



СОДЕРЖАНИЕ

Статьи

<i>Каган Б.А., Тимофеев А.А.</i> Моделирование поверхностного и внутреннего K_1 (деклинационных) приливов в Белом море	4
<i>Владиминова Э.М., Иванов В.Г., Иванов Д.В., Литвин А.Д., Скопин Н.А.</i> Исследование течений в верхнем слое Черного моря в диапазоне мезомасштабов	19
<i>Тюгин Д.Ю., Куркина О.Е., Куркин А.А.</i> Программный комплекс для численного моделирования внутренних гравитационных волн в мировом океане	32
<i>Семёнов Е.В., Мортиков Е.В.</i> Методы обработки глубоководных термохалинных измерений	45
<i>Зимин А.В., Солощук П.В., Исаев А.В.</i> Особенности течений в восточной части Финского залива по результатам инструментальных измерений в июле 2010 года	58
<i>Диденкулова И., Вишка М., Куренной Д.</i> Изменчивость берегового профиля под совместным воздействием судовых и ветровых волн	66
<i>Сухоруков А.Л.</i> Применение метода статистических испытаний в задаче о подъеме груза с большой глубины в условиях нерегулярного волнения моря	79
Конференции	100
Хроника	102
Правила представления материалов в редакцию.....	103

CONTENTS

Articles

- Kagan B.A., Timofeev A.A.* Modelling of the K_1 Surface and Internal Tides in the White Sea 4

On the basis of the use of hydrodynamic equations to incompressible liquid, reduced to non-dimensional form within the framework of similarity law, probabilistic structure of the field is constructed and researched as the basis of the decision of the problem of the non-dimensional parameter estimation of the flow, created by moving outside source, as well as for estimation of the source proper parameters and parameters of the statistical field propagation channel. The analytical form of the likelihood ratio is found and algorithms of the unknown information parameter estimation as the object of the statistical inverse problem solving are formed..

Key words: surface & internal tides, K_1 harmonic, modelling, White Sea.

- Vladimirova E.M., Ivanov V.G., Ivanov D.V., Litvin A.D., Skopin N.A.* The Investigation of Mesoscale Flows within the Black Sea Upper Layer 19

The results of velocity and temperature nature investigations in the Black sea upper layer during August 2005 are presented. The information about dynamics and structure of these fields was obtained. The existence of internal waves and localized regions of equal temperature and velocity is shown. The energetic and geometric structure characteristics of different nature in a season thermocline region were estimated.

Key words: seasonal thermocline, mezzo-scale structure, internal waves, temperature fluctuations, eddies.

- Tyugin D., Kurkina O., Kurkin A.* Software Package for Modeling of Internal Gravity Waves in the World Ocean 32

In this paper software package for numerical modeling of transformation and propagation of internal gravity waves (IGW) in the World Ocean is presented. Short overview of implemented numerical models is given. They are: extended nonlinear evolutionary equation of Korteweg-de-Vries type with combined nonlinearity with variable coefficients (Gardner equation) and ray model reproducing the effect of refraction in an IGW package. The developed software package is unique and topical for this class of geophysical applications. Description of user interface and main working modes of the software are presented.

Key words: numerical modeling, data processing and visualization, wave refraction.

- Semenov E.V., Mortikov E.V.* Methods for Processing of Deep-Water Thermohaline Measurements 45

We describe a method for approximate reconstruction of main hydrophysic fields using deep-water thermohaline measurements. Methods for solving both non-stationary and stationary, known as “diagnostic” problems, are presented. Proposed approaches are based on full non-linear system of equations of geophysical thermohydrodynamics. A series of results of computations performed from the mid 80-s and up to nowadays are reported.

Key words: data assimilation, variational problems, ocean thermo-hydrodynamics.

<i>Zimin A.V., Soloshchuk P.V., Isaev A.V. Features of Currents in the Eastern Part of the Gulf of Finland Based on the Results of Instrumental Measurements in July 2010</i>	58
--	----

The paper presents the results of current velocity measurements which were carried out below the thermocline in the eastern part of the Gulf of Finland in the second half of July 2010. It was found that the structure of water circulation in the region is generally cyclonic in nature. Comparison of calculated geostrophic velocities with instrumental measurements showed a qualitative agreement only for the direction of currents. The measured modules of current velocity exceeded its values calculated by the dynamic method by two to eight times.

Key words: water circulation, instrumental measurements of current velocity, dynamic method for calculation of current velocity, the eastern part of the Gulf of Finland.

<i>Didenkulova I., Viška M., Kurennoy D. Change of the Coast Profile under the Joint Effect of Ship and Wind Waves</i>	66
--	----

Coast dynamics resulting from the interplay of long vessel wakes and short background wind waves is studied experimentally in tideless conditions of Gulf of Finland. An attempt of qualitative study of impact of each wave system on a coast is made. Special attention is paid to two parameters: the change of sillage volume and the change of the coast profile shape, which is defined as an exponent in the power approximation of the coast. The analysis of these parameters and their variability for ship and wind waves demonstrate peculiarities of the ship wave and wind wave effect on the coast.

Key words: beach profile change, statistical moments, probability distributions, wind waves, ship waves, the Baltic Sea.

<i>Sukhorukov A.L. Application of Method of Statistic Testing in the Task of Load Lifting from Deep Depth in Conditions of Random Sea State</i>	79
---	----

Nowadays, with account of depletion of hydrocarbon raw materials onshore there is a tendency to develop deep oil and gas fields. In course of development of the fields, significant amount of various lowering-and-hoisting operations are fulfilled. The task of determination of the forces in load lifting from deep depth in the conditions of random sea state is solved on the basis of statistic testing method (Monte Carlo method). Mathematical model took into account non-linearities caused by jerking and non-linearities of forces of the load hydrodynamic resistance. Comparison of the results with relevant solutions of linear tasks has been made.

Key words: load lifting, sea state, line, wave process, offshore operation, jerking.

УДК 629.12

© А.Л. Сухоруков, 2011

ОАО Центральное конструкторское бюро морской техники «Рубин», Санкт-Петербург
su_andr@yahoo.com

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА СТАТИСТИЧЕСКИХ ИСПЫТАНИЙ В ЗАДАЧЕ О ПОДЪЕМЕ ГРУЗА С БОЛЬШОЙ ГЛУБИНЫ В УСЛОВИЯХ НЕРЕГУЛЯРНОГО ВОЛНЕНИЯ МОРЯ

В настоящее время в связи с истощением запасов углеводородного сырья на суше наблюдается тенденция к освоению глубоких месторождений нефти и газа. При обустройстве таких месторождений выполняется значительное количество различных спуско-подъемных операций. На основе метода статистических испытаний (метод Монте-Карло) решена задача об определении усилий при подъеме груза с большой глубины в условиях нерегулярного волнения моря. В математической модели учтены нелинейности, обусловленные рывковыми явлениями, и нелинейности сил гидродинамического сопротивления груза. Приведено сопоставление результатов с соответствующими решениями линейных задач.

Ключевые слова: подъем груза, волнение моря, канат, волновой процесс, морская операция, рывковые явления.

В настоящее время в связи с истощением запасов углеводородного сырья на суше наблюдается тенденция к освоению глубоких месторождений нефти и газа. При обустройстве таких месторождений выполняется значительное количество различных спуско-подъемных операций.

Как правило, в расчетной судоподъемной практике предварительно натянутая упругая связь (канат) заменяется эквивалентной пружиной с заданной жесткостью. Вместе с тем, для длинного каната его инерция и конечная скорость распространения продольных упругих деформаций в нем могут влиять как на распределение усилий, так и на динамику поднимаемого объекта в условиях волнения.

Определение усилий при подъеме груза со дна моря с использованием длинной упругой связи (каната) в условиях волнения рассматривалось ранее [1, 2], однако в них не учитывалась диссипация энергии за счет сил гидродинамического сопротивления и внутреннего трения, что, естественно, не позволяло дать оценку как усилий в связи, так и максимальных перемещений объекта вблизи резонансных режимов. В работе [3] воздействие гидродинамических сил на поднимаемый объект учтено на основе так называемого метода двухволнового представления движения, разработанного О.А. Горошко [4]. Но пренебрежение силами внутреннего трения в материале каната приводит к некорректным значениям усилий и амплитуд колебаний при резонансных режимах на высших гармониках, которые при достаточно длинной связи могут иметь место. Кроме того, во всех перечисленных выше работах волнение предполагалось регулярным, что, естественно, накладывает ограничение на применимость получаемых результатов. В наиболее полной постановке подобная задача рассмотрена в [5], однако сила внутреннего трения в материале каната там условно заменена внешней распределенной силой вязкого сопротивления, а введенные в систему амортизирующие и демпфирующие устройства рассматриваются в предположении безынерционности связи, т.е. без учета волновых процессов в длинном подъемном канате.

В работе [6] на основе метода конечных интегральных преобразований Фурье получено решение линеаризованной задачи о подъеме груза в условиях нерегулярного волнения. При этом в математической модели учитывались силы инерции присоединенной массы жидкости, гидродинамического сопротивления, внутреннего трения в материале каната. Рассматривались регулярные и нерегулярные колебания точки крепления каната на судне. Нерегулярные колебания задавались в виде стационарного случайного процесса с заданной спектральной плотностью. Это позволяло использовать теорему Хинчина для построения спектральных функций усилий и тем самым определения максимальных усилий в упругой связи при подъеме (опускании) груза в условиях нерегулярного волнения. Можно сказать, что настоящая работа является развитием работы [6]. Здесь учитываются нелинейные эффекты, связанные с возможными рывковыми явлениями в процессе подъема груза, а также нелинейности сил гидродинамического сопротивления. В силу нелинейности математической модели расчеты производятся во временной области с применением метода статистических испытаний (метода Монте-Карло).

Уравнения движения системы «канат-груз». При определении усилий и перемещений в канате в процессе спуско-подъемной операции будем предполагать, что наличие подвешенного груза не влияет на перемещение судна. Уравнение движения элемента каната с учетом сил внутреннего трения может быть записано в виде

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial s^2} + \frac{\mu E}{\rho} \frac{\partial^3 u}{\partial t \partial s^2} - \frac{q}{\rho},$$

где s – координата какого-либо сечения каната в начальном его положении $0 \leq s \leq L$, L – длина каната в недеформированном состоянии; $u(s, t)$ – продольное перемещение сечения от начального положения; $\rho, [\text{кг}/\text{м}]$ – погонная масса каната; $E, [\text{Н}]$ – модуль Юнга каната, равный произведению модуля Юнга материала каната на площадь поперечного сечения, занимаемого волокнами; $q, [\text{Н}]$ – вес в воде единицы длины каната; μ

– коэффициент внутреннего трения в материале каната; $a = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ – скорость распространения продольных деформаций в канате.

