



СОДЕРЖАНИЕ

Статьи

<i>Каган Б.А., Тимофеев А.А.</i> Моделирование поверхностного и внутреннего K_1 (деклинационных) приливов в Белом море	4
<i>Владиминова Э.М., Иванов В.Г., Иванов Д.В., Литвин А.Д., Скопин Н.А.</i> Исследование течений в верхнем слое Черного моря в диапазоне мезомасштабов	19
<i>Тюгин Д.Ю., Куркина О.Е., Куркин А.А.</i> Программный комплекс для численного моделирования внутренних гравитационных волн в мировом океане	32
<i>Семёнов Е.В., Мортиков Е.В.</i> Методы обработки глубоководных термохалинных измерений	45
<i>Зимин А.В., Солощук П.В., Исаев А.В.</i> Особенности течений в восточной части Финского залива по результатам инструментальных измерений в июле 2010 года	58
<i>Диденкулова И., Вишка М., Куренной Д.</i> Изменчивость берегового профиля под совместным воздействием судовых и ветровых волн	66
<i>Сухоруков А.Л.</i> Применение метода статистических испытаний в задаче о подъеме груза с большой глубины в условиях нерегулярного волнения моря	79
Конференции	100
Хроника	102
Правила представления материалов в редакцию.....	103

CONTENTS

Articles

- Kagan B.A., Timofeev A.A.* Modelling of the K_1 Surface and Internal Tides in the White Sea 4

On the basis of the use of hydrodynamic equations to incompressible liquid, reduced to non-dimensional form within the framework of similarity law, probabilistic structure of the field is constructed and researched as the basis of the decision of the problem of the non-dimensional parameter estimation of the flow, created by moving outside source, as well as for estimation of the source proper parameters and parameters of the statistical field propagation channel. The analytical form of the likelihood ratio is found and algorithms of the unknown information parameter estimation as the object of the statistical inverse problem solving are formed..

Key words: surface & internal tides, K_1 harmonic, modelling, White Sea.

- Vladimirova E.M., Ivanov V.G., Ivanov D.V., Litvin A.D., Skopin N.A.* The Investigation of Mesoscale Flows within the Black Sea Upper Layer 19

The results of velocity and temperature nature investigations in the Black sea upper layer during August 2005 are presented. The information about dynamics and structure of these fields was obtained. The existence of internal waves and localized regions of equal temperature and velocity is shown. The energetic and geometric structure characteristics of different nature in a season thermocline region were estimated.

Key words: seasonal thermocline, mezzo-scale structure, internal waves, temperature fluctuations, eddies.

- Tyugin D., Kurkina O., Kurkin A.* Software Package for Modeling of Internal Gravity Waves in the World Ocean 32

In this paper software package for numerical modeling of transformation and propagation of internal gravity waves (IGW) in the World Ocean is presented. Short overview of implemented numerical models is given. They are: extended nonlinear evolutionary equation of Korteweg-de-Vries type with combined nonlinearity with variable coefficients (Gardner equation) and ray model reproducing the effect of refraction in an IGW package. The developed software package is unique and topical for this class of geophysical applications. Description of user interface and main working modes of the software are presented.

Key words: numerical modeling, data processing and visualization, wave refraction.

- Semenov E.V., Mortikov E.V.* Methods for Processing of Deep-Water Thermohaline Measurements 45

We describe a method for approximate reconstruction of main hydrophysic fields using deep-water thermohaline measurements. Methods for solving both non-stationary and stationary, known as “diagnostic” problems, are presented. Proposed approaches are based on full non-linear system of equations of geophysical thermo-hydrodynamics. A series of results of computations performed from the mid 80-s and up to nowadays are reported.

Key words: data assimilation, variational problems, ocean thermo-hydrodynamics.

<i>Zimin A.V., Soloshchuk P.V., Isaev A.V. Features of Currents in the Eastern Part of the Gulf of Finland Based on the Results of Instrumental Measurements in July 2010</i>	58
--	----

The paper presents the results of current velocity measurements which were carried out below the thermocline in the eastern part of the Gulf of Finland in the second half of July 2010. It was found that the structure of water circulation in the region is generally cyclonic in nature. Comparison of calculated geostrophic velocities with instrumental measurements showed a qualitative agreement only for the direction of currents. The measured modules of current velocity exceeded its values calculated by the dynamic method by two to eight times.

Key words: water circulation, instrumental measurements of current velocity, dynamic method for calculation of current velocity, the eastern part of the Gulf of Finland.

<i>Didenkulova I., Viška M., Kurennoy D. Change of the Coast Profile under the Joint Effect of Ship and Wind Waves</i>	66
--	----

Coast dynamics resulting from the interplay of long vessel wakes and short background wind waves is studied experimentally in tideless conditions of Gulf of Finland. An attempt of qualitative study of impact of each wave system on a coast is made. Special attention is paid to two parameters: the change of sillage volume and the change of the coast profile shape, which is defined as an exponent in the power approximation of the coast. The analysis of these parameters and their variability for ship and wind waves demonstrate peculiarities of the ship wave and wind wave effect on the coast.

Key words: beach profile change, statistical moments, probability distributions, wind waves, ship waves, the Baltic Sea.

<i>Sukhorukov A.L. Application of Method of Statistic Testing in the Task of Load Lifting from Deep Depth in Conditions of Random Sea State</i>	79
---	----

Nowadays, with account of depletion of hydrocarbon raw materials onshore there is a tendency to develop deep oil and gas fields. In course of development of the fields, significant amount of various lowering-and-hoisting operations are fulfilled. The task of determination of the forces in load lifting from deep depth in the conditions of random sea state is solved on the basis of statistic testing method (Monte Carlo method). Mathematical model took into account non-linearities caused by jerking and non-linearities of forces of the load hydrodynamic resistance. Comparison of the results with relevant solutions of linear tasks has been made.

Key words: load lifting, sea state, line, wave process, offshore operation, jerking.

УДК 519.6, 551.46

© *Е.В. Семёнов, Е.В. Мортиков*, 2011

Институт океанологии им. П.П. Ширшова РАН, г.Москва
 evgeny.mortikov@gmail.com

МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ ГЛУБОКОВОДНЫХ ТЕРМОХАЛИННЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

Рассмотрены методы приближенного восстановления основных гидрофизических полей на основе глубоководных термохалинных измерений. Предложены методы решения нестационарных и стационарных, так называемых диагностических, задач. Предлагаемые подходы позволяют решать поставленные задачи на основе полных нелинейных систем уравнений геофизической термогидродинамики. Приведены результаты конкретных расчетов, которые выполняются с середины 1980-х годов до настоящего времени.

Ключевые слова: усвоение натуральных данных, вариационные задачи, термогидродинамика океана.

Глубоководные термохалинные измерения являются важным источником информации о состоянии гидрофизических полей океана, так как по распределению плотности морской воды, зависящей в первую очередь от ее температуры и солёности, вследствие гидростатического баланса непосредственно определяется бароклинный градиент гидростатического давления и так называемая динамическая часть баротропного градиента давления. Знание существенной части гидростатического градиента давления позволяет оценивать крупномасштабную и мезомасштабную циркуляцию вод с использованием «диагностического» метода.

