 2017. V. 9, Iss. 9. 892. doi:10.3390/rs9090892
3. *Magalhaes J.M., Da Silva J.C.B.* Internal solitary waves in the Andaman Sea: New insights from SAR imagery // *Remote Sensing*. 2018. V. 10, Iss. 6. 861. doi:10.3390/rs10060861
4. *Liang J., Li X.-M., Sha J., Jia T., Ren Y.* The lifecycle of nonlinear internal waves in the northwestern South China Sea // *Journal of Physical Oceanography*. 2019. V. 49, Iss. 8. P. 2133–2145. doi:10.1175/JPO-D-18-0231.1
5. *Sandstrom H., Elliott J.A.* Internal tide and solitons on the Scotian Shelf: A nutrient pump at work // *Journal of Geophysical Research: Oceans*. 1984. V. 89, Iss. C4. P. 6415–6426. doi:10.1029/JC089IC04P06415
6. *Nash J.D., Shroyer E.L., Kelly S.M., Inall M.E., Duda T.F., Levine M.D., Jones N.L., Musgrave R.C.* Are any coastal internal tides predictable? // *Oceanography*. 2012. V. 25, N2. P. 80–95. doi:10.5670/oceanog.2012.44
7. *Osborne A.R., Burch T.L., Scarlet R.I.* The influence of internal waves on deep-water drilling // *Journal of Canadian Petroleum Technology*. 1978. V. 30, Iss. 10. P. 1497–1504. doi:10.4043/2797-MS
8. *Horne E., Beckebanze F., Micard D., Odier P., Maas L.R.M., Joubaud S.* Particle transport induced by internal wave beam streaming in lateral boundary layers // *Journal of Fluid Mechanics*. 2019. V. 870. P. 848–869. doi:10.1017/jfm.2019.251
9. *Chiu C.S., Ramp S.R., Miller C.W., Lynch J.F., Duda T.F., Tang T.Y.* Acoustic intensity fluctuations induced by South China Sea internal tides and solitons // *IEEE Journal of Oceanic Engineering*. 2004. V. 29. P. 1249–1263. doi:10.1109/JOE.2004.834173

