



СОДЕРЖАНИЕ

Статьи

<i>Клячкин В.И.</i> Оценивание неизвестных статистических параметров гидродинамических потоков несжимаемой жидкости, создаваемых движущимся сторонним источником	4
<i>Белов Б.П., Семенов Н.Н., Миронов И.В.</i> Цифровое формирование характеристики направленности гидроакустической антенны гидролокатора подводного робота во временной области	32
<i>Боженев Ю.А.</i> Использование автономных необитаемых подводных аппаратов для исследования Арктики и Антарктики	47
<i>Романенко Е.В., Пушков С.Г.</i> Об одном методе расчета гидродинамических характеристик крыла при нестационарном движении	69
<i>Разумеенко Ю.В., Юссеф М.Ю.</i> Теоретическое и экспериментальное обоснование повышения мореходности быстроходных катеров на основе принципа нейтрализации волновых нагрузок	81
Из истории науки	
<i>Готман А.Ш.</i> 200 лет со дня рождения Вильяма Фруда	88
Поздравляем!	97
Хроника	99
Правила представления материалов в редакцию.....	103

CONTENTS

Articles

- Klyachkin V.I.* The Estimation of Unknown Statistical Parameters of Hydrodynamic Flow of an Incompressible Liquid, Created by Moving Outside Source 4

On the basis of the use of hydrodynamic equations to incompressible liquid, reduced to non-dimensional form within the framework of similarity law, probabilistic structure of the field is constructed and researched as the basis of the decision of the problem of the non-dimensional parameter estimation of the flow, created by moving outside source, as well as for estimation of the source proper parameters and parameters of the statistical field propagation channel. The analytical form of the likelihood ratio is found and algorithms of the unknown information parameter estimation as the object of the statistical inverse problem solving are formed..

Key words: hydrodynamics, flow, moving source, propagation channel, plausibility ratio, inverse problem.

- Belov B.P., Simenov N.N., Mironov I.V.* Digital Underwater Robot Sonar Antenna Beamforming in Time Domain 32

Hydroacoustic data processing is being performed in time or spectral domain, the spectral domain processing is wider spread. In any case, antenna devices beamforming and input signals processing algorithms modeling must be performed. There are two possible approaches to the algorithms working out. The first is to process the signals on the outputs of the antenna channels and then calculate and simulate signals and noise on the antenna channels outputs in accordance with the calculated beam pattern of the channels and given source distribution and signals and noise parameters. The second is to generate signals and noise in the array elements, obtaining processes with the properties given on the item level on the channel outputs, and the total signal processing in time domain. The formulas of signals and noise for mobile underwater robot antenna are cited.

Key words: directivity, sonar, modeling of noise and signals, time domain, frequency domain, sonar channel formation.

- Bozhenov J.A.* Use of the Autonomous Underwater Vehicles for the Arctic and Antarctic Regions Exploration 47

Polar marine research is a key to understanding of processes of the sea ecosystem and the Earth climate change. They are also of a great economic and defense importance. However, vast ice covers and ice thickness make it difficult to carry out research in such regions. Autonomous underwater vehicles (AUVs) are able to provide essential help in conducting this research. The paper deals with: the overview of development, role and technical capabilities of AUVs, used for marine research in ice environments.

Key words: Polar Regions, drifting ice, ice sheet, AUVs, sea researches, navigation, payload, equipment characteristics, risks.

<i>Romanenko E.V., Pushkov S.G. On the Method of the Wing Hydrodynamic Characteristics Calculation at Non-Stationary Movement</i>	69
---	----

Approximate expressions of hydrodynamic forces were used to develop a mathematical model of the flat rigid wing with different shape and aspect ratio varying pitch-axes location and sufficiently large heaving and pitching amplitudes. A peculiarity of this model is the usage of the first-order aerodynamic derivatives coefficients and kinematic parameters. Formulas for the calculation of the thrust and efficiency were derived. The results of calculations are in good agreement with numerical solutions.

Key words: wing, thrust, power, efficiency, aerodynamic derivatives, mathematical model.

<i>Razumeenko Y.V., Yussef M.Y. Theoretical and experimental approach to seaworthiness increase of high-speed boats on the basis of wave loadings neutralization</i>	81
--	----

Theoretical bases of essential seaworthiness increase and reduction of high-speed boats onboard rolling by application of wave loadings neutralizers are stated; wave loadings being the prime reason of rolling. It was proved experimentally that the most effective type of wave loadings neutralizer is wing profile lattices attached to the stern part of high-speed boats and that increased the attached weight – 2 times, and damping – 10 times. Comparative tests of the forced rolling of boats models in a seakeeping basin were conducted. They have confirmed high efficiency of the neutralizers in decreasing of boat onboard rolling. The structure of the left and right members of equation of boats onboard rolling with application of neutralizers is specified and their high efficiency in comparison with its traditional methods of rolling lessening was explained.

Key words: wave loadings neutralizers, wing profile lattices, specified structure of onboard rolling equation, model experiment.

УДК 577.31

© *Е.В. Романенко, С.Г. Пушков*, 2011

¹Институт проблем экологии и эволюции им. А.Н. Северцова РАН, Москва

²Летно-исследовательский институт им. М.М. Громова Минавиапрома, Жуковский
evromanenko33@mail.ru

ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ РАСЧЕТА ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК КРЫЛА ПРИ НЕСТАЦИОНАРНОМ ДВИЖЕНИИ

С использованием приближенных выражений для составляющих гидродинамических сил через коэффициенты аэродинамических производных первого порядка и кинематических параметров движения построена математическая модель работы плоского жесткого крыла различного удлинения при больших амплитудах линейных и угловых колебаний, а также различных положениях оси вращения крыла. Получены формулы для вычисления тяги, мощности и КПД в случае гармонических колебаний крыла. Показано хорошее согласие результатов расчета по полученным формулам с соответствующими известными численными решениями.

Ключевые слова: крыло, тяга, мощность, КПД, аэродинамические производные, математическая модель.

В теории нестационарной аэро-гидродинамики крыла краевые задачи, как правило, сводят к решению интегральных уравнений, которые далее решаются либо численными методами (чаще всего) либо аналитическими (в некоторых частных случаях) [1–6]. В книгах С.М. Белоцерковского [7] и Д.Н. Горелова [8] изложены численные методы решения сингулярных интегральных уравнений теории крыла.

Возможности аналитических методов весьма ограничены. Они разработаны достаточно подробно лишь для бесконечных крыльев (плоская задача) в линейной постановке. Для крыльев конечного размаха есть решения, касающиеся только весьма малых удлинений, в случаях очень малых и очень больших значений числа Струхала.

