

УДК 538.519

© В.И. Клячкин, 2011

ОАО «Концерн «Океанприбор», Санкт-Петербург
klyaka@mail.ru

ОЦЕНИВАНИЕ НЕИЗВЕСТНЫХ СТАТИСТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ПОТОКОВ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ, СОЗДАВАЕМЫХ ДВИЖУЩИМСЯ СТОРОННИМ ИСТОЧНИКОМ

На базе использования гидродинамических уравнений несжимаемой жидкости, приведенных к безразмерной форме в рамках закона подобия, в работе конструируется и исследуется вероятностная структура поля как база решения задачи оценивания безразмерных параметров потока, создаваемого движущимся сторонним источником, а также параметров собственно источника и параметров статистического канала распространения поля. Строится аналитическая форма отношения правдоподобия и формируются алгоритмы оценивания неизвестных информационных параметров как объекта решения статистической обратной задачи.

Ключевые слова: гидродинамика, поток, движущийся источник, канал распространения, отношение правдоподобия, обратная задача.

В рамках поставленной задачи для потока несжимаемой жидкости введем обычные безразмерные параметры исходя из принципов закона подобия [2]. При этом имеем:

$$\Pi_1 = \text{Sh} = U/\nu T; \Pi_2 = \text{Eu} = P/\rho \nu^2; \Pi_3 = \text{Re} = VL/\nu; \Pi_4 = \text{Fr} = V^2/FL. \quad (1)$$

Ясно, что в задачу вводится вектор параметров потока

$$\bar{\Pi} = [\Pi_1; \Pi_2; \Pi_3; \Pi_4]^T = [\text{Sh}, \text{Eu}, \text{Re}, \text{Fr}]^T; \quad \dim \bar{\Pi} = 4; \quad (2)$$

где $(\dots)^T$ – знак транспонирования вектора $\bar{\Pi}$, \dim – размерность вектора.

Набору (1), (2) отвечают, как обычно, числа Струхала (Sh), Эйлера (Eu), Рейнольдса (Re), Фруда (Fr).

При таком выборе вектора $\bar{\Pi}$ система Навье–Стокса для несжимаемой жидкости принимает известный вид:

$$\text{Sh} \frac{d\bar{\xi}}{d\tau} + (\bar{\xi} \nabla) \bar{\xi} = \text{Fr}^{-1} \bar{q} - \text{Eu} \nabla \bar{\xi}; \quad \text{div} \bar{\xi} = 0; \quad \dim \bar{\xi} = 3, \quad \bar{\xi} = \bar{\xi}(x, \tau), \quad \pi = \pi(\bar{x}, \tau), \quad q = q(\bar{x}, \tau), \quad (3)$$

где τ, \bar{x} – безразмерные время и координаты соответственно.

В (3) $\bar{\xi}, \bar{q}, \pi, \bar{x}, \tau$ есть безразмерные формы физических полей: пульсационной скорости \bar{U} , априорно неизвестного случайного источника \bar{F} , давления p , пространственной координаты \bar{x} и времени τ . Эти безразмерные переменные связаны с аппаратно наблюдаемыми локальными физическими гидродинамическими характеристиками $\bar{U}, \bar{F}, P_H, \bar{y}, t$ очевидными соотношениями:

$$\bar{\xi} = \frac{\bar{U}}{V}, \quad \bar{q} = \frac{\bar{F}}{|\bar{F}|}, \quad (|\bar{F}| = F), \quad \tau = \frac{t}{T}, \quad \bar{x} = \frac{\bar{y}}{L}, \quad L = |\bar{y}|, \quad \pi = \frac{p}{P_H}, \quad (4)$$

где $\bar{u}, \bar{F}, t, \bar{x}, p$ – есть теперь уже физические размерные поля гидродинамической скорости \bar{u} , сторонней силы \bar{F} , времени t , координаты \bar{x} , давления p соответственно. Масштабные параметры V, F, T, L при анализе наблюдений при этом задаются, очевидно, только соображениями подобия [7, 10].

Подчеркнем, что для открытых динамических систем (сторонние воздействия с априори неизвестным движущимся источником массовой силы) такая постановка приводит – в случае распространения поля – к возникновению многомасштабности числовых параметров (1), выступающих в этом случае уже как объект статистического оценивания (см, например, [4, 5]). Для случайно-неоднородных каналов пространственно-временные масштабы имеют, вообще говоря, локальный характер в пространстве-времени, т.е. в свою очередь являются неизвестными параметрами задачи. При этом поле плотности ρ имеет обычный смысл гидродинамического, не зависящего от времени (несжимаемая жидкость!) физического поля. Параметр V есть кинематическая вязкость $\nu = \mu/\rho$, где μ – термодинамический коэффициент вязкости. Поскольку вектор источника $\bar{q}(\bar{x}, \tau)$ определяет (возбуждая канал распространения) состояние среды в точке наблюдения (\bar{x}, τ) , постольку его свойства должны зависеть от физически присутствующего и создающего поле стороннего внешнего источника $\bar{Q}(\bar{x}', \tau'; \bar{\Pi}_{\bar{Q}})$ связанного через канал распространения с полем \bar{q} , т.е. $\bar{Q} \rightarrow \bar{q}$. Эта трансформация всегда дается соотношением, учитывающим физические свойства канала, проявляющиеся через причинно-следственную связь. Формально эта связь определится соотношением

$$\bar{q} = \hat{N}\bar{Q}, \quad (5)$$

где интегральный оператор \hat{N} может обладать линейной, линейно-параметрической или техногенной природой и являться при этом нелинейной динамической системой. Очевидно, что $\bar{x}' \in V_{\hat{N}}, \tau' \in T_{\hat{N}}$ ($V_{\hat{N}}, T_{\hat{N}}$ – безразмерный пространственно-временной объем канала \hat{N} , также трансформирующий возмущение \bar{Q}). Канал \hat{N} тоже управляется неизвестным заранее вектором параметров $\bar{\Pi}_{\hat{N}}$, в том числе могущим иметь и случайно-неоднородную природу. Ясно, что \hat{N} есть оператор функционального описания собственно источника \bar{Q} , порождающего поле \bar{q} , возбуждающее уже гидродинамический канал. Таким образом, соотношение (5) в развернутой форме имеет вид $((\bar{x}, \tau)$ – точка наблюдения):

$$\bar{q}(\bar{x}, \tau) = \hat{N}\{\bar{x}, \tau[\bar{x}', \tau'; \bar{\Pi}_{\hat{N}}]\bar{Q}(\bar{x}', \tau')\bar{\Pi}_{\bar{Q}}\}. \quad (6)$$

Ясно, что для источников \bar{Q} , например техногенного происхождения, всегда имеющего собственный объем $V_{\bar{Q}}$, данная динамическая модель может включать также и элемент движения центра инерции источника посредством очевидного соотношения

$$\bar{x}'(\tau') = \bar{x}'_0(\tau') + \bar{p},$$

где \bar{p} – координата элементов объема $V_{\bar{Q}}$ в системе координат центра инерции движущегося носителя аппаратуры регистрации информационного поля $(\bar{\xi}, \pi, \bar{Q})$.

Разумеется, источник \bar{Q} может иметь и другую физическую природу. В этом случае линейная связь также, очевидно, отображает причинно-следственные взаимодействия полей в различных точках канала распространения информации. Ясно, что в (6) источники \bar{q}, \bar{Q} и оператор \hat{N} должны быть выбраны также в безразмерной форме.

Если теперь рассматривать вектор $\bar{\Pi}$ в (1) как локальную случайно-неоднородную характеристику гидродинамического поля, которая, очевидно, в каждой пространственно-временной точке является априори неизвестной, то по совокупности также неизвестных статистических свойств среды мы можем на базе наблюдений сформировать некоторую динамическую модель среды, в которой четырехмерный параметр $\bar{\Pi}$ также является, очевидно (для неоднородной среды), некоторым случайным полем. Тогда динамическая система (3) становится как математический объект случайно-параметрической нелинейной системой открытого типа, в правой части которой силовой вектор \bar{F} в общем случае может также обладать случайными, априори неизвестными свойствами. Именно эта система и будет представлять для нас – в том числе и прикладной – интерес как объект исследования.

В обычной классической постановке система (3) ставит своей задачей теоретический прогноз пространственно-временной эволюции гидродинамических полей \bar{u}, p, ρ при выбранной априорной модели сторонних источников $\bar{F}(\bar{x}, \tau)$ и заданной динамической вязкости ν (как параметра сплошной среды). Такой подход к этому вопросу для случайного поля сторонних воздействий и случайного поля кинематической вязкости порождает хорошо известную постановку прямой динамической задачи решения нелинейной стохастической системы уравнений Навье–Стокса. Вероятностные решения такой системы, как известно, подвергались широкому теоретическому исследованию (см., например, [1, 4, 7]). В рамках решения такого рода прямой задачи обычно прогнозная структура полей сопоставляется с результатами наблюдений в интересах апробации показателей достоверности обычно по методологии математической статистики (см., например, [5]).

Целью данной работы является построение вероятностных решений статистической обратной задачи через установление вероятностных характеристик неизвестных случайных полей источника \bar{Q} и неизвестного же вектора параметров $\bar{\Pi}$ канала распространения на базе наблюдательной информации, содержащейся в статистических оценках вектора случайного поля $\bar{\Xi}(\bar{\xi}, \pi) = \bar{\Xi}(\bar{\xi}, \pi)^T$ непосредственно воспринимаемого техническими средствами регистрации гидродинамических полей \bar{U}, p [4, 7, 10]. Такого рода постановка задачи представляется достаточно актуальной в рамках формирования прогнозных характеристик движущихся источников поля \bar{Q} и локальных характеристик параметров (1), (2), (6) среды для различного рода вероятностных задач как чисто научного (например, мониторинг параметров океана или атмосферы) [17], так и прикладного типа (например, отслеживание траекторий движения различных источников, создающих наблюдаемые гидродинамические возмущения окружающей среды).

Если теперь (см. [3, 9, 10]) специализировать задачу только исследованием вероятностных свойств неограниченной в пространстве случайно-неоднородной баротропной ($\rho = \rho(p)$) среды, то в этих условиях компоненты вектора параметров $\bar{\Pi}$, по-видимому, нельзя считать независимыми от пространственных координат, сохраняя их зависимость только от времени и феноменологическую многомасштабность по пространственной структуре, поскольку канал является случайно-неоднородной средой.

Если использовать систему (3), то ее обоснованность приводит к модели усредненного по объему вектора $\bar{\Pi}$. Такой выбор модели позволяет для системы (3) поставить задачу Коши, задавая только начальное ее состояние:

$$\left. \begin{aligned} \bar{\xi} &= \bar{\xi}(\tau)''_{\tau=\tau_0}; & \pi &= \pi(\tau)_{\tau=\tau_0}; & \bar{q} &= \bar{q}(\tau)_{\tau=\tau_0} \\ \bar{Q}(\bar{z}, \tau') &= \bar{Q}(\bar{z}, \tau')_{\tau'=\tau_0}; & \bar{\Pi}_Q(\tau') &= \bar{\Pi}_Q(\tau')_{\tau'=\tau} \\ \bar{\Pi}_H(\tau') &= \bar{\Pi}_H(\tau')_{\tau'=\tau} \end{aligned} \right\}.$$

В рамках достаточно общей модели сторонний источник \bar{q} или \bar{Q} может быть задан в форме, включающей как задачу распространения полей в смысле (1)–(6), так и действие иных физических моделей (например, тяжелая среда $g \neq 0$, g – ускорение земного тяготения, а также, например, слоистая среда с включением в задачу магнитогидродинамических (МГД) сторонних воздействий (см [3]). В этом случае источник \bar{q} управляется скоростью на базе $\bar{\xi}$ поля и пульсаций магнитного поля $\bar{h}(\bar{x}, t)$ через силу Лоренца [4].

В рамках этой модели исходная система (3) с учетом (6) примет следующий вид:

$$\text{Sh} \frac{\partial \bar{\xi}}{\partial \tau} + (\bar{\xi} \cdot \nabla) \bar{\xi} = \text{Fr}^{-1} \hat{\text{H}} \bar{Q} - \text{Eu} \nabla \pi + \text{Re}^{-1} \Delta \bar{\xi}, \quad \text{div} \bar{\xi} = 0, \quad \bar{\xi} = \bar{\xi}(\bar{x}, \tau), \quad \pi = \pi(\bar{x}, \tau). \quad (8)$$

Применим к (8) оператор div :

$$\text{div}(\bar{\xi}, \nabla) \bar{\xi} = \text{Fr}^{-1} \text{div} \hat{\text{H}} \bar{Q} - \text{Eu} \Delta \pi.$$

$$\text{т.е. } \text{Eu} \Delta \pi = \text{Fr}^{-1} \text{div} \hat{\text{H}} \bar{Q} - \text{div}(\bar{\xi} \cdot \nabla) \bar{\xi}, \quad (9)$$

$$\text{но } \text{div}(\bar{\xi} \cdot \nabla) \bar{\xi} = \frac{\partial^2}{\partial x_k \partial x_l} \xi_k \xi_l = \frac{\partial \xi_k}{\partial x_l} \cdot \frac{\partial \xi_l}{\partial x_k}, \quad (10)$$

т.е. получаем уравнение, связывающее поля π , $\bar{\xi}$, \bar{Q} :

$$\text{Eu} \Delta \pi = \text{Fr}^{-1} \text{div} \hat{\text{H}} \bar{Q} - \frac{\partial^2}{\partial x_k \partial x_l} \xi_k \xi_l \quad (11)$$

(к подобному же уравнению приводит задача излучения звука гидродинамическим источником (см., например, [12, 13]). Аналогично, применяя к (8) оператор rot , получим

$$\text{Sh} \frac{\partial}{\partial \tau} \text{rot} \bar{\xi} + \text{rot}(\bar{\xi} \cdot \nabla) \bar{\xi} = \text{Fr}^{-1} \text{rot} \hat{\text{H}} \bar{Q} + \text{Re} \Delta \text{rot} \bar{\xi}.$$

Как известно, возникают [16] тождества:

$$(\bar{\xi} \cdot \nabla) \bar{\xi} = \frac{1}{2} \nabla |\bar{\xi}|^2 + [\text{rot} \bar{\xi} \cdot \bar{\xi}], \quad \text{rot}(\bar{\xi} \cdot \nabla) \bar{\xi} = \text{rot}[\text{rot} \bar{\xi} \cdot \bar{\xi}].$$

Соответственно для $\text{rot} \bar{\xi}$ имеем уравнение

$$\text{Sh} \frac{\partial}{\partial \tau} \text{rot} \bar{\xi} + \text{rot}[\text{rot} \bar{\xi} \cdot \bar{\xi}] = \text{Fr} \text{rot} \hat{\text{H}} \bar{Q} + \text{Re} \Delta \text{rot} \bar{\xi}. \quad (12)$$

С учетом (6) при введении $\text{rot} \bar{\xi} = \bar{\Omega}$ – вихрь поля $\bar{\xi}$ (физическая модель поля $\bar{\xi}$ см. ниже), $\bar{\Omega} = \bar{\Omega}(\bar{x}, \tau)$, получим из (12) уравнение:

$$(\text{Re} \Delta \bar{\Omega} - \text{Sh} \frac{\partial}{\partial \tau} \bar{\Omega}) = -\text{Fr} \text{rot} \hat{\text{Y}} \bar{Q} + \text{rot}[\bar{\Omega} \cdot \bar{\xi}]. \quad (13)$$

Рассмотрим в (13) и преобразуем последний член справа. Получим:

$$\bar{Z} = \text{rot}[\bar{\Omega} \cdot \bar{\xi}] = [\nabla \cdot [\bar{\Omega} \cdot \bar{\xi}]] = \bar{\Omega}(\nabla \cdot \bar{\xi}) - \bar{\xi}(\nabla \cdot \bar{\Omega}) = 0$$

в силу $\nabla \cdot \bar{\xi} = \text{div} \bar{\xi} = 0$ (несжимаемая жидкость!), см. (8).