Рассмотрим область морского бассейна Ω , имеющего как твердые Γ_s , так и жидкие Γ_f границы. Состояние морской среды описано, если известен вектор состояния $\bar{\phi} = (\bar{U}, P, T, S, \rho)$, элементы которого есть функции пространственных переменных и времени, заданные в области $\bar{\Omega} = \Omega \cup \Gamma$ ($\Gamma = \Gamma_s \cup \Gamma_f$), где \bar{U} – трехмерный вектор скорости течения; P – гидростатическое давление; T , S и ρ – температура, солёность и плотность морской воды соответственно. Будем считать, что $\bar{\phi}$ можно аппроксимировать с необходимой точностью вектором состояния ϕ , который определим как решение начально-краевой задачи в области $\bar{\Omega}$:

$$\phi = L(\phi_0, \phi_\Gamma), \quad (1)$$

где L – замкнутая система нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных геофизической термогидродинамики с начальными условиями ϕ_0 и краевыми условиями ϕ_Γ . При этом предполагается использование традиционных приближений для крупномасштабной и мезомасштабной динамики океана: приближения несжимаемой жидкости, Буссинеска, гидростатики и соответствующей этому приближению запись силы Кориолиса.

Таким образом, задача определения состояния морской среды сводится к решению системы (1); при этом необходимо, чтобы были заданы начальные и краевые условия.

Существующие методы глубоководных измерений не обеспечивают информацию обо всех компонентах векторов ϕ_0 и ϕ_Γ . Известен же, как правило, лишь неполный вектор состояния $\tilde{\phi} = (T, S)$, т.е. данные температуры и солёности в отдельных точках интересующей области моря и в отдельные моменты времени.

Следовательно, в этом случае на первом этапе задача состоит в приближенном определении полного вектора начальных условий ϕ_0 и полного вектора граничных условий ϕ_Γ по значениям измеренного неполного вектора состояния $\tilde{\phi} = (T, S)$, т.е. имеем обратную задачу.

Решение обратных задач, которые, как правило, относятся к классу некорректно поставленных, представляет известные трудности [1–4]. Решение задачи предполагает переход к вариационной форме и определение вектора управления краевых условий, доставляющего минимум целевому функционалу, который зависит от рассчитываемого вектора состояния ϕ и данных наблюдений $\tilde{\phi}$.

В общем виде задачу можно сформулировать следующим образом. Рассмотрим динамическую систему, состояние которой в произвольный момент времени определяется вектором состояния $\psi = (\psi^k(\mathbf{x}, t))$, $k = 1 \dots N$, эволюция которого описывается системой уравнений

$$L(\psi) = \psi_t + H(\psi) = f(\mathbf{x}, t), \mathbf{x} \in \Omega, t > t_0, \quad (2)$$

$$\psi(\mathbf{x}, t_0) = \chi_0(\mathbf{x}), \mathbf{x} \in \bar{\Omega}, \quad (3)$$

$$\psi(\mathbf{x}, t) = \chi_\Gamma(t), \mathbf{x} \in \Gamma, t \geq t_0, \quad (4)$$

где $\Omega \subset \mathbf{R}^3$ – связная область с достаточно гладкой границей Γ ; $\chi_0(\mathbf{x}) = (\chi_0^k(\mathbf{x}))$ и $\chi_\Gamma(t) = (\chi_\Gamma^k(t))$, $k = 1 \dots N$ – векторы, содержащие функции, которые задают граничные ($t \geq t_0$) и начальные условия в момент времени t_0 ; ψ_t – производная по времени; H – нелинейный оператор дифференцирования в частных производных в Ω . При этом предполагается, что $\psi^k(\mathbf{x}, t), f(\mathbf{x}, t) \in C^m(\Omega) \cap C(\bar{\Omega}) \cap C^1(t \geq t_0)$, где m зависит от порядка оператора H . Предположим, что оператор L обратим, а при заданных граничных и начальных условиях решение прямой задачи (2)–(4) существует и единственно.

Пусть имеются измерения некоторых компонент вектора состояния $\psi^s(\mathbf{x}, t), s \in [1, N]$ в моменты времени $t_1 \dots t_m$ на конечном подмножестве $\Omega_s \subset \Omega$. Экстраполируя измеренные значения, построим функции $\hat{\psi}^s(\mathbf{x}, t)$ на области Ω , такие что $\hat{\psi}^s(\mathbf{x}, t) = \psi^s(\mathbf{x}, t), t = t_1 \dots t_m, \mathbf{x} \in \Omega_s$. Далее определим функционал

$$J[\psi(\mathbf{x}, t)] = \sum_{i=1}^m \langle \psi(\mathbf{x}, t_i) - \hat{\psi}^s(\mathbf{x}, t_i), \psi(\mathbf{x}, t_i) - \hat{\psi}^s(\mathbf{x}, t_i) \rangle, \quad (5)$$

где $\langle \rangle$ – скалярное произведение. Конкретный вид экстраполяции на этом этапе не существен при условии, что для построенных функций $\hat{\psi}^s(\mathbf{x}, t)$ можно определить скалярное произведение в (5). Решение системы (2)–(4) при соответствующем выборе краевых и начальных условий минимизирует функционал (5) (при этом $J[\psi(\mathbf{x}, t)] \neq 0$ в силу неточности измерений, погрешности экстраполяции и использования приближений реальных процессов при выводе оператора H). Условие минимизации функционала используется при постановке обратной задачи: найти краевые $\chi_\Gamma(t)(\mathbf{x} \in \Gamma, t \geq t_0)$ и начальные

условия $\chi_0(\mathbf{x})(\mathbf{x} \in \bar{\Omega}, t = t_0)$, минимизирующие функционал $J[\psi(\mathbf{x}, t)]$ при известном полном векторе измерений $\psi^s(\mathbf{x}, t_i), i = 1 \dots m$.

При этом основную сложность представляет нахождение градиентов в функциональном пространстве, которые необходимы для выполнения оптимальных вариаций краевых условий. В случае если оператор H может быть линеаризован и при вариации начальных условий решение системы представимо в виде $\psi(\mathbf{x}, t) = \Lambda(t, t_0)\psi(\mathbf{x}, t_0)$, где $\Lambda(t, t_0)$ – оператор Якоби, градиент можно записать в следующем виде [5]:

$$\nabla J = 2 \sum_{i=1}^m \Lambda^*(t, t_0) [\psi(\mathbf{x}, t_i) - \hat{\psi}^s(\mathbf{x}, t_i)].$$

На этом пути возникают проблемы с формулировкой сопряженного оператора $\Lambda^*(t, t_0)$ для сложных нелинейных систем геофизической гидродинамики и при решении конечно-разностными методами задач со сложной орографией бассейна. В некоторых случаях возможна линеаризация оператора H , тогда можно провести процедуру минимизации функционала (5) с помощью итерационных методов градиентного типа или метода сопряженных направлений; однако в большинстве задач определения состояния морской среды линеаризация оператора H представляет существенные вычислительные трудности. Поэтому имеет смысл поиск упрощенного решения задачи. На практике можно использовать подход, разработанный в Институте океанологии им.П.П.Ширшова РАН и неоднократно апробированный при обработке глубоководных термохалинных измерений [6–8, 10, 13]. Обоснование предлагаемого подхода основано на том соображении, что конкретный метод нахождения решения сформулированной выше вариационной задачи несуществен (лишь бы он был реализуем), доставлял необходимый минимум ошибки и решение удовлетворяло бы исходной системе уравнений геофизической термогидродинамики. Предлагаемый подход основан на формулировке задачи как вариационной и применим к сложным нелинейным системам уравнений термогидродинамики океана.