Важно отметить, что все решения даже в нелинейной постановке задачи не в полной мере описывают особенности обтекания крыла, формирования вихревого следа при нестационарном движении. Таким образом, при достаточно большой сложности используемых методов расчета решения для аэро-гидродинамических характеристик крыла тем не менее в каждом конкретном случае являются лишь некоторым приближением. Одновременно имеющиеся частные решения задачи порой проблематично применить для расчетов в конкретных случаях кинематики движения крыла определенной формы.

Вместе с тем целый ряд прикладных задач, касающихся гидроплавания и полета летательных аппаратов, требуют разработки инженерных методов расчета, позволяющих достаточно точно оценить силовые и моментные характеристики крыла в рассматриваемом случае движения при доступных алгоритмах расчета. Такая задача была поставлена, прежде всего, в интересах изучения вопросов гидробионики, гидродинамики плавания дельфинов и рыб, оценки пропульсивных характеристик крыльевых движителей.

В основу решения задачи были положены модели разделения гидродинамических сил на циркуляционные и инерционные составляющие, а также линейные выражения для гидродинамических характеристик крыла с использованием коэффициентов аэродинамических производных [6]. Такой подход к решению задачи представляется перспек-

тивным, поскольку имеется достаточно обширная база данных по коэффициентам аэродинамических производных крыла различной формы, полученная численными методами в линейной постановке задачи, и появляется возможность получить относительно простые расчетные формулы для оценки гидродинамических сил и КПД, развиваемых жестким плоским крылом в несжимаемой жидкости.

Некоторые основные положения и результаты решения наиболее полно представляются в настоящей работе.

Рассмотрим решение плоской (двухмерной) малоамплитудной задачи о неустановившемся движении тонкого профиля, которое было изложено, в частности, в работах А.И. Некрасова [1] и Л.И. Седова [2]. В случае малых колебаний профиля относительно некоторого основного движения авторами были получены выражения для гидродинамических сил, допускающие простое физическое толкование.

Пусть имеется тонкое крыло, движущееся в безграничном объеме жидкости, покоящейся на бесконечности, и движение крыла можно представить в виде основного движения со скоростью U_0 и наложенного на него добавочного движения с малыми перемещениями и скоростями. При рассмотрении движения крыла в подвижной системе координат XOY , движущейся со скоростью U_0 , полагалось, что при колебаниях с задней кромки профиля сходит линия разрыва скоростей или вихревая пелена и на задней кромке выполняется условие Чаплыгина–Жуковского о конечности скорости. При этом в работах [1, 2] были получены следующие интегральные уравнения для подъемной силы Y , нормальной к линии профиля, и подсосывающей силы X , направленной вдоль линии профиля:

$$Y = -m^* \frac{dv_n}{dt} - \rho \pi b U_0 (v_n - b \omega_z / 4) - \rho \frac{b}{2} U_0 \int_{b/2}^{\infty} \frac{\gamma(\xi, t) d\xi}{\sqrt{\xi^2 - (b/2)^2}},$$

$$X = \rho \pi b \left(v_n + (1/2\pi) \int_{b/2}^{\infty} \frac{\gamma(\xi, t) d\xi}{\sqrt{\xi^2 - (b/2)^2}} \right)^2, \quad (1)$$

где $m^* = \rho \pi (b/2)^2$ – присоединенная масса профиля, $b/2$ – половина хорды, v_n – нормальная скорость в центре профиля, $\omega_z = d\vartheta/dt$ – угловая скорость, $\vartheta(t)$ – угол наклона крыла к горизонтальной оси, $\gamma(\xi, t)$ – вихревая интенсивность в следе на расстоянии ξ от центра крыла, ρ – плотность среды.

Несложными преобразованиями выражения (1) можно представить в виде

$$Y = -m^* \frac{dv_n}{dt} - \rho U_0 \Gamma, \quad (2)$$

$$X = m^* v_n \omega_z + \rho v_n \Gamma - \rho \pi b u_* (v_n - u_*).$$

Здесь величину $\Gamma = \pi b \left(v_n - \frac{b \omega_z}{4} - u_* \right)$, можно рассматривать как присоединенную циркуляцию, а $u_* = \frac{1}{2\pi} \int_{b/2}^{\infty} \frac{\gamma(\xi, t) d\xi}{\sqrt{\xi^2 - (b/2)^2}}$ как некоторую эффективную вызванную скорость,

обусловленную наличием за крылом вихревой пелены.

Теперь рассмотрим задачу о неустановившемся движении крыла конечного размаха (рис. 1) в постановке, аналогичной постановке в плоской задаче. При этом пусть форма крыла в плане будет симметрична относительно центральной линии OZ . Будем пола-

гать, что в случае неустановившегося движения крыла конечного размаха влияние следа на гидродинамические характеристики крыла можно, так же как в плоской задаче, учесть введением некоторой эффективной индуцируемой скорости. При этом будем считать применимым метод плоских сечений и допускать справедливость соотношений, аналогичных (1) [9, 10]:

$$Y = -m^* \frac{dv_n}{dt} - \rho U_0 \int_{-l}^l \Gamma(z) dz, \quad (3)$$

$$X = m^* v_n \omega_z + \rho v_n \int_{-l}^l \Gamma(z) dz - X_i,$$

где m^* – присоединенная масса крыла; $X_i = \rho \pi \int_{-l}^l b(z) f_*(z) (v_n - f_*(z)) dz$ – индуктивное «сопротивление»; f_* – некоторая эффективная скорость, индуцируемая вихревой пеленой, остающейся в следе; v_n – нормальная скорость крыла в точках оси симметрии крыла OZ ; $b(z)$ – хорда крыла в сечении $z = \text{const}$; l – полуразмах крыла.

Так как v_n не зависит от z , для X_i можно сделать оценку «сверху» [9, 10]:

$$X_i \leq \rho \pi S \frac{v_n^2}{4}, \quad (4)$$

где S – площадь крыла.

До сих пор мы рассматривали случай малоамплитудных колебаний бесконечного крыла и крыла конечного размаха. Теперь перейдем к случаю больших амплитуд.

Рассмотрим движение крыла конечного размаха в неограниченном объеме жидкости. Пусть форма крыла в плане является симметричной относительно оси OZ в системе координат $OXYZ$, движущейся с постоянной скоростью U_0 в направлении OX . Движение крыла задается законом колебаний $y = y(t)$, $\alpha = \alpha(t)$ и $\vartheta = \vartheta(t)$ (рис. 1), y – линейные колебания крыла, ϑ – угол наклона крыла к плоскости OXY , α – угол атаки. Будем допускать, что при больших амплитудах поперечных и угловых колебаний мгновенные значения угла атаки являются малыми величинами и характер обтекания крыла безотрывным.

