

УДК 551.465

© С.Ю. Кузнецов, Я.В. Сапрыкина, 2012
Институт океанологии им.П.П. Ширшова РАН, Москва
kuznetsov@ocean.ru

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ВОЗНИКНОВЕНИЯ ВОЛН-УБИЙЦ ПРИ ЭВОЛЮЦИИ УЗКОГО СПЕКТРА КРУТЫХ ВОЛН

По данным лабораторных экспериментов рассмотрен процесс формирования волн-убийц при трансформации изначально узкого спектра волн. Показано, что при распространении изначально достаточно крутых монохроматических и бихроматических волн происходит быстрое смещение частоты максимума спектра в низкочастотную область. Это смещение является основной причиной изменчивости амплитудно-частотного состава индивидуальных волн и, как следствие – образование волн-убийц. Рассмотрено, как эволюция спектра зависит от начальной крутизны волн и ширины спектра.

Ключевые слова: волны-убийцы, модуляционная неустойчивость, нелинейные взаимодействия, групповая структура волн, дискретный сдвиг частоты.

Издавна описание аномально высоких волны упоминается в легендах и фольклоре практически всех стран («три сестры», «девятый вал», «стена воды», «дыра в море» и т.д.) В англоязычной литературе экстремальные по высоте волны называют «rogue waves», «cape rollers», «abnormal waves», «exceptional waves», «giant waves», «steep wave events», «killer waves». Наиболее распространенным научным термином является «freak waves», что в переводе означает необычные, причудливые, блуждающие волны. Оно подчеркивает характерные признаки таких волн: одиночные аномально высокие и крутые волны, визуально не вписывающиеся в имеющуюся групповую структуру волн, возникающие внезапно даже при отсутствии сильного ветра. В русскоязычной литературе такие волны получили название «волны-убийцы» [1].

Отсутствие ясного механизма образования «волн-убийц» не позволило до сих пор выработать единого критерия их выделения среди наблюдаемых штормовых волн. Множество опубликованных критериев определения волн-убийц как индивидуальных волн носят описательный характер, поэтому на практике широко используется только один критерий, объединяющий все эти определения, – высота волны-убийцы в 2 раза превышает значительную высоту волн:

$$h > 2H_s$$

($H_s = 4\sigma$, σ – стандартное отклонение возвышений морской поверхности).

Проведенные в последние годы исследования показали, что причины, вызывающие возникновение экстремальных волн, условно можно разделить на два типа: 1) обусловленные воздействием на волны природных факторов – таких, например, как усиление ветра либо взаимодействие волн с неоднородными по пространству течениями или рельефом дна, и 2) обусловленные физическими процессами, происходящими в поле волн, – линейной и нелинейной их трансформацией. При этом природные факторы могут дополнительно влиять на физические процессы трансформации волн.

Среди физических процессов, влияющих на возникновение аномальных волн, прежде всего отметим линейные процессы, позволяющие фокусировать энергию волн, например путем суперпозиции групп волн различных волновых систем, таких как зыбь и ветровые волны, распространяющиеся в каком-то одном или в разных направлениях. К линейным процессам относится и эффект дисперсионного сжатия-фокусировки, вызванной дисперсией среды, когда волны с разными периодами распространяются с разными фазовыми скоростями и при определенных условиях могут догонять друг друга, порождая волну большой амплитуды [2]. Эффект дисперсионной фокусировки частотно-модулированных волновых пакетов подтвержден многочисленными лабораторными экспериментами, этот механизм часто используют в экспериментальных исследованиях для получения волн большой амплитуды. Однако современные исследования не дают точного ответа на вопрос, при каких условиях в природе образуется такой «подходящий» волновой пакет для последующего его дисперсионного сжатия в волну-убийцу.

Нелинейные свойства волн являются, по-видимому, наиболее важными для формирования волн-убийц. Степень их нелинейности зависит от крутизны – произведения амплитуды волны на волновое число. Чем круче волна, тем сильнее выражены ее нелинейные свойства. Увеличение крутизны волны возможно различными путями, например за счет линейных процессов или природных факторов. Возможно также увеличение крутизны волны за счет нелинейных взаимодействий поля ветровых волн и волн зыби, в результате которых энергия ветровой, более высокочастотной компоненты спектра волны, быстро переходит в низкочастотную зыбь [3].

Увеличение крутизны волны, в свою очередь, вероятно, приводит к усилению таких нелинейных свойств волн, как возникновение различного рода неустойчивости. Наиболее известной является модуляционная неустойчивость Бенджамина–Фейра, особая роль которой в формировании волн-убийц подчеркивается многими исследователями и подтверждается результатами численного моделирования [4–7], а также данными лабораторных и натурных экспериментов [8–12].

Оригинальный физический механизм возникновения волн-убийц при эволюции волн с изначально узким спектром под воздействием нелинейной неустойчивости был предложен в работах Я.В. Сапрыкиной и С.Ю. Кузнецова.

По данным натурных измерений волнения автономным бумом было обнаружено, что практически все волновые режимы с узким частотным спектром обладают характерными чертами модуляционной неустойчивости, а именно наличием боковых лепестков спектра волн в окрестности основного максимума спектра. Путем спектрального анализа модулей вейвлет-коэффициентов измеренных хронограмм волнения было показано, что волны, создаваемые как каждым из боковых лепестков, так и основным максимумом спектра, обладают различной групповой структурой. Совпадение во времени максимумов огибающих волн, создаваемых боковым лепестком и основным максимумом спектра, а также гребней индивидуальных волн, создаваемых каждым из боковых лепестков, приводит к образованию волн-убийц. Таким образом, нелинейная модуляционная неустойчивость формирует внутри заданного волнения сложную групповую структуру, состоящую из нескольких систем волн с различными групповыми структурами, в результате линейной суперпозиции которых и возникают волны-убийцы [8].

На основании данных лабораторных экспериментов было показано [9, 10], что при эволюции спектра волн происходит быстрая передача энергии основного максимума и верхнего по частоте лепестка спектра в область частот нижнего по частоте лепестка.