10. Woodson C.B. The fate and impact of internal waves in nearshore ecosystems // Annual Review of Marine Science. 2018. V. 10. P. 421–441. doi:10.1146/annurev-marine-121916-063619
11. Alpers W. Theory of radar imaging of internal waves // Nature. 1985. V. 314. P. 245–247. doi:10.1038/314245a0
12. Jackson C.R., Da Silva J.C.B., Jeans G., Alpers W., Caruso M.J. Nonlinear internal waves in synthetic aperture radar imagery // Oceanography. 2013. V. 26. P. 68–79. doi:10.5670/oceanog.2013.32
13. Porter D.L., Thompson D.R. Continental shelf parameters inferred from SAR internal wave observations // Journal of Atmospheric and Oceanic Technology. 1999. V. 16. P. 475–487. doi:10.1175/1520-0426(1999)016<0475: CSPIFS>2.0.CO;2
14. Fan K., Fu B., Gu Y., Yu X., Liu T., Shi A., Xu K., Gan X. Internal wave parameters retrieval from space-borne SAR image // Frontiers in Earth Science. 2015. V. 9. P. 700–708. doi:10.1007/s11707-015-0506-7
15. Wang J., Yang J., Li J., Ren L., Zheng G. Study on extracting and verifying internal wave parameter of SAR image // Proc. SPIE V. 9638, Remote Sensing of the Ocean, Sea Ice, Coastal Waters, and Large Water Regions. Toulouse, France. doi:10.1117/12.2194768
16. Romeiser R., Graber H.C. Advanced remote sensing of internal waves by spaceborne along-track InSAR-A demonstration with TerraSAR-X // IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing. 2015. V. 53. P. 6735–6751. doi:10.1109/TGRS.2015.2447547
17. Мирополюцкий Ю.З. Динамика внутренних гравитационных волн в океане. Л.: Гидрометеиздат, 1981. 302 с.
18. Wang C., Wang X., Da Silva J.C.B. Studies of internal waves in the strait of Georgia based on remote sensing images // Remote Sensing. 2019. V. 11, Iss. 1. 96. doi:10.3390/rs11010096
19. Small J., Hallock Z., Pavey G., Scott J. Observations of large amplitude internal waves at the Malin Shelf edge during SESAME1995 // Continental Shelf Research. 1999. V. 19. P. 1389–1436. doi:10.1016/S0278-4343(99)00023-0
20. Pan J., Jay D.A., Orton P.M. Analyses of internal solitary waves generated at the Columbia River plume front using SAR imagery // Journal of Geophysical Research: Oceans. 2007. V. 112, Iss. C7. C07014. DOI:10.1029/2006JC003688
21. Константинов О.Г., Новотрясов В.В. Поверхностные проявления внутренних волн по данным видеосистемы берегового базирования // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. 2013. Т. 49, № 3. С. 364–369. doi:10.7868/S0002351513030097
22. Zheng Q., Yuan Y., Klemas V., Yan X. Theoretical expression for an ocean internal soliton synthetic aperture radar image and determination of the soliton characteristic half width // Journal of Geophysical Research: Oceans. 2001. V. 106. P. 31415–31423. doi:10.1029/2000JC000726
23. Xue J., Graber H.C., Lund B., Romeiser R. Amplitudes estimation of large internal solitary waves in the Mid-Atlantic Bight using synthetic aperture radar and marine X-band radar images // IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing. 2013. V. 51. P. 3250–3258. doi:10.1109/TGRS.2012.2221467
24. Hong D.-B., Yang C.-S., Ouchi K. Preliminary study of internal solitary wave amplitude off the East coast of Korea based on synthetic aperture radar data // Journal of Marine Science and Technology. 2016. V. 24, N 6. P. 1194–1203. doi:10.6119/JMST-016-1026-8
25. Benjamin T.B. Internal waves of finite amplitude and permanent form // Journal of Fluid Mechanics. 1966. V. 25. P. 241–270. doi:10.1017/S00222112066001630
26. Benney D.J. Long non-linear waves in fluid flows // Journal of Mathematical Physics. 1966. V. 45. P. 52–63. doi:10.1002/sapm196645152
27. Joseph R.I. Solitary waves in a finite depth fluid // Journal of Physics A Mathematical and General. 1977. V. 10, N 12. L225. doi:10.1088/0305-4470/10/12/002
28. Kubota T., Ko D.R.S., Dobbs L. Propagation of weakly nonlinear internal waves in a stratified fluid of finite depth // Journal of Hydronautics. 1978. V. 12. P. 157–165. doi:10.2514/3.63127
29. Benjamin T.B. Internal waves of permanent form in fluids of great depth // Journal of Fluid Mechanics. 1967. V. 29. P. 559–592. doi:10.1017/S0022211206700103X
30. Ono H. Algebraic solitary waves in stratified fluids // Journal of the Physical Society of Japan. 1975. V. 39. P. 1082–1091. doi:10.1143/JPSJ.39.1082
31. Alpers W., Mitnik L.M., Hock L., Chen K.-S. ERS SAR views the tropical and subtropical ocean <http://earth.esa.int/application/ERS-SARTropical> (дата обращения: 29.05.2022).
32. Jackson Ch.R. An atlas of Internal solitary-like waves and their properties. Second Ed. Alexandria, USA: Global Ocean Associates, 2004. 560 p. URL: <https://www.internalwaveatlas.com> (дата обращения: 29.05.2022).
33. Apel J.R. Oceanic Internal Waves and Solitons // An Atlas of Oceanic Internal Solitary Waves (May 2002). Oceanic Internal Waves and Solitons by Global Ocean Associates. Prepared for Office of Naval Research — Code 322 PO
34. Gordon A., Susanto D. Banda Sea surface layer divergence // Ocean Dynamics. 2001. V. 52. P. 2–10. doi:10.1007/s10236-001-8172-6