Тогда, исходя из физических закономерностей, для составляющих гидродинамических сил в рассматриваемом случае будут справедливы соотношения, аналогичные (3):

$$Y = -m^* \frac{dv_n}{dt} - \rho U \cos \alpha \int_{-l}^l \Gamma(z) dz, \quad (5)$$

$$X = m^* v_n \omega_z + \rho v_n \int_{-l}^l \Gamma(z) dz - X_i.$$

где U – абсолютная скорость движения крыла (относительно неподвижной жидкости); v_n – нормальная к плоскости крыла составляющая скорости U ; m^* – присоединенная масса крыла; Γ – циркуляция в сечении крыла Z ; ρ – плотность жидкости; $\omega = \frac{d\vartheta}{dt}$.

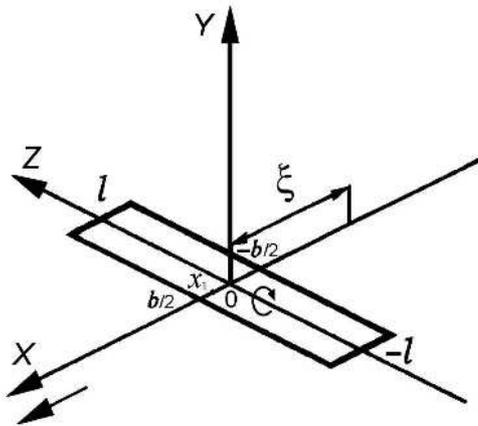


Рис. 1. Схема, поясняющая постановку задачи.

Подъемная сила Y , нормальная к плоскости крыла, включает составляющую, обусловленную влиянием инерционности среды, и циркуляционную составляющую. Вектор подсосывающей силы X в плоскости крыла перпендикулярен оси OZ . Величина X определяется значениями инерционного члена $m^*v_n\omega_z$, циркуляционного $\rho v_n \int_{-l}^l \Gamma(z) dz$ и индуктивного сопротивления X_i . Циркуляционные составляющие в соотношениях для подъемной и подсосывающей сил являются соответствующими проекциями силы Жуковского $\rho U \int_{-l}^l \Gamma(z) dz$, нормальной к вектору мгновенной скорости движения крыла.

Величины U , v_n определены в точках оси симметрии крыла OZ :

$$v_n = V_y \cos \vartheta - U_0 \sin \vartheta = U \sin \alpha, \quad (6)$$

где $V_y = dy/dt$, α – мгновенный угол атаки крыла.

Проекция гидродинамических сил на ось OX (сила тяги) будет иметь вид:

$$F_x = X \cos \vartheta - Y \sin \vartheta - \frac{\rho S U^2}{2} C \cos \vartheta. \quad (7)$$

Здесь $C = 2(C_x + C_{p0})$, C_x – коэффициент сопротивления трения, C_{p0} – коэффициент сопротивления формы крыла.

На основании (5) и (7) выражение для силы тяги F_x можно представить в виде:

$$F_x = m^* \frac{d(v_n \sin \vartheta)}{dt} + \rho V_y \int_{-l}^l \Gamma(z) dz - X_i \cos \vartheta - \frac{\rho S U^2}{2} C \cos \vartheta. \quad (8)$$

Из последнего соотношения следует, что при периодическом законе колебаний среднее за период колебания крыла значение тяги $\overline{F_x}$ будет в основном определяться циркуляционным членом и индуктивным сопротивлением.

В линейном приближении для подъемной силы Y может быть сделана следующая оценка [6, 7]:

$$Y = -m^* \frac{dv_n}{dt} - \rho U \cos \alpha \int_{-l}^l \Gamma(z) dz = \frac{\rho U^2}{2} S \left(-C_y^\alpha \frac{v_n}{U} - C_y^{\dot{\alpha}} \frac{\dot{v}_n b}{U^2} + C_y^{\omega_z} \frac{\omega_z}{U} + C_y^{\dot{\omega}_z} \frac{\dot{\omega}_z b^2}{U^2} \right). \quad (9)$$

Здесь C_y^α , $C_y^{\dot{\alpha}}$, $C_y^{\omega_z}$, $C_y^{\dot{\omega}_z}$ – коэффициенты аэродинамических производных (их еще называют коэффициентами вращательных производных [6, 7]), b и S – хорда и площадь крыла соответственно. При оценках Y примем, что коэффициенты гидродинамических производных являются постоянными в течение периода колебаний, зависящими от числа Струхала, которое имеет вид

$$Sh_0 = \frac{\omega b}{U_0} \quad (10)$$

Из выражения (9) получим:

$$\int_{-l}^l \Gamma(z) dz = -\frac{m^* \dot{v}_n}{\rho U \cos \alpha} + \frac{US}{2 \cos \alpha} \left(C_y^\alpha \frac{v_n}{U} + C_y^{\dot{\alpha}} \frac{\dot{v}_n b}{U^2} - C_y^{\omega_z} \frac{\omega_z b}{U} - C_y^{\dot{\omega}_z} \frac{\dot{\omega}_z b^2}{U^2} \right).$$

С учетом выражения (8) получим формулу для тяги:

$$F_x = m^* \frac{d(v_n \sin \vartheta)}{dt} - \frac{m^* \dot{v}_n V_y}{U \cos \alpha} + \frac{\rho V_y U S}{2 \cos \alpha} \left(C_y^\alpha \frac{v_n}{U} + C_y^{\dot{\alpha}} \frac{\dot{v}_n b}{U^2} - C_y^{\omega_z} \frac{\omega_z b}{U} - C_y^{\dot{\omega}_z} \frac{\dot{\omega}_z b^2}{U^2} \right) - X_i \cos \vartheta - \frac{\rho S U^2}{2} C \cos \vartheta \quad (11)$$

После несложных преобразований с учетом того, что $\frac{V_y}{U} = \sin \theta$, получим

$$F_x = m^* \frac{d(v_n \sin \vartheta)}{dt} + \frac{\rho S}{2 \cos \alpha} \left(C_y^\alpha v_n V_y + b \left(C_y^{\dot{\alpha}} - \frac{2m^*}{\rho S b} \right) \dot{v}_n \sin \theta - \right. \\ \left. - C_y^{\omega_z} b \omega_z V_y - C_y^{\dot{\omega}_z} b^2 \dot{\omega}_z \sin \theta \right) - X_i \cos \vartheta - \frac{\rho S U^2}{2} C \cos \vartheta. \quad (12)$$

Здесь $\theta = \alpha + \vartheta$ – угол наклона траектории движения крыла.

