

Численное моделирование больших волн

УДК 551.465

© Т.Г. Талипова, 2011

Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород
tata@hydro.appl.sci-nnov.ru

МЕХАНИЗМЫ ОБРАЗОВАНИЯ ВНУТРЕННИХ «ВОЛН-УБИЙЦ»

Дан обзор физических механизмов образования внутренних аномально больших волн («волн-убийц») в океане. Теоретическая модель основана на нелинейном эволюционном уравнении типа уравнения Гарднера, получаемого в рамках асимптотической теории. Выделены и описаны следующие механизмы: нелинейная дисперсионная фокусировка волновых пакетов, модуляционная неустойчивость нелинейных внутренних волн, трансформация волн в точках переворота, где нелинейные коэффициенты уравнения Гарднера обращаются в нуль.

Ключевые слова: интенсивные нелинейные внутренние волны, дисперсионная фокусировка, модуляционная неустойчивость, точки переворота, океанские шельфы.

В ряде районов океана, в том числе и в шельфовых зонах, довольно часто наблюдаются внутренние волны большой, а иногда и аномально большой амплитуды [1–3]. Эти волны генерируются приливами на свале глубины и стремятся как в открытый океан, так и к берегу. Амплитуды внутренних волн могут достигать сотни метров. Обрушение таких волн приводит к сильному перемешиванию стратифицированной воды, влияет на распространение акустических сигналов [4–6], изменяет распределение планктона, вызывает перемещение донных осадков, влияющих на устойчивость морских платформ [7]. В настоящее время рассчитано, что, хотя действие внутренних волн на подводные сооружения за долгий период составляет менее 10 % от действия поверхностных волн, единичное действие интенсивного импульса внутренней волны может существенно превосходить действие поверхностной волны [8]. Наблюдаемые внутренние волны большой амплитуды часто солитоноподобны, и описание их динамики основывается на нелинейных гидродинамических уравнениях [6].

Термин «волна-убийца» сейчас является общепринятым в литературе по поверхностным волнам. Волной-убийцей называется волна, амплитуда которой по крайней мере в 2 раза больше значительной амплитуды фоновых волн. Этот термин пока не применяется к внутренним волнам, хотя гибель подводной лодки «Трешер» в 1963 г. часто связывают с действием аномально большой внутренней волны (солитона) отрицательной полярности. Поэтому здесь мы данный термин берем в кавычки. Под это определение не слишком подходят группы солитонов внутренних волн [6], поскольку их возникновение – это детерминированный процесс, связанный с действием приливной волны, и солитонные группы сами должны рассматриваться как фоновые волны в выбранной акватории. Однако число и параметры солитонов безусловно являются практически случайными, зависящими от стратификации, которая меняется даже в течение суток [9], и в принципе мы не исключаем их из категории внутренних «волн-убийц». Механизмы образования солитонов внутренних волн хорошо изучены, их статистические характеристики тоже, поэтому здесь они не рассматриваются. Мы предлагаем ряд механизмов образования аномально больших поверхностных волн [10–12], среди которых выделим механизм нелинейно-дисперсионного сжатия волнового цуга [12–15]. С физической точки

зрения, этот механизм образования поверхностных аномально высоких волн должен работать и для внутренних волн. Между тем физические модели внутренних волн обладают определенной спецификой. Так, для описания динамики достаточно длинных внутренних волн даже большой амплитуды при некоторых ограничениях на плотностную стратификацию удастся использовать относительно простое эволюционное уравнение Гарднера, представляющее собой расширенное (по нелинейности) уравнение Кортевега–де Вриза, и эта модель сейчас активно используется при интерпретации наблюдаемых данных [16–21]. Эффект из уравнения Гарднера для внутренних волн при определенных плотностных стратификациях может приводить к модуляционной неустойчивости длинных внутренних волн, что невозможно для длинных поверхностных волн [22, 23]. При этих стратификациях уравнение Гарднера допускает существование квазистационарных решений в виде бризеров (волновых пакетов) внутренних волн, довольно устойчивых и в рамках уравнений Эйлера [24]. Горизонтальная изменчивость стратификации вод на океанских и морских шельфах приводит к появлению зон с разными нелинейными характеристиками внутренних волн и к так называемым точкам переворота: в них нелинейные коэффициенты в уравнении Гарднера проходят через нуль [25–27]. Распространение волн через эти зоны, как показано в наших работах [17, 18], может также приводить к образованию внутренних волн аномально большой амплитуды. Эти процессы не имеют аналога в теории поверхностных волн.

Настоящая статья посвящена обзору механизмов образования внутренних «волнубийц» на основе уравнения Гарднера, допускающего аналитическое и численное рассмотрение.

Теоретическая модель. Уравнение Гарднера в теории внутренних волн выводится с помощью асимптотической процедуры для произвольной стратификации океана (как непрерывной, так и многослойной) и в сопровождающей системе отсчета, движущейся со скоростью распространения линейной внутренней волны, имеет следующий вид [16, 17]:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + (\alpha \eta + \alpha_1 \eta^2) \frac{\partial \eta}{\partial x} + \beta \frac{\partial^3 \eta}{\partial x^3} = 0, \quad (1)$$

где x – пространственная координата, t – время, c – фазовая скорость длинной линейной волны, α – коэффициент квадратичной нелинейности, α_1 – коэффициент кубической нелинейности, β – коэффициент дисперсии. Переменная η в уравнении (1) описывает поле вертикальных смещений частиц в волне на горизонте максимума ее амплитуды. Значения коэффициентов определяются интегральными выражениями с учетом модальной функции, рассчитанной в рамках краевой задачи по известным вертикальным распределениям частоты плавучести и скорости течения; эти достаточно громоздкие выражения неоднократно приводились в наших статьях [16–18, 28]. Уравнение (1) решается с периодическими граничными условиями на концах интервала

$$\eta(0, t) = \eta(L, t), \quad x \in (0, L) \quad (2)$$

и начальным условием

$$\eta(x, 0) = \eta_0(x). \quad (3)$$

На океанских шельфах коэффициент квадратичной нелинейности α имеет порядок $10^{-2} \div 10^{-3} \text{ с}^{-1}$, коэффициент кубической нелинейности $\alpha_1 \sim 10^{-4} \div 10^{-5} (\text{м} \cdot \text{с})^{-1}$, а значение коэффициента дисперсии сильно зависит от глубины (см. [29]) и для шельфовых зон, где глубина составляет сотню метров, имеет порядок $10^2 \text{ м}^3 \cdot \text{с}^{-1}$. Следует отметить, что в зависимости от вертикального распределения частоты плавучести оба коэффициента не-