Тогда (14) примет стандартный вид неоднородного уравнения диффузии относительно вихревого поля $\bar{\Omega} = \text{rot}\bar{\xi}$, т.е. имеем:

$$(\text{Re} \Delta \bar{\Omega} - \text{Sh} \frac{\partial}{\partial \tau} \bar{\Omega}) = -\text{Fr} \text{rot} \hat{\text{H}} \bar{Q},$$

или

$$(\Delta - \text{Re}^{-1} \text{Sh} \frac{\partial}{\partial \tau}) \bar{\Omega} = -\text{Re}^{-1} \text{Fr} \text{rot} \hat{\text{H}} \bar{Q}. \quad (14)$$

Таким образом, системы (11) и (14) примут удобную форму:

$$\Delta \pi = \text{Eu}^{-1} \text{Fr}^{-1} \text{div} \hat{\text{H}} \bar{Q} - \text{Eu}^{-1} \frac{\partial^2}{\partial x_k \partial x_l} \xi_k \xi_l, \quad (15)$$

$$(\Delta - \text{Re}^{-1} \text{Sh} \frac{\partial}{\partial \tau}) \bar{\Omega} = -\text{Re}^{-1} \text{Fr} \text{rot} \hat{\text{H}} \bar{Q},$$

т.е. задача приведена к решению стандартных неоднородных уравнений Пуассона и диффузии. Оператор $\hat{\text{H}}$, очевидно, отражает физику функционирования техногенного источника \bar{Q} . Из (15) следует, что решение неоднородного уравнения Пуассона описывает потенциальное поле \bar{F}^p стороннего источника $-\text{Eu}^{-1} \text{Fr} \text{div} \hat{\text{H}} \bar{Q}$; напротив, решение диффузионного уравнения $\bar{\Omega}$ порождается вихревой компонентой сторонней силы \bar{F}^c стороннего источника $\text{Re}^{-1} \cdot \text{Fr} \text{rot} \hat{\text{H}} \bar{Q}$. Из (15), (19) видно, что ядро \bar{G}_{Π} управляется параметрами Eu и Fr . При этом через поле $\bar{\xi}$ возникает зависимость от параметров Re и Sh .

В данной постановке задачи, очевидно, мы не учитываем тепловые эффекты в среде, создаваемые движущимся сторонним источником \bar{Q} . Иными словами мы игнорируем вклады температуры T и энтропии s , входящие в общее уравнение состояния (как обычно, $\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \bar{v} \cdot \nabla$):

$$\frac{D\rho}{Dt} = a \frac{Dp}{Dt} + b \frac{DT}{Dt} + \varepsilon \frac{Ds}{Dt}. \quad (16)$$

Ясно, что в общем случае константы $a, b, \varepsilon \neq 0$.

Для несжимаемой жидкости (см.(3)) и при выполнении уравнения неразрывности, т.е. при $\frac{D\rho}{Dt} = 0$, из (16) вытекает условие $p = p_T$:

$$a \frac{Dp}{Dt} = -b \frac{DT}{Dt} - \varepsilon \frac{Ds}{Dt}. \quad (17)$$

Игнорирование тепловых и энтропийных термодинамических p_T -вкладов правая часть (16) автоматически приводит к результату ($a \neq 0$)

$$\frac{Dp_T}{Dt} = 0, \quad (17r)$$

что, очевидно, означает сохранение термодинамических характеристик среды при движении стороннего техногенного источника \bar{Q} . Невыполнимость (16–18), видимо, возникнет только на поверхности движущегося тела. Очевидно, тепловое и энтропийное возмущение турбулизованного пограничного слоя для источников техногенного типа является весьма слабым для поставленной нами задачи. Этими вкладами можно пренебречь при достижимых скоростях движения техногенного источника \bar{Q} .

Введем в систему (15) операторы Грина \hat{G}_Π и \hat{G}_d уравнений Пуассона и теплопроводности (диффузии) и получим соответственно:

$$\Delta \hat{G}_\Pi = -\hat{I}; \quad (\Delta - \text{Re}^{-1} \text{Sh} \frac{\partial}{\partial \tau}) \hat{G}_d = -\hat{I} \quad (19)$$

где \hat{I} – единичный оператор.

Учитывая теперь свойства транспонированных операторов, получаем:

$$\left(\frac{\partial}{\partial \tau} \right)^T = -\frac{\partial}{\partial \tau}$$

$$\hat{G}_\Pi^T = \hat{G}_\Pi = \Delta^{-1}; \quad \hat{G}_d = \left(\Delta - \text{Re}^{-1} \text{Sh} \frac{\partial}{\partial \tau} \right)^{-1}; \quad \hat{G}_d^T = \left(\Delta + \text{Re}^{-1} \text{Sh} \frac{\partial}{\partial \tau} \right). \quad (20)$$

Видим, что $\hat{G}_d = \tilde{G}_d(\text{Re}, \text{Sh})$, т.е. зависимость от параметров Re и Sh сохраняется. В развернутой форме имеем для изотропной среды:

$$G_d(|\bar{x} - \bar{x}'|, \tau - \tau') = [4\pi \text{Re}^{-1} \text{Sh}(\tau - \tau')]^{-3/2} \exp^{-|\bar{x} - \bar{x}'|^2 / 4 \text{Re} \text{Sh}^{-1}(\tau - \tau')}$$

$$G_d^T(|\bar{x} - \bar{x}'|, \tau - \tau') = -i[4\pi \text{Re}^{-1} \text{Sh}(\tau + \tau')]^{-3/2} \exp^{-|\bar{x} - \bar{x}'|^2 / 4 \text{Re} \text{Sh}^{-1}(\tau - \tau')} \quad (21)$$

Аналогично из (15) для поля π имеем:

$$\pi = -\text{Eu}^{-1} \text{Fr}^{-1} \hat{G}_\Pi \text{div} \hat{H} \bar{Q} + \text{Eu}^{-1} (\hat{G}_{\Pi k e} \xi_k \xi_e), \quad (22)$$

где оператор $\hat{G}_{\Pi k e} = \frac{\partial^2}{\partial x_k \partial x_e}$.

Простейший вариант для изотропного гидродинамического поля приводит к представлениям $\hat{G}_\Pi(\bar{x}, \tau | \bar{x}', \tau') = \hat{G}(|\bar{x} - \bar{x}'|) \delta(\tau - \tau') \geq$ и аналогичной модели для \hat{G}_d .

Тогда из (15) и (19) получаем для вихревого поля $\bar{\Omega}$ следующее представление:

$$\bar{\Omega} = \text{Re}^{-1} \text{Fr} \hat{G}_d \text{rot} \hat{H} \bar{Q}, \quad (23)$$

где \hat{G}_d дается выражениями (20). В силу известного тождества

$$\text{div}[\bar{\Omega} \cdot \bar{\xi}] = \bar{\xi} \cdot \text{rot} \bar{\Omega} - |\bar{\Omega}|^2, \quad (24)$$

а также из (22) следует выражение

$$\pi = -\text{Eu}^{-1} \text{Fr}^{-1} \hat{G}_\Pi \text{div} \hat{H} \bar{Q} - \frac{1}{2} |\bar{\xi}|^2 + (\bar{\xi} \cdot \text{rot} \bar{\Omega}) - |\bar{\Omega}|^2. \quad (25)$$

Соответственно система (15) преобразуется к новой форме:

$$\left. \begin{aligned} \bar{\Omega} &= \text{Re}^{-1} \text{Fr} \cdot \text{rot} \hat{\text{H}} \bar{Q}; & \bar{\Omega} &= \text{rot} \bar{\xi}; \\ \pi &= \text{Fr}^{-1} \text{Eu}^{-1} \hat{\text{G}}_{\Pi} \text{div} \hat{\text{H}} \bar{Q} - \frac{1}{2} |\bar{\xi}|^2 + (\bar{\xi} \cdot \text{rot} \bar{\Omega}) - \bar{\Omega}^T \cdot \bar{\Omega} \end{aligned} \right\}, \quad (26)$$

где ядра $\hat{\text{G}}_d$ и $\hat{\text{G}}_{\Pi}$ определены в (19), (21).

Продолжим анализ системы (26) с учетом физических особенностей рассматриваемой модели. Динамическая связь, проявляющаяся через систему (15) и (26), указывает на существование двух физических механизмов, ответственных за формирование статистических свойств поля $\bar{\xi}(\bar{x}, \tau)$ и соответственно (см. (22)) поля $\pi(\bar{x}, \tau)$.

Эти механизмы суть:

- динамика формирования и статистические свойства стороннего источника $\bar{Q}(\bar{x}', \tau')$, ответственного за движение;
- динамика поля пульсаций скорости $\bar{\xi}$, также связанных в свою очередь (см. (26)), с пульсациями источника \bar{Q} , ответственного за движение. При этом, очевидно, возможен переход к модели потенциальных и вихревых течений $(\bar{\xi}_p, \bar{\xi}_c)$.

Ясно, что система (26) в целом формирует динамику стохастической эволюции случайных полей $\bar{\xi}$ и π при наличии пока неизвестных параметров $\bar{\Pi}$ (см. (1)) (в данном случае вида (Sh, Eu, Re, Fr)), управляя статистическими характеристиками в (\bar{x}, τ) пространстве источника \bar{Q} .

С учетом равенства $\text{rot} \bar{\Omega} = \text{Re}^{-1} \text{Fr} \hat{\text{G}}_d \text{rot} \text{rot} \hat{\text{H}} \bar{Q}$ получаем выражение для поля π :

$$\pi = -\text{Eu}^{-1} \text{Fr}^{-1} \hat{\text{G}}_{\Pi} \text{div} \hat{\text{H}} \bar{Q} - \frac{1}{2} |\bar{\xi}|^2 + \text{Re}^{-1} \text{Fr} \hat{\text{G}}_d (\bar{\xi}, \text{rot} \text{rot} \hat{\text{H}} \bar{Q}) + \text{Re}^{-2} \text{Fr}^2 |\hat{\text{G}}_d \text{rot} \text{rot} \hat{\text{H}} \bar{Q}|^2, \quad (27)$$

т.е. (26), (27) образуют искомую систему для $(\bar{\Omega}, \pi)$ набора.

Конкретизируем теперь тип стороннего источника $\bar{Q}(\bar{x}, \tau')$ в выражениях (26) и (27). Будем далее полагать, что источник \bar{Q} в данной задаче имеет техногенное происхождение, представляя собой неравномерно движущееся в морской среде упругое тело, обладающее определенными конструкционными особенностями, которые отвечают его назначению и характеру решаемых задач. Гидродинамические системы такого типа обычно приводятся в движение соответствующими разнотипными механическими движителями–толкателями (импеллерного принципа). Такого рода движитель создает в гидродинамической среде некоторый скоростной напор в направлении движения тела по курсу.

Выберем для источника $\bar{Q}(\bar{x}, \tau')$ модель неравномерно движущегося гидродинамического возмущения в среде вида:

$$\bar{Q}(\bar{x}, \tau') = \bar{Q}_n[\bar{a}(\tau'), \tau'] \delta(\bar{x}' - \bar{V}_{\bar{Q}}[\bar{a}(\tau'), \tau']), \quad (28)$$

где $\bar{a}(\tau')$, $\bar{V}_{\bar{Q}} = \frac{\partial}{\partial \tau'} \bar{a}(\tau')$ – координата и скорость движения центра инерции источника \bar{Q}_n . Зависимость \bar{Q}_n от (τ') может в достаточно общем случае описываться двумя механизмами генерации гидродинамического поля: пульсаций скорости $\bar{\xi}(\bar{x}', \tau')$ и формирования вихря скорости $\bar{\Omega}$.

Неравномерное движение источника связано с функционированием рулевого управления, обеспечивающего устойчивое движение на курсе собственно тела источни-

ка в точке его центра инерции. Скорость движения на курсе, очевидно, определяется соотношением

$$\bar{V}_n^{py}(\bar{a}(\tau'), \tau') = Q_0 \frac{\partial}{\partial \bar{a}(\tau')} \bar{Q}_n[\bar{a}(\tau'), \tau'] \cdot \bar{V}_Q(\bar{a}(\tau'), \tau'), \quad (29)$$

где Q_0 – некоторый параметр, согласующий размерность в (29). Колебательный характер движения центра инерции тела источника \bar{Q}_n как гранично-контактной упругой поверхности, включая ее реберный подкрепляющий набор, во внешней гидродинамической среде может быть формально описан соотношением

$$\bar{V}_Q = \bar{V}_n^W + \frac{\partial}{\partial \tau'} \bar{Q}_n[\bar{a}(\tau'), \tau'] \cdot Q_0 = \bar{V}_n^{py} + \bar{V}_n^W, \quad (30)$$

где \bar{V}_n^W – скорость вибрирующей упругой границы контакта.

Ясно, что на упругой границе (т.е. на внешней поверхности источника S) должно осуществляться динамическое контактное условие непрерывности скоростей $\bar{V}_Q(\bar{x}', \tau')$ при $\bar{x}' = \bar{x}_s(\tau')$, напряжений $\sigma_{ij} = \rho v_i v_j$ и поля $\bar{\xi}(\bar{x}', \tau')$.