Этот же механизм подтвержден в работе [13], где путем натурных измерений и численного моделирования показано, что он реализуется при локальном усилении волн зыби ветром. Похоже, что по мере перехода максимума спектра на нижний боковой лепесток у него вновь образуются боковые лепестки, соответствующие новой основной

частоте, если крутизна волн остается достаточно большой, например за счет ветровой накачки. Скорость передачи энергии определяется крутизной волны, поэтому передача энергии в низкочастотный лепесток происходит квазидискретно по времени, когда крутизна мала, когда скорость передачи энергии также мала, энергия волн накапливается, а их крутизна увеличивается под действием ветра. При этом интенсифицируются процессы нелинейной модуляционной неустойчивости, а энергия быстро перетекает в низкочастотный лепесток. Крутизна волн опять резко уменьшается за счет увеличения ее длины: процесс повторяется снова. В связи с периодичностью этого процесса можно сказать, что происходит дискретный по времени и частоте сдвиг максимума спектра в низкочастотную область. Волна-убийца формируется в моменты интенсивной передачи энергии в нижний боковой лепесток.

Процесс каскадного развития модуляционной неустойчивости и передачи энергии в нижний боковой лепесток детально описан и обоснован в недавней теоретической работе [14], что согласуется с вышеописанными натурными и лабораторными экспериментами.

Механизм формирования волн-убийц под воздействием модуляционной неустойчивости в настоящее время является предметом интенсивных исследований, поскольку остается неясным, какие точно условия в природе приводят к ее появлению в реальных волнах, так как развитие неустойчивости Бенджамина–Фейра характерно для очень узких частотно-угловых спектров крутых волн – преимущественно однонаправленных, как правило, редко наблюдаемых в реальных условиях. Возможно, недостаточность таких наблюдений связана с тем, что сам процесс развития нелинейной неустойчивости протекает достаточно быстро в масштабах порядка десятков длин волн [6].

Цель данного исследования – по данным лабораторных экспериментов выяснить, как влияют начальные параметры волн – крутизна их и ширина спектра – на нелинейную эволюцию спектра, на развитие нелинейной модуляционной неустойчивости и формирование волн-убийц.

Эксперименты. Лабораторные эксперименты были проведены в лотке Института водного строительства Польской академии наук (г.Гданьск) в декабре 2005 г. и в Большом волновом канале Центра исследования берегов (г.Ганновер, Германия) в октябре 2009 г.

Общая длина лотка Института водного строительства – 64 м, глубина – 1.4 м. Для условий глубокой воды в нем было записано 33 экспериментальные серии трансформации изначально монохроматических, бихроматических и трихроматических волн с частотой от 1 до 2.5 Гц и высотой от 5 до 12 см над ровным дном. Глубина воды – 60 см. В конце лотка был установлен наклонный шероховатый проницаемый волногаситель. Для регистрации волнения использовалось 15 датчиков: 7 волнографов сопротивления и 8 струнных емкостных, расставленных с шагом 3 м вдоль лотка, начиная с расстояния 7 м от волнопродуктора. Длина записей составляла от 2 до 6 мин, аналоговые сигналы датчиков оцифровывались с частотой дискретизации 200 Гц.

Длина Большого волнового канала – 303 м, общая глубина – 7 м, ширина – 5 м. Во время эксперимента глубина воды была 5 м. Волнение регистрировалось с помощью 28 струнных волнографов, опрашиваемых с частотой 240 Гц. Датчики были расставлены с шагом 10 м, начиная с расстояния 10 м от волнопродуктора, также были установлены дополнительные волнографы на расстояниях 51.9, 55.2, 161.9 и 165.2 м. Волногасителем в конце лотка служил бетонный склон. Длина записей волнения составляла от 3 до 6 мин. Всего для условий глубокой воды было сделано 32 экспериментальные серии измерений. Моделировалась трансформация волн с изначально простой групповой структурой (бихроматические волны), различной крутизной максимальных волн ϵ ($\epsilon = ak$, где a – амплитуда, k – волновое число) от 0.43 до 0.125 и с разной начальной шириной спектра – от единицы до 30 % его средней частоты.

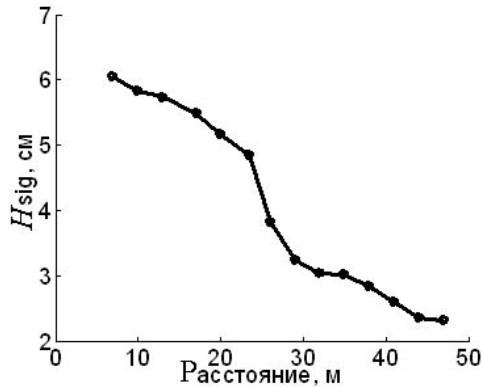


Рис. 1. Изменение высоты значительных волн, характеризующее изменения потенциальной энергии и ее потери за счет трения о стенки лотка и внутреннего обрушения волн.

Трансформация монохроматических волн.

Рассмотрим подробно типичный случай трансформации крутой изначально монохроматической волны. Начальная частота 1.55 Гц, высота 8 см, крутизна 0.38. Волна распространялась над ровным дном на глубине 0.6 м. Видимых обрушений волны не наблюдалось. Однако ее энергия по мере распространения в лотке падала. Изменение высоты значительных волн, характеризующее изменения потенциальной энергии и ее потери за счет трения о стенки лотка, представлено на рис. 1. Изменения спектра волнения по длине лотка приведены на рис. 2. В начале трансформации спектра возникает модуляционная неустойчивость, проявляющейся в виде дополнительных «боковых лепестков» на частотах в окрестности основной начальной гармоники (расстояние 7 м, частоты 1.52 и 1.59 Гц). Далее нелинейные взаимодействия с вновь возникшими

частотами (1.42 Гц, расстояние 10 м, основная гармоника 1.55 Гц) постепенно расширяют начальный узкий спектр волн, формируя дополнительный пик в области частоты 1.25 Гц. Отметим, что вновь образующиеся частоты, могут быть отнесены к частотам модуляционной неустойчивости Бенджамина–Фейра, поскольку подчиняются критерию

$$\frac{\Delta k}{k_0} \leq 2\sqrt{2}k_0a_0,$$

где k – волновое число, a – начальная амплитуда волны [15].