Физическая природа силы внутреннего трения связана с необратимыми микропроцессами, происходящими в структурном строении материала каната и в микрообластях контакта отдельных его проволок. При продольном натяжении каната происходит более плотная упаковка проволок, а возникающие при этом местные пластические деформации и относительные сдвиги поверхностей вносят дополнительные источники рассеивания энергии. С другой стороны, при более плотной упаковке проволок в канате затрудняется их взаимное проскальзывание, что уменьшает рассеивание энергии. Ввиду действия многих факторов точно построить ее функцию не представляется возможным. В данной работе для учета силы внутреннего трения использовалась гипотеза Фойгта, согласно которой сила внутреннего трения пропорциональна скорости деформации элемента каната.

В работе [7], показано, что коэффициент μ практически не зависит от амплитуды колебаний динамических усилий, однако в большой степени зависит от среднего (статического) натяжения, ввиду того что при увеличении натяжения возрастает взаимное сжатие проволок каната и уменьшается их относительное проскальзывание. Согласно [7], зависимость коэффициента вязкого трения μ от среднего растягивающего напряжения σ может быть аппроксимирована следующей формулой:

$$\mu = \left(0,5 + \frac{23000}{3500 + 0,75\sigma} \right) \cdot 10^{-4};$$

здесь σ выражается в кг/см². Экспериментом установлено, что с увеличением натяжения коэффициент μ уменьшается примерно в 4–7 раз, приближаясь асимптотически к μ_0 – коэффициенту вязкости для отдельной проволоки.

Пусть верхний конец каната движется по закону $u(0, t) = \mu_2(t)$, а движение нижнего конца совпадает с движением груза $u(L, t) = \mu_1(t)$. Как показано в [3], учет переменности длины каната при подъеме (спуске) определяется поправкой в волновом уравнении пропорциональной $\frac{\omega}{a} \dot{L}(t)$. Скорость подъема (спуска) глубоководных технических средств обычно не превышает 100 м/мин (1.7 м/с), а для плавучих кранов большой грузоподъемности – нескольких метров в минуту. Частота спектра волнения практически укладывается в диапазон $< 2 \text{ с}^{-1}$. Скорость звука в стальных канатах более 4000, а в синтетических – около 500 м/с. Эти данные позволяют оценить для стальных канатов $\frac{\omega}{a} \dot{L}(t) < 0,001$, а для синтетических – $\frac{\omega}{a} \dot{L}(t) < 0,01$. Таким образом, при реальных скоростях подъема можно решать задачу в условиях последовательного задания различной постоянной длины каната в процессе подъема (спуска). Гидродинамическую силу, обусловленную движением груза в толще воды с постоянной скоростью, следует учитывать в выражении для статической составляющей натяжения.

Уравнение движения груза с учетом нелинейностей сил гидродинамического сопротивления может быть записано в виде

$$M \frac{d^2 \mu_1}{dt^2} + K_{\text{гп}} \left| \frac{d\mu_1}{dt} \right| \frac{d\mu_1}{dt} + T(L, t) = -Q_{\text{гп}}, \quad (1)$$

где $M = m + \lambda$ – сумма массы груза и присоединенной массы жидкости при вертикальных колебаниях; $T(L, t)$ – сила натяжения каната в точке крепления к грузу; $Q_{\text{гп}}$ – вес груза в воде; $K_{\text{гп}}$ – коэффициент квадратичной силы гидродинамического сопротивления:

$K_{\text{гп}} = c_s \frac{\rho_w S_g}{2}$ (c_s – коэффициент гидродинамического сопротивления груза, равный единице; ρ_w – плотность воды; S_g – площадь груза в плане, принимавшаяся равной 0.5 м).

Отметим, что возможна линеаризация сил гидродинамического сопротивления груза на основе равенства работ, совершаемых силами квадратичного и линейного гидродинамического сопротивления груза за один период колебаний [2, 3, 8]. В этом случае линеаризованный коэффициент сил гидродинамического сопротивления груза имеет вид

$$\beta = \frac{4}{3\pi} \rho_w c_s S_g A \omega, \quad (2)$$

где A – амплитуда колебаний груза; ω – частота колебаний груза. Тогда линеаризованное уравнение движения груза будет иметь следующий вид:

$$M \frac{d^2 \mu_1}{dt^2} + \beta \frac{d\mu_1}{dt} + T(L, t) = -Q_{\text{гп}}. \quad (3)$$

Как можно видеть, линеаризованный коэффициент сил гидродинамического сопротивления зависит от амплитуды и частоты колебаний груза, которые, вообще говоря, определяются в ходе решения задачи. В работе [8] для приближенного определения коэффициента β рекомендуется брать значения амплитуды и частоты колебаний точки подвеса. В [2, 3] предлагается реализовать достаточно сложный в вычислительном отношении итерационный процесс определения линеаризованного коэффициента сопротивления груза, при этом вычислительные затраты на реализацию данного алгоритма сопоставимы с вычислительными затратами решения нелинейной задачи. В настоящей статье приводится сопоставление результатов, полученных с использованием квадратичной и линейной моделей сил гидродинамического сопротивления.

Сила натяжения произвольного участка s каната может быть представлена в виде суммы трех составляющих: силы веса каната в воде $-q(L-s)$, силы веса груза в воде $-Q_{гр}$ и динамической составляющей $T_{din}(s, t)$:

$$T(s, t) = -q(L-s) - Q_{гр} + T_{din}(s, t).$$

При описании рывковых явлений будем считать, что канат не сопротивляется сжатию; это отвечает отсутствию внутренних усилий в элементе каната, если $T(s, t) > 0$ (здесь знак «+» соответствует сжимающим усилиям). В этом случае уравнение движения элемента каната может быть записано в виде

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial s^2} + \frac{\mu E}{\rho} \frac{\partial^3 u}{\partial t \partial s^2} - \frac{q}{\rho}, & T(s, t) < 0 \\ \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = -\frac{q}{\rho}, & T(s, t) \geq 0 \end{cases}, \quad (4)$$

где $T = E \frac{\partial u}{\partial s} + \mu E \frac{\partial^2 u}{\partial s \partial t}$.

Таким образом, уравнения (4), (1) или (3) с граничными условиями $u(0, t) = \mu_2(t)$, $u(L, t) = \mu_1(t)$ определяют сопряженную задачу динамики каната и груза. В качестве начальных условий можно задавать $u(s, 0) = 0$, $\frac{\partial u}{\partial s}(s, 0) = 0$, что соответствует движению груза при отрыве от грунта. Значение натяжения каната в его точке крепления к грузу определяется из условия

$$T(L, t) = E \frac{\partial u}{\partial s} \Big|_{s=L} + \mu E \frac{\partial^2 u}{\partial s \partial t} \Big|_{s=L}.$$

Отметим, что в модели возможен также учет гидродинамических сил от подъема груза с постоянной скоростью за счет введения соответствующих поправок в значения статических сил веса груза и каната.

Конечно-разностная аппроксимация уравнений движения. Рассмотрим конечно-разностную аппроксимацию уравнения (4). Введем на плоскости (t, s) равномерную прямоугольную сетку (t^n, s_i) , $t^n = t_0 + n\Delta t$, $s_i = s_0 + i\Delta s$, где $\Delta t, \Delta s$ – шаги сетки по t и s соответственно, n, i – целые числа ($n = 1, 2, \dots, Nt$; $i = 1, 2, \dots, Ns$). В соответствии с идеей метода сеток [9] запишем:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{u_i^{n+1} - 2u_i^n + u_i^{n-1}}{\Delta t^2} = a^2 \frac{u_{i+1}^n - 2u_i^n + u_{i-1}^n}{\Delta s^2} + \frac{\mu E}{\rho} \frac{(u_{i+1}^n - 2u_i^n + u_{i-1}^n) - (u_{i+1}^{n-1} - 2u_i^{n-1} + u_{i-1}^{n-1})}{\Delta s^2 \Delta t} - \frac{q}{\rho}, \quad T_i^n < 0 \\ \frac{u_i^{n+1} - 2u_i^n + u_i^{n-1}}{\Delta t^2} = -\frac{q}{\rho}, \quad T_i^n \geq 0 \end{array} \right.,$$

где $n = 2, 3, \dots, Nt - 1$; $i = 2, 3, \dots, Ns - 1$;

$$T_i^{n+1} = E \frac{u_{i+1}^{n+1} - u_{i-1}^{n+1}}{2\Delta s} + \mu E \left[\frac{u_{i+1}^{n+1} - u_{i-1}^{n+1}}{2\Delta s} - \frac{u_{i+1}^n - u_{i-1}^n}{2\Delta s} \right] / \Delta t.$$

Значения натяжения в точках крепления каната на судне T_1^{n+1} и к грузу T_{Ns}^{n+1} определяются на основе аппроксимации значений T_i^{n+1} из внутренних узлов расчетной области. Значение $u_{Ns}^{n+1} = \mu_1(t_0 + (n+1)\Delta t)$ определяется из численного решения обыкновенного дифференциального уравнения (1) или (3) с учетом значения T_{Ns}^n , а $u_1^{n+1} = \mu_2(t_0 + (n+1)\Delta t)$ определяется исходя из заданного закона движения точки крепления каната на судне.

Данная конечно-разностная аппроксимация имеет второй порядок точности как по временной, так и по пространственной переменной. Значения сеточных функций на $n+1$ временном слое u_i^{n+1}, T_i^{n+1} полностью определяются значениями сеточных функций на $n-1$ и n временных слоях. Рассматриваемая разностная схема является условно устойчивой. Согласно анализу устойчивости явной разностной схемы для классического волнового уравнения, шаг интегрирования по времени не может быть больше значения, определяемого условием устойчивости Куранта, которое ограничивает перенос возмущений, характерный для уравнений гиперболического типа: одним шагом сетки по пространству за один шаг по времени. В данной работе на шаг интегрирования по времени налагалось условие

$$\Delta t \leq k_N \frac{\Delta s}{a},$$

где $k_N = 0.7$. Коэффициент k_N выбирался исходя из ряда тестовых расчетов, обеспечивающих сходимость решения задачи при максимальном шаге по времени для ускорения расчета. Дальнейшее увеличение коэффициента k_N до единицы может приводить к неустойчивости численного решения, характерной для явных разностных схем уравнений гиперболического типа – в силу отличий уравнения (4) от классического волнового уравнения.

Моделирование движения точки крепления каната на судне. При проведении расчетов рассматривались два варианта закона движения точки крепления каната на судне. В первом варианте движение точки крепления представлялось в виде гармонической функции времени с заданными амплитудой и частотой, т.е. моделировалась регулярная качка судна. При этом учитывались нелинейные эффекты, обусловленные рывковыми явлениями и квадратичной зависимостью сил гидродинамического сопротивления. Это позволило сопоставить значения максимальных динамических усилий, которые реализуются в нелинейной системе с результатами, полученными на основе аналитического решения соответствующей линейной задачи [6].