Соотношение (12) получено в предположении, что кинематические параметры крыла заданы относительно его центра. Однако более интересен общий случай, когда кинематические параметры заданы относительно любой точки продольной оси крыла. Это особенно важно применительно к плаванию дельфинов и рыб с полулунным хвостовым плавником. Существует предположение, что ось вращения хвостовой лопасти дельфина расположена вблизи ее задней кромки [3, 4]. Это подтверждают оценки, сделанные в работах [9, 10] на основе кинематических параметров, полученных экспериментально.

Пусть в системе координат $OXYZ$, движущейся в направлении оси OX с постоянной скоростью U_0 , движение крыла задано периодическим законом колебаний точки x_1 (рис. 1): Для оценки гидродинамических сил, развиваемых крылом в этом случае, можно воспользоваться полученным соотношением (12), однако все необходимые соотношения, описывающие движение крыла, должны быть записаны относительно его центра. Следует отметить, что при больших амплитудах линейных и угловых колебаний получение формул для составляющих гидродинамических сил в зависимости от положения оси вращения крыла только путем стандартного пересчета коэффициентов аэродинамических производных в линейном приближении некорректно.

Закон движения рассматриваемого крыла относительно центра определяется проекциями скоростей центра крыла относительно неподвижной жидкости:

$$V_{xc} = V_0 - \omega_z x \sin \vartheta, \quad (13)$$

$$V_{yc} = V_{y1} + \omega_z x \cos \vartheta, \quad (14)$$

где $V_{y1} = \dot{y}(t)$, $\omega_z = \dot{\vartheta}(t)$, $y(t)$ – вертикальные колебания крыла, x – расстояние от центра крыла до точки x_1 . Точка над буквой здесь и далее обозначает производную по времени.

Формула (12) будет иметь вид для случая, когда кинематические параметры движения крыла заданы относительно точки x_1 (а табулированные коэффициенты аэродинамических производных заданы в точке $x_{\text{ц}}$) и пересчитаны к центру крыла:

$$\begin{aligned}
 F_{xc} = & m^* \frac{d(v_{nc} \sin \vartheta)}{dt} + \\
 & + \frac{\rho S}{2 \cos \alpha} \left(C_{yc}^{\alpha} v_{nc} V_{yc} + b \left\{ C_{yc}^{\dot{\alpha}} - \frac{2m^*}{\rho S b} \right\} \dot{v}_{nc} \sin \theta_c - b C_{yc}^{\omega_z} \omega_z V_{yc} - b^2 C_{yc}^{\dot{\omega}_z} \dot{\omega}_z \sin \theta_c \right) - \\
 & - X_i \cos \vartheta - \frac{\rho S U_c^2}{2} C \cos \vartheta.
 \end{aligned} \quad (15)$$

Здесь и далее F_{xc} – тяга; m^* – присоединенная масса крыла; v_{nc} – нормальная скорость; ρ – плотность среды; θ_c – угол между набегающим на крыло потоком и горизонтальной осью; C – удвоенная сумма коэффициентов сопротивления трения и формы крыла; U_c – мгновенная скорость потока, набегающего на крыло; X_i – индуктивное сопротивление крыла; b – хорда крыла; S – его площадь (одной стороны); $C_{yc}^{\alpha}, C_{yc}^{\alpha'}, C_{yc}^{\omega_z}, C_{yc}^{\omega_z'}$ – коэффициенты аэродинамических производных [6, 7], также пересчитанные к центру крыла. Формула (15) отличается от формулы (12) наличием индекса «с» у тех величин, которые пересчитаны к центру крыла. Аналогично соотношениям (13), (14) выпишем выражения для других величин:

$$v_{nc} = V_{y1} \cos \vartheta - U_0 \sin \vartheta + \omega_z x = U_c \sin \alpha_c, \quad (16)$$

$$\theta_c = \alpha_c + \vartheta = \arctg(V_{yc}/V_{xc}),$$

$$U_c^2 = V_{yc}^2 + V_{xc}^2,$$

где α_c – угол атаки, пересчитанный к центру крыла.

Угол наклона крыла не имеет индекса «с», так как он одинаков во всех точках крыла, в том числе и в точке x_1 . Поэтому он определяется кинематическими параметрами именно этой точки (мгновенный угол набегающего потока θ и угол атаки α в точке x_1). Входящие в формулы (11)–(16) величины $\sin \vartheta$ и $\cos \vartheta$ с учетом условия малости угла атаки могут быть записаны в виде $\sin \vartheta \approx \sin \theta - \alpha \cos \theta$, $\cos \vartheta \approx \cos \theta + \alpha \sin \theta$. Здесь $\cos \theta = \frac{U_0}{U_1}$, $\sin \theta = \frac{\dot{y}}{U_1}$, $U_1 = \sqrt{U_0^2 + (\dot{y})^2}$.

Коэффициент полезного действия (кпд) крыла определяется как отношение полезной энергии к затрачиваемой:

$$\eta = \frac{\bar{A}_c}{\bar{N}_c}, \quad (17)$$

где

$$\bar{A}_c = \overline{F_{xc}} U_0 \quad (18)$$

и

$$\bar{N}_c = -\overline{F_{yc}} V_{yc} - \overline{M_{zc}} \omega_z \quad (19)$$

Здесь F_{xc} и F_{yc} – горизонтальная и вертикальная силы, действующие на крыло соответственно; V_{yc} – вертикальная скорость крыла; M_{zc} – момент сил относительно оси вращения крыла, который имеет вид

$$M_{zc} = \frac{\rho S b U_c^2}{2} \left[-m_{zc}^\alpha \alpha_c - m_{zc}^{\dot{\alpha}} \frac{\dot{\alpha}_c b}{U_0} + m_{zc}^{\omega_z} \frac{\omega_z b}{U_0} + m_{zc}^{\dot{\omega}_z} \frac{\dot{\omega}_z b^2}{U_0^2} \right] \quad (20)$$

В скобках формулы (20) величины $m_{zc}^\alpha, m_{zc}^{\dot{\alpha}}, m_{zc}^{\omega_z}, m_{zc}^{\dot{\omega}_z}$ – коэффициенты вращательных производных момента [6, 7], также пересчитанные к центру крыла.