Частота максимума спектра по мере распространения волн постепенно сдвигается в сторону низких частот сначала до величины 1.22 Гц (расстояние 35 м), а затем до 1.1 Гц (расстояние 43 и 44 м).

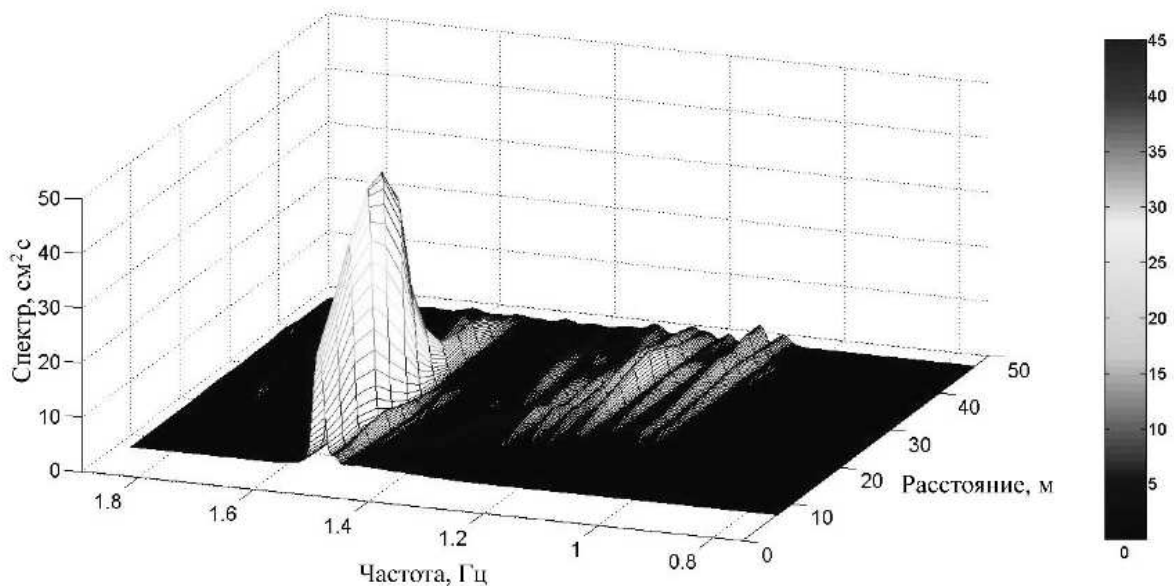


Рис. 2. Изменение спектра монохроматической волны с начальной амплитудой 4 см и частотой 1.55 Гц по мере распространения в лотке Института водного строительства ПАН.

Изначально монохроматические волны под влиянием неустойчивости постепенно трансформируются в нерегулярное волнение. Развитие нерегулярности приводит к образованию отдельных пиков высоких волн, в 2 раза превышающих значительную высоту волн (расстояния 38–47 м). Эти аномальные волны появляются с того момента, когда значительная часть энергии волнения передалась в низкочастотную область (расстояние 38 м, рис. 2, 3). Таким образом, модуляционная неустойчивость порождает частоты, нелинейные взаимодействия между которыми и основной гармоникой приводят к модуляционной нестабильности волн и сдвигу частоты максимума спектра в низкочастотную область. Этот процесс характеризуется быстрым пространственным изменением спектра – в рассматриваемом случае порядка 50 длин волн.

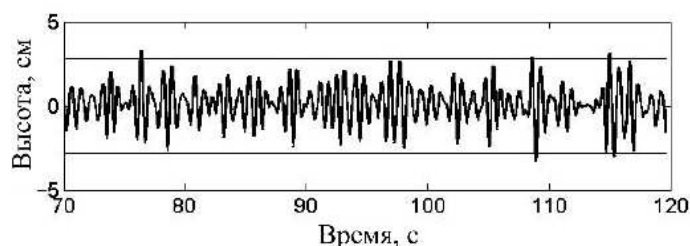


Рис. 3. Хронограмма изначально монохроматической волны с начальной амплитудой 4 см и частотой 1.55 Гц на 38 м после начала ее трансформации. Горизонтальные линии определяют область, соответствующую $2H_{sig}$.

как и в случае монохроматической волны. На рис. 4 и 5 представлена эволюция волн и их спектра на некоторых расстояниях от волнопродуктора. Хорошо заметно, как изначально регулярные группы распадаются на полностью нерегулярное волнение.

В начальной стадии эволюции нерегулярного волнения происходит расширение начального спектра волнения, которое, по-видимому, происходит за счет нелинейных взаимодействий между основными частотами (рис. 5, расстояние 10 м, частоты 0.686 и 0.728 Гц) и частотами, отстоящими от них на изначально заданную ширину спектра, и сопровождается сдвигом частоты максимума спектра в низкочастотную область (рис. 5, расстояние 40 м, частота 0.686 Гц). Сдвиг частоты в низкочастотную область имеет две стадии. Вначале сдвиг происходит дискретно с шагом, равным ширине спектра, – 0.014 Гц. Затем на расстоянии 110 м, когда вырастает наиболее неустойчивая низкочастотная мода (0.63 Гц, соответствующая разнице в 10 % начальной частоты 0.7 Гц), формируется новый пик на частоте 0.52 Гц (рис. 5). Эволюция спектра на этой стадии происходит с шагом, равным новой ширине спектра, примерно ограниченной неустойчивыми модами 0.63 и 0.74 Гц. Можно предположить, что новый пик может быть образован как результат разностных нелинейных взаимодействий между удвоенной низкочастотной неустойчивой модой (0.63 Гц) и высокочастотной (0.74 Гц). Обрушение волн, начавшееся на расстоянии 50 м от волнопродуктора и продолжающееся непрерывно до 110–130 м, дополнительно влияет на этот процесс, подавляя рост высокочастотных неустойчивых мод и делая процесс сдвига частоты максимума необратимым и тем самым препятствуя возврату спектра волн в начальное состояние (возврат Ферми–Пасты–Улама) [15–17].

Трансформация бихроматических волн. В природе большинство режимов волнения обладают групповой структурой. Поэтому особый интерес представляет трансформация групповой структуры крутых волн. В качестве волн с простейшей групповой структурой рассмотрим бихроматические волны с крутизной максимальных волн 0.42 и частотами 0.7 и 0.714 Гц, т.е. с узким спектром волн (2 % от частоты 0.7 Гц).