Для описания метода возьмем в качестве области Ω параллелепипед, на котором введем прямоугольную сетку Ω_h с постоянным шагом $h = (h_x, h_y, h_z)$. На данной сетке запишем конечно-разностную форму уравнений (2)–(4):

$$L_h(\psi_h) = \frac{\psi_h^{n+1} - \psi_h^n}{\beta \Delta t} + \sum_{k=n-q}^{n+1} \alpha_k H_h^k \psi_h^k = f_h^{n+1}(\mathbf{x}, t_{n+1}), \mathbf{x} \in \Omega_h, n \geq 0, \quad (6)$$

$$\psi_h^0(\mathbf{x}, t_0) = \chi_0(\mathbf{x}), \mathbf{x} \in \bar{\Omega}_h, \quad (7)$$

$$\psi_h^n(\mathbf{x}, t_n) = \chi_{\Gamma_h}(t_n), \mathbf{x} \in \Gamma_h, n \geq 0, \quad (8)$$

где индекс q , коэффициенты α_k, β зависят от метода дискретизации уравнений по времени. Разностный оператор H_h в исследуемых задачах можно представить в виде суммы нелинейной части A_h , отвечающего за процессы переноса, оператора D_h , отвечающего за процессы трения, турбулентного обмена и линейной части M_h : $H_h = A_h + D_h + M_h$. Вектор состояния ψ_h содержит компоненты ψ_h^T и ψ_h^S , задающие температуру и соленость, для которых дополнительно известны функции $\hat{\psi}_h^T, \hat{\psi}_h^S$, полученные экстраполированием имеющихся термохалинных измерений на Ω_h и известные в моменты времени $t_n, n \geq 0$, соответствующие дискретизации уравнений (6)–(8) по

времени. Требуется найти краевые и начальные условия $\chi_0(\mathbf{x})$, $\chi_{\Gamma_h}(t_n)$, а также вектор состояния в моменты времени t_n , $n=1\dots N$. Значение $\psi_h(\mathbf{x}, t_{n+1})$ на $(n+1)$ -м шаге по времени можно записать в виде

$$\psi_h^{n+1} = \psi_h^n + \beta \Delta t G(\psi_h^n, \dots, \psi_h^{n-q}), \quad (9)$$

где оператор G для i -й компоненты вектора состояния зависит от оператора H_h в уравнении (6) и зависимости i -й компоненты от других компонент вектора состояния.

Для определения начальных условий будем вести интегрирование системы до некоторого $T_k = k\Delta t$, соответствующего времени последних измеренных значений. В результате получим набор векторов состояния ψ_{h,t_i} в моменты времени $t_i = i\Delta t$, $i=1\dots k$, для которых определим среднеквадратичные отклонения ψ_{h,t_i}^T , ψ_{h,t_i}^S от значений измерений $\widehat{\psi}_{h,t_i}^T$ и $\widehat{\psi}_{h,t_i}^S$:

$$R = \sum_{i=1}^k \left(\|\psi_{h,t_i}^T - \widehat{\psi}_{h,t_i}^T\|_2 + \|\psi_{h,t_i}^S - \widehat{\psi}_{h,t_i}^S\|_2 \right). \quad (10)$$

Начальные условия на первой итерации при интегрировании вперед по времени задаются с помощью экстраполяции измеренных данных, отнесенных к начальному моменту времени, или на основе какой-либо базы данных.

Далее проводится интегрирование системы назад по времени, начиная с момента времени T_k ; при этом заменяется знак как при локальной производной по времени, так и при операторе D_h в связи с необратимостью диссипативных процессов. Тем самым оператор системы не будет являться сопряженным с оператором L_h . Для ассимиляции данных наблюдений в правую часть уравнения (6) для компонент вектора состояния ψ_h , относящихся к температуре и солености, добавляется функция $Q_f(\psi_h^{T,S}, \widehat{\psi}_h^{T,S})$:

$$L_h^*(\psi_h) = \frac{\psi_h^n - \psi_h^{n+1}}{\beta \Delta t} + \sum_{k=n}^{n+q} \alpha_k (A_h^k - D_h^k + M_h^k) \psi_h^k = f_h^n(\mathbf{x}, t_n) + Q_f(\psi_h^n, \widehat{\psi}_h^n). \quad (11)$$

Функция Q_f имеет вид ньютоновского источника и определяется разностью измеренного и расчетного значения:

$$Q_f(\psi_h, \widehat{\psi}_h) = \gamma (\widehat{\psi}_h - \psi_h), \quad (12)$$

где γ – параметр усвоения (тогда при предельном значении $\gamma = 1/\Delta t$; можно ожидать, что в общем случае для некоторой компоненты вектора состояния расчетное значение на i -м шаге по времени будет $\psi_{h,i} = \widehat{\psi}_{h,i} + \varepsilon O(\Delta t^p)$, где ε равно нулю или единице в зависимости от метода построения оператора G в уравнении (9), а p зависит от порядка дискретизации уравнения (6) по времени и метода численного решения динамической системы). Функции $\widehat{\psi}_{h,t_i}^{T,S}$ представляют, как описано выше, экстраполяцию точечных измерений для конкретных моментов времени t_i . Данную экстраполяцию предлагается проводить явным образом при интегрировании уравнений (11) назад по времени. Тогда значения функций $\widehat{\psi}_h$ находятся из соотношений

$$\widehat{\psi}_h = (1-b)\psi_h + b\psi, \quad b = \frac{R^2 - r^2}{R^2 + r^2}, \quad r \leq R, \delta t \leq R, \quad b = 0, r > R, \delta t > R,$$

где ψ – набор измерений, в общем случае, в произвольных точках; R и R_i – радиусы усвоения измеренной информации по пространству и времени; r – расстояние по пространству и времени между расчетным узлом сетки и ближайшей точкой измерения, b – весовая функция, которая в общем виде не изотропна и зависит от характеристик движения типа f/H и структуры течения (f – параметр Кориолиса, H – глубина); δt – временной интервал между моментом времени измерения и текущим моментом расчета.

Следующее приближение начального условия получается непосредственно при интегрировании по времени назад и достижения момента времени t_0 . Повторяя описанный процесс с новыми начальными условиями, получим итерационный метод определения начальных условий, критерием сходимости которого будет среднеквадратичное отклонение R (10).