Очевидно, выбранная модель развивает в акустическом направлении известную модель Д.И.Блохинцева [8] линеаризованной гидродинамической системы, т.е. имеем

$$\bar{V}_Q(\bar{x}'(\tau'), \tau') = \bar{\xi}(\bar{x}', \tau').$$

Поскольку практически всегда выбранный физический источник \bar{Q}_n движется в водной среде со скоростью, отвечающей малому числу Маха (c – скорость звука), т.е. при $M_0 = \bar{V}_{py} \mid c \ll 1$, постольку для пульсационной скорости $\bar{\xi}(\bar{x}, t)$; $\bar{x} \neq \bar{x}'$ можно ожидать выполнения неравенства

$$\bar{\xi} = \bar{V}_{py} + \bar{\xi}_r \Rightarrow \bar{V}_{py} \gg \bar{\xi}_r \Rightarrow \bar{\xi}_r \approx \bar{V}_{py}, \quad (31)$$

т.е. малость полевых пульсаций $\bar{\xi}_r$ по сравнению со скоростью \bar{V}_{py} движения источника на курсе. Соответственно возникает аппроксимация при $M \ll 1$; $M = v/c$ – число Маха

$$\text{rot} \bar{\xi} = \bar{\Omega} \Rightarrow \text{rot} \bar{V}_{py}.$$

Индекс «ру» описывает параметры движения источника рулевого происхождения. Кинематика описываемого движения при рулевом управлении приведена ниже (рис. 1, а–д).

При отсутствии рулевого управления возникнет неустойчивость – переворот кормой вперед в пропеллерный режим, т.е. получим трассу (рис. 1, б).

Таким образом, возникает волнообразная кинематика центра инерции \bar{a} источника \bar{Q}_n при рулевом управлении. Очевидно, рыскание, т.е. зависимость $\bar{a}[\bar{x}(t), t]$, повлечет во временной (частотной) области возникновение модуляционных эффектов. Движение центра инерции $\bar{a}(\tau')$ в сплошной гидродинамической среде (скорость \bar{V}_{rc}) при малых числах Маха имеет вид: $\bar{V}_{py} / c = M \ll 1$.

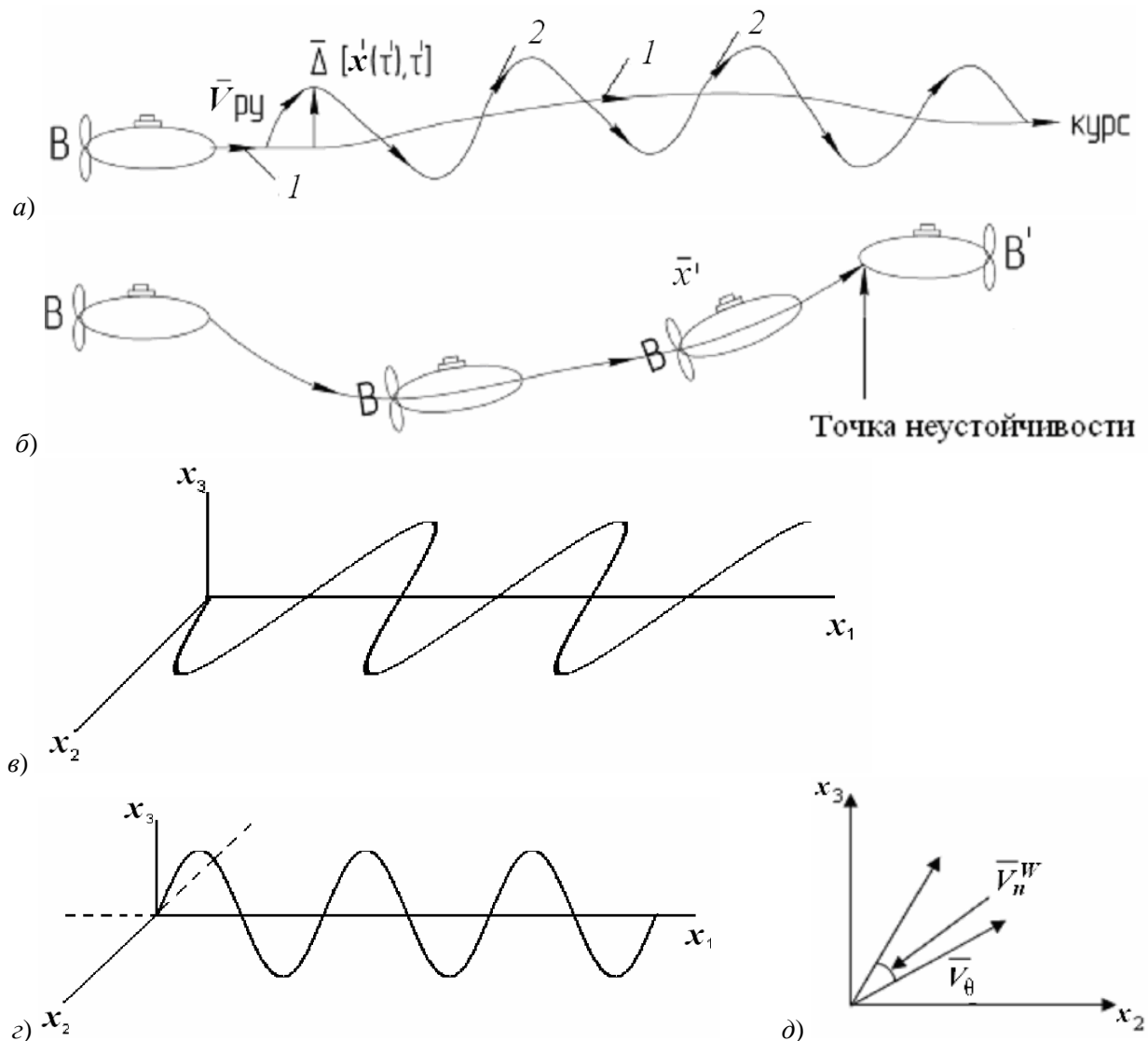


Рис. 1. Кинематика движения при рулевом управлении (а, б) и координатная система $x_1 x_2 x_3$ (в) со смещением центра инерции и колебаниями (д).

В – винтовой (или иной) импеллер–толкатель; В' – винтовой пропеллер (тянущий);
 1 – управленческий (штурманский) курс; 2 – фактический (текущий) курс в результате работы рулей;
 $\Delta[x'(\tau'), \tau']$ – текущее смещение; $x_1 x_2$ – горизонтальная плоскость.

Ясно, что подобный характер движения центра инерции зависит от размерений источника, что может представлять уже чисто прикладной интерес как регистрируемый классификационный признак при решении ТЕЗ (обнаружение, целеуказание, классификация). Очевидно, что одновременно с картиной, представленной на рис. 1, а–в, возникнет смещение центра инерции $\bar{a}(\tau')$ и в вертикальной плоскости $x_1 x_2$ (рис. 1, в). Ясно, что в плоскости $(x_2 x_3)$ вектор скорости \bar{V}_O будет совершать колебания, отвечающие условиям бортовой качки (см. (30), рис. 1, д).

Очевидно, выполнимость неравенства (31) на поверхности S влечет за собой его усиление во всех точках $|\bar{x}| \geq |\bar{x}'|$. Монотонность усиления (31) может, вообще говоря, быть нарушена в точках (\bar{x}, t) , где поле $\bar{\xi}(\bar{x}, t)$ проходит через пространственно-временные параметрические резонансы, которым должны отвечать волновые и частотные масштабы порядка линейных размерений движущегося источника и допустимого

времени алгоритмического (и аппаратного) решения соответствующей физической или прикладной задачи. В условиях выполнимости (31) уравнение (27) приобретает вид:

$$\left. \begin{aligned} \bar{V}_{py}(\bar{x}, \tau) &= Q_0 \operatorname{Re}^{-1} \operatorname{Fr} \hat{G}_d \operatorname{rot} \hat{H} \bar{Q}_n[(\bar{x}', \tau'), \tau'] \delta[\bar{x}' - \bar{V}_{\bar{Q}}[\bar{a}(\tau'), \tau']], \\ \pi(x, t) &= E u^{-1} \operatorname{Fr}^{-1} \hat{G}_{\Pi} \operatorname{div} \hat{H} \bar{Q}_n[(\bar{x}', \tau'), \tau'] \delta[\bar{x}' - \bar{V}_{\bar{Q}}[\bar{a}(\tau'), \tau']] + \bar{V}_{py} \cdot \operatorname{rot} \bar{V}_{py} - \frac{1}{2} |\bar{V}_{py}|^2, \\ \bar{V}_{py} &= \bar{V}_{py}(\bar{x}, \tau). \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

Система уравнений (32) описывает гидродинамику движущегося источника. Если в (32) полевые параметры π и \bar{V}_{py} (скорость и давление в точке наблюдения \bar{x}, τ), включающие скоростной напор $\frac{1}{2} |\bar{V}_{py}(\bar{x}, \tau)|^2$, допускают прямое аппаратное измерение (регистрацию), то уравнение (32) для π становится стохастическим. В этом случае алгоритмически наблюдаемые поля π и \bar{V}_{py} приобретают свойства статистических оценок. Используя в этом случае закон сложения скоростей, что учтено в (32), т.е.

$$\bar{V}_n[\bar{a}(\bar{x}', \tau'), \tau'] = \bar{V}_n(\bar{x}, \tau) - \bar{V}_{py}(\bar{x}, \tau),$$

где n – индекс наблюдения; \bar{V}_n – относительная скорость источника \bar{Q}_n в системе координат наблюдателя, движущегося с переносной скоростью $\bar{V}_n - \bar{V}_{py}$ (начало отсчета в точке $\bar{a}_n(\tau)$ – центре инерции наблюдателя), получаем тем самым, что оценки полей $\bar{V}_{py}(\bar{x}, \tau)$ и $\pi(x, t)$ выступают как исходная наблюдательная информационная база (знак «~» – символ оценки). Естественно, что для выбора алгоритмической технологии регистрации полей в интересах решения задачи статистического оценивания всех параметров (см. (1))

$$\bar{\Pi}_{\Sigma} = [\bar{\Pi} \cap \bar{\Pi}_n \cap \bar{\Pi}_{\bar{Q}}] \quad (33)$$

необходимо создать алгоритмическую систему, согласованную по размерности с наблюдаемым фазовым вектором поля $(\bar{\xi}, \pi)$, т.е. $\dim \bar{\Pi}_{\Sigma} = \dim \bar{\Pi} + \dim \bar{\Pi}_n + \dim \bar{\Pi}_{\bar{Q}}$.

В рамках технологии алгоритмического замыкания системы (32) и при созданных алгоритмах статистического оценивания $\bar{\pi}, \bar{V}_{py}$ в принципе получаем возможность определения неизвестных характеристик источника $\bar{Q}_n(\bar{x}', \tau')$, $\bar{V}_n(\bar{x}', \tau')$, $\bar{Q}(\tau')$, свойств среды и параметров $\bar{\Pi} = [\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3, \Pi_4]^T$, например методом максимального правдоподобия (см., напр., [19, 20]). Выбор способа замыкания системы (30) как чисто алгоритмическая операция диктуется уже как физическими, так и прикладными соображениями. В частности, кажется удобным использование процедуры прямого измерения плотности потока энергии (или импульса поля)

$$\bar{S} = \rho \bar{V}_{py} \left(w + \frac{1}{2} |\bar{V}_{py}|^2 \right),$$

где $w = \rho^{-1} P$ – удельная энтальпия среды; P – давление (см., напр., [9]).

Динамическая структура (32) требует введения в анализ конкретных форм – см. (22), (23) – ядерных операторов \hat{G}_d и \hat{G}_{Π} с одной стороны при использовании некоторой

адекватной природе океана модели распространения \hat{H} канала передачи информации, порождаемой сторонним источником Q_0 (см., напр., [10, 11]).

Соотношения (27), (28) представляют собой динамические связи полей $\bar{\xi}, \bar{\pi}, \bar{Q}$, которым может быть поставлено в соответствие некоторое вероятностное описание. В рамках такого описания (27), (28) выступают как функциональные отображения, содержащие неизвестные параметры $\bar{\Pi} = [\text{Sh}, \text{Eu}, \text{Re}, \text{Fr}]^T$ и параметры $\bar{\Pi}_{\hat{H}}, \bar{\Pi}_Q$ в $\bar{\Pi}_{\Sigma}$ (см. (33)). Разумеется, в вероятностных трансформациях гидродинамических систем – в том числе и рассматриваемого типа – такого вида алгоритмы могут быть осуществлены в достаточно общем виде (см., напр., [1, 3, 5, 23]).

В данной работе мы ограничимся достаточно распространенной моделью гидродинамического канала Гауссовых полей и их вероятностными трансформациями, осуществляемыми каналом распространения (в том числе в их многомасштабном варианте). Правомерность такого выбора гидродинамической модели детально обоснована в [3] (см. также [23]). При этом, как известно, вероятностные трансформации (см., напр., [2, 5]) можно равноправно описывать как на основе использования вероятностных мер $dW(\bar{A})$ некоторых событий \bar{A} , так и на базе отвечающих этим событиям характеристических функционалов $\theta_{\bar{A}}\{\bar{\alpha}\}$ или кумулянтным функционалам:

$$K_{\bar{A}}\{\bar{\alpha}\} = \ln \theta_{\bar{A}}\{\bar{\alpha}\}. \quad (34)$$

В условиях прямых наблюдений выбор функционалов вероятностного описания диктуется в том числе соображениями алгоритмического удобства и аппаратной простоты технического решения. Очевидно, в рамках алгоритмической регистрации свойств канала \hat{H} как физического явления природы такого рода вероятностное описание возникнет в качестве естественного результата наблюдений и задача оценки случайных параметров канала станет статистической обратной задачей. Иными словами по логике «следствие»→«причина» все прикладные задачи при этом становятся по своему смыслу статистически обратными, тогда как задачи исследования физических закономерностей природных связей типа «причина»→«следствие (наблюдаемое явление)» в этом случае становятся и остаются прямыми.

Ясно, что теперь с позиций статистического оценивания неизвестных параметров $\bar{\Pi}$ задачи (см. (1)–(6)) на основе прямых алгоритмических наблюдений реализаций полей $\bar{\xi}$ и $\bar{\pi}$, естественно встает вопрос о выборе и формировании методов алгоритмической борьбы с полями помех различного происхождения. Для решения этой задачи, в частности, на рис. 2 приведена структурная схема алгоритма максимально правдоподобного оценивания (МПО) интегрированными гидроакустическими (ГА) и гидрофизическими (ГФ) системами.

По совокупности операций рис. 2 вектора $\bar{\zeta}, \bar{\eta}, \bar{\mu}$ и все их вероятностные характеристики (статистические оценки) выступают далее как пространственно-временные индикаторные процессы на выходе технических средств наблюдения.

В частности, оператор \hat{Z}_{Π} осуществляет первичное наблюдательное определение полевых и алгоритмических параметров $\bar{\Pi}$ – например, на основе решения и анализа статистических обратных задач (см., напр. [22]).

Каналу распространения \hat{H} отвечают соответственно:

- физический канал распространения в море H_S ;
- линейный (алгоритмический) канал распространения $H_{\text{ГА(ГФ)}}^{(л)}$;

- технический канал $H_{\Gamma A(\Gamma\Phi)}^{\Delta}$ нелинейной обработки (например, детектор-осреднитель) или иные алгоритмы;
- технический канал $H_{\Gamma A(\Gamma\Phi)}^{\Pi}$ формирования и оценивания индикаторных (И) отображений (трасс), осуществляющий обратные связи адаптивного управления и общий контроль показателей качества $K_{\Sigma}^{\zeta}, K_{\Sigma}^{\eta}, K_{\Sigma}^{\mu}$.