линейности могут приобретать как положительные, так и отрицательные значения. Скорость распространения длинных внутренних волн в прибрежной зоне не превышает $1 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$. Если глубина воды или стратификация являются плавно неоднородными в горизонтальном направлении, то уравнение Гарднера записывается вдоль направления распространения волны в форме

$$\frac{\partial \xi}{\partial x} + \left(\frac{\alpha(x)Q(x)}{c^2(x)}\xi + \frac{\alpha_1(x)Q^2(x)}{c^2(x)}\xi^2 \right) \frac{\partial \xi}{\partial s} + \frac{\beta(x)}{c^4(x)} \frac{\partial^3 \xi}{\partial s^3} = 0, \quad (4)$$

где $s = \int \frac{dx}{c(x)} - t$ – время в сопровождающей системе отсчета и $\eta(s, x) = Q(x)\xi(s, x)$,

где $Q(x)$ – коэффициент усиления волны (в линейном бездисперсионном пределе), возникающий вследствие горизонтальной неоднородности среды, который также определяется глубиной и стратификацией воды в акватории [16, 17]. Соответственно здесь переписываются граничные и начальные условия. Граничные условия становятся периодическими во времени, а начальные описывают запись волны в фиксированной точке (буе). Уравнения (1) и (4) будут использованы ниже для анализа механизмов возникновения внутренних «волн-убийц». Коэффициент дисперсии β для внутренних волн всегда положительный. Как известно, динамика волн в рамках уравнения Гарднера существенно зависит от знака коэффициента кубической нелинейности [17, 18]. При этом следует отметить, что для внутренних волн коэффициент кубической нелинейности, так же как и коэффициент квадратичной нелинейности, может принимать и положительные, и отрицательные значения [28, 29]. Это обеспечивает большое разнообразие форм внутренних волн, в частности волн с большой амплитудой. Так, при любом знаке коэффициентов нелинейности уравнение Гарднера допускает существование нелинейных стационарных волн-солитонов (рис. 1). При отрицательном знаке кубической нелинейности полярность солитонов совпадает по знаку с коэффициентом квадратичной нелинейности, а их амплитуда ограничена амплитудой так называемого толстого, или столообразного, солитона:

$$A_{\text{lim}} = -\alpha/\alpha_1 \quad (5)$$

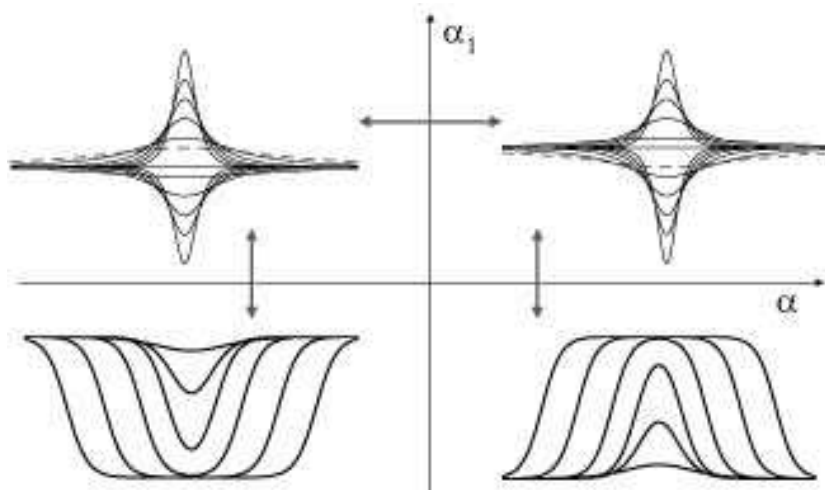


Рис. 1. Формы солитонов в уравнении Гарднера при различных знаках коэффициентов нелинейности.

Штрихами показаны алгебраические солитоны, стрелками – возможная трансформация солитонов при смене знака нелинейности.

При положительном знаке кубической нелинейности солитоны могут иметь любую полярность, но ветвь солитонов, полярность которых противоположна знаку α , по амплитуде ограничена снизу амплитудой так называемого алгебраического солитона

$$A_{\text{alg}} = -\frac{2\alpha}{\alpha_1}. \quad (6)$$

Кроме того, при положительном знаке кубической нелинейности α_1 уравнение Гарднера допускает существование волновых пакетов со стационарной огибающей, так называемых бризеров [25].

Ранее образование внутренних волн аномальных амплитуд рассматривалось на примерах генерации солитонов бароклинной приливной волной [30–32]. Мы покажем, что внутренние «волны-убийцы» могут возникать в результате других нестационарных процессов.

Механизм нелинейно-дисперсионного фокусирования. Одним из популярных механизмов образования волн-убийц на поверхности моря является дисперсионное фокусирование, обусловленное частотной модуляцией реальных записей ветровых волн и возможностью сложения многих волновых групп в одном месте и в одно время. Этот механизм активно изучался в лабораторных условиях [10, 12], а также в теории. В работах [13, 15] было показано, что этот механизм «работает» и с учетом нелинейности волнового поля. Обсудим основные проявления этого механизма для внутренних волн в рамках уравнения Гарднера. Как уже отмечалось, волновая динамика определяется знаком кубической нелинейности.

При отрицательном коэффициенте кубической нелинейности в уравнении Гарднера амплитуда солитона ограничена предельным значением A_{lim} (5). Уравнение Гарднера является полностью интегрируемым, и солитоны генерируются практически из любых начальных импульсов соответствующей полярности, совпадающей со знаком квадратичной нелинейности α , ограниченных на бесконечности. Более того, как показано в работе [33], сколь бы много энергии ни содержалось в начальном возмущении, какой бы амплитуды и формы ни был этот импульс, из него может родиться только один толстый солитон предельной амплитуды (5); остальные солитоны будут иметь амплитуду по крайней мере в 2 раза меньше, и также образуется дисперсионный волновой хвост. Эти решения могут быть использованы для изучения механизма формирования внутренних «волн-убийц». Если обратить время или координату в такой группе солитонов, то при фокусировке снова возникнет выбранный импульс большой амплитуды и произвольной формы.

Проиллюстрируем вышесказанное численным примером. Рассмотрим уравнение (1) в безразмерном виде со следующими значениями коэффициентов: $\alpha = 1$, $\alpha_1 = -1$, $\beta = 1$. Амплитуда «толстого» солитона при этом равна единице. Такой, почти предельный солитон с шириной около 140 ед. приведен на рис. 2. Дисперсионное сжатие этого солитона с соответствующим длинным солитонно-дисперсионным цугом (на рисунке показана часть цуга) дает импульс с амплитудой 3 ед. и шириной, равной 10 ед.