Проекция гидродинамических сил на ось OY будет иметь вид (кинематические параметры определены в центре крыла)

$$F_y = X \sin \vartheta + Y \cos \vartheta - \frac{\rho S U^2}{2} C \sin \vartheta.$$

Это выражение с учетом соотношений (5) и (9) может быть записано в виде:

$$F_y = m^* v_n \omega_z \sin \vartheta - \frac{m^* v_n \dot{v}_n \sin \vartheta}{U \cos \alpha} + \frac{\rho v_n S U \sin \vartheta}{2 \cos \alpha} \left(C_y^\alpha \frac{v_n}{U} + C_y^{\dot{\alpha}} \frac{\dot{v}_n b}{U^2} - C_y^{\omega_z} \frac{\omega_z b}{U} - \frac{C_y^{\dot{\omega}_z} \dot{\omega}_z b^2}{U^2} \right) - \frac{\rho U^2 S \cos \vartheta}{2} \left(C_y^\alpha \frac{v_n}{U} + C_y^{\dot{\alpha}} \frac{\dot{v}_n b}{U^2} - C_y^{\omega_z} \frac{\omega_z b}{U} - C_y^{\dot{\omega}_z} \frac{\dot{\omega}_z b^2}{U^2} \right) - X_i \sin \vartheta - \frac{\rho S U^2}{2} C \sin \vartheta. \quad (21)$$

В правой части формулы (21) прибавим и вычтем выражение $m^* \dot{v}_n \cos \vartheta$. В результате получим после некоторых преобразований:

$$F_y = -m^* \frac{d(v_n \cos \vartheta)}{dt} + \left(\cos \vartheta - \frac{v_n \sin \vartheta}{U \cos \alpha} \right) \left[\frac{2m^* \dot{v}_n}{\rho S U^2} - \left(C_y^\alpha \frac{v_n}{U} + C_y^{\dot{\alpha}} \frac{\dot{v}_n b}{U^2} - C_y^{\omega_z} \frac{\omega_z b}{U} - \frac{C_y^{\dot{\omega}_z} \dot{\omega}_z b^2}{U^2} \right) \right] \frac{\rho S U^2}{2} - X_i \sin \vartheta - \frac{\rho S U^2}{2} C \sin \vartheta. \quad (22)$$

Учитывая, что $\frac{v_n}{U} = \sin \alpha$, проведем промежуточные преобразования $\cos \vartheta - \frac{v_n \sin \vartheta}{U \cos \alpha} = \frac{\cos \theta}{\cos \alpha}$. Тогда получим окончательно:

$$F_y = -m^* \frac{d(v_n \cos \vartheta)}{dt} + \frac{\cos \theta}{\cos \alpha} \frac{\rho S}{2} \left[-C_y^\alpha v_n U - b \left(C_y^{\dot{\alpha}} - \frac{2m^*}{\rho S b} \right) \dot{v}_n + \right. \\ \left. + C_y^{\omega_z} \omega_z b U + C_y^{\dot{\omega}_z} \dot{\omega}_z b^2 \right] - X_i \sin \vartheta - \frac{\rho S U^2}{2} C \sin \vartheta. \quad (23)$$

В этой формуле все кинематические параметры и производные берутся в центре крыла. Если кинематические параметры определены в произвольной точке крыла, а коэффициенты аэродинамических производных – в точке x_c , выражение (23) примет следующий вид:

$$F_{yc} = -m^* \frac{d(v_{nc} \cos \vartheta)}{dt} + \frac{\rho S}{2 \cos \alpha_c} \left[-C_{yc}^\alpha v_{nc} U_c \cos \theta_c - \left(C_{yc}^{\dot{\alpha}} - \frac{2m^*}{\rho S b} \right) b \dot{v}_{nc} \cos \theta_c + \right. \\ \left. + C_{yc}^{\omega_z} \omega_z b U_c \cos \theta_c + C_{yc}^{\dot{\omega}_z} \dot{\omega}_z b^2 \cos \theta_c \right] - \\ - X_{ic} \sin \vartheta - \frac{\rho S U_c^2}{2} C \sin \vartheta. \quad (24)$$

Индекс «с» обозначает, что все параметры пересчитаны к центру крыла. Учитывая, что $U_c \cos \theta_c = V_{yc}$ и $\cos \alpha_c \cong 1$, получим:

$$F_{yc} = -m^* \frac{d(v_{nc} \cos \vartheta)}{dt} + \frac{\rho S}{2} \left[-C_{yc}^\alpha v_{nc} V_{yc} - \left(C_{yc}^{\dot{\alpha}} - \frac{2m^*}{\rho S b} \right) b \dot{v}_{nc} \cos \theta_c + \right. \\ \left. + C_{yc}^{\omega_z} \omega_z b V_{yc} + C_{yc}^{\dot{\omega}_z} \dot{\omega}_z b^2 \cos \theta_c \right] - \\ - X_{ic} \sin \vartheta - \frac{\rho S U_c^2}{2} C \sin \vartheta$$

Оценим долю подсасывающей силы в общей тяге (X_{xc}). В этом случае получим выражение

$$X_{xc} = m^* v_{nc} \omega_z \cos \vartheta - m^* \dot{v}_{nc} \alpha_c \cos \vartheta + \\ + \frac{\rho S}{2} (C_{yc}^\alpha v_{nc}^2 + C_{yc}^{\dot{\alpha}} \dot{v}_{nc} b \alpha_c - C_{yc}^{\omega_z} \omega_z b v_{nc} - C_{yc}^{\dot{\omega}_z} \dot{\omega}_z b^2 \alpha_c) \cos \vartheta. \quad (25)$$

Все табулированные коэффициенты вращательных производных [6, 7] соответствуют стандартной системе координат (x, y, z), начало которой расположено в плоскости симметрии крыла на расстоянии $1/4$ хорды от передней кромки центрального сечения крыла (центровка $x_{ц} = 0.25$). Поскольку кинематические параметры крыла приведены к его центру, коэффициенты аэродинамических производных также должны быть пересчитаны к центру крыла (x_c, y_c, z_c). Методику пересчета рассмотрим для случая бесконечного крыла на примере одного значения числа Струхаля, равного единице. В двух верхних строках таблицы приведены исходные значения коэффициентов аэродинамических (вращательных) производных (для $x_{ц} = 0.25$), в двух последних – пересчитанные значения для центра крыла.