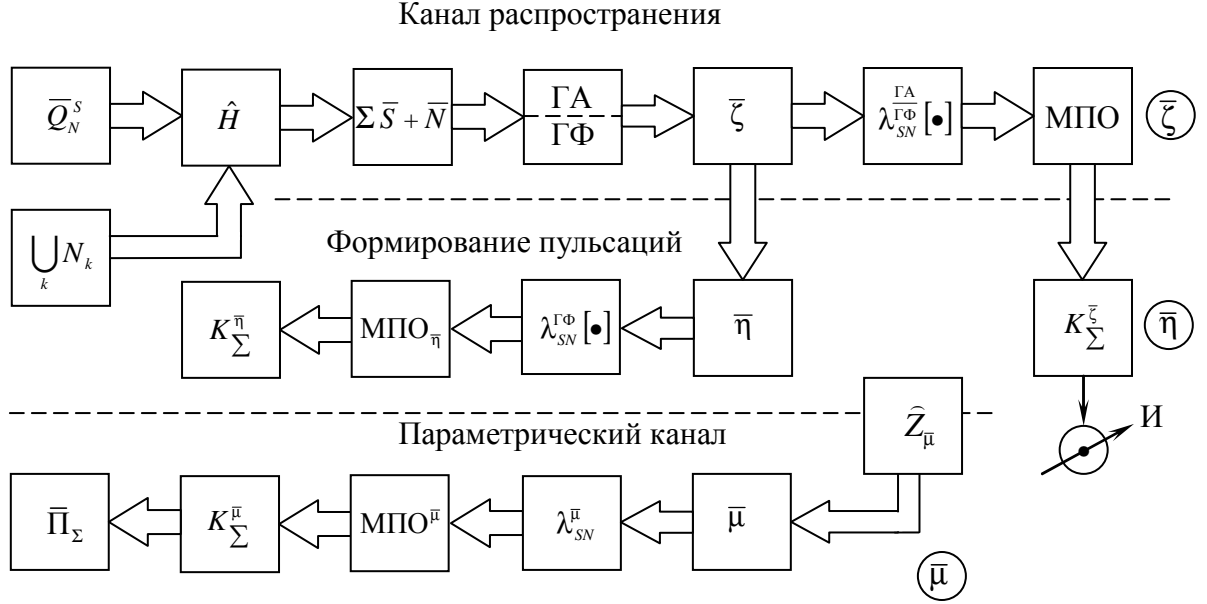


Рис. 2. Функциональная структура информационного отображения сигнала и помехи для задачи максимально правдоподобного оценивания.

\bar{Q} – движущийся сторонний источник; \hat{H} – канал распространения ГА-полей сигнала, а также ГФ-помех различного происхождения; $\lambda_{SN}(\bullet)$ – алгоритм регистрации отношения правдоподобия техническими средствами; $\bar{\zeta}, \bar{\eta}, \bar{\mu}$ – вектора выходных наблюдений соответствующих каналов распространения; $\bar{\eta}$ – вектор пульсаций поля; $\text{МПО}_{\bar{\zeta}, \bar{\eta}, \bar{\mu}}$ – алгоритмы МПО параметров \bar{P}_{Σ} ; $K_{\Sigma}^{\zeta}, K_{\Sigma}^{\eta}, K_{\Sigma}^{\mu}$ – алгоритмы статистических оценок показателей качества параметрических векторов $\bar{P}^{\zeta}, \bar{P}^{\eta}, \bar{P}^{\mu}$.

Формальные функциональные операции блок-схемы имеют вид:

$$\bar{\zeta}_a(\bar{x}, t) = \int_{\bar{V}, \tau_s} \hat{H}_a(\bar{x}, t / \bar{y}, \tau) \bar{Q}_H^S(\bar{y}, \tau) d\bar{y} d\tau; \quad \bar{y} \in \bar{V}_S; \quad \tau \in T_S; \quad (35)$$

$$\bar{\zeta}_b(\bar{y}, \tau) = \int_{\bar{V}_{\Gamma A(\Gamma\Phi); T}} \hat{H}_{\bar{b}\Gamma A(\Gamma\Phi)}(\bar{y}, \tau / \bar{x}, t) \bar{\zeta}_a(\bar{x}, t) d\bar{x} dt; \quad \bar{x} \in V_A; \quad t \in A, \quad (36)$$

где $\hat{H}_{\bar{b}\Gamma A(\Gamma\Phi)}$ – пространственно-временные каналы весовой линейной (додетекторной) обработки ГА (ГФ)-систем;

$$\bar{\zeta}_c(\bar{z}, \varepsilon) = \int_{D_{\varepsilon P_a}} D[\bar{z} - F_b^{(g)}(\bar{y}, \tau)] D[\tau - T_a(\tau)] \bar{\zeta}_b(\bar{y}, \tau) d\bar{y} d\tau, \quad (37)$$

где $\widehat{F}_b^{(g)}$ – нелинейный детектор на $\bar{\zeta}_b(\bar{y}, \tau)$ -пространстве ($D_{\bar{\zeta}_b}$); T_d – скользящее время осреднения на выходе детектора;

$$\lambda_{SN}^{\bar{\zeta}\bar{\eta}\bar{\mu}}[\bullet] = \frac{W_{S+N}(\bullet)}{W_N(\bullet)} \quad (38)$$

– алгоритм формирования отношения правдоподобия $\bar{\zeta}, \bar{\eta}, \bar{\mu}$ -каналов (рис. 2); $\nabla_{\bar{\pi}_{\bar{\zeta}}, \bar{\pi}_{\bar{\eta}}, \bar{\pi}_{\bar{\mu}}} \lambda_{SN}^{\bar{\zeta}, \bar{\eta}, \bar{\mu}}[\bullet] = 0$ – алгоритм МП(О) – оценивания вектора параметров $\bar{\pi}_{\bar{\zeta}, \bar{\eta}, \bar{\mu}}$ для $\bar{\zeta}, \bar{\eta}, \bar{\mu}$ наблюдений (рис. 2); формирование показателей качества $K_{\Sigma}^{\bar{\zeta}, \bar{\eta}, \bar{\mu}}$ (границ Рао-Крамера или им подобных) как потенциальных пределов точности оценки $\bar{\pi}_{\bar{\zeta}}, \bar{\pi}_{\bar{\eta}}, \bar{\pi}_{\bar{\mu}}$ -векторов параметров в соответствии с алгоритмом задачи статистического оценивания.

Ограничиваясь простейшей традиционно исследуемой аддитивной моделью смеси сигнала S и помехи N , получим исходную базу векторов турбулизованной среды Навье–Стокса ($\bar{\zeta}, \pi$ -гидродинамические поля (см. (26), (27)):

$$\left. \begin{aligned} \bar{\zeta}^{\xi} &= \bar{\xi}_S + \bar{\xi}_N, & \bar{\zeta}^{\pi} &= \pi_S + \pi_N & - & \text{гипотеза } H_1 \\ \bar{\zeta}^{\xi} &= \bar{\xi}^N, & \bar{\zeta}^{\pi} &= \pi_N & - & \text{гипотеза } H_0 \end{aligned} \right\} \quad (39)$$

Разумеется, аддитивная модель (36) допускает расширение в сторону аддитивно-мультипликативной модели (см., напр. [19]). Как обычно, для решения поставленной задачи статистического оценивания неизвестных векторов параметров $[\bar{\pi}_{\Sigma}]$ – (см. рис. 2) – используем структуру отношения правдоподобия, представленного в терминах ХФ (см., напр., [5]):

$$\lambda\{\bar{\zeta}\} = \int_{D_{\bar{\alpha}}} \Theta_S\{\bar{\alpha}\} \Theta_N\{\bar{\alpha}\} \exp\{-i(\bar{\alpha}^T, \bar{\zeta})\} d\Gamma\{\bar{\alpha}\} \times \left[\int_{D_{\bar{\alpha}}} \Theta_N\{\bar{\alpha}\} \exp\{-i(\bar{\alpha}^T, \bar{\zeta})\} d\Gamma(\bar{\alpha}) \right]^{-1}. \quad (40)$$

Ясно, что (40) порождается моделью (39) в условиях статистической независимости сигнала S и шума N , т.е. (см. (35)):

$$M_{T_d}(\bar{\xi}_S^T \cdot \bar{\xi}_N) = 0; \quad M_{T_d}(\pi_S^T \cdot \pi_N) = 0, \quad (41)$$

где $\bar{\xi}$ – функциональный вектор безразмерной скорости, π – функциональный вектор безразмерного давления. Ясно, что (41) возникает как следствие различия физических S, N -источников. Напротив, для поля сигнала S и помехи N гидродинамического типа

$$M_{T_d}(\bar{\xi}_S^T \cdot \bar{\pi}_S) \neq 0; \quad M_{T_d}(\bar{\xi}_N^T \cdot \bar{\pi}_N) \neq 0, \quad (42)$$

т.е. (см. (9), (10)) наличие внутренней связи поля $\bar{\xi}$ и $\bar{\pi}$ в различных (\bar{x}, t) точках, что отвечает структуре уравнений гидродинамики.

С учетом (41), (42) приходим к выражению (40) для отношения правдоподобия (смысл соотношения (42) будет обсужден ниже).

Физическое содержание приведенных выше преобразований (35)–(38) суть:

– (35), $\bar{\zeta}_a$, распространение в морской среде полей, генерируемых источником \bar{Q}_n^S , движущимся по а priori неизвестному курсу и подверженным воздействию физических механизмов рефракции и рассеяния;

– (36), $\bar{\zeta}_b$, формирование частотных диапазонов, формирование пространственно-го веера диаграмм направленности (СФХН–система), формирование угловых секторов обзора, адаптивное взвешивание элементов пространственного веера в СФХН системе, выход $\bar{\zeta}_a$ = вход $\bar{\zeta}_c$ детектора–осреднителя;

– детектор–осреднитель ($\bar{\zeta}_c$), оператор $\hat{F}_b^{(g)}$ нелинейной обработки – формирование индикаторных процессов и их обработка (например, вейвлет-анализ [22] или фильтр Калмана [23]);

– формирование ХФ полей S и N ($\Theta_S[\bullet], \Theta_N[\bullet]$) и вычисление отношения правдоподобия $\lambda\{\bar{\zeta}\}$ – алгоритмическая обработка $\lambda\{\bar{\zeta}\}$ (для $\bar{\zeta}, \bar{\eta}, \bar{\mu}$ -алгоритмов) есть по существу задача МПО оценки параметров в ее обычной постановке, но на адекватной данной задаче наблюдательной базе.

Если теперь вероятностную структуру случайных полей $\bar{\xi}$ и π в (24), (25) описывать через характеристические функционалы $\Theta_{\bar{\xi}}\{\bar{\alpha}\}$ и $\Theta_{\pi}\{\bar{\beta}\}$ как Фурье-отображения плотностей вероятности (ФПВ) этих полей, то из (27) следует известная функциональная связь, проявляющаяся в (39):

$$\Theta_{\bar{\xi}}\{\bar{\alpha}\} = \Theta_{\bar{\xi}}\{\hat{Z}_{\bar{\xi}}^T \bar{\alpha}\}; \quad \Theta_{\pi}\{\bar{\beta}\} = \Theta_{\pi}\{\hat{Z}_{\pi}^T \bar{\beta}\}. \quad (43)$$

Здесь $\hat{Z}_{\bar{\xi}, \pi} = \hat{Z}_{\bar{\xi}, \pi}\{\bar{\xi}\}$ – динамические операторы отображения (T – символ транспонирования). Вектор $\bar{\alpha}$ в общем случае имеет размерность $\dim \bar{\alpha} = n$ при $\bar{\alpha} = [\bar{\alpha}_1, \dots, \bar{\alpha}_n]^T$; n – число физических каналов распространения информации в среде, движущейся относительно наблюдателя. Операторы $\hat{Z}_{\bar{\xi}}$ и \hat{Z}_{π} в (43) осуществляют трансформацию ФПВ полей $\bar{\xi}, \pi$ в соответствии с приведенной динамикой (24), (27) и соображениями, изложенными выше (см. рис. 2 и (35)–(38)). Тогда для операторов $\hat{Z}_{\bar{\xi}}$ и \hat{Z}_{π} легко выстраиваются их конкретные формы.

Учитывая квадратично-нелинейную структуру динамических систем (26), (27) становится ясно, что выражение (40) для $\lambda\{\bar{\zeta}\}$ приобретает известный континуальный вид, позволяющий решать задачу построения:

- отношения правдоподобия (37), связанного с ХФ полей;
- кумулянтного анализа логарифма отношения правдоподобия (39), (40) (см. (34)).

Таким образом, получаем для $\lambda\{\bar{\zeta}\}$ (см. (39), (40)) следующее представление:

$$\lambda\{\bar{\zeta}\} = \int_{D_{\bar{\alpha}}} \exp\left[-\frac{1}{2}(\bar{\alpha}^T, \hat{E}_1\{\bar{\zeta}\}\bar{\alpha})\right] \cdot \exp\left[-i(\bar{\alpha}^T, \bar{\zeta})\right] d\Gamma(\bar{\alpha}) \times \left[\int_{D_{\bar{\alpha}}} \exp\left[-\frac{1}{2}(\bar{\alpha}^T, \hat{E}_0\{\bar{\zeta}\}\bar{\alpha})\right] \cdot \exp\left[-i(\bar{\alpha}^T, \bar{\zeta})\right] d\Gamma(\bar{\alpha}) \right]^{-1}. \quad (44)$$

Очевидно, что в данном случае континуальные интегралы являются гауссовыми и потому допускают прямое вычисление (см., напр. [8]). Здесь операторы $\hat{E}_1\{\bullet\}$ и $\hat{E}_0\{\bullet\}$ в силу независимости полей сигналов S и помех N имеют вид

$$\hat{E}_1\{\bullet\} = \hat{E}_S\{\bullet\} + \hat{E}_N\{\bullet\}; \quad \hat{E}_0\{\bullet\} = \hat{E}_N\{\bullet\}. \quad (45)$$

Также ясно, что операторы \hat{E}_1 и \hat{E}_0 отвечают надпороговым и подпороговым гипотезам H_1 и H_0 соответственно (см. (39), (40) и [6]).