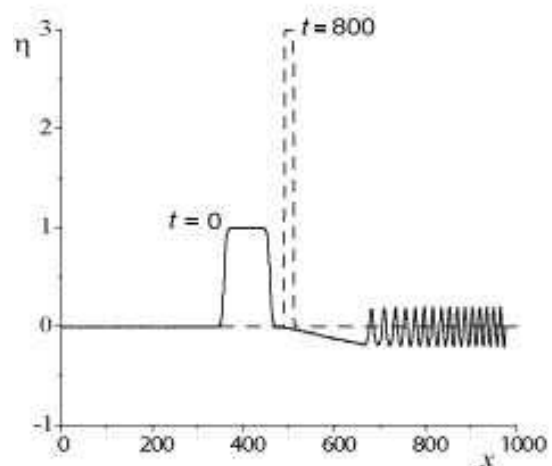


Рис. 2. Образование импульса большой амплитуды в рамках модели Гарднера для внутренних волн.

При положительном коэффициенте кубической нелинейности ($\alpha_1 = 1$) уравнение Гарднера дает две ветви солитонных решений, определяемые полярностью солитонов. Полярность ветки определяется знаком коэффициента квадратичной нелинейности. Солитоны положительной полярности, совпадающей по знаку с коэффициентом α , могут иметь любые амплитуды. Дисперсионное фокусирование солитонов малой амплитуды с дисперсионным хвостом идет по сценарию, описанному ранее для уравнения Кортевега–Вриза [13]. Небольшой солитон «теряется» внутри дисперсионного хвоста в момент времени $t = 0$. В результате дисперсионного фокусирования может образоваться узкий импульс большой амплитуды (многократное усиление), что и демонстрируется численным решением уравнения (1) (рис. 3). Дисперсионная фокусировка солитонов большой амплитуды с дисперсионным цугом не дает многократного усиления по отношению к максимальной амплитуде начального волнового поля, такой случай не интересен с точки зрения образования волн-убийц [13].

В среде с положительной кубической нелинейностью возможен и процесс дисперсионной фокусировки бризера с волновым цугом, что может привести к образованию импульса с амплитудой, в несколько раз большей амплитуды бризера. Процесс образования аномально большого отрицательного импульса из бризера и дисперсионного цуга представлен на рис. 4. Здесь амплитуда бризера не превышает единицы, а в результате фокусирования возникает импульс отрицательной полярности с амплитудой в 3 ед.

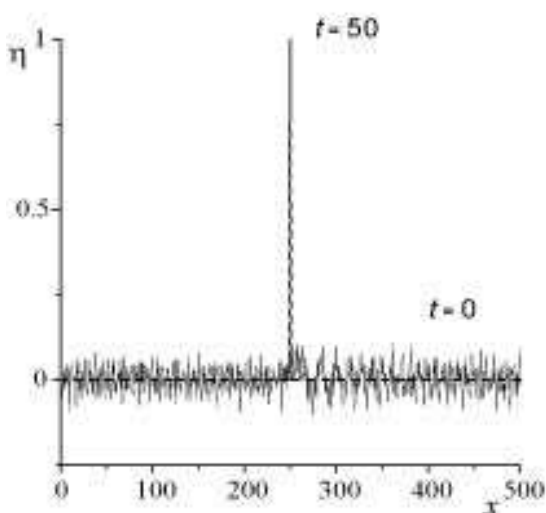


Рис. 3. Образование узкого импульса большой амплитуды из солитона и дисперсионного цуга.

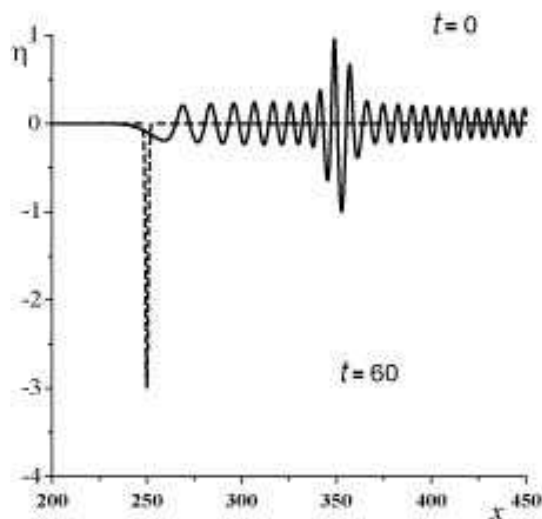


Рис. 4. Образование отрицательного импульса большой амплитуды при дисперсионном фокусе бризера с волновым цугом.

Следует отметить, что механизм дисперсионного фокусирования объясняет не только появление внутренних волн большой амплитуды, но и их достаточно короткое время жизни, поскольку сразу после своего возникновения аномально высокая волна опять распадается на составляющие солитоны, бризеры и дисперсионный волновой цуг. Кроме механизма дисперсионной фокусировки в рамках все того же уравнения Гарднера существуют другие механизмы образования аномально больших внутренних волн.

Образование внутренних волн большой амплитуды в точках переворота (при смене знака квадратичной и кубической нелинейности). Как показывают многочисленные океанографические измерения, реальные водоемы оказываются неоднородно стратифицированными в горизонтальном направлении. В основном горизонтальная неоднородность стратификации сказывается в прибрежных районах, где оба коэффициента

нелинейности в уравнении Гарднера могут менять знак [16–18, 29]. Естественно, что горизонтальная неоднородность стратификации и глубины водоема будет сказываться не только на нелинейных коэффициентах; для моделирования распространения внутренних волн в этом случае следует использовать уравнение Гарднера в форме (2). Однако основные особенности могут быть исследованы в рамках уравнения в виде (1), когда все коэффициенты, кроме коэффициентов нелинейности, предполагаются постоянными. С точки зрения формирования волн большой амплитуды, здесь интересны случаи, когда коэффициент кубической нелинейности постоянный и положительный, коэффициент квадратичной нелинейности меняет знак, и когда коэффициент квадратичной нелинейности постоянный, а знак меняет коэффициент кубической нелинейности. В настоящее время хорошо исследована трансформация солитонов при переходе через критическую точку, где тот или другой коэффициент нелинейности меняет знак [25, 28]. Трансформация бризеров пока практически не исследована, хотя здесь есть особенности, также приводящие к формированию внутренних волн большой амплитуды [28]. Приведем несколько наиболее характерных примеров образования аномальных волн в горизонтально-неоднородном океане.

Пример трансформации группы нелинейных солитоноподобных волн в волну большой амплитуды при положительном коэффициенте кубической нелинейности α_1 , равном 0.05, коэффициенте дисперсии β , равном единице, и коэффициенте квадратичной нелинейности $\alpha(t)$, меняющемся от -1 к $+1$ (по закону гиперболического тангенса), приведен на рис. 5. Здесь механизм нелинейно-дисперсионной фокусировки комбинируется со сменой знака квадратичной нелинейности. Начальная группа волн с лидирующим солитоном отрицательной полярности является результатом трансформации положительного солитона через точку смены знака нелинейности и последующей замены t на $-t$. Здесь происходит трехкратное усиление максимальной амплитуды волны со сменой ее полярности. Этот процесс не является быстрым, так как появление большой положительной волны идет на протяжении всей переходной зоны $\alpha(t)$, которая в данном случае равна 9 ед. Кроме того, в рамках этого модельного примера образованный вторичный солитон будет далее распространяться с сохранением своей формы.