Трансформация изначально бихроматических волн происходит примерно по такому же сценарию,

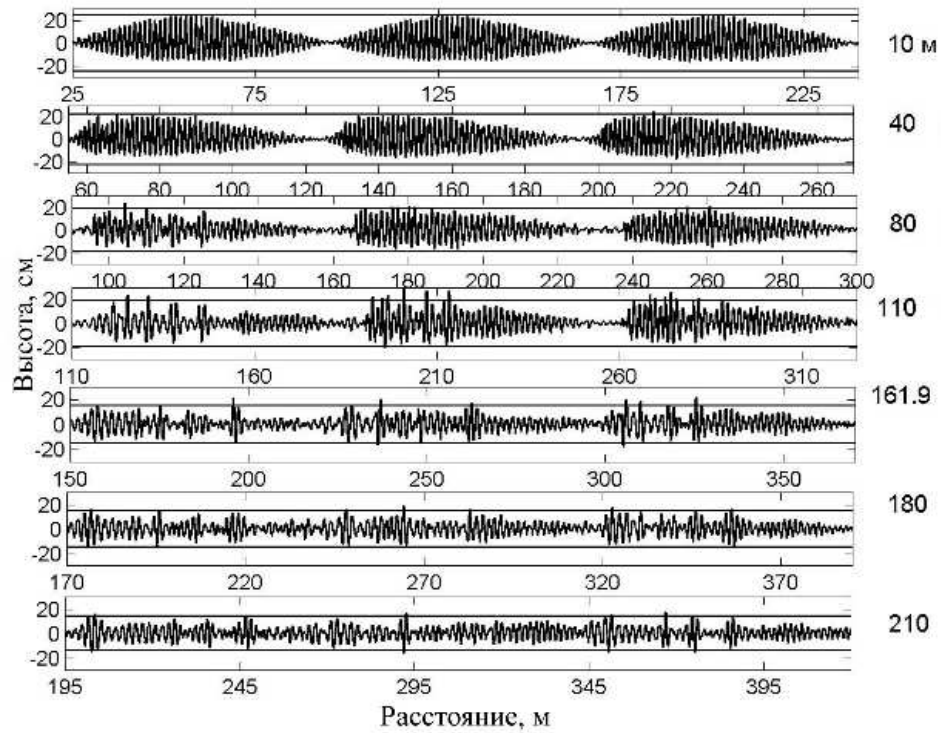


Рис. 4. Пространственная эволюция синхронно измеренных хронограмм возвышений свободной поверхности.

Изначально бихроматические волны имеют частоту 0.7 и 0.714 Гц с амплитудами 10.5 см, крутизной 0.42. В правой части рисунка – расстояние от волнопродуктора до точки измерения (в м).

Горизонтальные линии определяют область, соответствующую $2H_{sig}$.

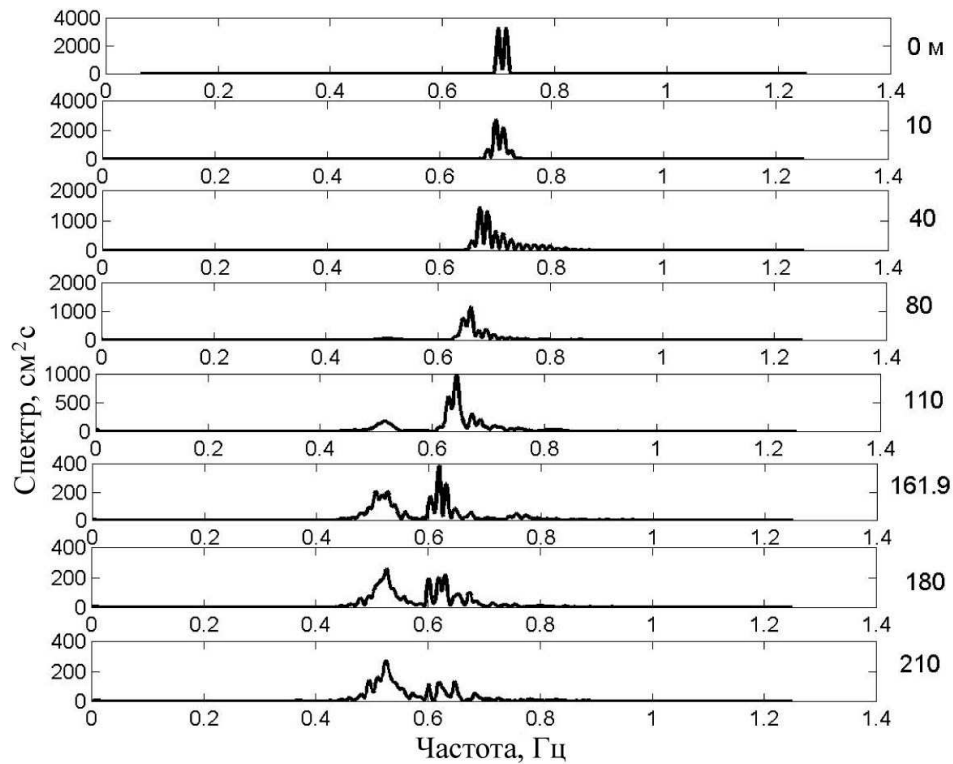


Рис. 5. Пространственная эволюция спектра волнения (рис. 1).

В правой части рисунка – расстояние от волнопродуктора до точки измерения (в м).

Заметим, что в случае волн большой крутизны (0.42) эволюция спектра происходит достаточно быстро, на расстоянии нескольких десятков длин волн: первая стадия – 30 длин, вторая – 22. Именно на второй стадии эволюции спектра видимая групповая структура волн усложняется и можно наблюдать волн-убийц, высота которых превышает две высоты значительных волн (рис. 4, расстояние 110 м и далее). В рассматриваемом случае, очень крутых волн, частота максимума спектра сдвинулась в низкочастотную область примерно на 25 % начальной частоты максимума.