Краевые условия $\chi_{\Gamma_h}(t_n)$ находятся одновременно с описанной схемой определения начальных условий $\chi_0(\mathbf{x})$. Здесь принципиально используются два положения: 1) применение условий излучения для нахождения граничных условий первого рода на жидких границах $\Gamma_h^f \subset \Gamma_h$ области Ω_h ; 2) факт интегрирования системы уравнений вперед–назад по времени.

Расчет краевых условий на жидкой границе Γ_h^f происходит с привлечением на каждом шаге по времени t_i условий радиационного излучения вида

$$\frac{\partial \psi_h^m}{\partial t} + C_f^p(t_i) \frac{\partial \psi_h^m}{\partial n} = 0, \quad (13)$$

где ψ_h^m – любая из расчетных функций вектора состояния, в эволюции которого доминируют процессы адвективного переноса, описываемые дивергентной схемой в виде оператора A_h (предполагается преобладание гиперболичности в уравнении эволюции); C_f^p – фазовая скорость распространения возмущений, определяемая по эволюции значений функций вблизи границы внутри области [9]; p – индекс итерации внешнего цикла интегрирования системы вперед–назад по времени; \vec{n} – внешняя нормаль к границе области.

При использовании условий излучения (13), когда возмущение стремится покинуть область расчета, полученные при расчете краевые условия являются следствием всей совокупности процессов внутри области и тем самым с ними согласованными, в том числе и с усвоенными данными измерений. Остаются тем не менее точки, где фазовая скорость возмущения направлена внутрь области и где граничные условия должны быть заданы.

Разрешение данной проблемы происходит при смене направления интегрирования системы уравнений, когда меняются знаки приращения по времени и соответственно фазовой скорости возмущений C_f^p (знак фазовой скорости определяет тип граничной точки). Точки втока становятся в этом случае точками вытока и, в свою очередь, определяются с использованием условия излучения, т.е. являются следствием всей совокупности процессов внутри области и тем самым с ними согласованными, в том числе и с усвоенными данными измерений. Таким образом, все граничные точки в итоге определяются по условиям излучения, а значит, и данными измерений. Другими словами, граничные условия находятся по данным измерений, т.е. из решения обратной задачи.

Опыт расчетов тем не менее привел к необходимости усиления рассмотренного алгоритма. Проблема состоит в длительности интегрирования системы в одну сторону, что определяется временным интервалом поступления данных измерений. При длительном интегрировании назад по времени граничные условия на жидком контуре не пересчитываются во всех точках по условию (13) и на втекающих точках границы возникает рассо-

гласование граничных условий со вновь усваиваемой информацией. Для устранения данного недостатка вводится внутренний итерационный цикл смены направления интегрирования. При внешнем интегрировании назад по времени происходит следующий процесс: периодическое интегрирование назад по времени на два выбранных интервала времени, а затем один аналогичный интервал интегрирования по времени вперед; после этого процесс повторяется. Внутренний итерационный цикл носит своеобразный «петлеобразный» характер. Аналогичная процедура применяется и при интегрировании вперед по времени, но как видно из постановки задачи, без усвоения натурной информации. Интервал интегрирования при этих внутренних итерациях определяется экспериментально, на основе времени смены знака фазовой скорости C_f^p во втекающих точках. При этом существенно увеличиваются затраты машинного времени.

Стоит заметить, что при использовании ньютоновских источников, как правило, нарушается квазигеострофический баланс, и порождаются инерционно-гравитационные волны, которые, унося избыточную, геострофически несогласованную энергию, покидают область расчета при применении условий излучения. Поэтому временной ряд, полученный при использовании условий излучения в точке, содержит значительный эффект инерционно-гравитационных волн, не имеющих физического смысла, которые должны быть отфильтрованы при смене направления интегрирования перед использованием временного ряда граничных условий.

Процесс решения контролируется по эволюции среднеквадратичного отклонения (10), которая при правильном варьировании функций $\chi_{\Gamma_h}(t_n)$ и $\chi_0(\mathbf{x})$ должна уменьшаться. Принимаются значения этих функций, которые минимизирует (10). Минимум достигается, когда наступает баланс между коррекцией решения за счет усвоения натуральных данных и работой диссипативных слагаемых на каждой итерации. Минимум зависит в первую очередь от количества и качества (точности) данных наблюдений. После определения $\chi_{\Gamma_h}(t_n)$ и $\chi_0(\mathbf{x})$ решается прямая задача (6)–(8) и находится приближенное решение $\psi_h(\mathbf{x}, t) = \psi_h[\bar{U}(\mathbf{x}, t), P(\mathbf{x}, t), T(\mathbf{x}, t), S(\mathbf{x}, t), \rho(\mathbf{x}, t)]$ во всей области четырехмерного пространства.

Конечным этапом решения задачи четырехмерного анализа данных наблюдений является решение начально-краевой задачи (6)–(8) на основе полученных приближенных начальных и краевых условий.

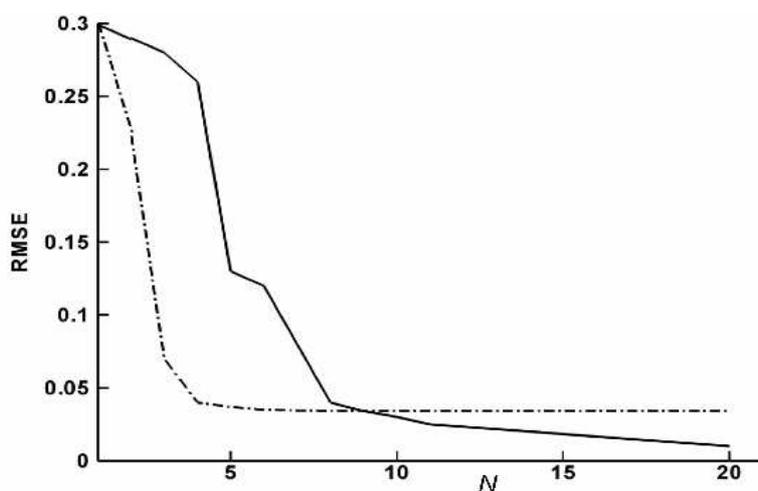


Рис. 1. Эволюция RMSE при решении задачи переноса субстанции на основе одномерного уравнения с постоянной скоростью переноса и постоянным коэффициентом обмена. Здесь и на рис. 2 N – номера итераций внешнего цикла, RMSE – среднеквадратичное отклонение решения от точных данных (в усл.ед.).

Предлагаемый метод тестировался на точных решениях и показал вполне приемлемые результаты [6, 7, 10]. На рис. 1 приведена эволюция отклонения приближенного решения от точного (RMSE) для одномерного уравнения переноса субстанции с постоянной скоростью и постоянным коэффициентом обмена методом оптимальной минимизации целевого функционала (сплошная кривая) и

метода естественного варьирования, описанного выше (штрих-пунктирная линия). Постановка задачи и параметры расчета приведены в указанных работах. В последней работе обращается внимание на зависимость решения от выбора начальных условий.