Хорошим примером усиления волны при смене знака коэффициента кубической нелинейности α_1 с -1 до $+1$ является случай адиабатической трансформации солитона через критическую точку $\alpha_1 = 0$ [28]. Процесс показан на рис. 6. Здесь для адиабатической перестройки солитона выбрана большая ширина переходной зоны, равная 4320. Параметр дисперсии, как и ранее, оставался равным единице. Первоначально толстый солитон с амплитудой, равной единице, плавно изменяется при подходе к критической точке, где он становится солитоном уравнения Кортевега–де Вриза с амплитудой, равной 2.1 единицы. Затем, с изменением знака и ростом величины кубической нелинейности он опять становится солитоном уравнения Гарднера, и в конце переходной зоны, где коэффициент кубической нелинейности стремится к единице, амплитуда солитона равна 3.4; т.е. по сравнению с первоначальной амплитудой толстого солитона происходит более чем трехкратное усиление. Однако этот процесс является также длительным, поскольку ширина переходной зоны выбрана большой. Солитон, образовавшийся после точки смены знака кубической нелинейности, также будет сохранять свою форму и амплитуду при дальнейшем распространении.

Одним из примеров океанических акваторий с переменными по знаку коэффициентами нелинейности может служить Северо-Западный шельф Австралии, распространение внутренних волн на котором исследовалось в работах [16–18]. Как уже упоминалось выше, для моделирования распространения волн в реальном горизонтально-неоднородном океане используется модель, описываемая уравнением (4). Переменные по горизонтали коэффициенты уравнения (4) рассчитывались на основании измеренных

гидрологических данных и приводятся на рис. 7. Здесь следует отметить сильную изменчивость обоих коэффициентов нелинейности, сопровождающуюся неоднократной сменой знака.

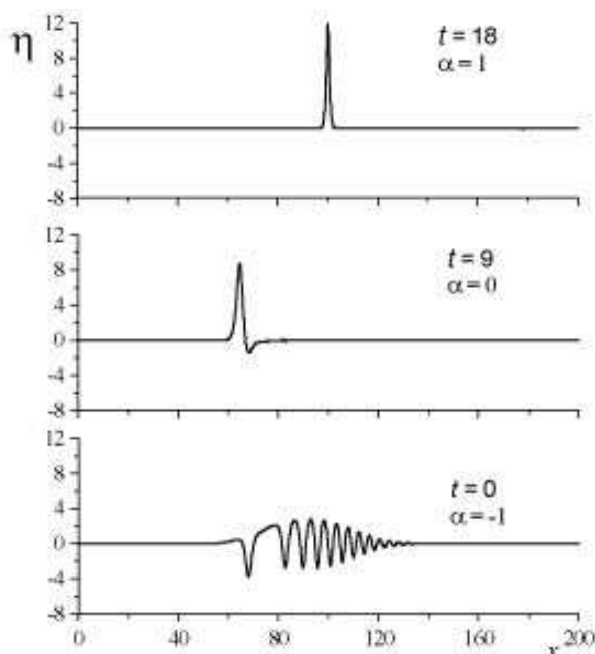


Рис. 5. Образование положительного солитона большой амплитуды из группы нелинейных волн при смене знака коэффициента квадратичной нелинейности.

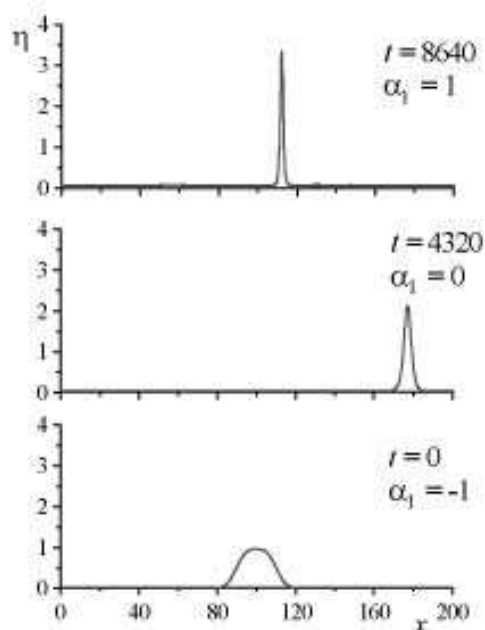


Рис. 6. Адиабатическая перестройка толстого солитона при смене знака коэффициента кубической нелинейности.

Численные эксперименты по образованию больших волн проводились для модельной начальной волны, задаваемой на глубине 500 м в форме солитона уравнения Гарднера. Начальный солитон имел отрицательную полярность соответственно знакам обеих нелинейностей, и его амплитуда, равная 15 м, была значительно меньше предельной, которая в начальной точке составляет 250 м. На рис. 8 показана форма волны в различных точках вдоль шельфа по мере подхода к берегу. Время на рисунках дано в сопутствующей системе координат («бегущее» время). Солитон сохраняет свою форму на расстоянии порядка 35 км, пока влияние кубического члена мало. Амплитуда его также немного увеличивается с 15 до 22 м.

Две критические точки в изменении знака α_1 на этом участке не ведут к заметным изменениям формы солитона, поскольку влияние кубической нелинейности на этом участке незначительно. Далее в точках 40 и 45 км оба коэффициента меняют знаки, причем немонотонно. На расстоянии 45 км α меняет знак и становится положительным. При этом $\alpha_1 > 0$. В этой точке солитон трансформируется в солитон модифицированного уравнения Кортевега–де Вриза. Коэффициент кубической нелинейности α_1 увеличивается почти в 10 раз на расстоянии 10 км от точки 42 до точки 52 км, приводя к быстрому росту амплитуды волны в 3 раза от величины 33 м в точке 42 км до 100 м в точке 52 км. По сравнению же с начальной амплитудой волны коэффициент усиления превысил цифру 6. При этом следует отметить, что длина волны на данном участке составляет около 100 м, так что изменения коэффициентов вполне можно считать плавными.