Проведенные ранее исследования показали, что волны, создаваемые вновь возникшим боковым лепестком спектра и частотами его основного максимума, обладают различной групповой структурой. Совпадение во времени и пространстве как максимумов огибающих волн разных групповых структур, так и гребней индивидуальных волн, создаваемых каждым лепестком спектра, приводит к образованию волн-убийц [10].

Для оценки скорости распространения разных частотных компонент методами взаимного спектрального анализа был построен спектр измеренных фазовых скоростей между двумя соседними датчиками волнения, расположенными на расстоянии 160 и 161.9 м от волнопродуктора (рис. 6). Достоверность полученных оценок фазовых скоростей подтверждается высокими значениями функции когерентности волн в этих точках, близкими к единице на частотах локальных максимумов спектра волн. Из рисунка видно, что возникшие низкочастотные и высокочастотные нелинейные гармоники (диапазон 0.63–0.7 и 0.714–0.78 Гц) распространяются со скоростью, на 10–20 % превышающую линейную теорию, что свидетельствует о нелинейности процесса эволюции волн. Согласно проведенным оценкам, выявленное превышение фазовых скоростей не может быть отнесено к амплитудной дисперсии волн, величина которой не превышает 5 % для условий наших экспериментов.

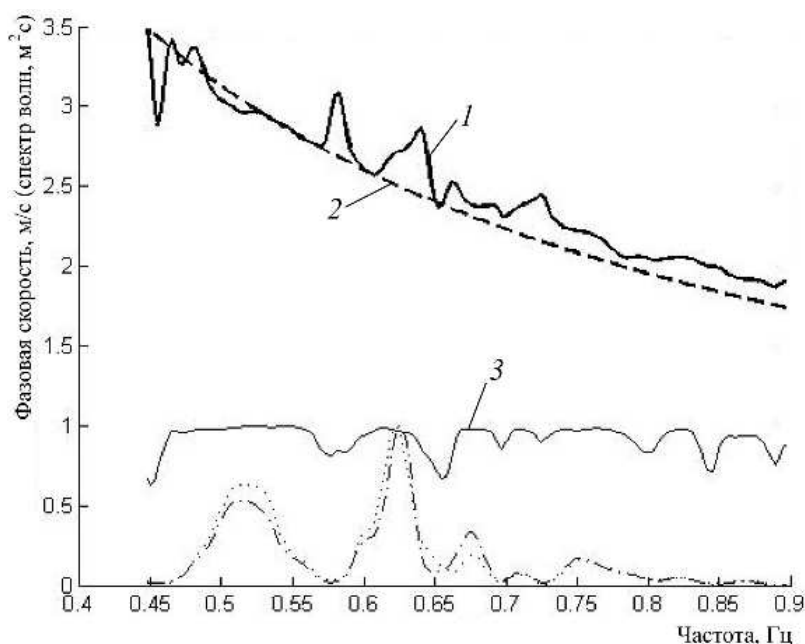


Рис. 6. Фазовая скорость волн.

1 – измерения, полученные на расстоянии 160–161.9 м от волнопродуктора; 2 – линейная теория; 3 – квадрат их функции когерентности. Кривые внизу графика – спектры возвышений свободной поверхности воды на расстояниях 160 и 161.9 м от волнопродуктора.

Отметим, что образование волн-убийц путем интерференции волновых систем, создаваемых волнами отдельных частотных диапазонов спектра, может происходить как

вследствие дисперсионного сжатия, так и некратности их длин волн [13]. К сожалению, подтвердить эти выводы результатами рассматриваемого лабораторного эксперимента затруднительно из-за недостаточно частой расстановки датчиков по пространству.

Рассмотрим, как влияют крутизна волн и ширина спектра на его эволюцию. На рис. 7 показаны изменения по пространству частоты максимума спектра изначально бихроматических волн с частотами 0.7 и 0.714 Гц и разной крутизной волн. В зависимости от крутизны обрушение волны было более или менее интенсивным. На рис. 8 приведены изменения потока потенциальной энергии трансформирующихся волн разной крутизны по мере их распространения в канале. Пространственная эволюция спектров волн представлена на рис. 9. В случаях, когда крутизна волн не превышала 0.15, обрушения не происходило. Хорошо видно, что эволюция узкого спектра как крутых, так и пологих волн идет независимо от процессов обрушения, примерно по одному и тому же сценарию: постепенное расширение спектра в высокочастотную и низкочастотную области относительно начального спектрального максимума, а затем – дискретный сдвиг частоты максимума спектра в низкочастотную область. В зависимости от крутизны волны для одной и той же длины ее пробега величина сдвига составляет от 2 до 25 % начальной частоты максимума спектра. Чем круче волны, тем быстрее происходит этот процесс, поскольку он дополнительно усиливается обрушением волн. При одном и том же пробеге для пологих волн реализуется только первая стадия сдвига частоты в низкочастотную область с шагом, равным примерно ширине спектра. Для очень пологих волн (0.088), распространяющихся без обрушения, на этой длине пробега (300 м) сдвига частоты максимума спектра еще не произошло, а только начался интенсивный рост низкочастотной неустойчивой моды (рис. 9).

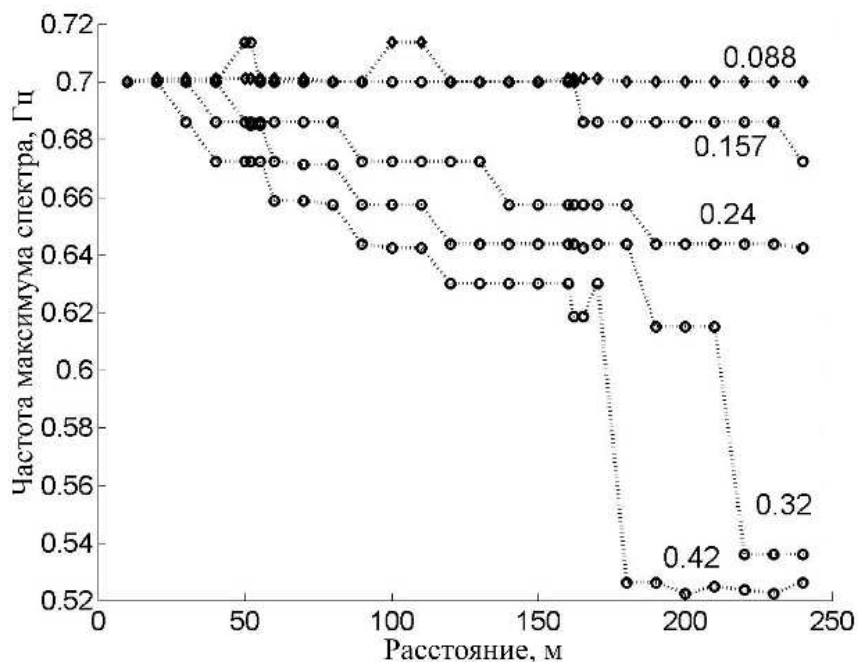


Рис. 7. Изменение частоты максимума спектра с расстоянием в зависимости от крутизны волн (цифры в конце каждой кривой).

