

УДК 535.36

© Л.С.Долин, 2012

Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород

Нижегородский государственный университет им. Н.И.Лобачевского

lev.dolin@hydro.appl.sci-nnov.ru

ОБ ИСКАЖЕНИЯХ ИМПУЛЬСНОГО СВЕТОВОГО ПУЧКА В СРЕДЕ С СИЛЬНО АНИЗОТРОПНЫМ РАССЕЯНИЕМ

Разработан метод анализа искажений пространственно-временной структуры импульсного пучка света при его распространении в стратифицированной мутной среде с узкой индикатрисой рассеяния (в частности, морской воде). Из нестационарного уравнения переноса излучения в «уточненном малоугловом» приближении получена система уравнений для пространственных моментов импульсного поля излучения, которая строго решается в отличие от аналогичной системы уравнений для его временных моментов. Найдены рекуррентные соотношения, позволяющие последовательно вычислять моменты различного порядка начиная с нулевого. Получены выражения для трех моментов распределения облученности, характеризующих среднее (по длине импульса) значение, расстояние между передним фронтом и «центром» импульса и продольный масштаб его размытия в мутной среде. Приведены формулы для определения временных характеристик импульса по его пространственным моментам.

Ключевые слова: лазерный импульс, мутная среда, рассеяние света, уравнение переноса излучения, импульсное световое поле, метод моментов.

Аналитические модели распространения импульсных пучков света в мутных средах с сильно анизотропным рассеянием [1–8] используются в теории подводного лазерного видения, лидарного зондирования океана и атмосферы [9–12], а также для решения задач оптической томографии биотканей [13]. Эти модели строятся на основе нестационарного уравнения переноса излучения (УПИ), упрощенного с учетом определенных предположений о структуре исследуемого поля излучения.

На расстояниях от источника, где направленная составляющая поля излучения велика по сравнению с диффузной, процесс уширения светового пучка хорошо описывается «малоугловым» УПИ, которое имеет строгое аналитическое решение [14, 15], но игнорирует эффекты разброса фотонов по пробегам. Учет этих эффектов в рамках малоуглового приближения достигается за счет более точной записи дифференциального оператора УПИ [3, 4, 16–18]. Однако «уточненное» малоугловое УПИ приближение (с интегралом столкновений) строго не решается, а его приближенное решение имеет довольно сложный вид [4]. Поэтому влияние сред с сильно анизотропным рассеянием на характеристики нестационарных световых полей в основном исследовалось в малоугловом диффузионном приближении [5, 6, 17, 18] с помощью уравнения, которое получается из уточненного малоуглового УПИ путем замены его интегрального оператора на дифференциальный. Это приближение является весьма грубым, хотя его используют для оценок разрешающей способности лазерных систем подводного наблюдения и обоснования требований к их параметрам.

В настоящей работе предлагается более точный метод анализа структуры импульсного светового пучка в стратифицированной мутной среде. Метод основывается на сведении «уточненного малоуглового» УПИ к системе уравнений для пространственных моментов продольного распределения яркости в импульсном объеме. Показано, что уравнения для этих моментов решаются точно (в отличие от исходного УПИ) и позво-

ляют последовательно находить моменты различного порядка начиная с нулевого. Приводятся соотношения для определения временных моментов импульса по его пространственным моментам, формулы для расчета трех первых пространственных моментов импульсного поля облученности и оценки эффекта продольного «размытия» импульса при его распространении в воде.

Исходные уравнения. Полагаем, что «дельта-импульсный» пучок света с мощностью $P(t) = W\delta(t)$ падает в направлении оси z на границу мутной среды ($z = 0$) с сильно анизотропным рассеянием и слоисто-неоднородными оптическими характеристиками – показателем поглощения $a(z)$, показателем рассеяния $b(z)$, показателем ослабления $c(z) = a + b$ и индикатрисой рассеяния $P_0(z, \gamma)$, которая может быть представлена в виде суммы остронаправленной $P_1(\gamma)$ и изотропной индикатрис с соответствующими весовыми множителями:

$$P_0(z, \gamma) = (1 - 2p_b(z))P_1(\gamma) + 2p_b(z), \quad p_b(z) = (1/2) \int_{\pi/2}^{\pi} P_0(z, \gamma) \sin \gamma d\gamma.$$