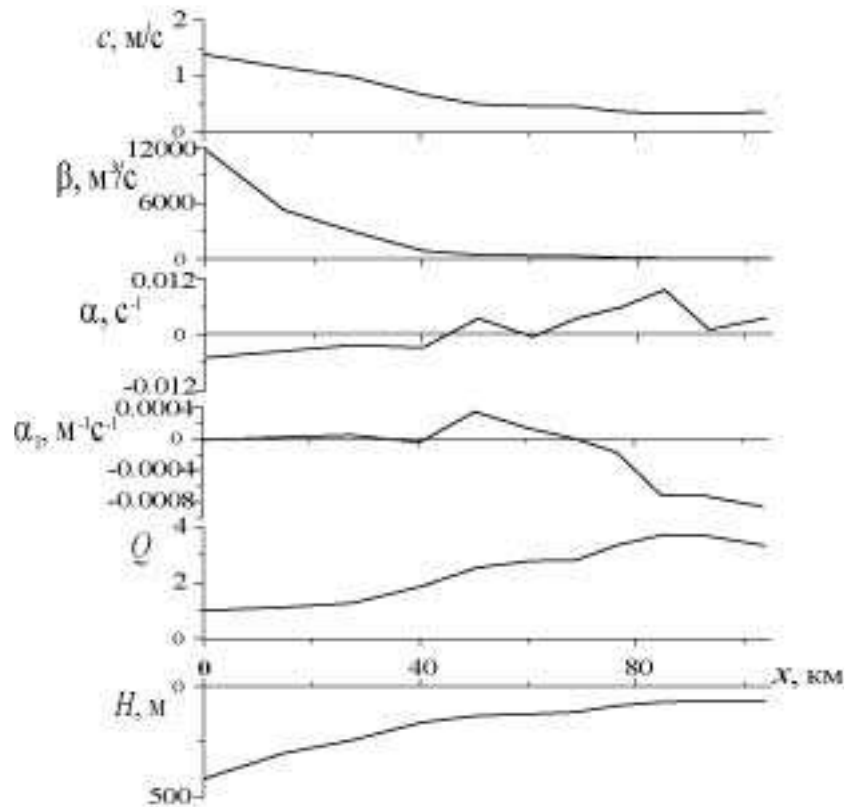


Рис. 7. Коэффициенты уравнения (4) для Северо-Западного шельфа Австралии.

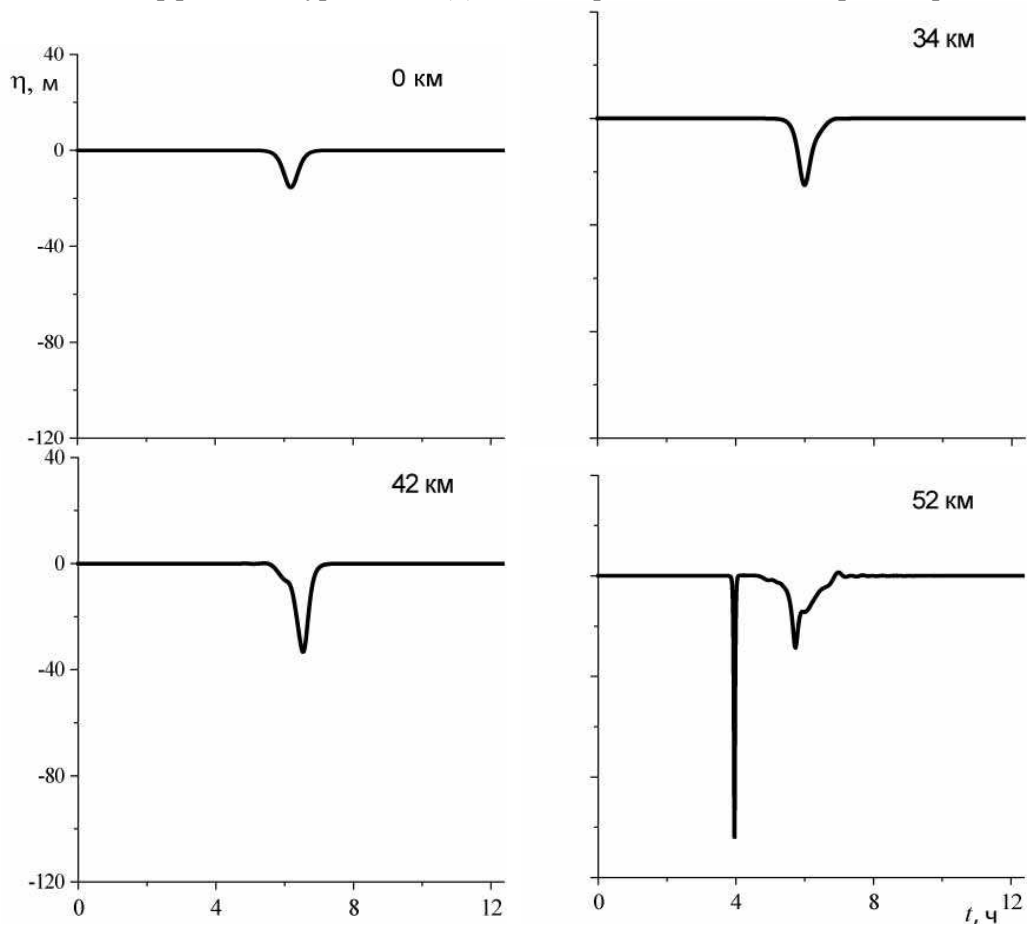


Рис. 8. Образование солитоноподобной волны отрицательной полярности с амплитудой до 100 м на Северо-Западном шельфе Австралии.

Таким образом, на океанических шельфах действительно могут реализовываться ситуации, когда на относительно коротких расстояниях в результате трансформации в горизонтально-неоднородной среде внутренняя волна приобретает большую амплитуду.

Модуляционная неустойчивость группы внутренних волн. Для длинных внутренних волн при определенных стратификациях, когда коэффициент кубической нелинейности в уравнении (1) положительный, возможен процесс образования высокоамплитудных бризеров из модулированных волновых пакетов за счет неустойчивости Бенджамина–Фейра, что описано в работах [22, 34]. Численное моделирование модуляционной неустойчивости внутренних волн в рамках модифицированного уравнения Кортевега–де Вриза ($\alpha = 0$ в уравнении (1)) показано на рис. 9. С ростом амплитуды начального волнового пакета возникают более интенсивные, чем шредингеровские (в приближении слабой нелинейности), бризеры, время жизни которых относительно невелико. Так, при коэффициентах уравнения (4) $\alpha_1 = 6$, $\beta = 1$ из слабомодулированного волнового пакета с амплитудой $a = 0.08$ образуется бризер с амплитудой, почти в 4 раза большей амплитуды начального возмущения.