Трансформация изначально бихроматических волн с частотами 0.7 и 0.714 Гц.

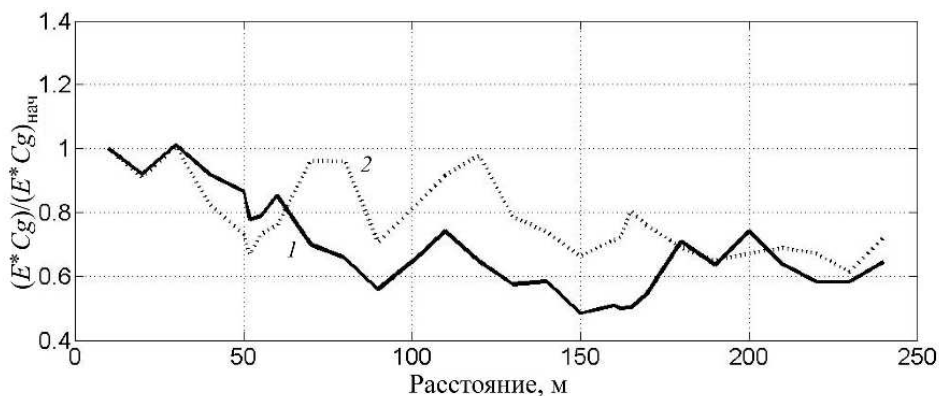


Рис. 8. Изменение потенциального потока энергии трансформирующихся бихроматических волн с частотами 0.7–0.714 и разной крутизной по мере их распространения в канале.
1 – крутизна 0.42, обрушение 50–130 м; 2 – крутизна 0.2, обрушение 130–150 м.

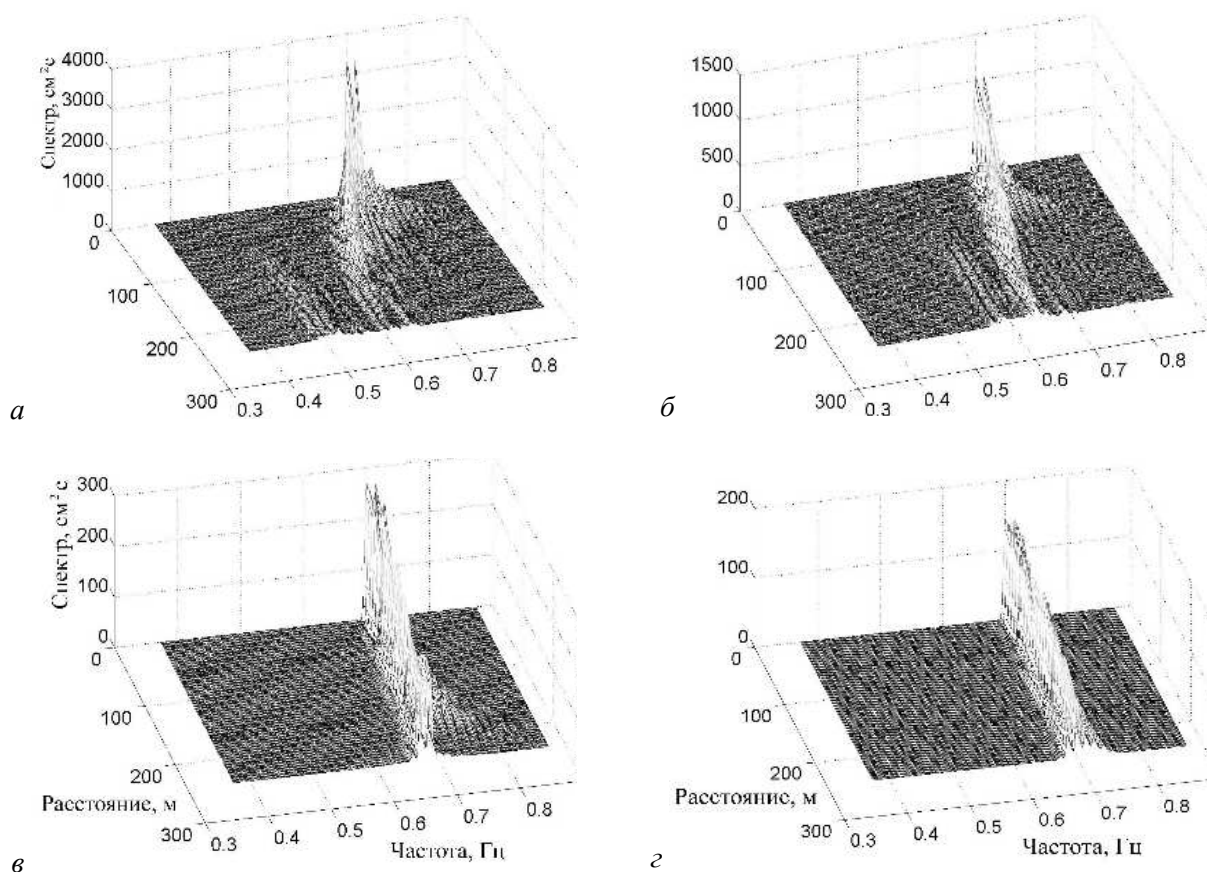


Рис. 9. Пространственная эволюция спектра изначально бихроматических волн (0.7 и 0.714 Гц) в зависимости от крутизны волн.
 $a - 0.42$, $б - 0.24$, $в - 0.157$, $г - 0.088$.