Исходные (для $x_{ц} = 0.25$) и пересчитанные к центру крыла значения коэффициентов аэродинамических (вращательных) производных

C_y^α	$C_y^{\dot{\alpha}}$	$C_{yc}^{\omega_z}$	$C_{yc}^{\dot{\omega}_z}$	m_z^α	$m_z^{\dot{\alpha}}$	$m_z^{\omega_z}$	$m_z^{\dot{\omega}_z}$
3.757	0.6239	1.878	-0.0807	0	$-\pi/8$	$-\pi/8$	$-3\pi/64$
C_{yc}^α	$C_{yc}^{\dot{\alpha}}$	$C_{yc}^{\omega_z}$	$C_{yc}^{\dot{\omega}_z}$	m_{zc}^α	$m_{zc}^{\dot{\alpha}}$	$m_{zc}^{\omega_z}$	$m_{zc}^{\dot{\omega}_z}$
3.757	0.6239	0.9388	-0.2367	0.9393	-0.2365	-0.1578	-0.1082

Формулы пересчета выглядят следующим образом: $C_{yc}^\alpha = C_y^\alpha$, $C_{yc}^{\dot{\alpha}} = C_y^{\dot{\alpha}}$,

$$C_{yc}^{\omega_z} = C_y^{\omega_z} + C_y^{\alpha \xi} \xi_0, \quad C_{yc}^{\dot{\omega}_z} = C_y^{\dot{\omega}_z} + C_y^{\dot{\alpha} \xi} \xi_0, \quad m_{zc}^\alpha = m_z^\alpha - C_y^{\alpha \xi} \xi_0, \quad m_{zc}^{\dot{\alpha}} = m_z^{\dot{\alpha}} - C_y^{\dot{\alpha} \xi} \xi_0,$$

$$m_{zc}^{\omega_z} = m_z^{\omega_z} - (C_y^{\omega_z} - m_z^\alpha) \xi_0 - C_y^{\alpha \xi} \xi_0^2, \quad m_{zc}^{\dot{\omega}_z} = m_z^{\dot{\omega}_z} - (C_y^{\dot{\omega}_z} - m_z^{\dot{\alpha}}) \xi_0 - C_y^{\dot{\alpha} \xi} \xi_0^2. \text{ Здесь } \xi_0 = -0.25.$$

Соотношения (15), (17)–(20) и (25) имеют общий вид и справедливы при любых кинематических параметрах крыла. Что же касается формы крыла, то указанные соотношения наиболее точно выполняются для бесконечных и прямоугольных крыльев при чисто линейных колебаниях. Однако если учесть, что в указанных соотношениях члены, связанные с вращением крыла относительно оси z (члены с производными $C_{yc}^{\omega_z}$ и $C_{yc}^{\dot{\omega}_z}$), значительно меньше членов, определяющих линейные колебания (на порядок), эти соотношения могут быть применены также для треугольных и кольцевых крыльев. Они могут быть использованы для оценки тяги, подсосывающей силы и КПД крыла методами вычислительной математики, что очень громоздко и требует определенной квалификации и навыков. Соотношения (15), (21)–(24) и (37) могут быть преобразованы в относительно простые расчетные формулы путем усреднения за период колебаний в случае гармонических колебаний крыла для конкретного закона линейных и угловых колебаний. Такие преобразования были проведены и получены расчетные формулы для трех вариантов кинематических параметров:

а) вертикальные и угловые колебания совершаются по гармоническому закону:

$$y = y_0 \sin \omega t ,$$

$$\vartheta = \vartheta_0 \cos \omega t ;$$

б) вертикальные колебания и угол атаки изменяются по гармоническому закону:

$$y = y_0 \sin \omega t ,$$

$$\alpha = \alpha_0 \cos \omega t ;$$

в) угловые колебания и угол атаки изменяются по гармоническому закону:

$$\vartheta = \vartheta_0 \cos \omega t ,$$

$$\alpha = \alpha_0 \cos \omega t .$$

В последнем случае линейные колебания крыла совершаются по весьма сложному закону [11]: $\dot{y} = U_0 \operatorname{tg}(\alpha + \vartheta)$. При очень малых значениях углов α и ϑ этот закон близок к гармоническому. Полученные расчетные формулы опубликованы [9, 10, 12–18].

Формулы применимы также для чисто линейных и крутильных колебаний крыла. В первом случае следует полагать $\vartheta_0 = 0$, во втором $\lambda_p = \frac{U_0}{y_0 \omega} = \infty$.

В линейном приближении значения коэффициентов аэродинамических производных и присоединенная масса определяются формой крыла и числом Струхала. При расчетах составляющих гидродинамических сил использованы известные решения для коэффициентов аэродинамических производных первого порядка, которые табулированы в широком интервале чисел Струхала для четырех типов крыльев: бесконечного, прямоугольного, треугольного и кольцевого [6, 7]. При этом необходимо учитывать следующие обстоятельства. Если определять по таблицам коэффициенты аэродинамических производных по числу Струхала (см. (10)), то гидродинамические силы, вычисленные по расчетным формулам, будут соответствовать линейному варианту теории. В этом случае при больших амплитудах линейных и угловых колебаний крыла может иметь место увеличение ошибок результатов расчета с увеличением чисел Струхала. Оценить эти ошибки можно путем сравнения расчетов по приведенным формулам с результатами нелинейных теоретических моделей и экспериментальными исследованиями реальных крыльев.

Для того чтобы учесть нелинейность вихревого следа за крылом, коэффициенты аэродинамических производных следует определять по числу Струхали, имеющему вид

$$Sh = \frac{(Sh_0)\lambda_p}{\sqrt{\lambda_p^2 + 1}} \quad (26)$$

Формула для присоединенной массы крыла бесконечного размаха на единицу длины имеет вид $m^* = \rho\pi b^2/4$, для прямоугольного и треугольного крыльев – $m^* = (k_{22})\rho S b$, где (k_{22}) – коэффициент присоединенной массы [7], S – площадь крыла, b – хорда.

На рис. 2, 3 сравниваются результаты численных решений по линейной и нелинейной теориям для коэффициентов тяги и мощности жесткого крыла [19–21], экспериментальные результаты исследования прямоугольного крыла с удлинением более 6 (практически бесконечное крыло) [20] и результаты вычислений по полученным формулам (в предположении, что крыло бесконечное).