Второй вариант закона движения точки крепления каната на судне предполагал нерегулярную качку, которая моделировалась стационарным случайным процессом с за-

данной спектральной плотностью. При этом использовалось аналитическое выражение для спектра качки в форме Н.Н. Рахманина [2]:

$$S_A(\omega) = \frac{2D_A\alpha}{\pi} \frac{\omega^2 + b^2}{\omega^4 + 2a^2\omega^2 + b^4}, \quad (5)$$

где $a^2 = \alpha^2 - \tilde{\beta}^2$, $b^2 = \alpha^2 + \tilde{\beta}^2$, $\alpha = 0.21\tilde{\beta}$. Между средним периодом колебаний $\bar{T}_A$ и параметром $\tilde{\beta}$ существует зависимость $\bar{T}_A = \frac{2\pi}{\tilde{\beta}}$. Необходимость приближенного (аналитического) представления какого-либо вида качки возникает на практике достаточно часто для успешной разработки настройки различного рода автоматических устройств или систем управления судном. При этом обычно проектировщикам устройств задают амплитуды качки 3%-ной обеспеченности. Для вычисления спектра качки необходимо по заданному значению амплитуды 3%-ной обеспеченности A_{03} определить дисперсию D_A на основе соотношения:

$$A_{03} = 2,64\sqrt{D_A},$$

а затем воспользоваться соотношением (5). Колебания точки крепления каната на судне в этом случае можно представить в виде суммы элементарных гармонических процессов [10], складывающихся со случайным сочетанием фаз:

$$u_L^{n+1} = \sqrt{2} \sum_{j=1}^{j=k \rightarrow \infty} \delta A_j \sin[\omega_j(t_0 + (n+1)\Delta t) + \phi_j], \quad (6)$$

где ω_j – частота элементарного процесса; ϕ_j – случайная фаза элементарного процесса (фазы равномерно распределены на интервале $[0, 2\pi]$).

Амплитуда элементарного процесса определялась на основе заданной спектральной плотности качки: $\delta A_j = \sqrt{S(\omega_j)\delta\omega}$. Отметим, что представленный подход не накладывает ограничений на вид спектральной плотности. В частности, на рис. 1 приведен график спектральной плотности волнения по А.И. Вознесенскому–Ю.А. Нецветову:

$$S_\zeta(\omega) = 9.43 \frac{m_0}{\bar{\omega}} \left(\frac{\omega_m}{\omega} \right)^6 \exp \left[-1.5 \left(\frac{\omega_m}{\omega} \right)^4 \right],$$

где $m_0 = D_\zeta$ – дисперсия волновых ординат; $\bar{\omega}$ – средняя частота волнения; ω_m – частота максимума спектра. Отношение характерных частот $\omega_m = 0.777\bar{\omega}$. По этой методике построены перемещения волновых ординат в виде стационарного случайного процесса длительностью 2000 с с шагом $\delta\omega = 0.01\text{с}^{-1}$ (рис. 1). Затем на основе метода Уэлча [11] по данному случайному процессу была восстановлена спектральная плотность волнения (рис. 2).

Видно, что полученная спектральная плотность достаточно хорошо отражает основные энергетические вклады гармоник исходного случайного процесса. При увеличении длины реализации до 20 000 с график восстановленной спектральной плотности практически точно совпадает с заданным спектром.

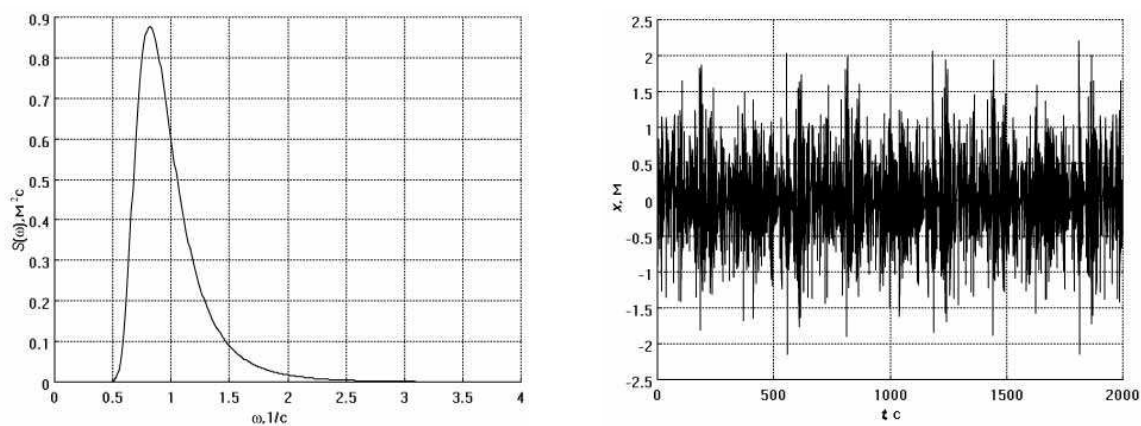


Рис. 1. Спектральная плотность волнения и перемещения волновых ординат по А.И. Вознесенскому–Ю.А. Нецветаеву.

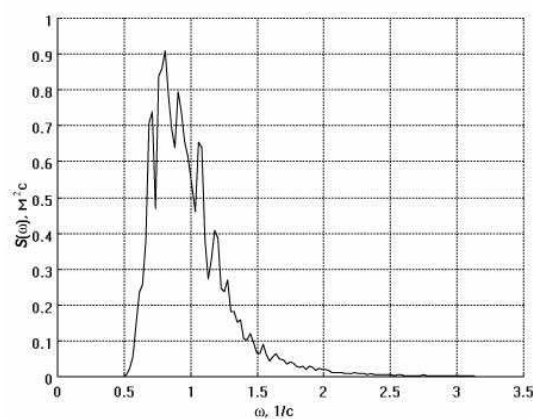


Рис. 2. График восстановленной спектральной плотности при длине реализации 2000 с.

На рис. 3 приведены результаты натурных записей вертикальной качки определенной точки на судне. По этим записям методом Уэлча построен график спектральной плотности качки. Полученный спектр натурной вертикальной качки может быть использован для моделирования движения точки крепления каната с использованием приведенного алгоритма.

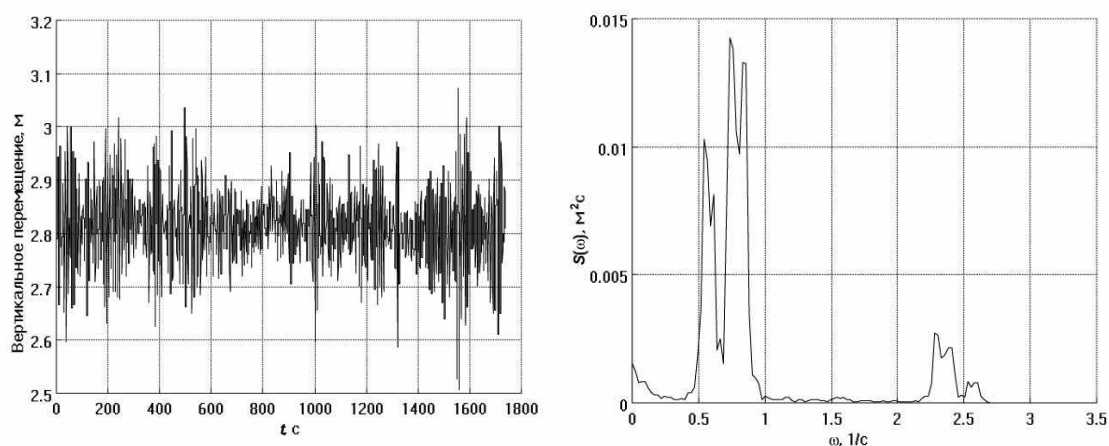


Рис. 3. Вертикальные перемещения определенной точки судна (натурные данные) и соответствующий график спектральной плотности.

Расчет усилий в канате при подъеме груза в условиях регулярной качки. С использованием разработанной математической модели был проведен расчет усилий при подъеме груза в условиях регулярной качки. При этом задавались гармонические вертикальные колебания точки крепления каната на судне с амплитудой $A = 0.2$ м и частотами $\omega = 1, 2, 3, 4$ с⁻¹, соответственно. Параметры системы «канат-груз» брались в соответствии с данными работы [6].

Рассматривался стальной канат $\frac{3}{4}$ дюйма 6×19 (7×7IWRC) с погонной массой $\rho = 1.59$ кг/м, модулем упругости $E = 1.97 \cdot 10^7$ Н и разрывным усилием $T_{\text{разр}} = 150$ кН. Предполагалось, что виртуальная масса груза $M = 1000$ кг. Расчет проводился как с использованием линеаризованного коэффициента сил гидродинамического сопротивления, так и в рамках квадратичной модели. Линеаризованный коэффициент гидродинамического сопротивления груза определялся по формуле (2). Значения длины каната изменялись от 4000 до 500 м.

Расчет проводился из состояния покоя системы, тем самым моделировался процесс отрыва груза от грунта. После переходного процесса, длившегося около 20 периодов колебаний, наблюдался выход на режим установившихся колебаний. При этом фиксировались абсолютные значения максимальных динамических усилий в канате как в момент отрыва, так и при установившемся режиме, что соответствовало непосредственно процессу подъема. Графики этих усилий, отнесенных к разрывному усилию каната $T_{\text{разр}}$, приведены на рис. 4.

Из графиков видно, что максимальные динамические усилия в процессе отрыва груза от грунта, как правило, превышают усилия, реализующиеся в процессе подъема. При этом усилия, полученные в рамках квадратичной модели сил гидродинамического сопротивления, оказываются значительно меньшими, чем полученные в рамках линеаризованной модели. Это говорит о недостаточной обоснованности метода определения линеаризованного коэффициента гидродинамического сопротивления, в котором значение амплитуды задается соответствующим амплитуде колебаний точки крепления каната на судне [8]. Таким образом, требуются обоснованные методы определения гидродинамических характеристик груза.

На сегодняшний день все большее распространение получают коммерческие вычислительные программные комплексы, базирующиеся на численном решении уравнений движения идеальной или вязкой жидкости (ANSYS/Fluent, ANSYS/CFX, Star-CD и др.). С их помощью можно определять гидродинамические коэффициенты и присоединенные массы тел произвольной формы. Однако требуется разработка методик обоснованного применения этих комплексов на основе решения модельных задач, что является предметом отдельных исследований.