В связи с динамическими формами (26), (27), отображающими источники \bar{Q}_n в поля $\bar{\xi}, \pi$, получаем выражения для операторных матриц корреляционных связей:

$$\hat{E}_S \{ \bar{\xi}; \pi; \bar{\xi}''; \pi'' \} = \begin{vmatrix} \hat{B}_{\bar{\xi}^T, \bar{\xi}''|_S} & \hat{B}_{\bar{\xi}, \pi''|_S} \\ \hat{B}_{\pi'', \bar{\xi}^T|_S} & \hat{B}_{\pi'', \pi|_S} \end{vmatrix}. \quad (46)$$

В соответствии с рис. 2 отношение правдоподобия $\lambda\{\bar{\xi}\}$ в (44) строится на базе прямых регистраций гидродинамических полей $\bar{\xi}, \pi$, т.е. представляет собой также статистическую оценку, где поля $\bar{\xi}, \pi$ зависят от \bar{x}, τ ; поля $\bar{\xi}'', \pi''$ зависят от \bar{x}'', τ'' соответственно. Операторы \hat{B} описывают оценку статистических связей полей в разнесенных пространственно-временных точках. Матрица \hat{E}_N формально следует из (46) заменой символов $S \rightarrow N$.

В развернутой форме матричные элементы в (46) имеют следующий вид:

$$\hat{B}_{\bar{\xi}^T \bar{\xi}''} = \text{Fr}^2 \text{Re}^{-2} \left\langle \bar{Q}^T \hat{H}^T \hat{G}_d^T \hat{G}_d \hat{H} \bar{Q}'' \right\rangle_{W_{\bar{Q}}}, \quad (47)$$

$$\begin{aligned} \hat{B}_{\pi'', \bar{\xi}^T} &= \text{Re}^{-1} \text{Eu}^{-1} \left\langle \bar{Q}^T \hat{H}^T \hat{G}_d^T \hat{G}_{\Pi} \text{div} \hat{H} \bar{Q}'' \right\rangle_{W_{\bar{Q}, \bar{Q}''}} + \text{Re}^{-1} \text{Eu}^{-1} \left\langle \bar{Q}^T \hat{H}^T \hat{G}_d^T \hat{G}_{\Pi} (\bar{\xi} \cdot \nabla) \bar{\xi}'' \right\rangle_{W_{\bar{Q}, \bar{\xi}''}} = \\ &= \hat{B}_{\pi'', \bar{\xi}^T}^{\bar{Q}, \bar{\xi}} + \hat{B}_{\pi'', \bar{\xi}^T}^{\bar{Q}, \bar{\xi}''}, \end{aligned} \quad (48)$$

$$\text{где } \hat{B}_{\bar{\xi}, \pi''} = \text{Re}^{-1} \text{Eu}^{-1} \left\langle \hat{G}_d \hat{H} \bar{Q} \hat{G}_{\Pi} \text{div} \hat{H} \bar{Q}'' \right\rangle_{W_{\bar{Q}, \bar{Q}''}} + \text{Re}^{-1} \text{Eu}^{-1} \left\langle \hat{G}_d \hat{H} \bar{Q} \hat{G}_{\Pi} \text{div} (\bar{\xi} \cdot \nabla) \bar{\xi}'' \right\rangle_{W_{\bar{Q}, \bar{\xi}''}} = \hat{B}_{\bar{\xi}, \pi''}^{\bar{Q}, \bar{Q}''} + \hat{B}_{\bar{\xi}, \pi''}^{\bar{Q}, \bar{\xi}''}, \quad (49)$$

$$\hat{B}_{\pi, \pi''} = \text{Eu}^{-2} \text{Fr}^{-2} \left\langle \hat{G}_{\Pi} \left[\text{div} (\hat{H} \bar{Q} + (\bar{\xi} \cdot \nabla) \bar{\xi}) \right]^2 \right\rangle_{W_{\bar{Q}, \bar{\xi}}}. \quad (50)$$

Здесь символы $\langle \bullet \rangle_{W_{\bar{Q}, \bar{Q}''}}$ и $\langle \bullet \rangle_{W_{\bar{Q}, \bar{\xi}''}}$ означают осреднение по ФПВ источника \bar{Q}, \bar{Q}'' и совместный ФПВ полей источника \bar{Q}_n пульсаций безразмерной скорости $\bar{\xi}$; при этом (см. (22)) операторные ядра \hat{G}_d зависят от параметров $\text{Re}^{-1}, \text{Sh}$. Символ $\langle \bullet \rangle$ означает, что последний справа вектор \bar{Q} или $(\bar{\xi} \cdot \nabla) \bar{\xi}$ зависят от координат \bar{x}'', τ'' , которые определяют структуры оператора $\hat{H}(\bar{x}, \tau | \bar{x}'', \tau'')$ или $\hat{H}(\bar{x}'', \tau'' | \bar{x}, \tau)$ канала распространения. Очевидно также, что оператор \hat{H} и вектор \bar{Q} (см. (6)) управляются некоторым набором $\bar{\Pi}_{\hat{H}}$ или $\bar{\Pi}_{\bar{Q}}$ векторов параметров.

Нам кажется, что конкретизация модели физических свойств канала распространения и вида операторов Грина \hat{G}_d и \hat{G}_{Π} позволят сформулировать некоторые алгоритмы оценки неизвестных параметров задачи.

Очевидно, исходная формула (46) допускает иное представление:

$$\hat{\mathbf{E}}_S \{ \bar{\xi}, \bar{\xi}'' , \pi, \pi'' \} = \begin{vmatrix} \hat{\mathbf{B}}_{\bar{\xi}'' , \pi''}^{\bar{Q}, \bar{Q}'} ; & \hat{\mathbf{B}}_{\pi'' , \bar{\xi}''}^{\bar{Q}, \bar{Q}'} \\ \hat{\mathbf{B}}_{\bar{\xi} , \pi}^{\bar{Q}, \bar{Q}'} ; & \hat{\mathbf{B}}_{\pi , \bar{\xi}}^{\bar{Q}, \bar{Q}'} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 ; & \hat{\mathbf{B}}_{\pi'' , \bar{\xi}''}^{\bar{Q}, \bar{\xi}} \\ \hat{\mathbf{B}}_{\bar{\xi} , \pi}^{\bar{Q}, \bar{Q}'} ; & 0 \end{vmatrix} = \hat{\mathbf{E}}_S^{\bar{Q}\bar{Q}'} + \hat{\mathbf{E}}_S^{\bar{Q}\bar{\xi}} . \quad (51)$$

Аналогичное представление возникает для поля помех. По своей структуре выражение (51) аддитивно – учитывает (первое слагаемое) корреляционные эффекты полей $\bar{\xi}, \pi$, создаваемые сторонним источником \bar{Q} в канале распространения и (второе слагаемое с нулевой главной диагональю) механизм возбуждения гидродинамических полей $\bar{\xi}, \pi$ в результате совместного воздействия источника \bar{Q} и нелинейных динамических связей, возникающих собственно в системе Навье–Стокса. Ясно, что эти связи могут учитывать не только объемные гранично-контактные условия для полей $\bar{\xi}, \pi$ но и явления, возникающие на поверхности раздела соприкасающихся сред. Разумеется, в структуре (51) должны найти свое проявление как внутренние параметры среды $\bar{\Pi} = [\Pi_1 \Pi_2 \Pi_3 \Pi_4]^T = [\text{Sh}, \text{Tu}, \text{Re}, \text{Fr}]^T$, так (см. (6)) и неизвестные случайно-параметрические характеристики алгоритмических $\bar{\xi}, \bar{\eta}, \bar{\mu}$ -каналов распространения (рис. 2). Разумеется, структура (51) существенно проявится при анализе отношения правдоподобия (40), также, очевидно, представляющее собой статистическую оценку.

Смысловая часть оператора $\hat{\mathbf{Z}}_{\bar{\mu}}$ для $\bar{\mu}$ -канала (рис. 2) должна включать в себя формирование алгоритмов определения $\bar{\mu}$ оператором $\hat{\mathbf{Z}}_{\bar{\mu}} \bar{\mu}$ с вероятностной оценкой показателей качества $K_{\Sigma}^{\bar{\mu}}$.

Ясно, что структура обработки, вытекающая из рис. 2, применительно к формированию алгоритмов ГА и ГФ-систем должна содержать последовательность выполнения операций:

- элемент информационного перехода (канал распространения – электрическое поле на выходе пьезо- (или иного) приемника);
- элемент формирования направленного пространственного канала (ГА-системы) с адаптивной обработкой входного наблюдения;
- элемент формирования наблюдений, включая алгоритмическую обработку ГФ-полей в связи со свойствами среды контактного взаимодействия; поле – вероятностный алгоритм ГФ-информации;
- общая система алгоритмов трансформации ГФ и ГА-информации;
- система статистического анализа игровых гипотез в интересах целевого управления показателем качества.

В качестве направлений тематического расширения физической модели можно указать направление целенаправленного анализа кильватерного следа системами многопорогового приема потенциальных и вихревых течений.

Конкретизация физического и информационного содержания матричных ядер $\hat{\mathbf{E}}_S$ и $\hat{\mathbf{E}}_N$ будет осуществлена ниже. Пока же прямое вычисление отношения правдоподобия $\lambda\{\bar{\alpha}\}$ в случае гауссовых статистик полей приводит к следующему результату:

$$\lambda\{\bar{\alpha}\} = \text{Det}^{-1/2} \left(\hat{\mathbf{I}} + \hat{\mathbf{R}}_{\hat{\mathbf{E}}_N} \hat{\mathbf{E}}_S \right) \exp - \frac{1}{2} (\bar{\alpha} - \bar{B}_{\bar{\xi}})^T \left[\hat{\mathbf{R}}_{\hat{\mathbf{E}}_N} \hat{\mathbf{E}}_S \left(\hat{\mathbf{I}} + \hat{\mathbf{R}}_{\hat{\mathbf{E}}_N} \hat{\mathbf{E}}_S \right)^{-1} \right] (\bar{\alpha} - \bar{B}_{\bar{\alpha}}) . \quad (52)$$

Структура (52) определяется функциями $\hat{\mathbf{R}}$ полей $\bar{\xi}, \pi$, образующими матрицу (44), (46). В (52) конструкция:

$$\text{Det}(\hat{\mathbf{I}} + \hat{\mathbf{R}}_{\hat{\mathbf{E}}_N} \hat{\mathbf{E}}_S) = D_F(-\hat{\mathbf{R}}_{\hat{\mathbf{E}}_N} \hat{\mathbf{E}}_S).$$

Как обычно, сигнальные (s) вклады создаются механизмом среды распространения и проявляются в (51) через матричные ядра $\hat{\mathbf{E}}_S$, фиксирующие в том числе свойства носителя информации, генерируемой источником \bar{Q} .

Проанализируем далее выражение (52). Учтем, что в (52) D_F есть определитель Фредгольма, фиксирующий структуру взаимодействия корреляционных матриц сигнала S и шума N , которые несут при этом информацию (через матрицы $\hat{\mathbf{E}}_{S,N}$) о физических особенностях распространения $\bar{\xi}, \pi$ -полей и, в частности, отражающими информационные свойства безразмерных потоков мощности $\bar{P} = \pi \bar{\xi}$. Важную роль при этом в структуре (52) играет обратная матрица помех $\hat{\mathbf{R}}_{\hat{\mathbf{E}}_N}$, определяемая, очевидно, соотношением

$$\hat{\mathbf{R}}_{\hat{\mathbf{E}}_N} = [\hat{\mathbf{E}}_N^{\bar{Q},\bar{Q}} + \hat{\mathbf{E}}_N^{\bar{Q},\bar{\xi}}]^{-1} = [\text{Det}^{-1} \hat{\mathbf{R}} \cdot (\hat{\mathbf{E}}_N^{\bar{Q},\bar{Q}} + \hat{\mathbf{E}}_N^{\bar{Q},\bar{\xi}})_{\Delta}], \quad (53)$$

где (Δ) – символ алгебраического дополнения. Операторы $\hat{\mathbf{E}}_N^{\bar{Q},\bar{Q}}, \hat{\mathbf{E}}_N^{\bar{Q},\bar{\xi}}$ в нашей постановке задачи имеют смысл статистических оценок, отвечающих алгоритму подпороговой регистрации фоновых полей $\bar{\zeta}, \bar{\eta}, \bar{\mu}$ (рис. 2).

$$\text{Если обозначить оператор } \hat{\mathbf{F}}_{SN} = \hat{\mathbf{R}}_{\hat{\mathbf{E}}_N} \hat{\mathbf{E}}_S, \quad (54)$$

то $\lambda(\bar{\alpha})$ в (52) примет вид

$$\lambda\{\bar{\alpha}\} = \text{Det}^{-1/2}(\hat{\mathbf{I}} + \hat{\mathbf{F}}_{SN}) \exp - \frac{1}{2} [(\bar{\alpha} - b_{\bar{\xi}})^T \hat{\mathbf{F}}_{SN} (\hat{\mathbf{I}} + \hat{\mathbf{F}}_{SN})^{-1} (\bar{\alpha} - b_{\bar{\alpha}})], \quad (55)$$

$$\text{где удобно обозначить } \hat{\mathbf{F}}_{SN} (\hat{\mathbf{I}} + \hat{\mathbf{F}}_{SN})^{-1} = \hat{\mathfrak{R}}_{SN}. \quad (56)$$

Тем самым выражение (52) и отношение правдоподобия связываются с результатами прямых наблюдений аппаратурой ГА и ГФ-систем, структура которых изображена на рис. 2. Поскольку эти системы выполняют операции (35)–(38), информационно соответствующие всему каналу распространения, включая линейную, нелинейную и индикаторную обработку наблюдений, постольку выходной вектор $\bar{\zeta}$ (также имеющий, очевидно, смысл статистической оценки) будет являться функционалом всех пока неизвестных параметров задачи (см. (33)). Таким образом, динамические узлы рис. 2 проявляются как элементы оператора отображения входной полевой информации. Если λ – наблюдение фиксирует входной полевой вектор $(\bar{\xi}, \pi)$, то для анализа отношения правдоподобия (52) необходимо использовать динамическую базу соотношений (35)–(38). Ниже рассматривается именно эта задача.

По смыслу (56) оператор $\hat{\mathfrak{R}}_{SN}$ представляет собой резольвенту оператора $\hat{\mathbf{F}}_{SN}$, определенного в (53). Информационный смысл оператора $\hat{\mathbf{F}}_{SN}$ будет обсужден ниже.