Такая эволюция характерна для спектров волн с начальной шириной до 10 % от частоты максимума спектра. Однако сдвиг частоты максимума в низкочастотную область при том же пробеге и крутизне волн происходит медленнее, чем в случае узкого спектра. Например, при крутизне 0.32 в узком спектре (2 %) сдвиг частоты произошел на 20 %, а в случае широкого – только на 10% (рис. 10).

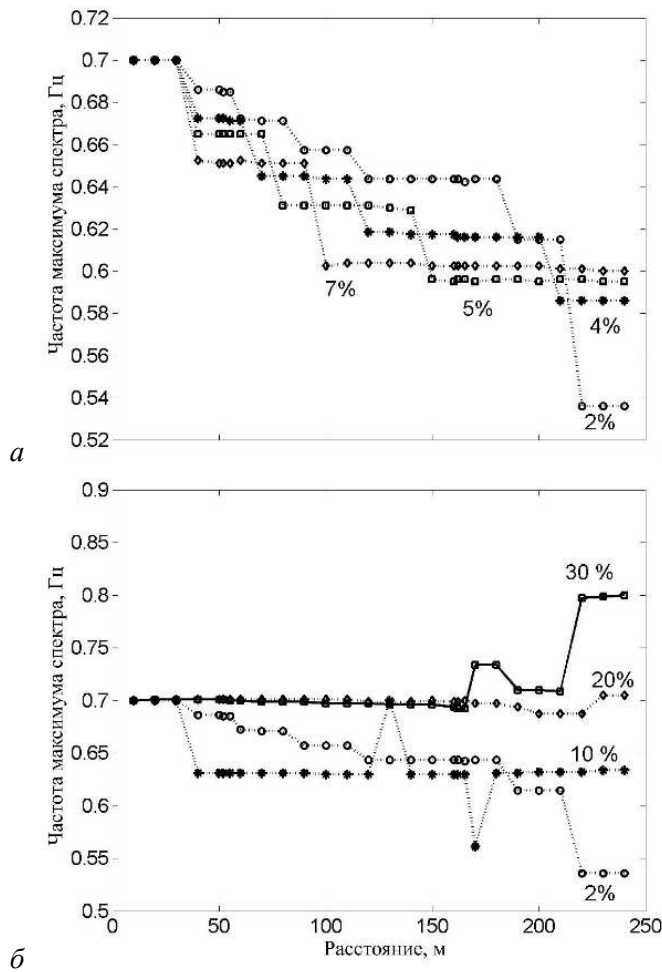


Рис. 10. Изменение частоты максимума спектра с расстоянием в зависимости от ширины спектра (цифры в конце каждой кривой).
Случай относительно узких (а) и широких (б) спектров волн с шириной до 7 и 10–30% соответственно. Изначально бихроматические волны с крутизной 0.32.

низкочастотную область. Смещение не является плавным и непрерывным, а служит основной причиной изменчивости амплитудно-частотного состава индивидуальных волн и как следствие – образование волн-убийц.

Эволюция спектра зависит от начальной крутизны волн и ширины спектра. Чем круче волна и меньше ширина начального спектра, тем быстрее происходит его эволюция в низкочастотную область, при этом сдвиг частоты максимума спектра может достигать 25 % от первоначальной. В очень широких спектрах (более 10 % от основной частоты) составляющие его начальные бихроматические гармоники эволюционируют независимо друг от друга по тому же сценарию, что и монохроматы.

Наблюдаемое явление быстрой эволюции спектра не может быть строго описано с точки зрения известных теорий, например теории модуляционной неустойчивости, а определяется комплексом физических причин, что требует дополнительного изучения.

В спектрах шириной от 10 % и более составляющие его начальные бихроматические гармоники эволюционируют независимо друг от друга, как монохроматы, по такому же сценарию. В результате «независимой» эволюции происходит сдвиг частоты каждой из основных (начальных) гармоник в ее низкочастотную область. При этом частота максимума всего спектра, необязательно эволюционирует в низкочастотную область всего спектра (рис. 10, б, 11), что определяется эволюцией основных гармоник.

В случаях эволюции узкого спектра волн (ширина до 10 %) волны-убийцы, высота которых превышает более чем в 2 раза значительную высоту волн, наблюдались, как только начинались интенсивная перестройка спектра и сдвиг частоты его максимума в низкочастотную область. Для более широких спектров такие волны наблюдались уже на начальной стадии трансформации спектра – на 2–4 волнографах, возможно из-за дополнительной дисперсионной фокусировки.

Проведенное экспериментальное исследование позволяет сделать следующие выводы.