Анализируя рис. 1, важно отметить, на основании имеющегося к настоящему времени многолетнего опыта применения метода естественного варьирования для обработки реальных измерений, что минимум отклонения решения от данных измерений достигается за первые 5–10 внешних итераций, когда наступает баланс между коррекцией решения за счет усвоения натуральных данных и работой диссипативных слагаемых на каждой итерации, т.е. в реальных условиях точности обоих методов могут быть вполне близки.

Данный алгоритм естественного варьирования неоднократно использовался при обработке глубоководных термохалинных измерений полигоне Гольфстрима (1984 г.), Мегаполигоне (1987 г.), полигоне г. Пулковской (1989 г.), полигоне в Баренцевом море к северо-западу от Новой Земли (1997), центральном полигоне в Баренцевом море 21-й экспедиции НИС «Ак. С.Вавилов» (2005 г.), динамическом полигоне в Белом море в рейсе НИС «Эколог» (2007 г.), полигоне в южной части Баренцева моря в экспедиции НИС «Проф. Бойко» (2010 г.).

В результате проведения эксперимента «Мегаполигон» ($38\text{--}43^\circ\text{с.ш.}$ и $151\text{--}160^\circ\text{в.д.}$) в июле–октябре 1987 г. были получены уникальные данные как термохалинных измерений (более 1600 зондирований), так и измерений скоростей течений со 180 автономных буйковых станций на четырех горизонтах (120, 400, 1200 и 4500 м) в динамически активном районе Тихого океана, к северу от основной струи Куроисио. На рис. 2 приведена эволюция среднеквадратичного отклонения для температуры воды от данных измерений, осредненного по области для каждой итерации. Расчеты выполнены в режиме реального времени непосредственно в рейсе. Разрешение по горизонтали составляло 0.5 градуса и двенадцать уровней по вертикали (0, 20, 50, 100, 150, 200, 400, 700, 1000, 1500, 3000, 5000 м). Шаг по времени составлял 2 ч. Коэффициенты турбулентного обмена по вертикали и горизонтали приняты постоянными и равными 10 и $5 \cdot 10^6 \text{ см}^2/\text{с}$ соответственно. Ввиду отсутствия информации о состоянии атмосферы в режиме реального времени для всей расчетной области атмосферный форсинг отсутствовал. Результаты обработки глубоководных термохалинных измерений данного эксперимента на основе предложенного метода путем сравнения с данными прямых измерений скорости течения можно признать удовлетворительными (рис. 3).

На рис. 4 приведена эволюция среднеквадратичного отклонения решения для температуры воды на горизонте за весь период интегрирования на данной итерации. Метод – естественное варьирование на основе глубоководных термохалинных измерений, выполненных непосредственно в ходе эксперимента на центральном полигоне в Баренцевом море. 21-я экспедиция НИС «Ак.С.Вавилов», 5–16 июня 2005 г. Полигон имел прямо-

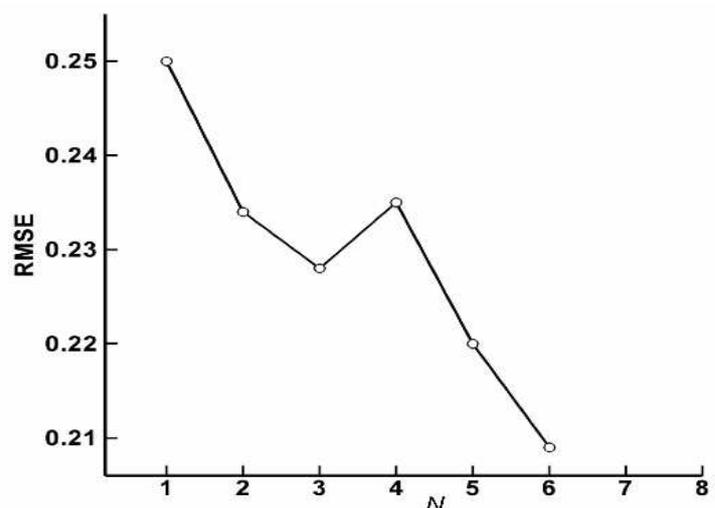


Рис. 2. Эволюция среднеквадратичного отклонения решения для температуры воды от данных измерений при обработке термохалинных измерений в период эксперимента «Мегаполигон» в 1987 г.

угольные границы с координатами: $70^{\circ}47' - 69^{\circ}27'$ с.ш., $34^{\circ}48' - 38^{\circ}45'$ в.д.; всего было освоено 54 станции, равномерно расположенных на данном полигоне. Шаг по горизонтали составлял примерно 17 км по широте (изменялся с широтой) и 9.68 км по долготе, задано 24 уровня по вертикали. Коэффициенты турбулентной вязкости и диффузии по вертикали рассчитывались на основе полуэмпирической модели Лаундера [14]. Коэффициенты горизонтальной турбулентной вязкости и диффузии были приняты постоянными и равными $5 \cdot 10^5 \text{ см}^2/\text{с}$. Шаг по времени – 3 мин. Атмосферный форсинг задавался на основе судовых наблюдений, учитывались потоки тепла и импульса.

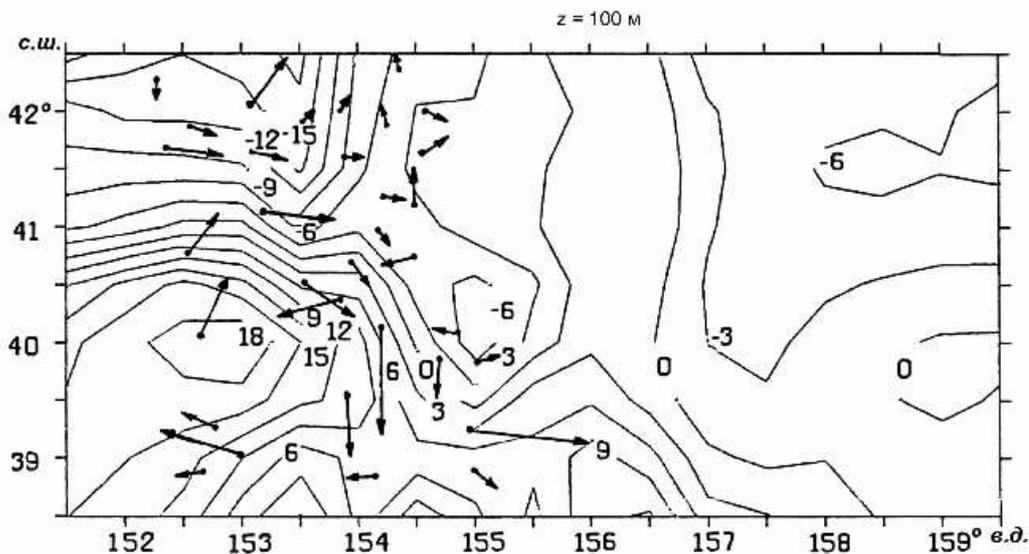


Рис. 3. Изолинии геострофической функции тока $\psi = P/\rho_0 g$, рассчитанные методом естественного варьирования по данным глубоководных (до 1500 м) термохалинных измерений.