Здесь γ – угол рассеяния, p_b – вероятность обратного рассеяния (доля света, рассеиваемого элементарным объемом среды в заднюю полусферу). Индикатриса малоуглового рассеяния удовлетворяет следующими условиям:

$$(1/2) \int_{\pi/2}^{\pi} P_1(\gamma) \sin \gamma d\gamma \ll p_b, \quad (1/2) \int_{\pi/2}^{\pi} P_1(\gamma) \sin \gamma d\gamma \approx (1/2) \int_0^{\pi} P_1(\gamma) \gamma d\gamma = 1.$$

Для расчета поля излучения в среде воспользуемся уравнением переноса излучения в «уточненном» малоугловом приближении [4] –

$$\left[\frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{\Omega}_{\perp} \nabla_{\perp} + \left(1 - \frac{\Omega_{\perp}^2}{2} \right) \frac{\partial}{\partial z} + c(z) \right] I(\mathbf{r}_{\perp}, z, \mathbf{\Omega}_{\perp}, t) = \frac{b_1(z)}{4\pi} \iint_{\infty} I(\mathbf{r}_{\perp}, z, \mathbf{\Omega}'_{\perp}, t) P(|\mathbf{\Omega}_{\perp} - \mathbf{\Omega}'_{\perp}|) d\mathbf{\Omega}'_{\perp}, \quad (1)$$

где I – яркость излучения в точке $\mathbf{r}$ в направлении единичного вектора $\mathbf{\Omega}$ в момент времени t ; v – скорость света в среде; $\mathbf{r}_{\perp}(x, y)$, $\mathbf{\Omega}_{\perp}(\Omega_x, \Omega_y)$ – составляющие векторов $\mathbf{r}, \mathbf{\Omega}$ в плоскости $z = \text{const}$; $\mathbf{\Omega}_{\perp} \nabla_{\perp} = \Omega_x \frac{\partial}{\partial x} + \Omega_y \frac{\partial}{\partial y}$, $b_1 = b(1 - 2p_b)$ – показатели малоуглового рассеяния. Яркость падающего на среду излучения зададим в виде

$$I(\mathbf{r}_{\perp}, 0, \mathbf{\Omega}_{\perp}, t) = \bar{I}(\mathbf{r}_{\perp}, \mathbf{\Omega}_{\perp}) \delta(t) \quad (2)$$

($\bar{I}$ – «накопленная» яркость импульса).

Переходя от переменных t, z к новым переменным [3]

$$u = vt, \quad \zeta = vt - z \quad (3)$$

и предполагая, что характерный масштаб неоднородности показателя рассеяния велик по сравнению с продольным размером (Δz) светового пучка, для функции $L(\mathbf{r}_{\perp}, \zeta, \mathbf{\Omega}_{\perp}, u) = I(\mathbf{r}_{\perp}, u - \zeta, \mathbf{\Omega}_{\perp}, u/v)$ из (1), (2) получим уравнение

$$\left[\frac{\partial}{\partial u} + \mathbf{\Omega}_{\perp} \nabla_{\perp} + \frac{\Omega_{\perp}^2}{2} \frac{\partial}{\partial \zeta} + c(u) \right] L(\mathbf{r}_{\perp}, \zeta, \mathbf{\Omega}_{\perp}, u) = \frac{b_1(u)}{4\pi} \iint_{\infty} L(\mathbf{r}_{\perp}, \zeta, \mathbf{\Omega}'_{\perp}, u) P(|\mathbf{\Omega}_{\perp} - \mathbf{\Omega}'_{\perp}|) d\mathbf{\Omega}'_{\perp} \quad (4)$$

и граничное условие

$$L(\mathbf{r}_{\perp}, \zeta, \mathbf{\Omega}_{\perp}, 0) = v \bar{I}(\mathbf{r}_{\perp}, \mathbf{\Omega}_{\perp}) \delta(\zeta).$$

Замена переменных (3) соответствует переходу в «сопровождающую» систему координат: величина u – это расстояние, на которое удалился передний фронт импульса от границы среды, а ζ – расстояние между передним фронтом импульса и точкой наблюдения.