По мере изменения длины каната собственные частоты системы «канат-груз» приближаются к частотам возбуждения, что соответствует случаю резонанса, который наблюдается как в линеаризованной, так и в квадратичной модели сил гидродинамического сопротивления. Отметим, что по мере подъема груза наблюдается явление типа «срыва амплитуды», т.е. резкое изменение максимальных динамических усилий в системе при незначительном изменении длины каната, что связано с проявлением нелинейных эффектов в системе.

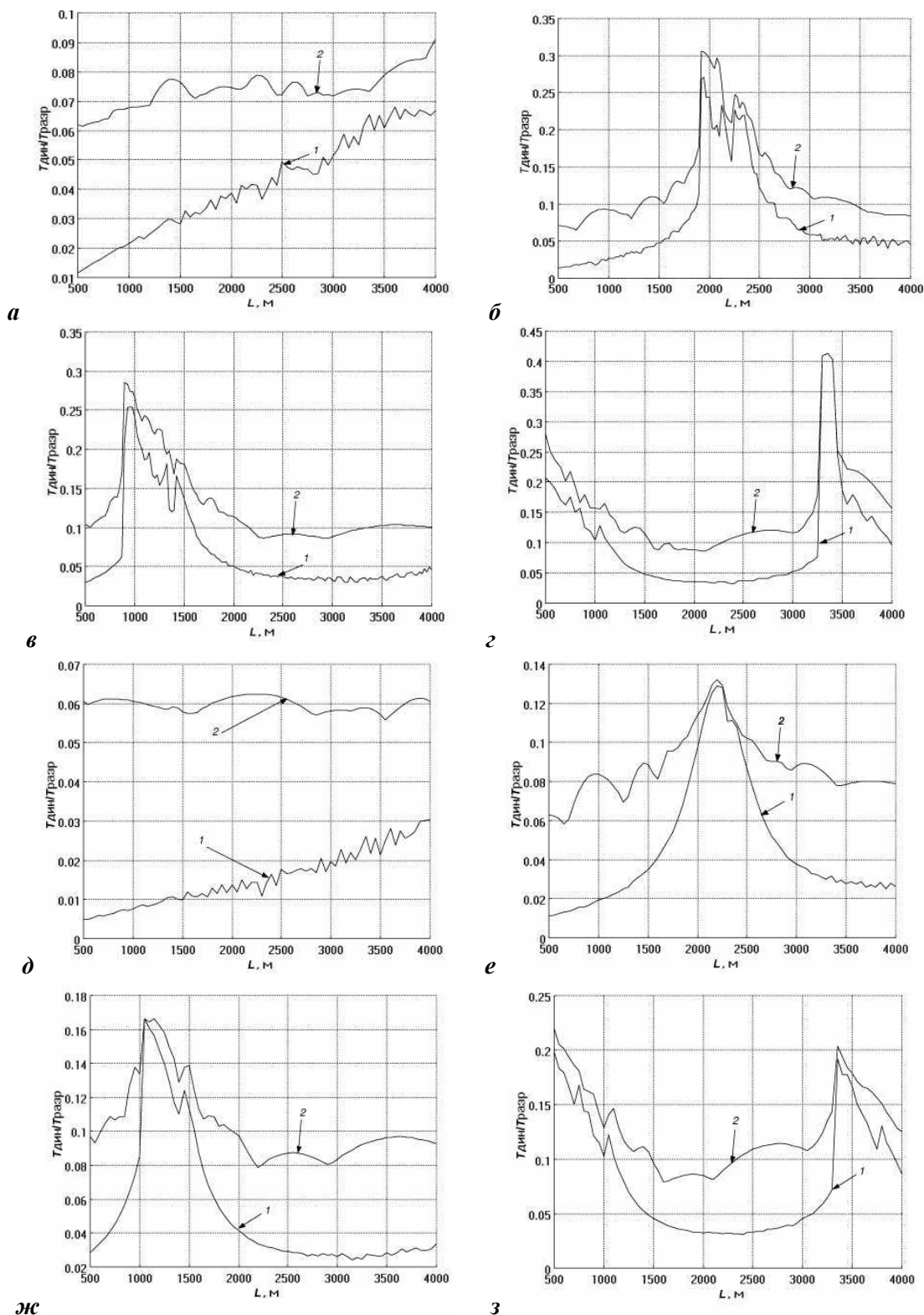


Рис. 4. Максимальные безразмерные динамические усилия в канате при подъеме груза (регулярная качка, учет рывковых явлений): *а–г* – линейризованная модель сил гидродинамического сопротивления (*а* – $\omega = 1 \text{ c}^{-1}$; *б* – $\omega = 2 \text{ c}^{-1}$; *в* – $\omega = 3 \text{ c}^{-1}$; *г* – $\omega = 4 \text{ c}^{-1}$); *д–з* – квадратичная модель сил гидродинамического сопротивления (*д* – $\omega = 1 \text{ c}^{-1}$; *е* – $\omega = 2 \text{ c}^{-1}$; *ж* – $\omega = 3 \text{ c}^{-1}$; *з* – $\omega = 4 \text{ c}^{-1}$). 1 – усилия при установившемся подъеме; 2 – усилия при отрыве от грунта.

Для сопоставления полученных результатов с результатами линейной теории на рис. 5 приведены максимальные безразмерные динамические усилия, реализующиеся в процессе подъема, полученные в работе [6] на основе решения линеаризованных уравнений движения системы «канат–груз» методом конечных интегральных преобразований Фурье. Сопоставляя результаты, можно отметить, что области проявления резонансных свойств системы согласуются как в линейной, так и нелинейной постановке. Вместе с тем резонансные явления в линейной системе заключены в меньшем частотном диапазоне. В нелинейной модели максимальные значения усилий при резонансах оказываются значительно меньшими. Это связано с тем, что упругие силы не совершают работу в областях, где канат не сопротивляется сжатию, и таким образом уменьшается «накачка» энергии при резонансе. Для частоты возбуждения $\omega = 4 \text{ с}^{-1}$ в рамках нелинейной модели максимальные динамические усилия при резонансном режиме на второй собственной частоте оказываются большими, чем резонансные значения усилий, полученные в рамках линейной модели. Отметим, что собственные частоты, полученные как по линейной, так и по нелинейной модели хорошо согласуются с решениями частотного уравнения, определяющего собственные частоты системы «канат–груз» без учета диссипативных сил [6]:

$$\frac{\omega_k L}{a} \operatorname{tg} \frac{\omega_k L}{a} = \frac{\rho L}{M}, \quad (7)$$

где ω_k – спектр собственных частот системы «канат–груз» при заданной длине каната L без учета диссипативных сил.

Отметим, что уравнение (7) позволяет оценить необходимость учета инерционных свойств каната на основе сопоставления основной собственной частоты системы с распределенными параметрами, имеющими с собственную частоту одномассовой системы, в которой канат схематизирован в виде безынерционной пружины. Выражение в правой части (7) представляет собой отношение массы каната к виртуальной массе груза. Решая уравнение (7), определим корни $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_k, \dots$ и, тем самым определим спектр собственных частот системы «канат–груз»:

$\omega_k = \frac{\mu_k a}{L}$, с учетом инерционных характеристик каната и волновых процессов в нем.

В частном случае, когда масса каната пренебрежимо мала по сравнению с массой груза, учитывая малость μ , можем записать: $\mu^2 = \frac{1}{a^2} \frac{EL}{M}$ или $\frac{\omega L}{a} = \frac{1}{a} \sqrt{\frac{EL}{M}}$, и тогда

$\omega = \sqrt{\frac{E}{LM}}$, что совпадает с собственной частотой системы с одной степенью свободы, в

которой упругая связь представлена в виде невесомой пружины с жесткостью E/L . При длине каната 500 м для системы с рассмотренными выше параметрами различие между основной собственной частотой колебаний, полученной на основе решения уравнения (7), и собственной частотой одномассовой системы составляет 11 %. Как отмечено в [8], при выполнении морских спуско-подъемных операций инерционные свойства каната целесообразно учитывать, когда его длина составляет более 500 м.

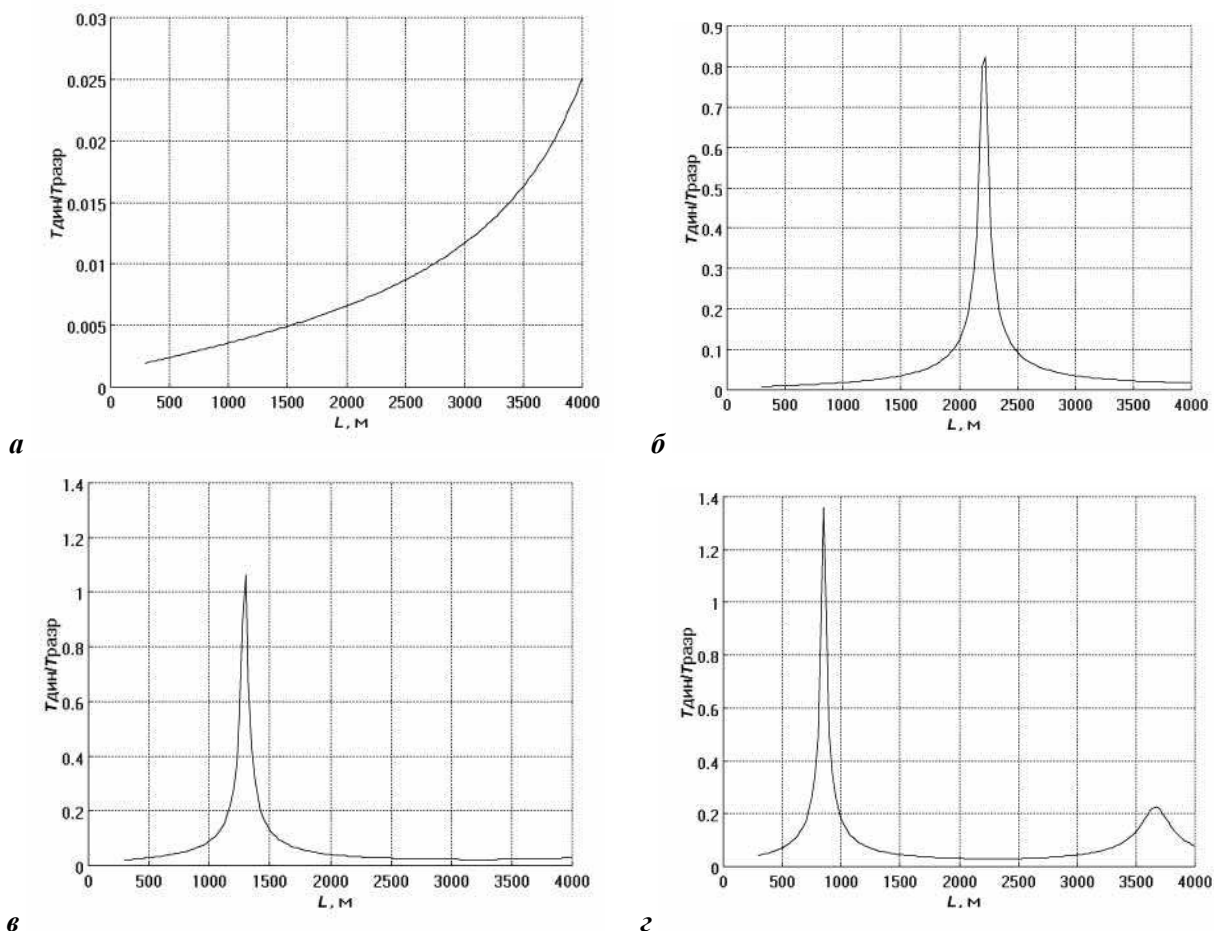


Рис. 5. Максимальные безразмерные динамические усилия в канате при установившемся подъеме груза (регулярная качка, линейная модель):
 $a - \omega = 1 \text{ с}^{-1}$; $б - \omega = 2 \text{ с}^{-1}$; $в - \omega = 3 \text{ с}^{-1}$; $г - \omega = 4 \text{ с}^{-1}$.