Быстрая эволюция спектра приводит к смещению его максимума в

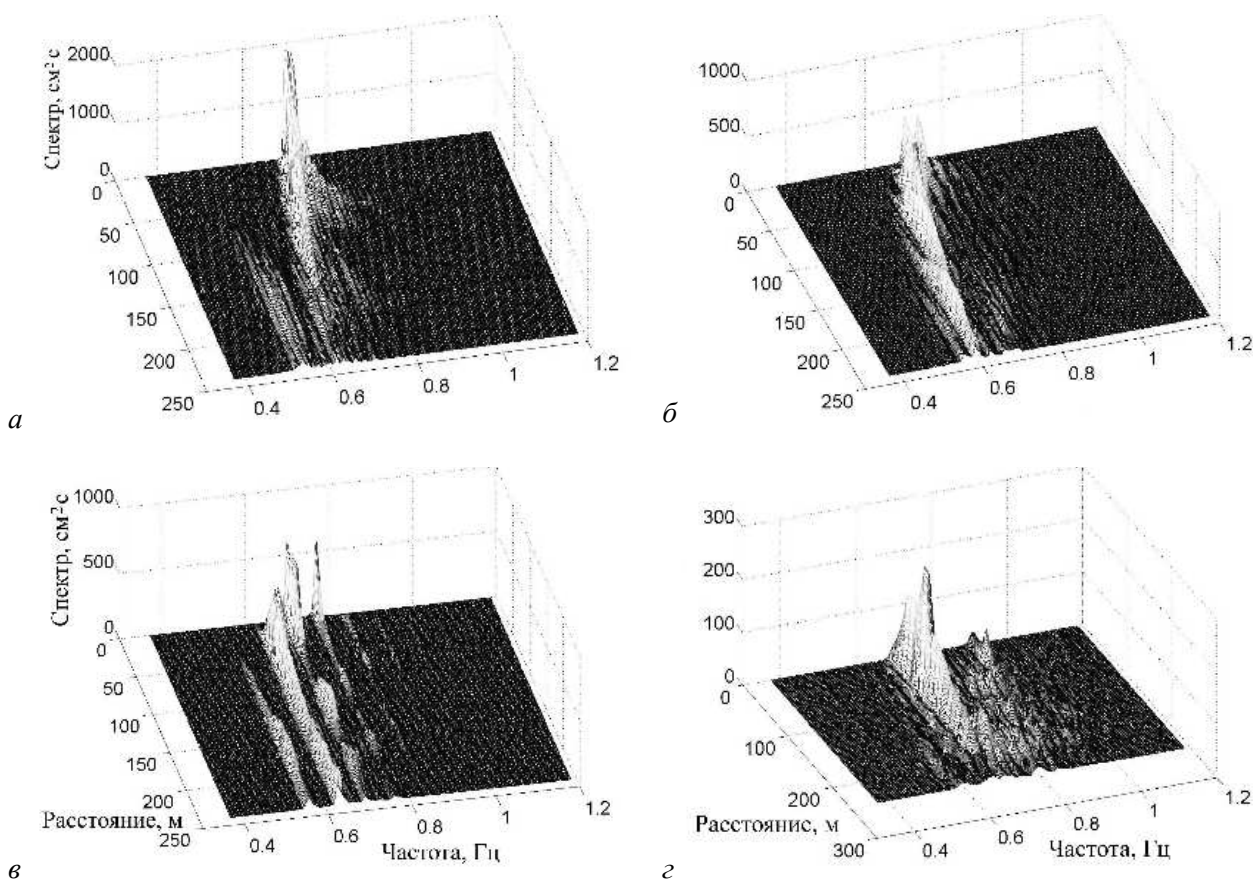


Рис. 11. Пространственная эволюция спектра изначально бихроматических волн с крутизной 0.32 в зависимости от ширины спектра.
а – 2, б – 5, в – 10, г – 30 %.

Работа выполнена при поддержке проекта HYDRALABIII-TA8, контракт № 022441. Авторы благодарят Войцеха Сулиша, Льва Шемера и Йоахима Грюне за всестороннюю поддержку при проведении экспериментов.

Литература

1. Куркин А.А., Пелиновский Е.Н. Волны-убийцы: факты, теория и моделирование. Н.Новгород: Нижегородский гос. техн. университет, 2004. 158 с.
2. Pelinovsky E.T., Talipova S., Khariff. Nonlinear-dispersive mechanism of freak wave formation in shallow water // Physica D. 2000. V.147. P.83–94.
3. Badulin S., Korotkevich A., Resio D., Zakharov V. Wave-wave interactions in wind-driven mixed seas // Proc. of the Rogue Waves 2008 Workshop, October 13–15, 2008. Brest, France.
4. Dysthe K.B., Trulsen K. Note on breather type solutions of NLS as a model for freak waves // Physica Scripta. 1999. V.82. P.48–52.
5. Osborne A.R., Onorato M., Serio M. The nonlinear dynamics of rogue waves and holes in deep-water gravity wave trains // Phys. Lett. 2000. A 275. P.385–393.
6. Janssen P.A.E.M. Nonlinear four-wave interactions and freak waves // J. of Physical Oceanography. 2003. V.33. P.863–884.
7. Dyachenko A.I., Zakharov V.E. Modulation instability of Stokes wave $\rightarrow$ freak wave // Письма в ЖЭТФ. 2005. Вып.6, Т.81. С.318–322.
8. Кузнецов С.Ю., Сапрыкина Я.В., Косьян Р.Д., Пушкарев О.В. Механизм образования экстремальных штормовых волн на Черном море // Докл. АН. 2006. Т.408, № 1. С.108–112.
9. Kuznetsov S., Saprykina Ya. Fine structure and peculiarities of wave spectra with Benjamin – Feir instability // Proc. of Int. Workshop «Rogue Waves 2008», Brest (13–15 October), France, IFREMER. http://www.ifremer.fr/web-com/stw2008/rw/Proceedings_Rogue_Waves_2008.pdf.

10. Saprykina Y., Kuznetsov S. Nonlinear mechanisms of formation of wave irregularity on deep and shallow water // Proc. of 31th Int. Conf. on Coastal Eng. / Ed. by J.McKee Smith. World Scientific, 2009. V.1. P.357–369.
11. Onorato M., Osborne, A.R., Serio M. Modulation instability and non-Gaussian statistics in experimental random water wave tank // Physics of Fluids 17. 2005. 078101.
12. Onorato M. et al. Statistical properties of directional ocean waves: The role of modulation instability in the formation of extrem events // Phys. Rev. Let. 102. 2009. 114502.
13. Сапрыкина Я.В., Дулов В.А., Кузнецов С.Ю., Смолов В.Е. Аномально высокие волны в Черном море: механизм и условия возникновения // Экологическая безопасность прибрежной и шельфовой зон и комплексное использование ресурсов шельфа: К 30-летию океанографической платформы в Кацивели. (Сб. науч. тр.). Вып.21. 2010. НАН Украины: МГИ, ИГН, ОФ ИнБЮМ, Севастополь.
14. Kartashova E, Shugan I.V. Dynamical cascade generation as a basic mechanism of Benjamin-Feir instability // EPL. 2011. 95. 30003.
15. Юэн Г., Лэйк Б. Нелинейная динамика гравитационных волн на глубокой воде. М.: Мир, 1987. 180 с.
16. Hwung-Hweng Hwung, Wen-Son Chiang, Shih-Chun Hsiao. Observations on the evolution of wave modulation // Proc. the Royal. Soc. A 2007. 463. P.85–112.
17. Tulin M.P., Waseda T. Laboratory observations of wave group evolution, including breaking effects // J. Fluid Mech. 1999. 378. P.197–232.

Статья поступила в редакцию 13.09.2011 г.