Очевидно, $\hat{\mathfrak{R}}_{SN}$ в (56) есть корреляционное ядро вектора оценок $\tilde{\zeta}(\bar{x}, t / \bar{\Pi})$ (\sim – символ оценки) в точках \bar{x}, t и \bar{x}', t' при фиксированном векторе параметров. Если изменчивость его в пространстве–времени мала на временных интервалах T скользящего осреднения алгоритмов регистрации полей сигнала и помехи (см. рис. 2), то приходим теперь к необходимости явно раскрыть информационный смысл соотношений (35)–(38),

отражающих динамику всего канала распространения. Выражение (56) допускает несколько иное представление приведенной операторной конструкции в интересах анализа оператора \widehat{F}_{SN} (54) как помехо-сигнальную характеристику. Из (56) получаем:

$$\widehat{F}_{SN} = \widehat{\mathfrak{R}}_{SN} (\mathbf{I} - \widehat{\mathfrak{R}}_{SN})^{-1}.$$

Ясно, что из (56) вытекает статистика \widehat{F}_{SN} как оператора помехо-сигнального взаимодействия. Тогда (55) в терминах оператора $\widehat{\mathfrak{R}}_{SN}$ и вектора \bar{b}_{ξ} приобретает следующий вид:

$$\lambda\{\bar{\alpha}\} = \text{Det}^{-1/2} \left(\widehat{I} + \widehat{\mathfrak{R}}_{SN} (\widehat{I} - \widehat{\mathfrak{R}}_{SN})^{-1} \right) \exp - \frac{1}{2} \left[(\bar{\alpha} - \bar{b}_{\xi})^T \widehat{\mathfrak{R}}_{SN} (\bar{\alpha} - \bar{b}_{\xi}) \right]. \quad (57)$$

Иными словами, отношение правдоподобия $\lambda\{\bar{\alpha}\}$ управляется в гауссовом случае двумя статистическими моментами \bar{b}_{ξ} и $\widehat{\mathfrak{R}}_{SN}$, что можно было предвидеть.

Преобразуем конструкцию $\text{Det}^{-1/2} \{\bullet\}$ в (57) с учетом тождества

$$D_F \left\{ \widehat{\mathfrak{R}}_{SN} + (\widehat{I} - \widehat{\mathfrak{R}}_{SN})^{-1} - \widehat{\mathfrak{R}}_{SN} (\widehat{I} - \widehat{\mathfrak{R}}_{SN})^{-1} \right\} = D_F \left\{ \widehat{\mathfrak{R}}_{SN} \right\},$$

где $D_F \{\bullet\}$ – определитель Фредгольма ядерного оператора $\widehat{\mathfrak{R}}_{SN}$. Тогда соответственно получаем:

$$\lambda\{\bar{\xi}\} = \text{Det}^{-1/2} \left\{ \widehat{I} - \widehat{\mathfrak{R}}_{SN} \right\} \exp - \frac{1}{2} \left[(\bar{\xi} - \bar{b}_{\xi})^T \widehat{\mathfrak{R}}_{SN} (\bar{\xi} - \bar{b}_{\xi}) \right]. \quad (58)$$

Введем теперь в (58) обычным путем пульсационное поле наблюдений $\bar{\eta}$ через соотношение

$$\tilde{\eta} = \tilde{\xi} - \tilde{b}_{\xi}; \quad \tilde{b}_{\xi} = M \tilde{\xi}; \quad M \tilde{\eta} = 0.$$

Поле $\bar{\eta} = \bar{\eta}[\bar{\Pi}]$, непосредственно регистрируемое алгоритмической структурой, т.е. является статистической оценкой, зависящей от вектора параметров $\bar{\Pi}$. Тогда выражение (58) приобретает более простую форму:

$$\lambda\{\bar{\eta}\} = D_F^{-1/2} \left\{ \tilde{\beta}_{SN} \right\} \exp - \frac{1}{2} \left(\bar{\eta}^T \tilde{\beta}_{SN} \bar{\eta} \right). \quad (59)$$

При этом операторное ядро $\tilde{\beta}_{\bar{\eta}}$ по своей информационной сути становится ковариационным ядром пульсаций поля для ГА и ГФ-задач, то есть:

$$\tilde{\beta}(\tilde{\eta}, \tilde{\eta}') = \widehat{M}_T \left(\tilde{\xi} - \tilde{b}_{\xi} \right)^T \left(\tilde{\xi}' - \tilde{b}_{\xi}' \right) = M_T \tilde{\eta}^T \tilde{\eta}', \quad (60)$$

где \widehat{M}_T – оператор осреднения по времени со скользящим окном:

$$M_T = \frac{1}{2T} \int_{\tau-T}^{\tau+T} \dots d\tau, \quad (61)$$

что отвечает условиям гипотезы эргодичности (см. [5]). Ясно, что переход к пульсационным полям $\bar{\eta}$ оправдан для модели однородного случайного поля $\tilde{\xi}$ на интервале наблюдения $2T$ всегда меньшем, чем геофизические временные масштабы.

Заметим, что из (59) следует также невырожденность (самосопряженность) ядра $\tilde{\beta}_{SN}$, т.е. связь вида $\tilde{\beta}_{SN}^T = \tilde{\beta}_{SN}$.

Ясно, что пульсационный оператор $\tilde{\beta}_{SN}$ фиксирует корреляцию SN (его оценку). Поскольку вектор наблюдений $\bar{\xi}(\bar{x}t/\bar{\Pi})$ как статистическая оценка управляется также неизвестным – возможно случайным – вектором параметров $\bar{\Pi}$, постольку эта связь, прежде всего, проявится в свойствах и характере решений уравнения МПО как неизвестных, но максимально правдоподобных параметров поля, проявляющихся через корреляцию полей сигналов S и помех N в условиях их статистической связи. Очевидно, параметризация поля пульсаций η в ГА, ГФ-задачах также найдет свое проявление при алгоритмической регистрации поля $\bar{\eta}$. Ясно, что из (60) следует выражение для интенсивности пульсаций поля

$$\tilde{\sigma}_{\beta_{SN}}^2 = \tilde{\beta}_{SN}(\bar{\eta}, \bar{\eta}) = M_T |\bar{\eta}|^2. \quad (62)$$

Очевидно, что вектор \bar{b}_{ξ} и оператор \mathfrak{R}_{SN} также управляются помехо-сигнальными гидроакустическими параметрами полного (сквозного) канала распространения, с учетом зависимости корреляционных матриц полей сигнала S и помех N от безразмерных Sh, Eu, Re, Fr (см. (22)) как параметров полей сигнала S и помех N , т.е. параметров $\bar{\Pi}_H$ и $\bar{\Pi}_Q$. Для источника \bar{Q} и канала \bar{H} становится ясна необходимость также построения решений задачи МПО на базе анализа функционала $\lambda\{\bar{\xi}/Sh; Eu; Re; Fr; \bar{\Pi}_H; \bar{\Pi}_Q\}$, т.е. анализа расширенного пространства $\Xi_{\bar{\Pi}_\Sigma}$, определяющего функционал $\lambda\{\bar{\xi}, \Xi\}$ в целях построения максимально правдоподобных решений, что, очевидно, непосредственно ведет к построению соответствующих алгоритмических структур. Ниже мы продолжим анализ уже через решение задачи нахождения максимально правдоподобных решений.

Как хорошо известно (см., напр., [5]), эта задача требует решения функциональной системы уравнений на пространстве параметров. Применительно к заданной в (58) структуре $\lambda\{\bar{\alpha}, \bar{\Pi}\}$ эта система уравнений имеет вид

$$\nabla_{\bar{\Pi}} \ln \lambda\{\bar{\alpha}, \bar{\Pi}\} = 0, \quad (63)$$

т.е. для (58) получим $(\bar{b}_{\xi} = \bar{b}_{\xi_{SN}})$ как решение экстремальной задачи. Соответственно имеем

$$\nabla \left\{ \ln D_F \{ \mathfrak{R}_{SN} [\bar{\Pi}] \} + \left[\left(\bar{\xi} - \bar{b}_{\xi_{SN}} [\bar{\Pi}] \right)^T, \mathfrak{R}_{SN} [\bar{\Pi}] \left(\bar{\xi} - \bar{b}_{\xi_{SN}} \right) \right] \right\} = 0, \quad (64)$$

где $\dim \bar{\Pi} = \dim \bar{\Pi}_\Sigma = 4 + \dim \bar{\Pi}_H + \dim \bar{\Pi}_Q$ и $\bar{\xi} = \bar{\xi}(\bar{x}, t, \bar{\Pi})$

С учетом свойств бесконечных (в пределе континуальных) определителей (см., напр., [15]) из (63) следует уравнение максимального правдоподобия относительно $\bar{\Pi}$ как подлежащего оцениванию неизвестного вектора параметров. Тогда получаем:

$$\begin{aligned} \nabla_{\bar{\Pi}} \ln \lambda \{ \tilde{\xi}, \bar{\Pi} \} = Sp \left[\left(\hat{I} - \tilde{\mathfrak{R}}_{SN}(\bar{\Pi})^{-1} \nabla_{\bar{\Pi}} \tilde{\mathfrak{R}}_{SN}(\bar{\Pi}) \right) \right] + \left[\left(\nabla_{\bar{\Pi}} \tilde{\xi} - \nabla_{\bar{\Pi}} \tilde{b}_{\xi}(\bar{\Pi}) \right)^T, \tilde{\mathfrak{R}}_{SN}(\bar{\Pi}) \left(\tilde{\xi} - \tilde{b}_{SN}(\bar{\Pi}) \right) \right] + \\ + \left[\left(\tilde{\xi} - \tilde{b}_{SN}(\bar{\Pi}) \right)^T, \nabla_{\bar{\Pi}} \tilde{\mathfrak{R}}_{SN}(\bar{\Pi}) \left(\tilde{\xi} - \tilde{b}_{SN}(\bar{\Pi}) \right) \right] + \left[\left(\tilde{\xi} - \tilde{b}_{SN}(\bar{\Pi}) \right)^T, \tilde{\mathfrak{R}}_{SN}(\bar{\Pi}) \nabla_{\bar{\Pi}} \left(\tilde{\xi} - \tilde{b}_{SN} \right) \right] = 0 \end{aligned} \quad (65)$$

Ясно, что поле \tilde{V} , как отмечено выше, есть символ статистической оценки. В (65) градиент $(\nabla_{\bar{\Pi}})$ вектора $\tilde{\xi}$ в пространстве параметров $D_{\bar{\Pi}}$ должен по своему смыслу также рассматриваться как объект самостоятельного МП физического анализа, увязанного с алгоритмом функционирования собственно регистрирующей алгоритмической системы. В результате возникает некоторая область (полоса) возможных решений МПО задачи.

Очевидно, причиной пространственно-временной изменчивости параметров движущегося стороннего объекта являются случайно-неоднородные свойства среды распространения, с одной стороны, и, вообще говоря, неравномерное движение источника $\bar{Q}(\bar{x}(t), t)$ по а priori неизвестной траектории – с другой. Наконец, могут также проявляться технологические ошибки изготовления регистрирующей поле аппаратуры.

Анализ подобного типа заметно упрощается при переходе к пульсациям $\tilde{\eta}$ (см. (63)). Тогда вместо (63) получаем нелинейное относительно $\bar{\Pi}$ уравнение вида:

$$\nabla_{\bar{\Pi}} \ln \lambda \{ \tilde{\eta}, \bar{\Pi} \} = Sp \left[\left(\hat{I} - \tilde{\beta}_{SN}(\bar{\Pi}) \right)^{-1} \nabla_{\bar{\Pi}} \tilde{\beta}(\bar{\Pi}) \right] + \left(\nabla_{\bar{\Pi}} \eta^T(\bar{\Pi}) \right) \tilde{\beta}_{SN} \tilde{\eta} + \left(\tilde{\eta}^T \nabla_{\bar{\Pi}} \tilde{\beta}_{SN} \tilde{\eta} \right) + \left(\tilde{\eta}^T \tilde{\beta}_{SN} \nabla_{\bar{\Pi}} \tilde{\eta} \right) = 0, \quad (66)$$

т.е. $\tilde{\eta}, \tilde{\beta}_{SN}$ управляются вектором параметров $\bar{\Pi}$.

Ясно, что (см. (52)) операторы $\tilde{F}, \tilde{\mathfrak{R}}, \tilde{\beta}, \tilde{R}$ описывают (см. (54)) механизм взаимодействия полей. Очевидно, в (65) вектор $\bar{\Pi}$ содержит в себе компоненту, управляемую механизмом стороннего (фон или источник) воздействия, связанного уже с особенностями физического механизма.

Удобно теперь в (66) ввести оператор \tilde{R}_{SN} для связи с $\tilde{\beta}$ (см., напр., [15]) при анализе уже резольвентного уравнения вида

$$\tilde{R}_{SN}^T \tilde{\beta}_{SN} \tilde{R}_{SN} = \tilde{\beta}_{SN}, \quad (67)$$

где (67) как конструкция есть преобразование подобия.

Очевидно, отсюда получаем формально простые соотношения вида

$$\left. \begin{aligned} \left(\tilde{I} - \tilde{\beta}_{SN} \right)^{-1} &= \tilde{\beta}_{SN}^{-1} \tilde{R}, \\ \tilde{R}_{SN} &= \tilde{\beta}_{SN} \left(\tilde{I} - \tilde{\beta}_{SN} \right). \end{aligned} \right\} \quad (68)$$

Тогда уравнение (65) принимает следующий вид:

$$Sp \left[\tilde{\beta}_{SN}^{-1} \tilde{R} \nabla_{\bar{\Pi}} \tilde{\beta}_{SN} \right] + \left(\nabla_{\bar{\Pi}} \tilde{\eta}^T \tilde{\beta} \tilde{\eta} \right) + \left(\tilde{\eta}^T \nabla_{\bar{\Pi}} \tilde{\beta}_{SN} \tilde{\eta} \right) + \left(\tilde{\eta}^T \tilde{\beta}_{SN} \nabla_{\bar{\Pi}} \tilde{\eta} \right) = 0. \quad (69)$$

Ясно, что в этих выражениях сторонние воздействия фиксируются уже случайным числом Фруда Fr (см. (1), (2)). При такой постановке помехо-сигнальных воздействий мы приходим к алгоритмам порогового приема H_0 и H_1 – гипотезы с соответствующими ошибками (например, для правила Неймана–Пирсона).

Ясно, что из (67) также следует обратное соотношение:

$$\tilde{\beta}_{SN} = \tilde{R}_{SN} \left(\tilde{I} + \tilde{R}_{SN} \right)^{-1}. \quad (70)$$

В связи с (62) из (70) вытекает связь, позволяющая ввести нормировку и выразить результаты с известным показателем сигнал/помеха:

$$\tilde{\beta}_{SN} = q_{SN} \tilde{\rho}_N \tilde{e}_S \left(\tilde{I} + q_{SN} \tilde{\rho}_N \tilde{e}_S \right), \quad (71)$$

где $q_{SN} = \sigma_S / \sigma_N$ – отношение сигнал/помеха; $\tilde{\rho}_N$ – коэффициент ковариации пульсаций поля помех N ; \tilde{e}_S – аналогичная статистика поля полезного сигнала S ; σ_S^2, σ_N^2 – мощности сигнала и шума.