35. Moore T.S. II, Marra J., Alkatiri A. Response of the Banda Sea to the southeast monsoon // *Marine Ecology Progress Series*. 2003. V. 261. P. 41–49. doi:10.3354/meps261041
36. Wawaruntu J., Fine R., Olson A.L., Gordon A.L. Recipe for Banda Sea Water // *Journal of Marine Research*. 2000. V. 58, N4. P. 547–569. doi:10.1357/002224000321511016
37. Liang L., Xue H., Shu Y. The Indonesian throughflow and the circulation in the Banda Sea: A modeling study // *Journal of Geophysical Research: Oceans*. 2019. V. 124. P. 3089–3106. doi:10.1029/2018JC014926
38. Mitnik L., Dubina V. Non-linear internal waves in the Banda Sea on satellite synthetic aperture radar and visible images // *Proceedings IGARSS'09, Cape Town, 2009*. С. 4788–4791. doi:10.1109/IGARSS.2009.5417914
39. Новотрясов В.В. Дисперсионные зависимости и вертикальная структура внутренних гравитационных волн на сдвиговом течении // *Океанология*. 1991. Т. 31, Вып. 6. С. 885–891.
40. Островский Л.А. Нелинейные внутренние волны во вращающемся океане // *Океанология*. 1978. Т. 18, Вып. 2. С. 181–191.
41. Apel J.R. A new analytical model for internal solitons in the ocean // *Journal of Physical Oceanography*. 2003. V. 33. P. 2247–2269. doi:10.1175/1520-0485(2003)033<2247: ANAMFI>2.0.CO;2
42. Степанянц Ю.А. Диссипация солитонов внутренних волн при цилиндрической расходимости // *Известия АН СССР Физика атмосферы и океана*. 1981. Т. 17, № 8. С. 660–661.
43. Susanto R.D., Mitnik L., Zheng Q. Ocean internal waves observed in the *Lombok Strait* // *Oceanography*. 2005. V. 18, N 4. P. 80–87. doi:10.5670/oceanog.2005.08
44. Jackson Ch.R., da Silva J.C.B., Jeans G. The generation of nonlinear internal waves // *Oceanography*. 2012. V. 25, N 2. P. 108–123. doi:10.5670/oceanog.2012.46

References

1. Apel J.R., Holbrook J.R., Liu, A.K., Tsai J.J. The Sulu Sea internal soliton experiment. *Journal of Physical Oceanography*. 1985, 15, 12, 1625–1651. doi:10.1175/1520-0485(1985)015<1625: TSSISE>2.0.CO;2
2. Lavrova O., Mityagina M. Satellite survey of internal waves in the Black and Caspian Seas. *Remote Sensing*. 2017, 9, 9, 892. doi:10.3390/rs9090892
3. Magalhaes J.M., Da Silva J.C.B. Internal solitary waves in the Andaman Sea: New insights from SAR imagery. *Remote Sensing*. 2018, 10, 6, 861. doi:10.3390/rs10060861
4. Liang J., Li X.-M., Sha J., Jia T., Ren Y. The lifecycle of nonlinear internal waves in the northwestern South China Sea. *Journal of Physical Oceanography*. 2019, 49, 8, 2133–2145. doi:10.1175/JPO-D-18-0231.1
5. Sandstrom H., Elliott J.A. Internal tide and solitons on the Scotian Shelf: A nutrient pump at work. *Journal of Geophysical Research: Oceans*. 1984, C4, 6415–6426. doi:10.1029/JC089IC04P06415
6. Nash J.D., Shroyer E.L., Kelly S.M., Inall M.E., Duda T.F., Levine M.D., Jones N.L., Musgrave R.C. Are any coastal internal tides predictable? *Oceanography*. 2012, 25, 2, 80–95. doi:10.5670/oceanog.2012.44
7. Osborne A.R., Burch T.L., Scarlet R.I. The influence of internal waves on deep-water drilling. *Journal of Canadian Petroleum Technology*. 1978, 30, 10, 1497–1504. doi:10.4043/2797-MS
8. Horne E., Beckebanze F., Micard D., Odier P., Maas L.R.M., Joubaud S. Particle transport induced by internal wave beam streaming in lateral boundary layers. *Journal of Fluid Mechanics*. 2019, 870, 848–869. doi:10.1017/jfm.2019.251
9. Chiu C.S., Ramp S.R., Miller C.W., Lynch J.F., Duda T.F., Tang T.Y. Acoustic intensity fluctuations induced by South China Sea internal tides and solitons. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*. 2004, 29, 1249–1263. doi:10.1109/JOE.2004.834173
10. Woodson C.B. The fate and impact of internal waves in nearshore ecosystems. *Annual Review of Marine Science*. 2018, 10, 421–441. doi:10.1146/annurev-marine-121916-063619
11. Alpers W. Theory of radar imaging of internal waves. *Nature*. 1985, 314, 245–247. doi:10.1038/314245a0
12. Jackson C.R., Da Silva J.C.B., Jeans G., Alpers W., Caruso M.J. Nonlinear internal waves in synthetic aperture radar imagery. *Oceanography*. 2013, 26, 68–79. doi:10.5670/oceanog.2013.32
13. Porter D.L., Thompson D.R. Continental shelf parameters inferred from SAR internal wave observations. *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*. 1999, 16, 475–487. doi:10.1175/1520-0426(1999)016<0475: CSPIFS>2.0.CO;2
14. Fan K., Fu B., Gu Y., Yu X., Liu T., Shi A., Xu K., Gan X. Internal wave parameters retrieval from space-borne SAR image. *Frontiers in Earth Science*. 2015, 700–708. doi:10.1007/s11707-015-0506-7
15. Wang J., Yang J., Li J., Ren L., Zheng G. Study on extracting and verifying internal wave parameter of SAR image. *Proc. SPIE V. 9638, Remote Sensing of the Ocean, Sea Ice, Coastal Waters, and Large Water Regions. Toulouse, France*. doi:10.1117/12.2194768