Расчет усилий в канате при подъеме груза в условиях нерегулярной качки. Определение динамических усилий в канате при подъеме груза в условиях нерегулярного волнения проводилось с использованием метода статистических испытаний (метод Монте–Карло). При этом рассматривалось N реализаций процесса подъема. Для каждой реализации при моделировании движения точки подвеса каната на судне задавался набор случайных фаз элементарных гармонических процессов (6), равномерно распределенных в интервале $[0, 2\pi]$. На рис. 6 приведены по три реализации безразмерных максимальных динамических усилий в процессе подъема для значений средних частот спектра $\tilde{\beta} = 1, 2, 3, 4 \text{ с}^{-1}$, соответственно. Рассматривались линеаризованная и квадратичная модели сил гидродинамического сопротивления груза, при этом рывковые явления учитывались в обоих случаях. Максимальные значения усилий в процессе подъема, как и в случае регулярной качки, определялись после переходного процесса, длившегося около 20 средних периодов качки. Амплитуда 3%-ной обеспеченности колебаний точки подвеса каната на судне принималась, как и в работе [6], равной 0.2 м.

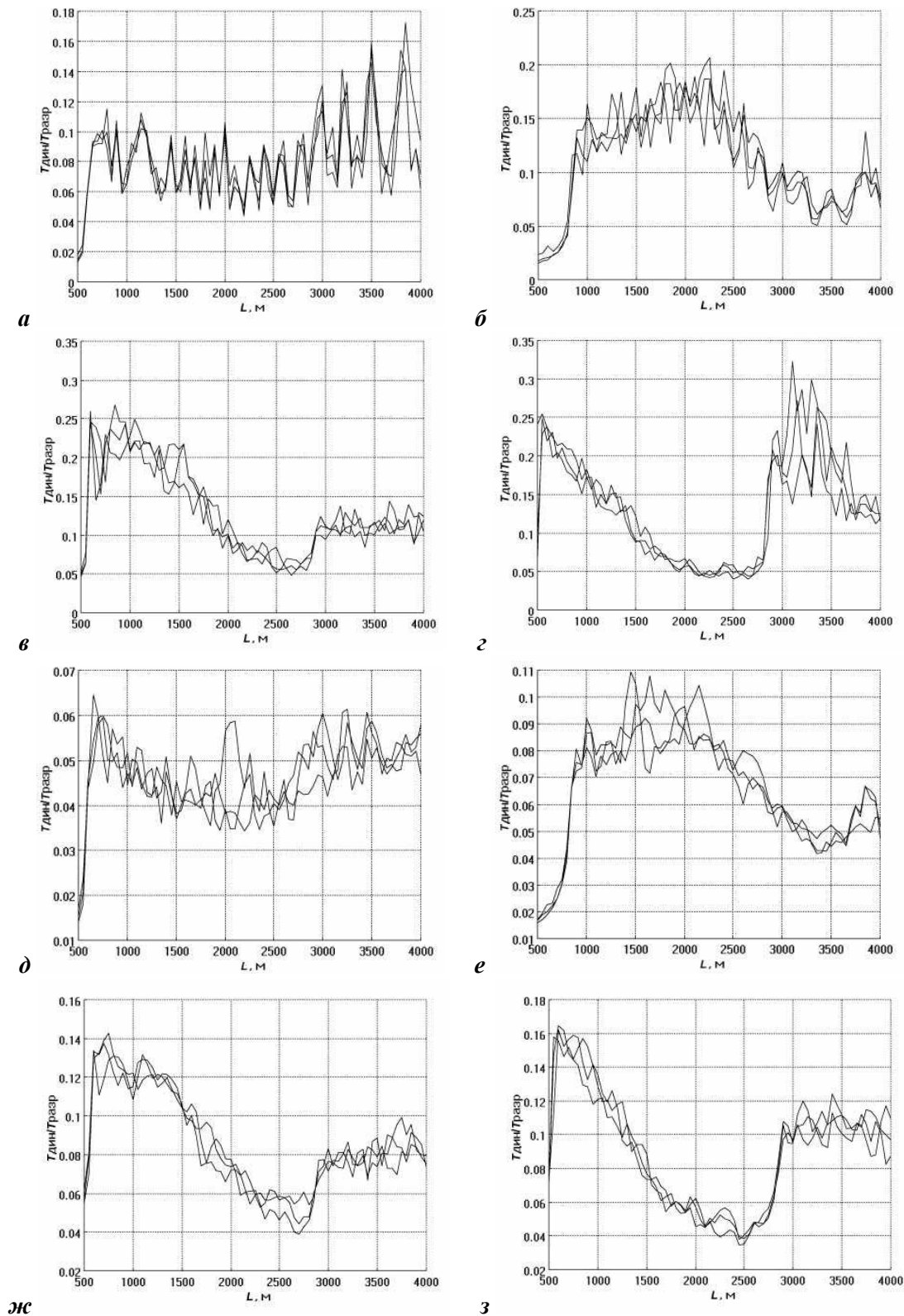


Рис. 6. Реализации максимальных безразмерных динамических усилий в канате при установившемся процессе подъема груза (нерегулярная качка, учет рывковых явлений): **а-г** – линейризованная модель сил гидродинамического сопротивления (**а** – $\tilde{\beta} = 1 \text{ с}^{-1}$; **б** – $\tilde{\beta} = 2 \text{ с}^{-1}$; **в** – $\tilde{\beta} = 3 \text{ с}^{-1}$; **г** – $\tilde{\beta} = 4 \text{ с}^{-1}$); **д-з** – квадратичная модель сил гидродинамического сопротивления (**д** – $\tilde{\beta} = 1 \text{ с}^{-1}$; **е** – $\tilde{\beta} = 2 \text{ с}^{-1}$; **ж** – $\tilde{\beta} = 3 \text{ с}^{-1}$; **з** – $\tilde{\beta} = 4 \text{ с}^{-1}$).

На основе анализа реализаций динамических усилий в условиях нерегулярной качки опять же можно сделать вывод о том, что использование квадратичной модели сил гидродинамического сопротивления груза приводит к значительно меньшим значениям усилий. В условиях нерегулярных колебаний сглаживаются резонансные пики.

Для определения максимальных динамических усилий с заданной вероятностью должна быть проведена статистическая обработка реализаций [12]. Так, для средней частоты спектра $\tilde{\beta} = 2 \text{ с}^{-1}$ было рассчитано 40 реализаций процесса подъема при линеаризованной и квадратичной моделях гидродинамических сил (рис. 7).

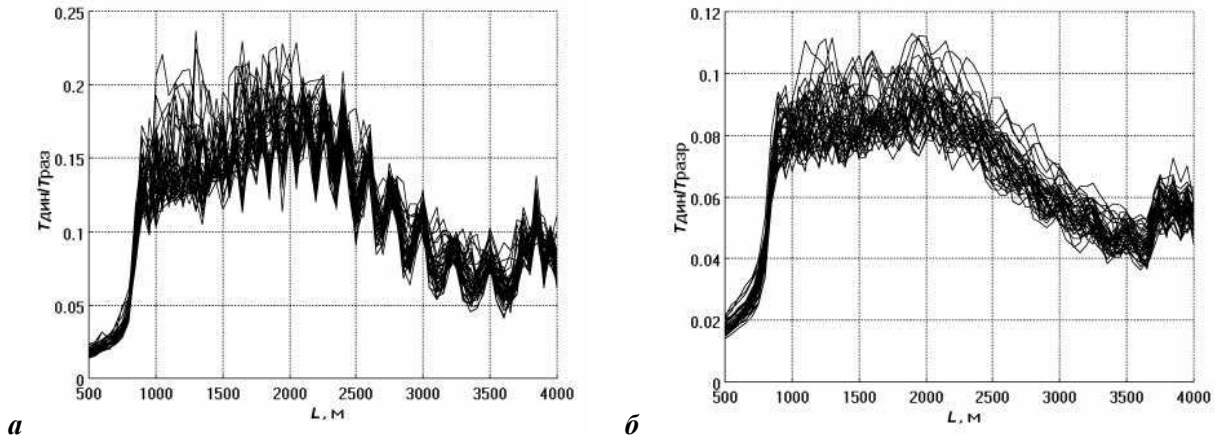


Рис. 7. Реализации максимальных безразмерных динамических усилий в канате при установившемся процессе подъема груза при $N = 40$ (нерегулярная качка, учет рывковых явлений, $\tilde{\beta} = 2 \text{ с}^{-1}$): *a* – линеаризованная модель сил гидродинамического сопротивления; *б* – квадратичная модель сил гидродинамического сопротивления.