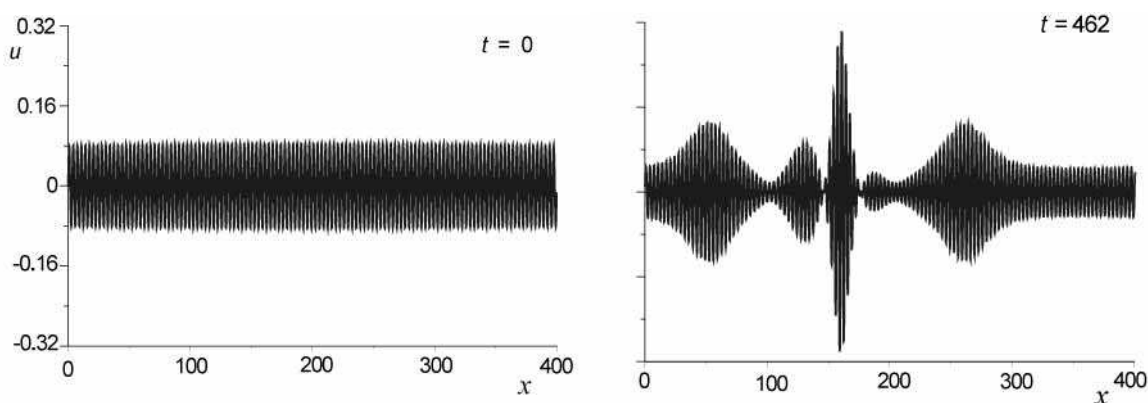


Рис. 9. Образование бризера из слабомодулированного волнового пакета в рамках уравнения мКдВ при параметрах $\alpha_1 = 6$, $\beta = 1$, $a = 0.08$.

Если волновой пакет модулирован не только по амплитуде, но и соответствующим образом по фазе, то возникает комбинация двух механизмов – нелинейно-дисперсионного сжатия пакета и влияния неустойчивости Бенджамина–Фейра. Эта ситуация рассмотрена нами в работе [35] в рамках нелинейного уравнения Шредингера. На рис. 10 приведен пример усиления волны в 4 раза за счет нелинейно-дисперсионного сжатия малоамплитудного фазовомодулированного волнового пакета в рамках уравнения Шредингера для огибающих.

Следует отметить, что при достаточно сильной фазовой модуляции пакета механизм нелинейно-дисперсионного сжатия приводит к образованию внутренних волн большой амплитуды за гораздо меньший промежуток времени, чем неустойчивость Бенджамина–Фейра, и образующаяся волна аномальной высоты распадается также гораздо быстрее, чем в случае действия только нелинейного механизма.

Моделирование образования интенсивных волновых пакетов из модулированных групп внутренних волн для условий Южно-Китайского и Балтийского морей обсуждалось нами в работе [35]. Коэффициенты уравнения (4) для района Готландской котловины в Балтийском море представлены на рис. 11. Как можно видеть, коэффициент кубической нелинейности α_1 2 раза меняет знак вдоль трассы в Балтийском море, но остается положительным на расстоянии около 100 км. Балтийское море является непривливым, внутренние волны генерируются в основном пульсациями давления и течениями, а их параметры

отличаются от океанских. Временной период для моделирования трансформации группы внутренних волн в Балтийском море выбирался равным 3 ч, а ее длительность 2.8 ч. Моделирование проводилось для двух значений амплитуды исходной группы волн – 6 и 8 м. Результаты показаны на рис. 12. Для группы волн с начальной амплитудой 6 м (рис. 12, *a*) на отметке 96 км происходит фокусирование энергичной группы с амплитудой 13 м; здесь положительный коэффициент кубической нелинейности максимален.

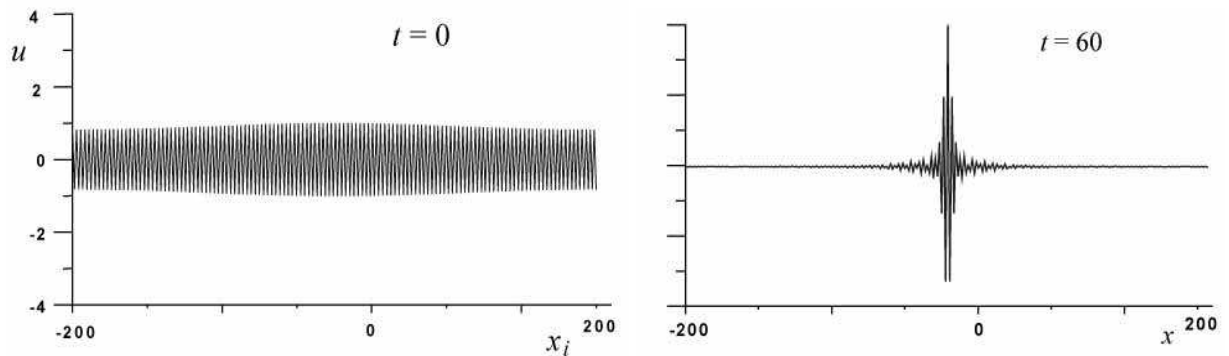


Рис. 10. Образование волны большой амплитуды из амплитудно- и фазовомодулированного волнового пакета.

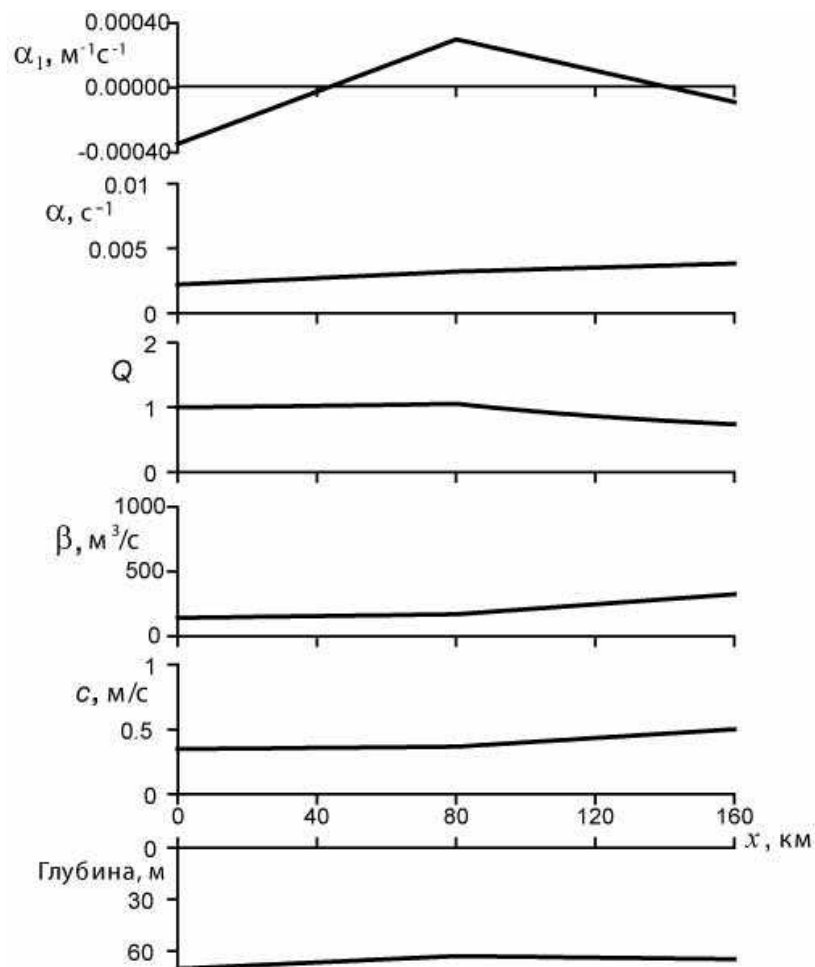


Рис. 11. Коэффициенты уравнения Гарднера для Балтийского моря.