16. Romeiser R., Graber H.C. Advanced remote sensing of internal waves by spaceborne along-track InSAR-A demonstration with TerraSAR-X. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*. 2015, 53, 6735–6751. doi:10.1109/TGRS.2015.2447547
17. Miropolsky Yu.Z. Dynamics of internal gravity waves in the ocean. *Leningrad, Gidrometeoizdat*, 1981, 302 p. (in Russian).
18. Wang C., Wang X., Da Silva J.C.B. Studies of internal waves in the strait of Georgia based on remote sensing images. *Remote Sensing*. 2019, 11, 1, 96. doi:10.3390/rs11010096
19. Small J., Hallock Z., Pavey G., Scott J. Observations of large amplitude internal waves at the Malin Shelf edge during SESAME1995. *Continental Shelf Research*. 1999, 19, 1389–1436. doi:10.1016/S0278-4343(99)00023-0
20. Pan J., Jay D.A., Orton P.M. Analyses of internal solitary waves generated at the Columbia River plume front using SAR imagery. *Journal of Geophysical Research: Oceans*. 2007, 112, C7, C07014. doi:10.1029/2006JC003688
21. Konstantinov O.G., Novotryasov V.V. Surface manifestations of internal waves observed using a land-based video system. *Izvestiya. Atmospheric and Oceanic Physics*. 2013, 49, 3, 334–338. doi:10.1134/S0001433813030092
22. Zheng Q., Yuan Y., Klemas V., Yan, X. Theoretical expression for an ocean internal soliton synthetic aperture radar image and determination of the soliton characteristic half width. *Journal of Geophysical Research: Oceans*. 2001, 106, 31415–31423. doi:10.1029/2000JC000726
23. Xue J., Graber H.C., Lund B., Romeiser R. Amplitudes estimation of large internal solitary waves in the Mid-Atlantic Bight using synthetic aperture radar and marine X-band radar images. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*. 2013, 51, 3250–3258. doi:10.1109/TGRS.2012.2221467
24. Hong D.-B., Yang C.-S., Ouchi K. Preliminary study of internal solitary wave amplitude off the East coast of Korea based on synthetic aperture radar data. *Journal of Marine Science and Technology*. 2016, 24, 6, 1194–1203. doi:10.6119/JMST-016–1026–8
25. Benjamin T.B. Internal waves of finite amplitude and permanent form. *Journal of Fluid Mechanics*. 1966, 25, 241–270. doi:10.1017/S0022112066001630
26. Benney D.J. Long non-linear waves in fluid flows. *Journal of Mathematical Physics*. 1966, 45, 52–63. doi:10.1002/sapm196645152
27. Joseph R.I. Solitary waves in a finite depth fluid. *Journal of Physics A Mathematical and General*. 1977, 10, 12, L225. doi:10.1088/0305-4470/10/12/002
28. Kubota T., Ko D.R.S., Dobbs L. Propagation of weakly nonlinear internal waves in a stratified fluid of finite depth. *Journal of Hydronautics*. 1978, 12, 157–165. doi:10.2514/3.63127
29. Benjamin T.B. Internal waves of permanent form in fluids of great depth. *Journal of Fluid Mechanics*. 1967, 29, 559–592. doi:10.1017/S002211206700103X
30. Ono H. Algebraic solitary waves in stratified fluids. *Journal of the Physical Society of Japan*. 1975, 39, 1082–1091. doi:10.1143/JPSJ.39.1082
31. Alpers W., Mitnik L.M., Hock L., Chen K.-S. ERS SAR views the tropical and subtropical ocean <http://earth.esa.int/application/ERS-SARTropical> (date of access: 29.05.2022).
32. Jackson Ch.R. An Atlas of Internal Solitary-like Waves and their Properties. Second Ed. Alexandria, USA: Global Ocean Associates, 2004. 560 p. URL: <https://www.internalwaveatlas.com> (date of access: 29.05.2022).
33. Apel J.R. Oceanic Internal Waves and Solitons. In: An Atlas of Oceanic Internal Solitary Waves (May 2002). Oceanic Internal Waves and Solitons by Global Ocean Associates. *Prepared for Office of Naval Research* — Code 322 PO.
34. Gordon A., Susanto D. Banda Sea surface layer divergence. *Ocean Dynamics*. 2001, 52, 2–10. doi:10.1007/s10236-001-8172-6
35. Moore T.S. II, Marra J., Alkatiri A. Response of the Banda Sea to the southeast monsoon. *Marine Ecology Progress Series*. 2003, 261, 41–49. doi:10.3354/meps261041
36. Wawaruntu J., Fine R., Olson A.L., Gordon A.L. Recipe for Banda Sea Water. *Journal of Marine Research*. 2000, 58, 4, 547–569. doi:10.1357/002224000321511016
37. Liang L., Xue H., Shu Y. The Indonesian throughflow and the circulation in the Banda Sea: A modeling study. *Journal of Geophysical Research: Oceans*. 2019, 124, 3089–3106. doi:10.1029/2018JC014926
38. Mitnik L., Dubina V. Non-linear internal waves in the Banda Sea on satellite synthetic aperture radar and visible images. *Proceedings IGARSS'09, Cape Town*, 2009, 4788–4791. doi:10.1109/IGARSS.2009.5417914
39. Novotryasov V.V. Dispersion dependences and vertical structure of internal gravity waves field in a shear current (numerical analysis). *Oceanology*. 1991, 31, 6, 885–891 (in Russian).
40. Ostrovsky L.A. Nonlinear internal waves in a rotating ocean. *Oceanology*. 1978, 18, 2, 181–191 (in Russian).
41. Apel J.R. A new analytical model for internal solitons in the ocean. *Journal of Physical Oceanography*. 2003, 33, 2247–2269. doi:10.1175/1520-0485(2003)033<2247: ANAMFI>2.0.CO;2