Тогда из (71) следует, что для практически интересных условий представляет особый интерес неравенство (см. также (61)) вида

$$\left| \tilde{\rho} \tilde{e} \right| < 1. \quad (72)$$

Ясно теперь, что структура матрицы $\tilde{\beta}$ является аналитической функцией оценки вектора наблюдений $\tilde{\eta}$, зависящей от координат \bar{x}, t и вектора параметров $\bar{\Pi}$ и допускающей соответственно разложение в ряды Тейлора в пространстве параметров $\bar{\Pi}$, т.е. (70), (71) характеризует локальную помехо-сигнальную ситуацию всей решаемой задачи. Уравнение (70) становится теперь заданной операторной конструкцией в виде суммы трех билинейных форм, построенных на базе оценок наблюдаемого пульсационного вектора $\tilde{\eta}$. Проведем теперь в (70) некоторое линейное преобразование подобия в $D_{\tilde{\eta}}$ функциональном пространстве вида

$$\tilde{\eta} = \tilde{\Phi} \tilde{\mu}; \quad \tilde{\eta}^T = \tilde{\mu}^T \tilde{\Phi}^T, \quad (73)$$

где $\tilde{\eta}, \tilde{\mu}$ и $\tilde{\Phi}$ всегда зависят от $\bar{\Pi}$ в пределах законности преобразования подобия. При этом зависящий также (оценка!) от вектора параметров $\bar{\Pi}$ оператор $\tilde{\Phi}[\bar{\Pi}]$ должен быть выбран в соответствии с некоторым дополнительным условием.

Выше мы подчеркивали, что оценки $\tilde{\zeta}$ и $\tilde{\eta}$ в (63)–(69) зависят от вектора параметров $\bar{\Pi}$, равно как и оценки операторов $\tilde{R}, \tilde{\beta}$ и, очевидно, оператора \tilde{H} как оператора распространения в морском канале (см.рис. 2). Тогда, вводя унитарный и симметричный оператор $\tilde{\Phi}$, имеем связь:

$$\tilde{\Phi} = \tilde{\Phi}[\bar{\Pi}] = \nabla_{\bar{\Pi}} \tilde{\Phi} \neq 0, \quad \tilde{\Phi} = \tilde{\Phi}^T. \quad (74)$$

Естественно, что эти оценки зависят также от начала пространственно-временных координат, т.е. координат центра инерции движущегося носителя алгоритмической аппаратуры. Подобно (70) введем также градиентное отображение (рис. 2) вектора $\tilde{\eta}$ (с учетом (73)) в пространстве параметров $D_{\bar{\Pi}}$ при конкретизации оператора $\tilde{\Phi}$ в виде $\tilde{\Phi} = \tilde{\Phi}_{SN}$.

Ясно, что поскольку зависимость $\tilde{\Phi}(\bar{\Pi})$ сохраняется по определению, постольку тогда возникают связи вида

$$\nabla_{\bar{\Pi}} \tilde{\eta} = \nabla_{\bar{\Pi}} \left(\tilde{\Phi} \tilde{\mu} \right), \quad \nabla_{\bar{\Pi}} \tilde{\eta}^T = \nabla_{\bar{\Pi}} \left(\tilde{\mu}^T \tilde{\Phi} \right). \quad (75)$$

Введем теперь для градиента вектор-оператора $\nabla_{\bar{\Pi}} \tilde{\beta}_{SN}$ и его оценки специальное обозначение:

$$\nabla_{\bar{\Pi}} \tilde{\beta}_{SN} = \tilde{\theta}_{SN}, \quad \nabla_{\bar{\Pi}} \tilde{\beta}_{SN}^T = \tilde{\theta}_{SN}^T, \quad (76)$$

где оператор $\tilde{\theta} = \tilde{\theta}[\bar{\Pi}]$ в общем случае является также нелинейным и порождает (76). Ясно, что физически (см. (65), (69)) оператор $\tilde{\theta}$ описывает изменчивость отношения сигнал/шум при изменении параметров $\bar{\Pi}$ (тракт $\hat{Z}_{\bar{\mu}}$ на рис. 2).

Тогда уравнение правдоподобия (69) принимает вид

$$\text{Sp} \left[\tilde{\beta}_{SN}^{-1} \tilde{R}_{SN} \tilde{\theta}_{SN} \right] + 2 \left(\nabla_{\bar{\Pi}} \tilde{\mu}^T \tilde{\Phi}^T \tilde{\beta}_{SN} \tilde{\theta}_{SN} \tilde{\mu} \right) + \left(\tilde{\mu}^T \tilde{\Phi}^T \tilde{\theta}_{SN} \tilde{\Phi} \tilde{\mu} \right) = 0. \quad (77)$$

Также очевидно управляемое вектором параметров $\bar{\Pi}$.

В связи с (73) обозначая теперь

$$\nabla_{\bar{\Pi}} \tilde{\mu} = \tilde{v}, \quad \nabla_{\bar{\Pi}} \tilde{\mu}^T = \tilde{v}^T \quad (78)$$

(очевидно, и оценка вектора \tilde{v} также зависит от вектора параметров $\bar{\Pi}$ как результата наблюдений), т.е. получаем в связи с (76) более удобную для анализа форму уравнения (65)

$$\text{Sp} \left[\tilde{\beta}_{SN}^{-1} \tilde{R}_{SN} \tilde{\theta}_{SN} \right] + 2 \left[\left(\tilde{v}^T \tilde{\Phi}^T \tilde{\beta}_{SN} \tilde{\theta}_{SN} \tilde{\mu} \right) + \left(\tilde{\mu}^T \nabla_{\bar{\Pi}} \tilde{\Phi}^T \tilde{\beta}_{SN} \tilde{\theta}_{SN} \tilde{\mu} \right) \right] + \left(\tilde{\mu}^T \tilde{\Phi}^T \tilde{\theta}_{SN} \tilde{\Phi} \tilde{\mu} \right) = 0, \quad (79)$$

зависящую от билинейной и квадратичной форм, соответственно имеющих вид: $\tilde{\beta}_{SN}^{-1} \tilde{R}_{SN} \tilde{\theta}_{SN}$, $\tilde{\Phi} \tilde{\beta}_{SN} \tilde{\Phi}$.

При этом мы учли вытекающие из (75) соотношения:

$$\nabla_{\bar{\Pi}} \tilde{\eta} = \nabla_{\bar{\Pi}} \tilde{\Phi} \tilde{\mu} + \tilde{\Phi} \nabla_{\bar{\Pi}} \tilde{\mu}, \quad (\nabla_{\bar{\Pi}} \tilde{\eta})^T = -\tilde{\mu}^T \tilde{\Phi}^T \nabla_{\bar{\Pi}} - \tilde{\mu}^T \nabla_{\bar{\Pi}} \tilde{\Phi}. \quad (80)$$

Поскольку, как отмечено выше - см. также (70), что оценка вектора $\tilde{\mu}$ и оценка оператора $\tilde{\Phi}$, очевидно, зависят от оценки вектора параметров $\bar{\Pi}$, который априорно неизвестен, постольку специализируем теперь выбор оценки симметричного оператора $\tilde{\Phi}$ через требования подобия:

$$\tilde{\Phi}^T \tilde{\beta}_{SN} \tilde{\Phi} = \tilde{I}, \quad \tilde{\Phi}^T = \tilde{\Phi}^{-1}. \quad (81)$$

Тогда при исследовании оценок правая часть (81) также приобретает смысл оценки единичного оператора \tilde{I}_{SN} задачи МПО, который должен быть определен из эксперимента как прямое наблюдение оценки параметра аппроксимации δ и σ -функций (см. [16]).

Соответственно с учетом (80) и (81) уравнение (79) принимает следующий вид:

$$\text{Sp} \left[\tilde{\beta}_{SN}^{-1} \tilde{R}_{SN} \tilde{\theta}_{SN} \right] + 2 \left[\left(\tilde{v}^T \tilde{I}_{SN} \tilde{\mu} \right) + \left(\tilde{\mu}^T \tilde{\sigma}_{SN} \tilde{\mu} \right) \right] + \left(\tilde{\mu}^T \tilde{\Phi}^T \tilde{\theta}_{SN} \tilde{\Phi} \tilde{\mu} \right) = 0. \quad (82)$$

Здесь для удобства введена, как и выше, оценка градиентного оператора оценки единичного оператора:

$$\tilde{\sigma}_{SN} = \nabla_{\bar{\Pi}} \tilde{I}_{SN}, \quad (83)$$

где $\tilde{\sigma}_{SN}$ также есть оценка функции единичного скачка в пространстве, т.е. характеристика изменчивости оператора $\tilde{\sigma}_{SN}$. При этом выбор $\tilde{\Phi}$ в (81) осуществлен при выполнении правила коммутации:

$$\nabla_{\bar{\Pi}} \tilde{\Phi} = \tilde{\Phi} \nabla_{\bar{\Pi}}. \quad (84)$$

Очевидно, (84) описывает свойство четности $\tilde{\Phi}$ в $D_{\bar{\Pi}}$ -пространстве, т.е.

$$\tilde{\Phi}(\bar{\Pi}) = \tilde{\Phi}(-\bar{\Pi}). \quad (85)$$

Дальнейший анализ системы уравнений (82) как базы для построения максимально правдоподобных решений требует уже детального рассмотрения динамических и вероятностных особенностей компонент вектора параметров $\bar{\Pi}_{\Sigma} = [\bar{\Pi}_1; \bar{\Pi}_2; \bar{\Pi}_3 \dots]^T$. При этом они выступают не только как результаты прямых наблюдений (в частности, на основе использования адаптивных технологий), но также и как итог поставленной статистической обратной задачи в связи с ее конечной физической и прикладной параметрической адресацией. Иными словами, оценка вектора $\bar{\Pi}$ должна выступать как результат эксперимента. Соответственно анализ системы уравнений (82) требует, очевидно, рассмотрения особенностей оператора $\nabla_{\bar{\Pi}_{\Sigma}}$ в пространстве параметров $D_{\bar{\Pi}_{\Sigma}}$ в связи с общей динамикой канала \hat{N} и структурной схемой распространения (рис. 2, см. оператор \hat{Z}_{Π}) в увязке, очевидно, с физическим содержанием полевых алгоритмических операторов, т.е. \hat{N}_S (морская среда), $\hat{N}_{\Gamma A, \Gamma \Phi}^{(n)}$ – линейная часть алгоритма обработки – см.рис. 2, $\hat{F}^{(g)}$ – сторонние источники и при выборе аддитивной модели (39), ответственной за структуру отношения правдоподобия объединяющую параметрическое содержание задачи сквозного распространения в его координатном представлении, отвечающем физике информационного канала.

Совокупность этих задач, очевидно, определяется набором векторов:

$$\bar{\Pi}_{\Sigma} = [\bar{\Pi}_S; \bar{\Pi}_N; \bar{\Pi}_{SN}]^T, \quad \bar{\Pi}_{\Sigma_S} = [\bar{\Pi}_{Q_S}; \bar{\Pi}_{\hat{H}_{S/S}}; \bar{\Pi}_{\Gamma Ac} \bar{\Pi}_{\Gamma \Phi c} \bar{\Pi}_{F_{qs}}]^T, \quad (86)$$

где $\text{Dim} \bar{\Pi}_{\Sigma} = \text{dim} \bar{\Pi}_S + \text{Dim} \bar{\Pi}_N + \bar{\Pi}_{SN}$.

Аналогично для поля помех N

$$\bar{\Pi}_{\Sigma_N} = [\bar{\Pi}_{Q_N}; \bar{\Pi}_{\hat{H}_{S/N}}; \bar{\Pi}_{\Gamma A_N(\Gamma \Phi)_N}; \bar{\Pi}_{\hat{F}^{(g)}_N}]^T. \quad (87)$$

Смысл отдельных векторов параметров и их размерность $[\bar{\Pi}_1; \bar{\Pi}_2; \dots]^T$, т.е. $\text{Dim} \bar{\Pi}_{\Sigma} = \sum_i \text{dim} \bar{\Pi}_i$, ясен из (35)–(38). Смысл параметра $\bar{\Pi}_{SN}$ в (86) как одной из компонент вектора $\bar{\Pi}_{\Sigma}$ связан с наличием в общем случае нелинейного механизма динамического взаимодействия в канале распространения \hat{N} полей сигнальных (S) и помеховых (N) возмущений $\bar{\Pi}_{SN}$. Естественно, что при этом для полей помех различной природы могут возникнуть модуляционные эффекты в среде и, очевидно, в каналах алгоритмической обработки. Пример такого механизма содержится в динамике полей движущегося

источника (см. (29)–(31) и рис. 1, *a*, *b*). Ясно, что структура вектора $\bar{\Pi}_\Sigma$ отразится (см. (52)) на виде корреляционного оператора $\hat{\mathfrak{K}}$ и структуре градиентного оператора $\nabla_{\bar{\Pi}_\Sigma}$ в параметрическом пространстве $D_{\bar{\Pi}}$.

Другим примером помехо-сигнального взаимодействия является второе слагаемое через представление (46)–(51), фиксирующее акусто-гидродинамическое распространение информации в случайно-неоднородной среде (см. [8], [12], [13]). Учитывая (82), получим для оператора $\nabla_{\bar{\Pi}}$ представление общего типа:

$$\nabla_{\bar{\Pi}_\Sigma} = \nabla_{\bar{\Pi}_S} + \nabla_{\bar{\Pi}_N} + \nabla_{\bar{\Pi}_{SN}}. \quad (88)$$

Очевидно, структура (88) содержит в последнем слагаемом вклад помехо-сигнального взаимодействия (см. (51)), проявляющийся в параметрическом пространстве. Это свойство, очевидно, должно проявиться при исследовании решений уравнения (69) через ковариационный оператор $\hat{\beta}$, определенный в (60)–(62), будучи тем самым увязан с помехо-сигнальными параметрами в (72). Физический смысл этих параметров, очевидно, определяется операторной матрицей (46) для полей сигнала S и помехи N соответственно. Раскрытая форма (47)–(50) фиксирует связь уравнения МПО (82) с формой $\lambda\{\bar{\zeta}\}$ (см. (43)) отношения правдоподобия. (Опустим далее нижний индекс SN , т.е.

$R_{SN} \rightarrow R$). Ясно, что в (65)–(90) конструкции $\hat{\theta}$, $\hat{\beta}$, \hat{R} , $\hat{\eta}$, $\hat{\mu}$, $\hat{\Phi}$ в итоге зависят от вектора параметров $\bar{\Pi}_\Sigma$ в силу функциональной формы алгоритмической обработки (рис. 2). Соответственно это свойство векторов и операторов сохранится и проявится при решении МПО задачи оценивания, если учесть связь (82) между векторами $\tilde{\mu}$ и $\tilde{\sigma}$.

Поскольку функционально параметрическое содержание (88) для поля сигнала S и шума N определится текущими результатами алгоритмических наблюдений ГА, ГФ-систем в режимах подпорогового контакта ($S = 0$, гипотеза H_0) или надпорогового контакта ($S \neq 0$, гипотеза H_1), постольку параметр $\bar{\Pi}_\Sigma$ в данных условиях есть оценка

$$\bar{\Pi}_\Sigma = \tilde{\bar{\Pi}}_\Sigma, \quad (89)$$

т.е. приобретает также смысл статистической оценки как решение обратной статистической задачи, базирующейся на прямом алгоритмическом наблюдении помехо-сигнальной ситуации (86), (87) и на этой основе восстанавливается МПО вектора неизвестных параметров (86), (87) (см., напр. [21–25]).