Небольшое увеличение начальной амплитуды группы волн до 8 м ведет к резкому усилению фокусировки; в результате два бризероподобных импульса образуются уже на 72 км по пути распространения волн, и высота первого, более узкого, занимает практически всю толщу воды. Естественно, при моделировании в рамках полнонелинейных моделей размах импульса должен ограничиваться членами следующего порядка по нелинейности; тем не менее тенденция к сильному увеличению амплитуды образующегося бризера при небольшом увеличении начальной амплитуды группы волн должна сохраняться.

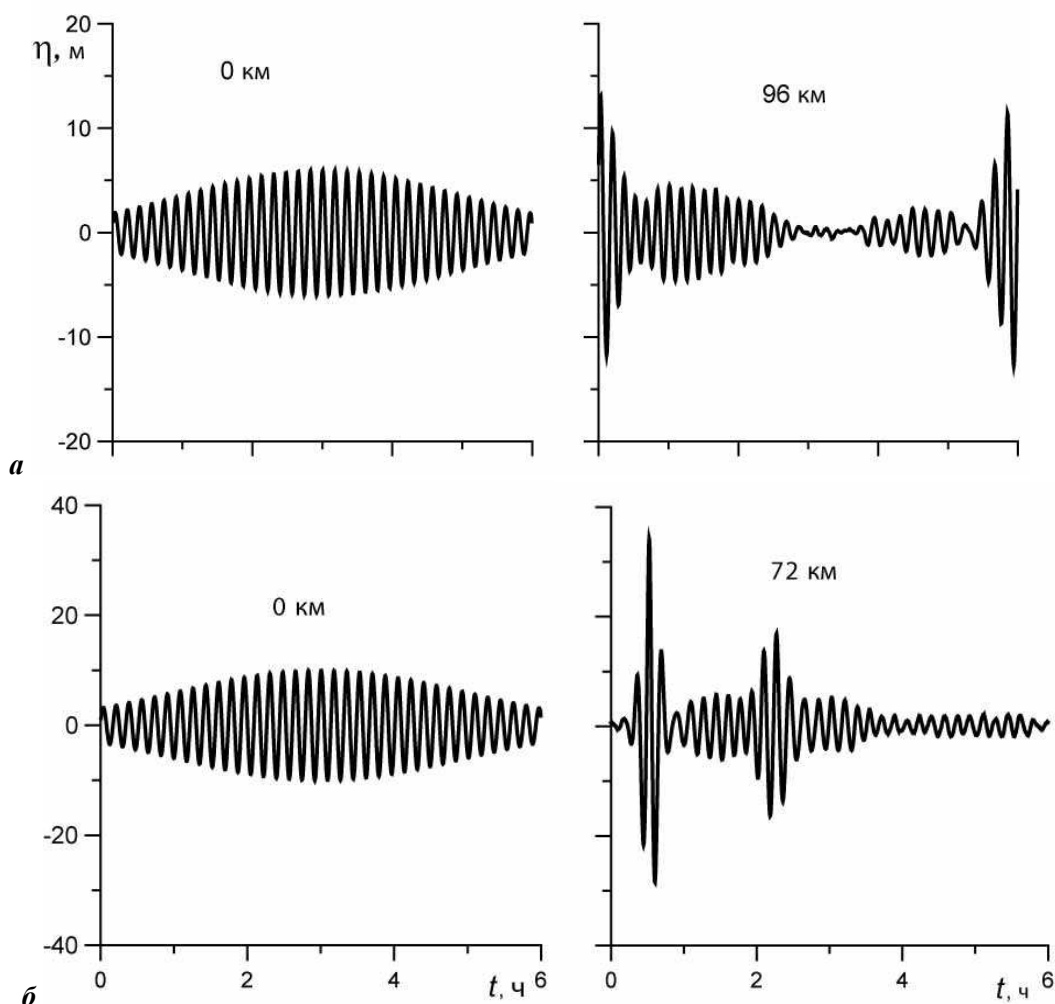


Рис. 12. Трансформация группы внутренних волн в Балтийском море.

a – для начальной амплитуды 6 м; *б* – для начальной амплитуды 8 м.

В настоящей работе предложены три механизма, приводящих к образованию внутренних волн аномально большой амплитуды: механизм дисперсионного сжатия, механизм трансформации нелинейных внутренних волн в горизонтально-неоднородной среде и механизм самофокусировки слабomodulированных волновых пакетов. Все они достаточно специфичны и, вероятно, могут реализовываться гораздо реже, чем часто встречающаяся генерация интенсивных солитонов внутренних волн бароклиной приливной волной на океанских шельфах; тем не менее, по мнению автора, с этими механизмами также стоит считаться. Вероятность появления аномально больших внутренних волн

еще предстоит определить, например в рамках стохастических решений уравнения Гарднера.

Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ № 09-05-00204 и № 11-05-90740, а также ГК № 02.740.11.0732 и ФЦП «Нелинейная динамика».