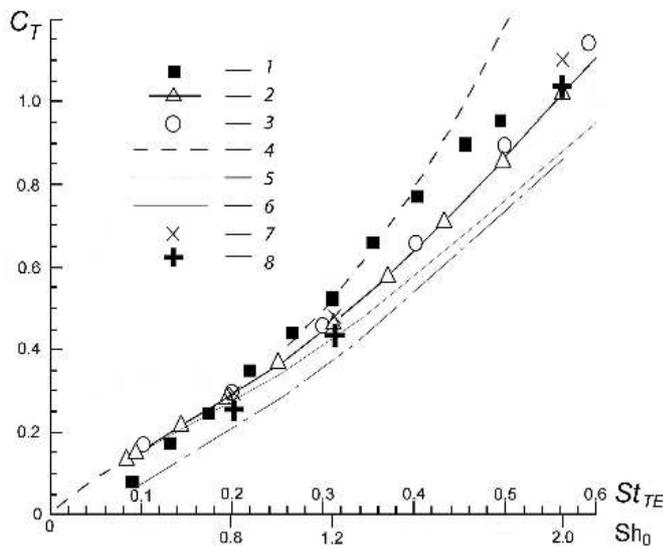


Рис. 2. Сравнение результатов экспериментального определения коэффициента тяги прямоугольного жесткого крыла с удлинением больше 6 (1) [20], нелинейного численного решения (2), (3), (5), (6) [18, 20, 21], линейной теории (4) [5] и вычислений по полученным формулам (7), (8) [18]. Вычисления проведены без учета сопротивления трения и формы (7) и с учетом сопротивления крыла (8). Кинематические параметры крыла: $y_0/b = 0.75$, $\alpha_0 = 15^\circ$.

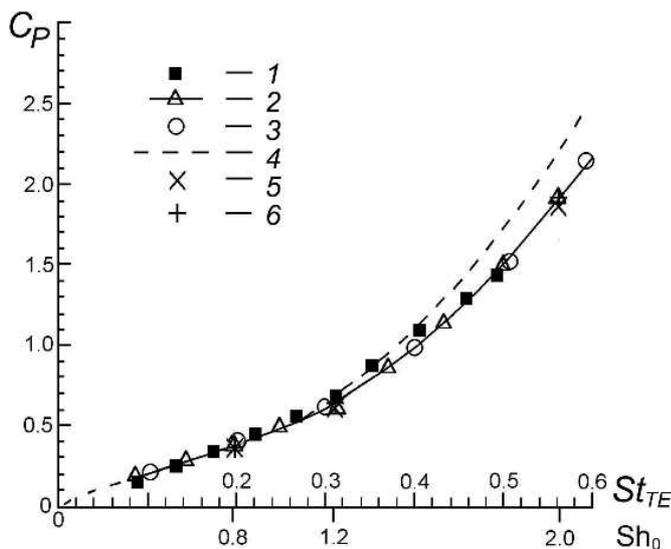


Рис. 3. Сравнение результатов экспериментального определения коэффициента мощности (1) [20], нелинейного численного решения (2), (3) [19, 20], линейной теории (4) [5] и вычислений по полученным формулам (5), (6) [18] без учета сопротивления трения и формы крыла и с учетом соответственно. Кинематические параметры крыла: $y_0/b = 0.75$, $\alpha_0 = 15^\circ$.

Оценим область значений кинематических параметров, для которых применимы полученные формулы. В работе [22] дана классификация вихревого следа за крылом, совершающим только линейные колебания, по параметрам Sh_0 и y_0/b при постоянном зна-

чении произведения $Sh_0 y_0/b = 0.1$. При $Sh_0 = 0.1$ и $y_0/b = 1.0$ след можно считать линейным. При $Sh_0 = 1$ и $y_0/b = 0.1$ след нелинеен, но не деформирован. В этом случае отдельные элементы следа переносятся вниз по потоку, образуя синусоидальный след фиксированной длины волны и амплитуды. Для такого следа возможно применение расчетных формул с коэффициентами аэродинамических производных, определенных по числу Струхалия в форме (26). При $Sh_0 = 10$ и $y_0/b = 0.01$ след заметно деформирован. В последнем случае линейная теория не способна учитывать вихри, расположенные вне поверхности следа.

На рис. 4 приведена зависимость коэффициентов тяги, мощности и полезного действия для чисто линейных колебаний в широком интервале чисел Струхалия [22]. Видно, что при числе Струхалия около 4–5 результаты численных решений отходят от результатов линейного решения и вычисленных по формулам. Начиная с этих чисел Струхалия след сильно деформирован. На рис. 5 приведена аналогичная зависимость для комбинации линейных и крутильных колебаний [22]. Видно, что вычисленные по формулам значения КПД отходят от результатов численного решения при числах Струхалия, равных около 5.

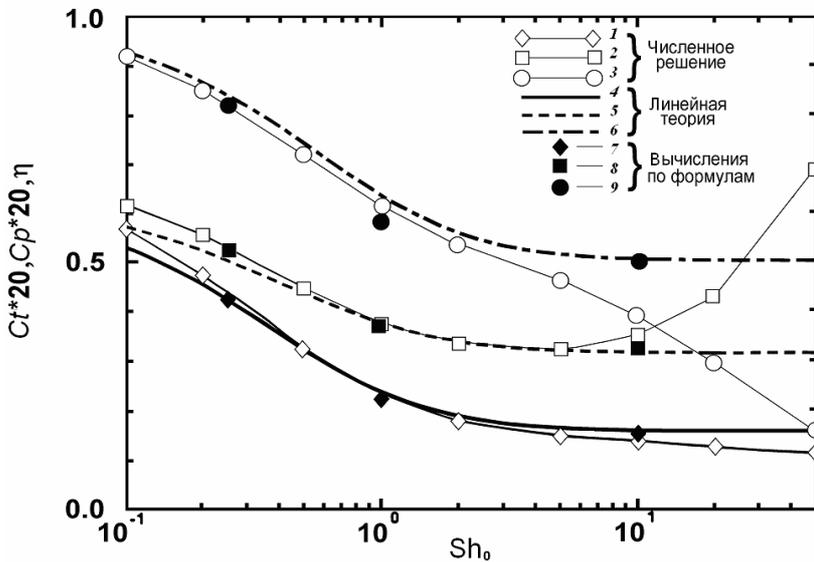


Рис. 4. Зависимость коэффициентов тяги (поз.1, 4, 7), мощности (поз.2, 5, 8) и полезного действия (поз.3, 6, 9) от числа Струхалия для чисто линейных колебаний. $Sh_0 y_0/b = 0.1$ [22]. 1, 2, 3 – данные работы [22]; 4, 5, 6 – данные работы [5]; 7, 8, 9 – значения, вычисленные по формулам работы [18].