По этим реализациям могут быть определены безразмерные математическое ожидание MO и дисперсия D при подъеме (для различных значений L):

$$MO \left[\frac{T_{дин}(L)}{T_{раз}} \right] = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{T_{дин}^i(L)}{T_{раз}},$$

$$D \left[\frac{T_{дин}(L)}{T_{раз}} \right] = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N \left[\frac{T_{дин}^i(L)}{T_{раз}} - MO \left[\frac{T_{дин}(L)}{T_{раз}} \right] \right]^2.$$

Точность получаемых вероятностных характеристик математического ожидания и дисперсии зависит от числа реализаций N и оценивается средними квадратическими отклонениями на основании формул математической статистики:

$$\sigma_{MO} = \sqrt{D \left[\frac{T_{дин}(L)}{T_{раз}} \right] / N}, \quad (8)$$

$$\sigma_D = \sqrt{\frac{2}{N-1}} D \left[\frac{T_{дин}(L)}{T_{раз}} \right]. \quad (9)$$

Более полная оценка точности получаемых при решении результатов может быть получена на основе вычисления доверительных вероятностей различных отклонений

оценок $МО \left[\frac{T_{дин}(L)}{T_{разр}} \right]$ и дисперсии $D \left[\frac{T_{дин}(L)}{T_{разр}} \right]$ от соответствующих истинных вероятностных характеристик $МО_{ист} \left[\frac{T_{дин}(L)}{T_{разр}} \right]$, $D_{ист} \left[\frac{T_{дин}(L)}{T_{разр}} \right]$. Эти вероятности могут быть оценены по следующим формулам:

$$P_1 = P \left(\left| МО \left[\frac{T_{дин}(L)}{T_{разр}} \right] - МО_{ист} \left[\frac{T_{дин}(L)}{T_{разр}} \right] \right| < \varepsilon_1 \right) = 2\Phi \left(\frac{\varepsilon_1}{\sigma_{МО}} \right);$$

$$P_2 = P \left(\left| D \left[\frac{T_{дин}(L)}{T_{разр}} \right] - D_{ист} \left[\frac{T_{дин}(L)}{T_{разр}} \right] \right| < \varepsilon_2 \right) = 2\Phi \left(\frac{\varepsilon_2}{\sigma_D} \right),$$

где P_1, P_2 – доверительные вероятности, $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ – заданные границы отклонений оценок;

$\Phi \left(\frac{\varepsilon_1}{\sigma_{МО}} \right)$ и $\Phi \left(\frac{\varepsilon_2}{\sigma_D} \right)$ – значения функции Лапласа $\left(\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-z^2/2} dz \right)$.

Воспользовавшись соотношениями (8), (9), можно записать:

$$P_1 = 2\Phi \left(\frac{\varepsilon_1 \sqrt{N}}{\sqrt{D \left[\frac{T_{дин}(L)}{T_{разр}} \right]}} \right); \quad P_2 = 2\Phi \left(\frac{\varepsilon_2 \sqrt{(N-1)/2}}{D \left[\frac{T_{дин}(L)}{T_{разр}} \right]} \right). \quad (10)$$

Доверительной вероятности 99.7 % отвечает аргумент функции Лапласа равный трем. Тогда, на основе соотношений (10) можем определить границы отклонений оценок математического ожидания и дисперсии с такой доверительной вероятностью:

$$\varepsilon_1 = \frac{3}{\sqrt{N}} \sqrt{D \left[\frac{T_{дин}(L)}{T_{разр}} \right]} \quad \text{при } N = 40: \quad \varepsilon_1 = 0.47 \sqrt{D \left[\frac{T_{дин}(L)}{T_{разр}} \right]}; \quad (11)$$

$$\varepsilon_2 = \frac{3}{\sqrt{(N-1)/2}} D \left[\frac{T_{дин}(L)}{T_{разр}} \right] \quad \text{при } N = 40: \quad \varepsilon_2 = 0.68 D \left[\frac{T_{дин}(L)}{T_{разр}} \right]. \quad (12)$$

С учетом (11), (12) максимальные значения оценок математического ожидания и дисперсии безразмерных максимальных динамических усилий в процессе подъема груза равны: $МО \left[\frac{T_{дин}(L)}{T_{разр}} \right] + 0.47 \sqrt{D \left[\frac{T_{дин}(L)}{T_{разр}} \right]}$; $D \left[\frac{T_{дин}(L)}{T_{разр}} \right] + 0.68 D \left[\frac{T_{дин}(L)}{T_{разр}} \right]$. Очевидно, что с увеличением числа реализаций N при одинаковой доверительной вероятности происходит сужение границ отклонений оценок математического ожидания и дисперсии. На рис. 8 приведен соответствующий доверительный интервал математического ожидания для линейной и квадратичной моделей сил гидродинамического сопротивления груза.

Определив максимальные значения оценок математического ожидания и дисперсии, по правилу «трех сигм» получим максимальные значения динамических усилий,

которые реализуются в системе в процессе подъема груза в условиях нерегулярной кач-ки с заданной вероятностью (см. рис. 9) .

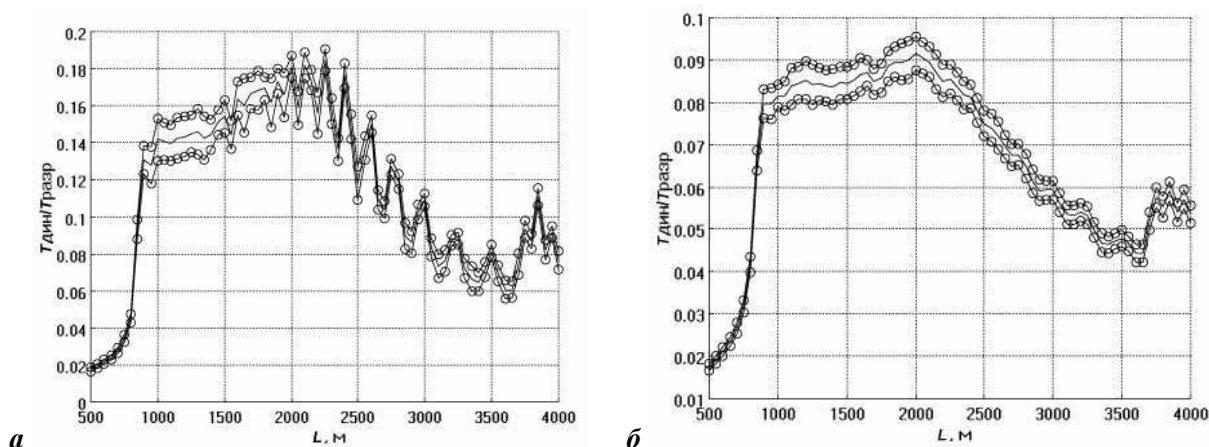


Рис. 8. Доверительные интервалы с вероятностью 99.7% для оценок математического ожидания безразмерных максимальных динамических усилий при $N = 40$:

а – линейризованная модель сил гидродинамического сопротивления;

б – квадратичная модель сил гидродинамического сопротивления.

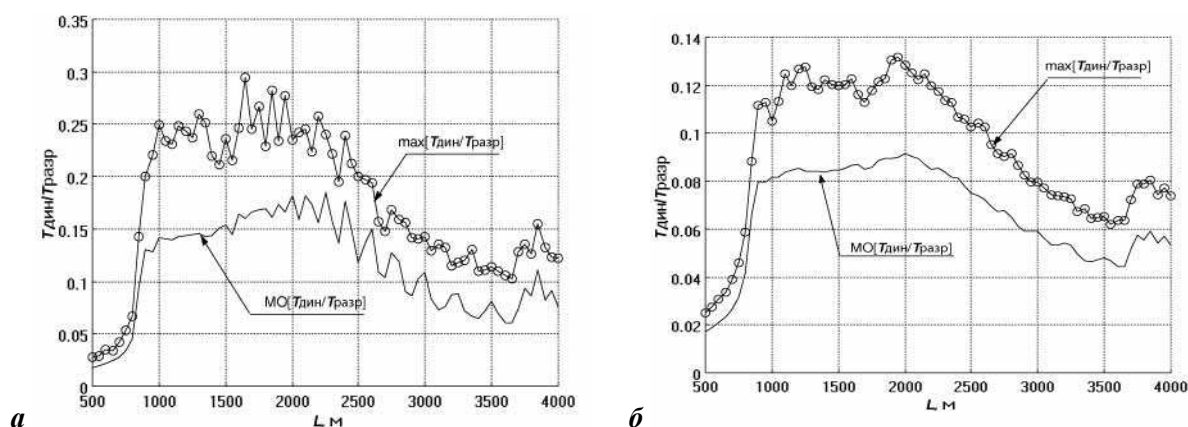


Рис. 9. Максимальные безразмерные динамические усилия в канате

при установившемся процессе подъема груза (нерегулярная качка, учет рывковых

явлений, $\tilde{\beta} = 2 \text{ с}^{-1}$): **а** – линейризованная модель сил гидродинамического сопротивления;

б – квадратичная модель сил гидродинамического сопротивления.

Полученные результаты могут быть сопоставлены со значениями максимальных динамических усилий, из работы [6], где рассматривалась линейная модель взаимодействия системы «канат- груз» с аналогичными исходными данными. В рамках этой модели на основе метода конечных интегральных преобразований Фурье были построены передаточные функции «качка верхней точки крепления каната – динамические усилия в канате», что позволяло использовать теорему Хинчина для построения спектральных функций усилий. На основе этих спектральных функций определялись дисперсии и максимальные усилия в канате при подъеме груза в условиях нерегулярной качки. На рис. 10 приведены максимальные (с вероятностью 99,7%) динамические усилия, отнесенные к разрывному усилию.

Наблюдается хорошее согласование по уровню максимальных значений усилий в канате при подъеме в условиях нерегулярной качки, полученных как по линейной, так и по нелинейной модели (см. рис. 6–10). Это может быть объяснено тем, что при нерегу-

лярной качке менее выражены резонансные свойства системы, на которых нелинейные эффекты проявляются наиболее сильно. В то же время, использование нелинейной модели позволяет более точно учитывать такие факторы как нелинейности сил гидродинамического сопротивления и рывковые явления.