Литература

1. *Helfrich K.R., Melville W.K.* Long nonlinear internal waves // *Ann. Rev. Fluid Mechanics*. 2006. V.38. P.395–425.
2. *Сабинин К.Д., Серебряный А.Н.* «Горячие пятна» в поле внутренних волн в океане // *Акустический журнал*. 2007. Т.53, № 3. С.410–436.
3. *Ramp S.R., Yang Y.J., Bahr F.L.* Characterizing the nonlinear internal wave climate in the northeastern South China Sea // *Nonlin. Proc. Geophys.* 2010. V.17. P.481–498.
4. *Кацнельсон Б.Г., Переселков С.А., Петников В.Г., Сабинин К.Д., Серебряный А.Н.* Акустические эффекты, вызванные высокоинтенсивными внутренними волнами в шельфовой зоне // *Акустический журнал*. 2001. Т.47, № 4. С.494–500.
5. *Chin-Bing S.A., Warn-Varnas A., King D.B., Hawkins J., Lamb K.* Effects on acoustics caused by ocean solitons: Ps 1, 2 // *Nonlinear Analysis*. 2009. V.71. P.e1807_e1817; e2194_e2204.
6. *Apel J., Ostrovsky L.A., Stepanyants Y.A., Lynch J.F.* Internal solitons in the ocean and their effect on underwater sound // *J. Acoust. Soc. Am.* 2007. V.121, N 2. P.695–722.
7. *Fraser N.* Surfing an oil rig // *Energy Rev.* 1999. V.20, N 4. P.4–6.
8. *Song Z.J., Teng B., Gou Y., Lu L., Shi Z.M., Xiao Y., Qu Y.* Comparisons of internal solitary wave and surface wave actions on marine structures and their responses // *Applied Ocean Research*. 2011. V.33. P.120–129.
9. *Pelinovsky E., Holloway P., Talipova T.* A statistical analysis of extreme events in current variations due to internal waves from the Australian North West Shelf // *J. Geophys. Res.* 1995. V.100 / P.C12, 24,831–24,839.
10. *Куркин А.А., Пелиновский Е.Н.* Волны-убийцы: факты, теория и моделирование. Н.Новгород: ННГУ, 2004. 157 с.
11. *Kharif Ch., Pelinovsky E.* Physical mechanisms of the rogue wave phenomenon // *European Journal of Mechanics – B.Fluids*. 2003. V.22. P.603–634.
12. *Kharif Ch., Pelinovsky E., Slunyaev A.* Rogue Waves in the Ocean. Shpringer, 2009. 216 p.
13. *Kharif Ch., Pelinovsky E., Talipova T.* Nonlinear dispersive mechanism of the freak wave formation in shallow water // *Physica D*. 2000. V.147, N 1, 2. P.83–94.
14. *Kharif C., Pelinovsky E., Talipova T., Slunyaev A.* Focusing of nonlinear wave groups in deep water // *Письма в ЖЭТФ*. 2001. Т.73, № 4. С.190–195.
15. *Slunyaev A., Kharif C., Pelinovsky E., Talipova T.* Nonlinear wave focusing on water of finite depth // *Physica D*. 2002. V.173, N 1, 2. P.77–96.
16. *Holloway P., Pelinovsky E., Talipova T.* A Generalized Korteweg-de Vries Model of Internal Tide Transformation in the Coastal Zone // *J. Geophys. Res.* 1999. V.104(C8). P.18333–18350.
17. *Grimshaw R., Pelinovsky E., Talipova T., Kurkin A.* Simulation of the transformation of internal solitary waves on oceanic shelves // *J. Phys. Oceanogr.* 2004. V.34. P.2774–2791.
18. *Grimshaw R., Pelinovsky E., Talipova T.* Modeling internal solitary waves in the coastal ocean. // *Survey in Geophysics*. 2007. V.28, N 2. P.273–298.
19. *Maderich V., Talipova T., Grimshaw R., Pelinovsky E., Choi B.H., Brovchenko I., Terletska K., Kim D.C.* Internal solitary wave transformation at the bottom step in two-layer flow: the Gardner and Navier-Stokes frameworks // *Nonlin. Proc. in Geophys.* 2009. V.16. P.33–42.
20. *Small R.J., Hornby R.P.* A comparison of weakly and fully non-linear models of the shoaling of a solitary internal wave // *Ocean Modelling*. 2005. V.8. P.395–416.
21. *Shroyer E.L., Moum J.N., Nash J.D.* Nonlinear internal waves over New Jersey's continental shelf // *J. Geophys. Res.* V.116. P.C03022.
22. *Grimshaw R., Pelinovsky D., Pelinovsky E., Talipova T.* Wave group dynamics in weakly nonlinear long – wave models // *Physica D*. 2001. V.159, N 1, 2. P.35–57.
23. *Grimshaw R., Pelinovsky E., Talipova T., Sergeeva A.* Rogue internal waves in the ocean: long wave model // *European Physical Journal Special Topics*. 2010. V.185. P.195–208.
24. *Lamb K., Polukhina O., Talipova T., Pelinovsky E., Xiao W., Kurkin A.* Breather Generation in the Fully Nonlinear Models of a Stratified Fluid // *Physical Rev. E*. 2007. V.75, N 4. P.046306.
25. *Grimshaw R., Pelinovsky E., Talipova T.* Solitary wave transformation in a medium with sign-variable quadratic nonlinearity and cubic nonlinearity // *Physica D*. 1999. V.132. P.40–62.
26. *Серебряный А. Н., Пао Х.П.* Переход телинейной внутренней волны через точку переворота на шельфе // *Докл. АН*. 2008. Т.420, №. 4. С.543–547.

27. Талипова Т.Г., Пелиновский Е. Н., Лэмб К., Гримшоу Р., Холлоуей П. Влияние кубической нелинейности на трансформацию интенсивных внутренних волн // Докл. РАН. 1999. Т.364, № 6. С.824–827.
28. Nakoulima O., Zahibo N., Pelinovsky E., Talipova T., Slunyaev A., Kurkin A. Analytical and numerical studies of the variable-coefficient Gardner equation // Applied Mathematics and Computation. 2004. V.152. P.449–471.
29. Пелиновский Е.Н., Полухин Н.В., Талипова Т.Г. Моделирование характеристик поля внутренних волн в Арктике / Поверхностные и внутренние волны в Арктических морях. СПб.: Гидрометеиздат, 2002. С.235–279.
30. Vlasenko V., Sanchez Garrido J.C., Stashchuk N., Lafuente J.G., Losada M. Three-dimensional evolution of large-amplitude internal waves in the Strait of Gibraltar // J. Phys. Oceanogr. 2009. V.39, N 10. P.2230–2246.
31. Vlasenko V.I., Stashchuk N.M., Hutter K. Baroclinic Tides: Theoretical Modelling and Observational Evidence. Cambridge: Cambridge University Press. 2005. 351 p.
32. Warn-Varnas A., Hawkins J., Lamb K.G., Piacsek S., Chin-Bing S., King D., Burgos G. Solitary wave generation dynamics at Luzon Strait // Ocean Modelling. 2010. V.31. P.9–27.
33. Grimshaw R., Pelinovsky D., Pelinovsky E., Slunyaev A. The generation of large- amplitude solitons from an initial disturbance in the extended Korteweg–de Vries equation // Chaos. 2002. V.12, N 4. P.1070–1076.
34. Grimshaw R., Pelinovsky E., Talipova T., Ruderman M., Erdely R. Short-living large-amplitude pulses in the nonlinear long-wave models described by the modified Korteweg–de Vries equation // Studies of Applied Mathematics. 2005. V.114, N 2. P.189.
35. Талипова Т.Г., Пелиновский Е.Н., Хари́ф К. Модуляционная неустойчивость длинных внутренних волн умеренной амплитуды в стратифицированном горизонтально неоднородном океане // Письма в ЖЭТФ. 2011. Т.94, № 3. С.199–203.

Статья поступила в редакцию 26.08.2011 г.