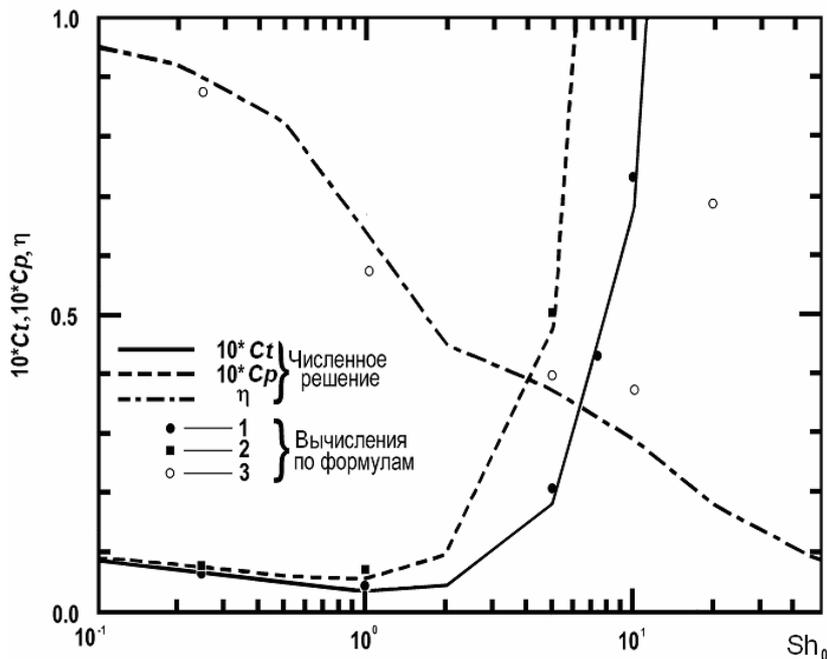


Рис. 5. Зависимость коэффициентов тяги, мощности и полезного действия от числа Струхалия для комбинации линейных и угловых колебаний, $Sh_0 y_0/b = 0.1$ [22]. Численное решение по данным работы [22]; 1, 2, 3 – значения, вычисленные по формулам работы [18].

Анализ представленных данных позволяет считать, что расчетные формулы дают возможность получать не только линейные, но и нелинейные решения до чисел Струхала, равные около 5.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект № 08-04-00358а. Авторы выражают искреннюю благодарность Р.И. Герасимовой за помощь в подготовке иллюстраций.

Литература

1. Некрасов А.И. Теория крыла в нестационарном потоке. М.: Изд-во АН СССР, 1947. 258 с.
2. Седов Л.И. Плоские задачи гидродинамики и аэродинамики. М.: Наука, 1966. 448 с.
3. Lighthill M.J. Hydromechanics of Aquatic Animal Propulsion // *Ann. Rev. Fluid Mech.* 1969. N 4. P.413–446.
4. Wu T.Y.-T. Hydromechanics of swimming propulsion. Pt 1. Swimming of a two-dimensional flexible plate at variable forward speeds in an inviscid fluid // *J. Fluid Mech.* 1971. V.46, N 2. P.337–355.
5. Garrick I.E. Propulsion of a flapping and oscillating airfoil. *NACA Report 567*. 1936. P.419–427.
6. Белоцерковский С.М. О коэффициентах вращательных производных // *Тр. ЦАГИ*. 1958. Вып.725. С.2–28.
7. Белоцерковский С.М., Скрипач Б.К., Табачников В.Г. Крыло в нестационарном потоке газа. М.: Наука, 1971. 768 с.
8. Д.Н. Горелов. Методы решения плоских краевых задач теории крыла. Новосибирск: Изд. СО РАН, 2000. 215 с.
9. Романенко Е.В. Гидродинамика рыб и дельфинов. М.: КМК, 2001. 412 с.
10. Romanenko E.V. Fish and Dolphin Swimming. Sofia-Moscow. Pensoft, 2002. 430 p.
11. Prempraneerach P., Hover F.S., Triantafyllou M.S. The effect of chordwise flexibility on the thrust and efficiency of a flapping foil // 13-rd Int. Symp. Unmanned Untethered Submersible Techn., Durham, NH, Aug. 24–27 2003. P.1–11.
12. Пушков С.Г., Романенко Е.В., Лопатин В.Н. Индуктивное сопротивление жесткого крыла // *Успехи современной биологии*. 2009. Т.129, № 1. С.105–114.
13. Романенко Е.В., Пушков С.Г., Лопатин В.Н. Гидродинамические силы, развиваемые крылом, при различных положениях оси его вращения. Тяга, мощность и КПД при гармоническом законе угловых колебаний // *Успехи современной биологии*. 2009. Т.129, № 5. С.481–492.
14. Пушков С.Г., Романенко У.В. Гидродинамические силы, действующие на жесткое крыло при его движении с большими амплитудами поперечных и угловых колебаний // *Успехи современной биологии*. 2000. Т.120, № 2. С.207–216.
15. Романенко Е.В., Пушков С.Г., Лопатин В.Н. Гидродинамические силы, развиваемые крылом, при различных положениях оси его вращения. Тяга при гармоническом законе угловых колебаний // *Успехи современной биологии*. 2005. Т.125, № 5. С.478–483.
16. Пушков С.Г., Романенко Е.В., Лопатин В.Н. Гидродинамические силы, развиваемые крылом, при различных положениях оси его вращения. Тяга при гармоническом угле атаки // *Успехи современной биологии*. 2006. Т.126, № 3. С.318–324.
17. Романенко Е.В., Пушков С.Г., Лопатин В.Н. Гидродинамические силы, развиваемые крылом, при различных положениях оси его вращения. Тяга при гармоническом изменении углов наклона и атаки // *Успехи современной биологии*. 2007. Т.127, № 3. С.299–304.
18. Романенко Е.В., Пушков С.Г. Гидродинамика дельфинов, рыб и ластоногих // Сб. науч. тр. «Фундаментальная и прикладная гидрофизика». СПб.: Наука, 2008. № 2. С.13–28.
19. Young J., Lai J.C.S., Kaya M., Tuncer I.H. Thrust and Efficiency of Propulsion by Oscillating Foils // 3rd International Conference on Computational Fluid Dynamics (ICCFD3). Toronto, July, 2004. P.313–318.
20. Anderson J.M., Streitlien K., Barret D.S., Triantofyllou M.S. Oscillating foils of high propulsive efficiency // *J. Fluid Mech.* 1998. V.360. P.41–72.
21. Shuchi Yang, Shijun Luo, Feng Liu, Her-Mann Tsai. Computation of the Flows over Flapping Airfoil by the Euler Equations // AIAA 43rd Aerospace Sciences Meeting, Reno, NV, Jan. 10–13, 2005. P.1–20.
22. Jones K.D., Platzer M.F. Numerical computation of flapping-wing propulsion and power extraction // 35th aerospace Sciences Meeting @ Exhibit. January 6–10, 1997/Reno, NV. P.1–16.

Статья поступила в редакцию 20.04.2010 г.