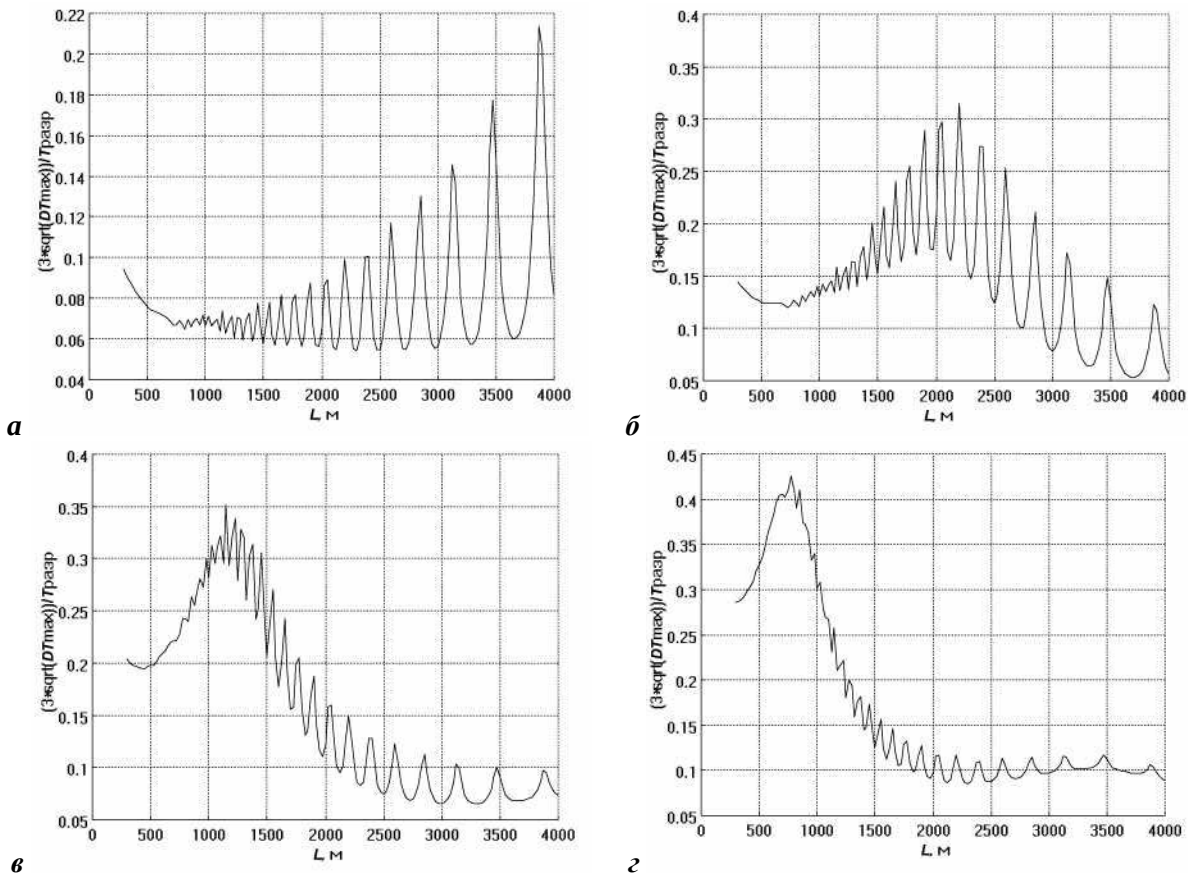


Рис. 10. Максимальные безразмерные динамические усилия в канате при установившемся процессе подъема груза (нерегулярная качка; линейная модель):

$$a - \tilde{\beta} = 1 \text{ с}^{-1}; \text{ б} - \tilde{\beta} = 2 \text{ с}^{-1}; \text{ в} - \tilde{\beta} = 3 \text{ с}^{-1}; \text{ г} - \tilde{\beta} = 4 \text{ с}^{-1}.$$

Определение усилий в канате на заключительной стадии подъема. При значительном уменьшении длины связи в процессе подъема основную роль в формировании динамических усилий начинают играть рывковые явления, связанные с временными ослаблениями каната в процессе колебаний, а также увеличением его жесткости. При этом влиянием распространения продольных деформаций и инерцией каната можно пренебречь. В этом случае применима следующая расчетная схема.

Канат считаем упругой связью, которая растягивается при статическом воздействии веса груза в воде G_B на величину

$$\Delta l_{\text{упр}} = \frac{G_B}{c},$$

где жесткость каната определяется как $c = \frac{E_m S}{L} = \frac{E}{L}$ (E_m – модуль упругости материала каната, S – площадь сечения, занимаемая проволоками в канате, L – выпущенная дли-

на каната в ненапряженном состоянии). Штриховой линией на рис. 11 условно показана длина каната в ненапряженном состоянии.

Очевидно, что канат является механической системой работающей на растяжение – сжатие только в области его упругих деформаций. Если в процессе движения груза и точки подвеса окажется, что расстояние между ними уменьшится на величину большую, чем $\Delta l_{\text{упр}}$, то предполагается, что в этой области канат не оказывает силового воздействия на груз.

Запишем теперь уравнение движения груза. Пусть u – перемещение груза относительно равновесного положения. Направим ось X вертикально вниз. Будем предполагать, что в общем случае на груз действуют: сила инерции присоединенной массы жидкости; гидродинамическая сила, пропорциональная скорости движения груза; сила упругости каната и сила веса груза в воде. В этом случае уравнение движения груза при использовании линеаризованной модели сил гидродинамического сопротивления может быть записано в виде

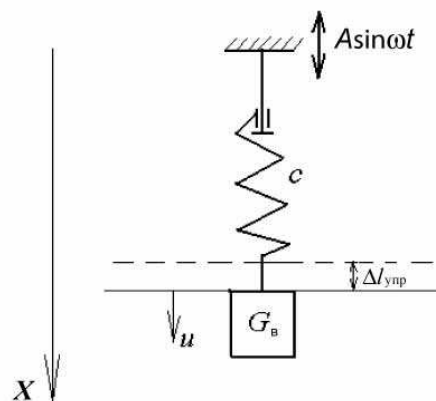


Рис. 11. Расчетная схема короткого каната.

$$M\ddot{u} + \beta\dot{u} + (\Delta l_{\text{упр}} + u - A \sin \omega t)c - G_b = 0, \quad (13)$$

где
$$\begin{cases} c = 0 \Leftarrow u - A \sin \omega t < -\Delta l_{\text{упр}} \\ c \neq 0 \Leftarrow u - A \sin \omega t \geq -\Delta l_{\text{упр}} \end{cases};$$

здесь M – сумма массы груза и присоединенной массы жидкости при вертикальных колебаниях; A – амплитуда колебаний точки подвеса груза на судне; ω – частота колебаний точки подвеса груза на судне; β – линеаризованный коэффициент гидродинамического сопротивления груза, определяемый по формуле (2).

В процессе движения груза не будет происходить рывков в канате, если $c \neq 0$ или $u - A \sin \omega t \geq -\Delta l_{\text{упр}}$. Определив из уравнения (13) перемещение груза u , можно определить натяжение в канате как

$$T = c(\Delta l_{\text{упр}} + u - A \sin \omega t) = c\Delta l_{\text{упр}} + c(u - A \sin \omega t) = T_{\text{стат}} + T_{\text{дин}}. \quad (14)$$

В стационарном случае натяжение равно весу груза в воде:

$$T = c\Delta l_{\text{упр}} = G_b = T_{\text{стат}}. \quad (15)$$

Для определения натяжения в верхней точке крепления к значению, получаемому по формулам (14), (15), необходимо добавить вес самого каната в воде.

Отметим, что по мере выборки каната увеличивается его жесткость c . Однако это не приводит к бесконечно большим усилиям в канате, так как в процессе движения происходит перемещение, как груза, так и точки подвеса на судне.

Так, для примера можно рассмотреть случай очень медленных движений точки подвеса на судне с малыми амплитудами. В этом случае можно положить, что в уравнении (13) $\ddot{u}$ и $\dot{u}$ равны нулю, и рассмотреть квазистатический режим:

$$(\Delta l_{\text{упр}} + u - A \sin \omega t)c - G_b = 0. \quad (16)$$

При выборке каната $c \rightarrow \infty$, но $\Delta l_{\text{упр}} = \frac{G_{\text{в}}}{c}$ для любых c и (16) можно преобразовать так:

$$(\Delta l_{\text{упр}} + u - A \sin \omega t) = \frac{G_{\text{в}}}{c} \quad \text{или} \quad u = A \sin \omega t.$$

То есть в этом случае перемещение груза соответствует перемещению точки подвеса на судне, а усилие определяется в соответствии с формулой (14):

$$T = c(\Delta l_{\text{упр}} + u - A \sin \omega t) = c(\Delta l_{\text{упр}} + A \sin \omega t - A \sin \omega t) = c\Delta l_{\text{упр}} = G_{\text{в}}. \quad (17)$$

Соотношение (17) показывает, что, несмотря на сколь угодно большую величину жесткости связи c при выборке каната, усилие в связи при очень медленных перемещениях точки подвеса на судне соответствует весу поднимаемого груза в воде, что полностью согласуется с физическими представлениями об усилии в связи при подъеме груза.

В случае, если рассматривать безрывковый режим движения, уравнение (13) можно переписать в виде

$$M\ddot{u} + \beta\dot{u} + cu = cA \sin \omega t. \quad (18)$$

Будем искать решение (18) в виде: $u = Q_1 \cos \omega t + Q_2 \sin \omega t$. Подставляя в (18), получим:

$$Q_1 = -\frac{\frac{Ac\omega\beta}{(m+\lambda)^2}}{\left(\frac{c}{m+\lambda} - \omega^2\right)^2 + \left(\frac{\beta\omega}{m+\lambda}\right)^2}; \quad Q_2 = \frac{\frac{Ac}{m+\lambda}\left(\frac{c}{m+\lambda} - \omega^2\right)}{\left(\frac{c}{m+\lambda} - \omega^2\right)^2 + \left(\frac{\beta\omega}{m+\lambda}\right)^2}.$$

И тогда:

$$u_{\text{max}} = \sqrt{\left[\frac{\frac{Ac\omega\beta}{(m+\lambda)^2}}{\left(\frac{c}{m+\lambda} - \omega^2\right)^2 + \left(\frac{\beta\omega}{m+\lambda}\right)^2}\right]^2 + \left[\frac{\frac{Ac}{m+\lambda}\left(\frac{c}{m+\lambda} - \omega^2\right)}{\left(\frac{c}{m+\lambda} - \omega^2\right)^2 + \left(\frac{\beta\omega}{m+\lambda}\right)^2}\right]^2}.$$

Теперь можем определить значение максимальной динамической составляющей натяжения в канате:

$$T_{\text{дин}} = c(u - A \sin \omega t) = cQ_1 \cos \omega t + cQ_2 \sin \omega t - cA \sin \omega t = cQ_1 \cos \omega t + (cQ_2 - cA) \sin \omega t.$$

Тогда

$$T_{\text{дин}}^{\text{max}} = c \sqrt{\left[\frac{\frac{Ac\omega\beta}{(m+\lambda)^2}}{\left(\frac{c}{m+\lambda} - \omega^2\right)^2 + \left(\frac{\beta\omega}{m+\lambda}\right)^2}\right]^2 + \left[\frac{\frac{Ac}{m+\lambda}\left(\frac{c}{m+\lambda} - \omega^2\right)}{\left(\frac{c}{m+\lambda} - \omega^2\right)^2 + \left(\frac{\beta\omega}{m+\lambda}\right)^2} - A\right]^2}. \quad (19)$$

Как уже говорилось выше, по мере выборки каната влияние его инерционных свойств сказывается все в меньшей степени, и в случае безрывковых режимов движения для относительно коротких связей при определении максимальных динамических усилий вполне можно пользоваться соотношением (19). Однако именно рывковые явления пред-

ставляют здесь основную опасность. Они могут быть проанализированы на основе решения уравнения (13). Далее приведены результаты численного решения уравнения (13).

В качестве примера рассмотрим, как проявляются нелинейные свойства системы, обусловленные рывковыми явлениями при прохождении через резонанс.