Стрелки – векторы прямых измерений скорости течения на горизонте 100 м эксперимента «Мегаполигон», район Курошио в Тихом океане (1987). Интервал изолиний $3 \text{ см}^2/\text{с}$.

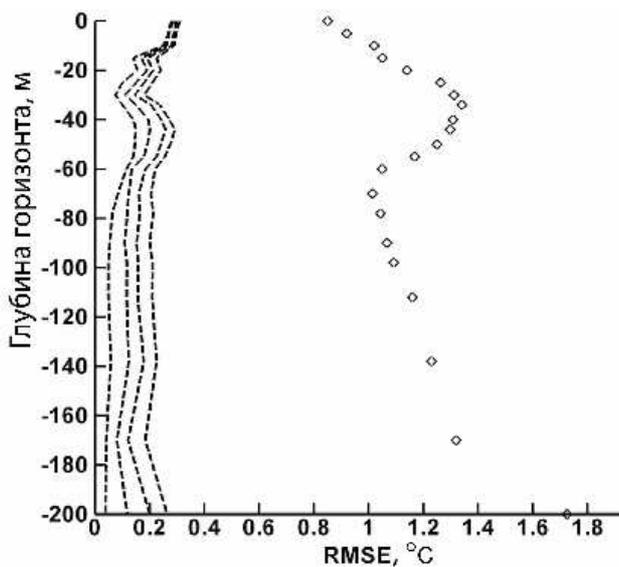


Рис. 4. Обработка термохалинных измерений эксперимента на полигоне Баренцева моря в 21-м рейсе НИС «Ак.С.Вавилов» в июне 2005 г. Эволюция среднеквадратичного отклонения температуры воды средней на горизонте за весь период интегрирования на данной итерации от данных измерений.

Приведены четыре первые итерации: штриховые кривые – последовательно, справа налево, а также отклонения от измерений температуры климатической базы данных Левитуса (квадратики). RMSE – среднеквадратичное отклонение температуры воды от данных измерений.

Анализ результатов показывает, что при заданных параметрах достигается вполне приемлемая для практики точность, в то время как данные базы Левитуса имеют существенную погрешность для существующих условий.

Стационарные задачи обработки термохалинных измерений. Расчеты стационарной циркуляции вод, основанные на осредненных или просто отнесенных к одному моменту времени данных глубоководных термохалинных полигонных измерений, традиционно называются диагностическими [11]. Сам термин и первые диагностические численные модели были введены в 1960-х годах А.С.Саркисяном. По-видимому, не осталось ни одного морского бассейна и даже крупного озера, для которого диагностические расчеты не были выполнены. Роль выполненных расчетов, создавших в итоге основные представления о циркуляции вод конкретных бассейнов, трудно переоценить.

Формулировку задачи диагностических расчетов проще всего получить из общей постановки задачи четырехмерного анализа натуральных данных. Следует различать при этом диагностические расчеты, выполняемые на основе осредненных за достаточно большой период времени наблюдений (баз данных) на основе единичных съемок, когда натурные измерения относятся к одному моменту времени.

Выполнение расчетов на основе единичных съемок должно выполняться в общем случае по схеме четырехмерного анализа, например по приведенной выше схеме, а затем полученное нестационарное решение может быть осреднено в необходимых пределах. Иная ситуация – при выполнении диагностических расчетов на основе имеющихся баз данных, где приходилось решать стационарную задачу методом установления. При этом в первых вариантах диагностических расчетов поле плотности не пересчитывалось. Многолетний опыт использования диагностических расчетов на основе баз данных показал, что эти расчеты в данном случае имеют ряд недостатков. Существуют трудности с определением граничных условий на открытой части границы для скоростей и функции уровня. Не будем здесь подробно останавливаться на используемых ранее методах определения граничных условий. Для функции уровня и скоростей ставятся краевые задачи первого, второго рода или смешанные краевые условия. Задача Дирихле, как правило, формулируется на основе динамического метода. При диагностических расчетах могут возникать проблемы с выполнением условий разрешимости в зависимости от принимаемых граничных условий.

Поскольку в диагностических расчетах исходное поле плотности не пересчитывалось, иногда возникали искусственные циркуляционные системы, являющиеся следствием рассогласования заданного поля плотности с используемой системой уравнений геофизической гидродинамики и внешних параметров, из которых наиболее важным является рельеф дна. Указанные трудности могут быть разрешены путем проведения так называемых адаптационных расчетов.

«Стационарное» состояние в этом случае оценивается из решения нестационарной задачи (1), в которой в качестве начальных условий используются значения функций из баз осредненных данных. Граничные условия при этом остаются, как правило, не меняющимися со временем. Интегрирование выполняется на некоторый период времени, достаточный для согласования информации из базы данных с решаемой системой уравнений. При проведении таких расчетов могут возникать неконтролируемые переходы энергии, связанные с неточными граничными условиями, что могло приводить к фиктивному перераспределению энергии в системе. Тем не менее решения, полученные таким образом, часто лучше удовлетворяли имеющимся представлениям.

Однако и в случае использования в качестве исходной информации баз данных для решения стационарных диагностических задач можно предложить воспользоваться постановкой обратной задачи четырехмерного анализа, которая позволяет устранить два основных недостатка уже адаптационных расчетов. Во-первых, – недостаток, связанный со стационарными и, вообще говоря, неизвестными граничными условиями при решении нестационарной задачи, во-вторых, – неопределенность со временем интегрирования системы уравнений геофизической гидродинамики.

Сформулируем физическую постановку задачи, которая отличается от постановки нестационарной задачи четырехмерного анализа. Физическая задача состоит в согласовании всех натуральных данных и параметров между собой через решение системы уравнений геофизической термогидродинамики. При этом необходимо отвести избыточную энергию, связанную с рассогласованностью полей и входных параметров, а также с отклонением натуральных данных от условий геострофического баланса. Предполагается, что осредненные базы данных содержат эффект процессов, отвечающих квазигеострофическому балансу сил.

Для этого достаточно переформулировать исходную диагностическую задачу в обратную, принимая заданные осредненные поля температуры и солёности как некоторое неточно заданное решение в начальный момент времени, и рассматривая варьируемые начальные условия уже как искомое решение диагностической задачи. Искомое решение, подлежащее определению, должно удовлетворять системе уравнений геофизической термогидродинамики (1) и относиться к моменту времени, для которого определена исходная база данных.