Подчеркнем, что анализ и решение данной задачи МПО радикально отличает ее от классической обратной задачи динамического типа (например, восстановление структуры источника как физической причины, порождающей полевые возмущения и их выбранные теоретические модели). Как известно [24], в такой постановке обратная задача становится некорректной (а ее решение неустойчивым) и требующей поэтому использования дополнительной процедуры регуляризации.

В этом плане все адаптивные методы, основанные на использовании (разумеется, в рамках энтропийных критериев) прямых результатов наблюдений и осуществляемые оптимальными алгоритмами (см. $\hat{Z}_{\bar{\Pi}}$ -оператор на рис. 2), открывают пути решения усредненных по ансамблю и потому изначально регуляризованных (см. [11, 12, 20, 25–28]) статистических обратных задач. В качестве конкретной иллюстрации подобного подхода можно указать работу [21], посвященную решению обратной задачи оценивания па-

раметров случайно неоднородной акустической среды. В работе [27] обратная задача решается на основе перехода к континуальной форме ядра Меллина для оценки ХФ случайного источника поля, на базе информации наблюдения и оператора случайной функции Грина [25].

На этой основе и с учетом сказанного выше вернемся теперь к анализу системы (82), определяющей максимально правдоподобные оценки параметра $\tilde{\Pi}_\Sigma$. Первое слагаемое в (82) с учетом (76) и (83) допускает преобразование

$$\text{Sp} \left[\tilde{\beta}^{-1} \tilde{R} \tilde{\Theta} \right] = \text{Sp} \left[\tilde{\Theta} \tilde{\beta} \tilde{R} \right] = \text{Sp} \left[\nabla_{\tilde{\Pi}} \tilde{\beta} \tilde{\beta}^{-1} \tilde{R} \right] = \text{Sp} \left[\nabla_{\tilde{\Pi}} \tilde{R} \right] = \text{Sp} \left[\tilde{\Theta} \tilde{R} \right], \quad (90)$$

где $\nabla_{\tilde{\Pi}} \tilde{R}$ – оценка единичного тензора.

Аналогично последнее слагаемое в (82) с учетом (76), (78), (81) и (84) после преобразований имеет следующий вид:

$$(\tilde{\mu}^T \tilde{\Phi}^T \nabla_{\tilde{\Pi}} \tilde{\beta} \tilde{\Phi} \tilde{\mu}) = (\tilde{\mu}^T \tilde{\Theta} \tilde{\mu}).$$

Очевидно, оператор $\nabla_{\tilde{\Pi}}$ представляет собой вариационную производную как локальный показатель изменчивости в пространстве–времени вектора поля параметров $\tilde{\Pi}$, отражающего общее параметрическое и динамическое описание всей информационной системы. С учетом (78) получим

$$(\tilde{\nu}^T \tilde{I} \tilde{\mu}) = \nabla_{\tilde{\Pi}} |\tilde{\mu}|^2 = 2\tilde{\mu} / |\tilde{\mu}| = 2\tilde{\omega},$$

где $\tilde{\omega} = \tilde{\mu} / |\tilde{\mu}|$ – единичный вектор.

Соответственно в общем случае система (82)–(90) как объект оценивания приобретает форму

$$\text{Sp} \left[\tilde{\Theta} \tilde{R} \right] + \tilde{L} \tilde{\mu} = 0, \quad (59)$$

где \tilde{L} – некоторый случайный оператор, для которого $M\tilde{L}$ есть его математическое ожидание. Ясно, что в (91) оценка вектора $\tilde{\mu}$ может иметь случайную природу как результат наблюдений неучтенных здесь гидродинамических механизмов формирования турбулентности (например, теплового диффузионного или иного происхождения, см.[16]), что принципиально должно сказаться на свойствах операторов ГА и ГФ-типа (см.рис. 2). Соответственно в (91) оценка вектора $\tilde{\mu}$ (см.выше) физически представляет собой результат прямых наблюдений по алгоритмам этого рисунка.

В связи с введенным нами (см.(73)) линейным отображением полей пульсаций $\bar{\eta}(\bar{x}, t)$ (см. (58)) как итогового результата наблюдений, физические свойства которого фиксированы оценкой $\tilde{\mu}$, входящей в (91), что порождается информацией, связанной через резольвенту \tilde{R} с характеристиками канала распространения \hat{N} и движущегося стороннего источника полезного сигнала, очевидно, аддитивно воспринимаемого на фоне поля помехи. Ясно, что аддитивность энергии сигнала и помехи может быть нарушена (например, ГФ-поля!) в результате статистической связи сигнала и шума при пересечении, например, кильватерного следа. Поскольку слагаемое $\text{Sp}[\tilde{\Theta} \tilde{R}]$ через резольвенту \tilde{R} и (66), (67) связано с наблюдаемым параметром сигнал/шум $q = \sigma_S^2 / \sigma_N^2$, т.е. соответственно

с оценками коэффициента ковариации $\tilde{\rho}_N$ поля помех N и мощностью \tilde{e}_S поля полезного сигнала S , постольку становится ясно, что итоговая оценка резольвенты \tilde{R} непосредственно зависит от вектора неизвестных, но оцениваемых параметров $\bar{\Pi}$, управляющих полем сигнала и шума при использовании результатов прямого наблюдения (что, очевидно, и порождает необходимость решения статистической обратной задачи).

Тогда оценку показателей качества наблюдений можно, например, проводить по критерию Неймана–Пирсона [6] с использованием пороговых процедур. При этом для ГФ-полей (например, кильватерный след) возможно построить алгоритм, основанный уже на анализе результатов двухпорогового наблюдения (см., напр., [27]).

Соответственно из (91) следует МПО-решения для вектора $\bar{\mu}$ (см. также (83)):

$$\tilde{\mu} = -\hat{G}_{\tilde{L}} \text{Sp}[\tilde{\sigma} \tilde{R}]. \quad (92)$$

Отсюда следует, что в формулу (92) входит функция Грина оператора L , отвечающая условиям распространения в канале передачи информации.

Согласно результатам (67), (68) и (70), (71), решение (92) приобретает вид $\tilde{\mu} = \tilde{G}_{\tilde{L}} \tilde{Q}$, где \tilde{Q} – источник, управляемый эволюцией канала распространения,

$$\tilde{\mu} = -\hat{G}_{\tilde{L}} \int_D \text{Sp} \tilde{\sigma} \frac{\alpha(1+\alpha)}{1-\alpha(1+\alpha)} dx dt, \quad (93)$$

где энергетический параметр $\alpha = q_{SN} \rho_N e_S$ есть полевое (локальное) отношение сигнал/шум; соответственно ρ_N, e_S – функции ковариации пульсаций сигнала S , и помехи N ; область D определяется, очевидно, пороговыми показателями критерия Неймана–Пирсона [6, 23] и корреляционными масштабами $\Delta_k \in D$, характерными для задачи потенциально-вихревого обтекания пограничным слоем (т.е. в (93) интегральный член имеет смысл источника). Если изменчивость параметра $\alpha(1+\alpha)[1-\alpha(1+\alpha)]^{-1}$ слабо протянется в пределах области D , из (93) вытекает результат

$$\tilde{\mu} = -\frac{\alpha(1+\alpha)}{1-\alpha(1+\alpha)} \hat{G}_{\tilde{L}} \text{Sp} \tilde{\sigma},$$

зависящий от локальных и текущих свойств единичного скачка $\tilde{\sigma}_{SN}$ в пространстве параметров (83). Для слабых сигналов, очевидно, имеем:

$$\bar{\mu} = -\frac{\alpha}{1-\alpha} \hat{G}_{\tilde{L}} \text{Sp} \tilde{\sigma}.$$

Градиентные свойства оператора $\tilde{\sigma}$ в пространстве параметров, в частности, описываемых структурой разностных уравнений (см. [16]) в связи с (93) и (83), определяют максимально правдоподобные оценки $\tilde{\mu}$ уже на адаптивной основе [18].

Разумеется, общая структура данной работы, будучи результатом анализа вероятностной эволюции возмущаемого гидродинамического канала, должна рассматриваться как алгоритмическая база для организации адаптивных наблюдений с адресацией в сторону решения ТЕЗ (обнаружение, целеуказание, классификация) с упором на адаптив-

ную форму регистрации как собственно параметров гидродинамических потоков, так и результатов их алгоритмической регистрации.

Ясно, что по физическому смыслу гидродинамические параметры (2) должны в общем случае иметь такую же случайную (полевую) природу, как инфинитезимальные области в пространстве времени (жидкие частицы!), слабо меняющие свой состав молекул и обладающие ближним порядком с размерами порядка радиуса Дебая (см. [2]). Маркировка этих областей осуществляется их начальными пространственными координатами в рамках Лагранжева описания их движения по траекториям (лагранжевы инварианты) [4]. И только после операции осреднения в смысле А.М.Обухова и А.А.Фридмана мы приходим к независящему от координат вектору параметров $\bar{\Pi}$ в (2).

При этом можно ожидать, что при неизвестных параметрах (2) их можно определить на базе специально поставленной статистической обратной задачи с привлечением в систему дополнительных алгоритмических процедур (см., напр. [22, 27]). Таким образом, статистическая обратная задача восстанавливает физические свойства информационных каналов и источников информации по алгоритмическим наблюдениям следствий этих результатов полевого распространения, трансформируемых по трассе источник–канал–наблюдатель.

Разумеется, сращивание динамики и статистики есть результат взаимодействия в сплошных средах инфинитезимальных областей в рамках их Лагранжева описания [3].

В данной работе мы рассмотрим полевые вопросы применительно к неограниченным каналам распространения информации. Однако следует иметь в виду, что более реалистическая модель возникает в условиях ограниченной среды при учете физических явлений на поверхности океана и атмосферы, а также границы вода–дно со всеми его геофизическими параметрами. Граница вода–воздух и морское волнение создают условия для полей, меняющиеся статистически в пространстве–времени и порождают набор неизвестных параметров, требующих адекватной алгоритмической обработки в интересах задачи их статистического оценивания.

Дно океана как его нижняя граница подчиняется совершенно другим граничным условиям, которые проявляются через геометрические неоднородности различных масштабов, в том числе имеют статистически неоднородную форму. При этом подстилающая поверхность имеет различный химический состав. При движении водных масс на дне возникают граничные условия контакта двух неоднородных упругих сред, что приводит к появлению $a^{\text{rg}}\text{огі}$ неизвестных статистических параметров, например проявляющиеся через импедансные и другие упруго-контактные условия, также требующие статистического исследования.

Литература

1. *Вишик М.И., Фурсиков А.В.* Математические задачи статистической гидромеханики. М.: Наука, 1980.
2. *Лойцянский Л.Г.* Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1978.
3. *Монин А.С., Яглом А.М.* Статистическая механика. М.: Наука, 1967.
4. *Монин А.С.* Теоретические основы геофизической гидродинамики. Л.: Гидрометеоздат, 1988.
5. *Пугачев В.С.* Теория вероятностей и математическая статистика. М.: Наука, 1979.
6. *Левин Б.Р.* Теоретические основы статистической радиотехники, кн. II. М.: Сов. радио, 1968.
7. *Седов Л.И.* Методы подобия и размерности в механике. Л.: Гос. изд-во техн. теор. лит., 1951.
8. *Feynman R.P.* Phys. Rev. V.84. 1951. P.108–128.
9. *Блохинцев Д.И.* Акустика неоднородной движущейся среды. М.; Л.: ОГИЗГТТЛ, 1946.
10. *Ландау Л.Д., Лившиц Е.М.* Механика сплошных сред. М.: ГИТТЛ, 1953.
11. *Клячкин В.И., Клячкин А.В.* Векторно-фазовое оценивание на базе прямых наблюдений элементов движения источников звука // Тр. VIV междун. конф. «Прикладные технологии гидроакустики и гидрофизики». СПб.: Наука, 2006. С.377–387.

12. *Клячкин В.И.* Вероятностная модель случайно-неоднородных акустических полей и структура отношения правдоподобия // Докл. X школы-семинара акад. Л.М.Бреховских. Акустика океана. XIV сессия РАН. М.: ГЕОС, 2004. С.479–483.
13. *Мэрвин Е., Голдстейн.* Аэроакустика. М.: Машиностроение, 1981.
14. *Клячкин В.И.* О вероятностной структуре поля давления звука, порожденного турбулентностью. / Механика жидкости и газа // Изв. АН СССР. 1979. № 1. С.131–145.
15. *Гохберг И.Ц., Крейн М.Г.* Введение в теорию линейных несамосопряженных операторов. Гл.IV. М.: Наука, 1965.
16. *Корн Г., Корн Т.* Справочник по математике для научных работников и инженеров. Гл.15, п.15.3.7. М.: Наука, 1968.
17. *Ландау Л.Д., Лившиц Е.М.* Статистическая физика. М: Наука, 1976.
18. *Эккарт К.* Гидродинамика океана и атмосферы. М.: ИЛ, 1963.
19. *Хилл Т.* Статистическая механика. М.: ИЛ, 1960.
20. *Клячкин В.И.* Вероятностная модель случайно-неоднородных акустических полей и структура отношения правдоподобия // Докл. X школы-семинара акад. Л.М. Бреховских. Акустика океана. XIV сес. РАН. М.: ГЕОС, 2004. С.479–483.
21. *Рамм А.* Теория оценивания случайных полей. (Перев. англ. изд. Kansas State University). М.: МИР, 1996.
22. *Клячкин В.И.* Об одной обратной задаче в теории рассеяния волн на случайных неоднородностях // Тр. VIII школы-семинара по статистической гидроакустике. Новосибирск: Институт математики СО АН СССР, 1977. С.39–44.
23. *Астафьева Н.М.* Вейвлет-анализ: основы теории и примеры применения // Успехи физических наук. 1966. № 11.
24. *Тихонов А.Н., Арсенин В.Я.* Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1979.
25. *Клячкин В.И.* О трансформации вероятностных структур случайных полей источников в процессе нелинейно параметрических отображений // Акустический журнал // РАО. 2008. Т.54, № 4.
26. *Стратонович Р.Л.* Теория информации. М.: Сов. радио, 1975.
27. *Клячкин В.И.* Функциональные методы в задачах статистической гидроакустики и гидрофизики. Гл.VI (в печати).
28. *Клячкин В.И.* Вероятностная структура решений некоторых нелинейных задач статистической гидрофизики и гидроакустики // Сб.науч.тр. «Фундаментальная и прикладная гидрофизика». № 2. СПб.: Наука, 2008. С.3–12.

Статья поступила в редакцию 12.10.2010 г.