Пусть вес груза в воздухе – 48 т ($m = 48000$ кг). Вес груза в воде – 20 т ($G_b = 20000 \cdot 9.8 = 196000$ Н). Присоединенная масса при вертикальных колебаниях составляет 20 % водоизмещения: $(48-20) \cdot 0.2 = 6$ т ($\lambda = 6000$ кг). Предполагалось, что при подъеме груза используются стальной канат типа ТК с диаметром 56 мм (разрывное усилие 130 т, площадь сечения проволок равна 978 мм^2). Модуль Юнга каната принимался равным: $E_m = 7.5 \cdot 10^{10}$ Па.

Будем рассматривать колебания точки подвеса на судне с амплитудой $A = 0.4$ м, частотой $\omega = 1.5 \text{ с}^{-1}$ ($T_{\text{пер}} \approx 4$ с) и при этом изменять длину каната L . Для вычисления линеаризованного коэффициента гидродинамического сопротивления β примем, что коэффициент сопротивления груза в воде $c_s = 1.12$ (круглый диск, расположенный перпендикулярно потоку), характерная площадь поперечного сечения груза, перпендикулярная набегающему потоку $S_g = \pi r^2 = \pi \cdot 0.8^2 = 2.0 \text{ м}^2$. Как и ранее, здесь проведено сопоставление линеаризованной и квадратичной моделей сил гидродинамического сопротивления; при этом значение коэффициента в квадратичной модели определялось с использованием соотношения $K_{\text{гр}} = c_s \frac{\rho_w S_g}{2}$.

На основе численного решения уравнения (13) была построена амплитудно-частотная характеристика максимального безразмерного перемещения груза u/A от безразмерной частоты ω/k (рис. 12). В данном случае изменение величины ω/k происходит из-за изменения длины каната L в процессе подъема груза и соответствующего изменения

собственной частоты $k = \sqrt{\frac{c}{M}} = \sqrt{\frac{E_m S}{LM}}$ при постоянной частоте возбуждения ω .

Длина каната варьировалась от 1 м до 1600 м и в соответствии с этой длиной определялась безразмерная частота ω/k , которая отвечая интервалу длин каната от 10 до 500 м, лежит в диапазоне $0.129 \leq \omega/k \leq 0.910$. Графики на рис. 12 построены для различных значений линеаризованного коэффициента сил гидродинамического сопротивления: β , 5β , 10β .

На рис. 12 показано, что в системе достаточно ярко проявляются нелинейные свойства. При частоте ω/k , близкой к 0.8, происходит явление срыва амплитуды. При незначительном изменении частоты происходит значительное изменение безразмерного перемещения u/A , что может быть достаточно неожиданным при подъеме (опускании) груза.

На рис. 12 приведена также амплитудно-частотная характеристика для максимального безразмерного динамического усилия в канате $T_{\text{дин}}/G_b$ (отнесенного в весу груза в воде) от безразмерной частоты ω/k . Наблюдается рост динамических усилий при выборке каната. Видно значительное изменение усилий в канате при безразмерной частоте ω/k , близкой к 0.8, обусловленное эффектом срыва амплитуды. Срыв амплитуды по мере изменения длины каната связан с началом рывковых явлений в области резонанса и как следствие – уменьшением «накачки» энергии от упругих сил.

Для сопоставления линеаризованной и квадратичной моделей гидродинамических сил на рис. 13 приведены аналогичные амплитудно-частотные характеристики при ис-

пользовании квадратичной модели гидродинамических сил, полученные при варьировании коэффициента сил гидродинамического сопротивления c_s .

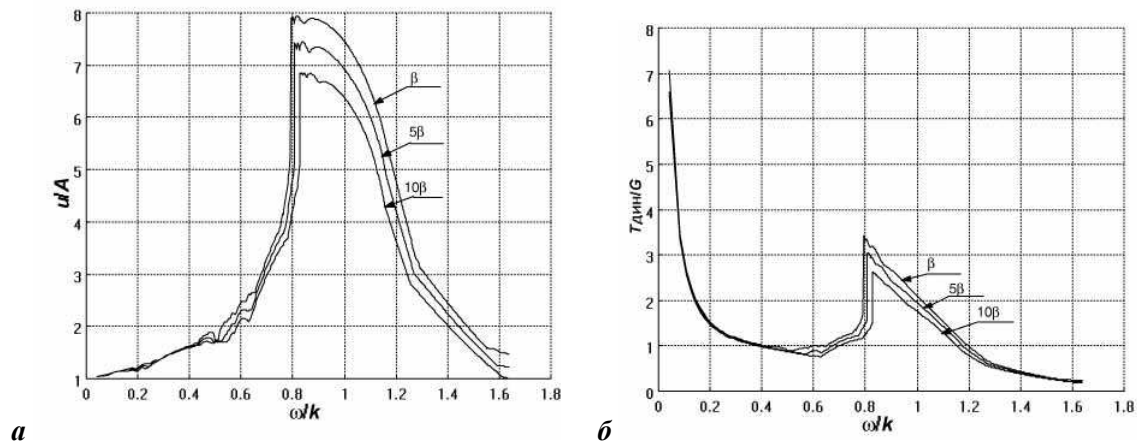


Рис. 12. Амплитудно-частотные характеристики максимального безразмерного перемещения груза u/A (а) и максимального безразмерного динамического усилия $T_{\text{дин}}/G_B$ (б).

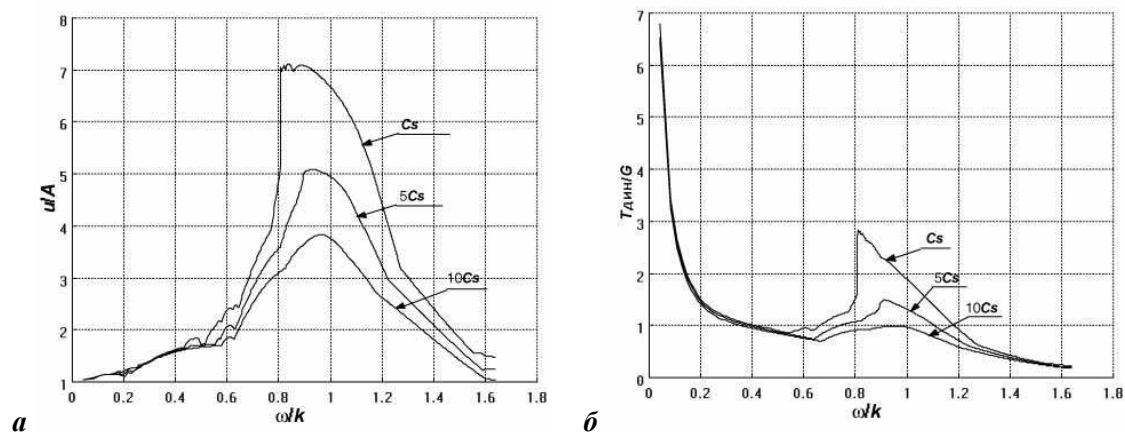


Рис. 13. Амплитудно-частотные характеристики максимального безразмерного перемещения груза u/A (а) и максимального безразмерного динамического усилия $T_{\text{дин}}/G_B$ (б). Квадратичная модель гидродинамических сил.

Сопоставление результатов позволяет сделать вывод о том, что использование линейной модели гидродинамических сил сопротивления груза для короткого каната в отличие от длинной связи приводит к незначительным изменениям расчетных усилий и амплитуд колебаний по сравнению с квадратичной моделью.

С использованием метода Монте-Карло разработана методика определения максимальных динамических усилий в канате при подъеме груза в условиях нерегулярной качки. Методика обладает достаточной универсальностью, так как позволяет рассчитывать движение нелинейных систем.

При анализе динамики системы «канат–груз» учтены нелинейности сил гидродинамического сопротивления груза, а также нелинейности, обусловленные рывковыми явлениями. Проведено сопоставление линеаризованной и квадратичной моделей сил гидродинамического сопротивления. Кроме того, результаты сопоставлены с результатами, полученными на основе аналитического решения линеаризованной системы уравнений [6].

Для длинного каната учет рывковых явлений в условиях регулярной качки приводит к меньшим значениям максимальных динамических усилий при резонансных режимах по сравнению с усилиями, полученными на основе аналитического решения, без учета рывковых явлений. Это связано с тем, что упругие силы не совершают работу в областях, где канат не сопротивляется сжатию, таким образом, уменьшается «накачка» энергии при резонансе. Вместе с тем наблюдается хорошее согласование значений максимальных динамических усилий в канате в условиях нерегулярной качки, полученных как по линейной, так и нелинейной модели. Это может быть объяснено тем, что при нерегулярной качке менее выражены резонансные свойства системы, а именно в областях резонансов нелинейные свойства проявляются наиболее ярко.

При значительном уменьшении длины каната в процессе подъема основную роль в формировании динамических усилий начинают играть рывковые явления, связанные с временными ослаблениями каната в процессе колебаний, а также увеличением его жесткости.

Представленные результаты позволяют сделать вывод о том, что учет конечной скорости распространения продольных деформаций и инерционных свойств каната необходим для корректной оценки динамических усилий, возникающих в канате при проведении глубоководных спуско-подъемных операций.

Литература

1. Берто Г.О. Океанографические буи. Л.: Судостроение, 1979. 216 с.
2. Бугаенко Б.А., Магула В.Э. Специальные судовые устройства. Л.: Судостроение, 1983. 392 с.
3. Бугаенко Б.А. Динамика судовых спуско-подъемных операций. Киев: Наукова думка, 2004. 320 с.
4. Горошко О.А., Демьяненко А.Г. О двухволновом представлении решения дифференциальных уравнений, описывающих динамику некоторых конструкций с подвижной нагрузкой. Украинский матем. журн. 1974. Т.29, № 5. С.638–641.
5. DNV Recommended practice DNV-RP-H103 // Modeling and analysis of marine operations. April. 2009. 84 p.
6. Сухоруков А.Л. Об использовании амортизирующих и демпфирующих устройств при подъеме груза с большой глубины в условиях волнения моря // Сб.науч.тр. «Фундаментальная и прикладная гидрофизика». СПб.: Наука, 2010, №2(8). С.22–47.
7. Горошко О.А., Савин Г.Н. Введение в механику деформируемых одномерных тел переменной длины. Киев: Наукова думка, 1974. 224 с.
8. Справочник по расчетам при судоподъеме / Под ред. А.В. Краморенко и др. М.: Воениздат, 2005. 480 с.
9. Самарский А.А. Теория разностных схем. М.: Наука, 1989. 426 с.
10. Бородай И.К., Нецветаев Ю.А. Качка судов на морском волнении. Л.: Судостроение, 1969. 432 с.
11. Сергиенко А.Б. Цифровая обработка сигналов. СПб.: Изд-во «Питер», 2002. 608 с.
12. Гусев А.С., Светлицкий В.А. Расчет конструкций при случайных воздействиях. М.: Машиностроение, 1984. 240 с.

Статья поступила в редакцию 08.04.2011 г.