Обозначим исходный вектор значений базы данных как $\chi_0^b(\mathbf{x})$, $t = t_0$, где t_0 – момент времени, к которому относится рассматриваемая база данных. Будем требовать, чтобы норма отклонения решения диагностической задачи $\chi_0^N(\mathbf{x})$ от $\chi_0^b(\mathbf{x})$ не превышала некоторой заданной величины ε : $\|\chi_0^N(\mathbf{x}) - \chi_0^b(\mathbf{x})\| < \varepsilon$. При этом решение, представляющее вектор начальных условий $\chi_0^N(\mathbf{x})$, $t = t_0$, есть последнее приближение итерационного процесса варьирования начальных условий, аналогичного рассмотренному выше, для обработки нестационарных данных измерений (6)–(8). Таким образом, требуется найти решение следующего набора численных задач с различными начальными условиями:

$$L_n(\psi_h) = \frac{\psi_h^{n+1} - \psi_h^n}{\beta \Delta t} + \sum_{k=n-q}^{n+1} \alpha_k (A_h^k + D_h^k + M_h^k) \psi_h^k = f_h^{n+1}(\mathbf{x}, t_{n+1}), \mathbf{x} \in \Omega_n, n \geq 0,$$

$$\psi_h(\mathbf{x}, t_0) = \chi_0^b(\mathbf{x}), \dots, \chi_0^i(\mathbf{x}), \dots, \chi_0^{N-1}(\mathbf{x}), \mathbf{x} \in \bar{\Omega}_h,$$

$$\psi_h(\mathbf{x}, t_n) = \chi_{\Gamma_h}(t_n), \mathbf{x} \in \Gamma_h, n \geq 0,$$

На первом этапе в качестве начальных условий берется вектор $\chi_0^b(\mathbf{x})$, заданный на основе базы данных, а краевые условия первого рода находятся с использованием условия радиационного излучения (13). Расчет ведется от состояния покоя. Элементы последовательности начальных условий $\chi_0^i(\mathbf{x})$ представляют собой приближения искомого решения $\chi_0^N(\mathbf{x})$ и определяются при интегрировании системы назад в момент времени $t = t_0$:

$$\begin{aligned} L_h^*(\psi_h) &= \frac{\psi_h^n - \psi_h^{n+1}}{\beta \Delta t} + \sum_{k=n}^{n+q} \alpha_k (A_h^k - D_h^k + M_h^k) \psi_h^k = \\ &= f_h^n(\mathbf{x}, t_n) + \delta(t_n, t_0) Q_f^n(\psi_h^n, \chi_0^b(\mathbf{x})), \quad \mathbf{x} \in \Omega_h, \quad n \geq 0, \end{aligned}$$

где $\delta(t, t_0) = 1$, $t = t_0$, и $\delta(t, t_0) = 0$ при $t \neq t_0$.

В остальном изложенный выше алгоритм решения стационарной задачи остается неизменным. Критерием достижения оптимального стационарного решения диагностической задачи, т.е. нахождения начального условия, является достижение при итерировании квазипостоянной среднеквадратичной ошибки отклонения (10). Определение нижней грани величины R осуществляется путем задания величины параметра усвоения γ в определении функции источника Q_f (12), который в данном случае задает допусти-

мое, в некотором смысле, отклонение решения в начальный момент времени от заданного значения в базе данных. При этом варьируются и граничные условия, а решение диагностической задачи строго относится к моменту времени, для которого создана база данных. Ньютоновские источники при этом включаются только в начальный момент после определения среднеквадратичного отклонения очередного приближения начального условия (решения диагностической задачи).

Численные эксперименты показали сходимость предложенного итерационного процесса при достижении некоторого минимального значения среднеквадратичного отклонения начального условия от значений базы данных (рис. 5). В данном расчете $\gamma = 0.8 \frac{1}{\Delta t}$. Эволюция величин R для температуры и солёности приведена на рис. 5.

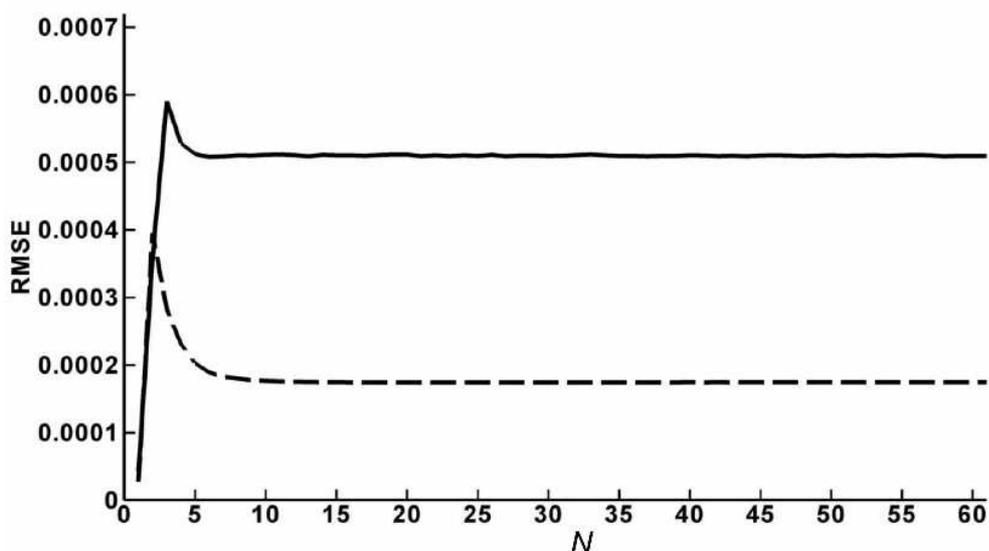


Рис. 5. Эволюция отклонения решения от исходных значений базы данных Левитуса по итерациям для температуры (сплошная кривая) и солёности (штриховая кривая).

Расчет для Баренцева моря на основе климатической базы данных Левитуса для июня. Шкала слева объединяет числовые значения отклонения для t (в °C) и для солёности (в ‰). N – номер итерации.

Среднеквадратичное отклонение зависит, как показывает опыт, от «качества» используемой системы уравнений геофизической термогидродинамики и настройки параметров усвоения значений из базы данных, в первую очередь значения γ .

На рис. 6 приведены поля уровневой поверхности Баренцева моря из решения «диагностической» задачи (рис. 6, *a*) и предлагаемого решения – последняя итерация (рис. 6, *b*), а также разность полученных значений (рис. 6, *в*). Динамический блок модели принят аналогичным работе [12].

Очевидно, имеют место различия в решениях, причем отличия сравнимы с самим решением и максимальны вблизи побережья. Поскольку глубины в Баренцевом море составляют 100–300 м, то и динамические отклонения уровня незначительны. Представляет интерес выполнение аналогичных расчетов для типичных океанских глубин.