Новотрясов В.В., Дубина В.А., Митник Л.М.
Novotryasov V.V., Dubina V.A., Mitnik L.M.

42. *Stepanyants Yu.A.* Dissipation of solitons of internal waves with cylindrical divergence. *Izv. Academy of Sciences of the USSR Physics of the atmosphere and ocean*. 1981, 17, 8, 660–661 (in Russian).
43. *Susanto R.D., Mitnik L., Zheng Q.* Ocean internal waves observed in the *Lombok Strait*. *Oceanography*. 2005, 18, 4, 80–87. doi:10.5670/oceanog.2005.08
44. *Jackson Ch.R., da Silva J.C.B., Jeans G.* The generation of nonlinear internal waves. *Oceanography*. 2012, 25, 2, 108–123. doi:10.5670/oceanog.2012.46

Об авторах

НОВОТРЯСОВ Вадим Васильевич, РИНЦ AuthorID: 7865, ORCID ID: 0000-0003-2607-9290,
e-mail: vadimnov@poi.dvo.ru

ДУБИНА Вячеслав Анатольевич, РИНЦ AuthorID: 129445, e-mail: dubina@poi.dvo.ru

МИТНИК Леонид Моисеевич, РИНЦ AuthorID: 34394, e-mail: mitnik@poi.dvo.ru