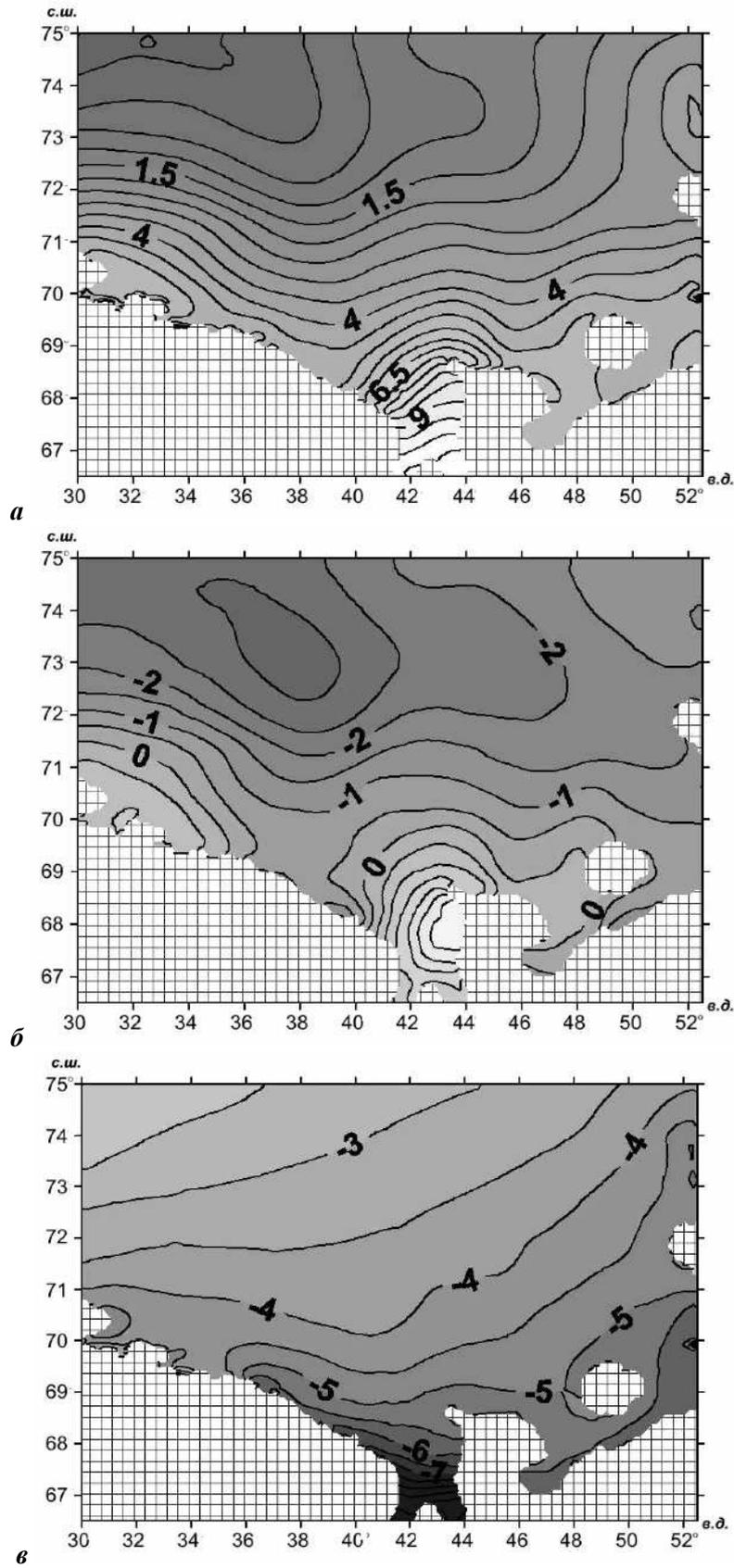


Рис. 6. «Диагностическое» решение для уровенной поверхности Баренцева моря (в см) на основе базы данных Левитуса для июня (*a*) и решение для уровенной поверхности на основе предложенного подхода (*б*); разность решений (*в*).

Предложен модифицированный алгоритм обработки глубоководных термохалинных измерений, основанный на вариационной формулировке задачи. Постановка основана на методе «естественного» варьирования, основанного на последовательном интегрировании вперед–назад по времени исходной системы геофизической термогидродинамики, при этом диссипативные слагаемые последовательно меняют знак при смене направления интегрирования. Усвоение натуральных данных происходит на этапе интегрирования назад по времени. Очередное приближение начальных условий находится по достижении начального момента времени при интегрировании назад по времени. Граничные условия на жидкой части контура находятся с использованием условия радиационного излучения, для усиления эффекта которого вводится внутренний итерационный цикл, позволяющий эффективно находить граничные значения на втекающих точках жидкой границы. Введение внутреннего итерационного цикла увеличивает время расчета как минимум вдвое. Оценка отклонения получаемого решения от данных натуральных измерений происходит на этапе интегрирования вперед по времени. Процесс продолжается до наступления состояния насыщения, когда достигается баланс между коррекцией решения за счет усвоения натуральных данных и работой диссипативных слагаемых.

Предложенный подход позволяет рассмотреть решение стационарных «диагностических» задач на основе единого подхода с нестационарными задачами усвоения натуральных термохалинных данных как метода нахождения начального условия.

Литература

1. Марчук Г.И. Численное решение задач динамики атмосферы и океана. Л.: Гидрометеиздат, 1974. 303 с.
2. Марчук Г.И. Сопряженные уравнения и анализ сложных систем. М.: Наука, 1992. 335 с.
3. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1979. 285 с.
4. Тихонов А.Н., Леонов А.С., Ягола А.Г. Нелинейные некорректные задачи. М.: Наука, 1995. 311 с.
5. Le Dimet F., Talagrand O. Variational algorithms for analysis and assimilation of meteorological observations: theoretical aspects // *Tellus A*. 1986. V.38. P.97–110.
6. Семенов Е.В., Русецкий К.К. Численная модель для обработки полигонных термохалинных измерений // *Изв. АН СССР, Физика атмосферы и океана*. 1987. Т.23, № 3. С.314–319.
7. Семенов Е.В., Бирюк С.В. Применение метода множителей Лагранжа к задачам усвоения натуральных данных // *Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана*. 1991. Т.27, № 12. С.1316–1324.
8. Семенов Е.В., Ефимов С.С., Русецкий К.К. Четырехмерный анализ гидрологических наблюдений в эксперименте «Мегаполигон–87» // *Эксперимент «Мегаполигон»*. М.: Наука, 1992. С.358–367.
9. Orlandi I. A simple boundary conditions for unbounded hyperbolic flows // *Comp. Phys*. 1976. V.12, N 3. P.251–269.
10. Семенов Е.В., Бирюк С.В. Восстановление начального условия для линейного одномерного уравнения переноса тепла градиентным методом // *Эксперимент «Мегаполигон»*. М.: Наука, 1992. С.363–370.
11. Саркисян А.С. Численный анализ и прогноз морских течений. Л.: Гидрометеиздат, 1977.
12. Семенов Е.В., Лунева М.В. Численная модель приливной и термохалинной циркуляции вод Белого моря // *Изв. АН. Физика атмосферы и океана*. 1995. Т.32, № 5. С.704–713.
13. Semenov E.V. Ein numerisches Schema der vierdimensionalen Analyse von thermohalinen Feldmessungen im Ozean / Berlin: Beitr. Meereskd, 1989. V.60. P.41–52.
14. Launder B.E., Reece G.J., Rody W. Progress in the development of a Reynolds stress closure // *Fluid Mech*. 1975. V.68, N 3. P.537–566.

Статья поступила в редакцию 07.04.2011 г.