Уравнения для пространственных моментов яркости. Продольную структуру импульса будем характеризовать пространственными моментами

$$L_n(\mathbf{r}_\perp, \mathbf{\Omega}_\perp, u) = \int_0^u \zeta^n L(\mathbf{r}_\perp, \zeta, \mathbf{\Omega}_\perp, u) d\zeta = \int_0^u (u-z)^n I(\mathbf{r}_\perp, z, \mathbf{\Omega}_\perp, u/v) dz, \quad n = 0, 1, 2, \dots,$$

которые введены с учетом условия $L(\zeta < 0) \equiv 0$. Для этих моментов из (4) получается система уравнений

$$\begin{aligned} & \left[\frac{\partial}{\partial u} + \mathbf{\Omega}_\perp \nabla_\perp + c(u) \right] L_n(\mathbf{r}_\perp, \mathbf{\Omega}_\perp, u) - \frac{b_1(u)}{4\pi} \iint_{\infty} L_n(\mathbf{r}_\perp, \mathbf{\Omega}'_\perp, u) P(|\mathbf{\Omega}_\perp - \mathbf{\Omega}'_\perp|) d\mathbf{\Omega}'_\perp = \\ & = \frac{n\Omega_\perp^2}{2} L_{n-1}(\mathbf{r}_\perp, \mathbf{\Omega}_\perp, u), \end{aligned} \quad (5)$$

которая должна решаться при следующих начальных условиях:

$$L_0(\mathbf{r}_\perp, \mathbf{\Omega}_\perp, 0) = v\bar{I}(\mathbf{r}_\perp, \mathbf{\Omega}_\perp), \quad L_{n>0}(\mathbf{r}_\perp, \mathbf{\Omega}_\perp, 0) = 0.$$

Уравнения (5) позволяют рассчитывать момент произвольного порядка n по найденному моменту порядка $n-1$. Все уравнения имеют одинаковый вид и отличаются только правой частью. Заменой $u \rightarrow z$ они сводятся к малоугловому УПИ для поля излучения стационарных (не зависящих от времени) источников и могут быть строго решены [14].

Заметим, что если форма импульса мало меняется при его смещении на собственную длину (Δz), то временные моменты поля излучения

$$I_n(\mathbf{r}_\perp, z, \mathbf{\Omega}_\perp) = \int_{z/v}^{\infty} t^n I(\mathbf{r}_\perp, z, \mathbf{\Omega}_\perp, t) dt \quad (6)$$

можно весьма просто выразить через его пространственные моменты $L_n(\vec{r}_\perp, \vec{\Omega}_\perp, u)$. Для этого достаточно сначала перейти в (6) к новой переменной интегрирования $\zeta = vt - z$ и представить временные моменты в виде

$$\begin{aligned} I_n(\mathbf{r}_\perp, z, \mathbf{\Omega}_\perp) &= \frac{1}{v^{n+1}} \int_0^\infty (z+\zeta)^n I(\mathbf{r}_\perp, z, \mathbf{\Omega}_\perp, (z+\zeta)/v) d\zeta = \\ &= \frac{1}{v^{n+1}} \sum_{m=0}^n C_n^m z^{n-m} \int_0^\infty \zeta^m I(\mathbf{r}_\perp, z, \mathbf{\Omega}_\perp, (z+\zeta)/v) d\zeta, \end{aligned}$$

а затем воспользоваться приближенным соотношением

$$I(\mathbf{r}_\perp, z, \mathbf{\Omega}_\perp, (z+\zeta)/v) \approx I(\mathbf{r}_\perp, z-\zeta, \mathbf{\Omega}_\perp, z/v) = L(\mathbf{r}_\perp, \zeta, \mathbf{\Omega}_\perp, z),$$

подстановка которого под знак интеграла приводит к формуле

$$I_n(\mathbf{r}_\perp, z, \mathbf{\Omega}_\perp) = \frac{1}{v^{n+1}} \sum_{m=0}^n \frac{n!}{(n-m)!m!} z^{n-m} L_m(\mathbf{r}_\perp, \mathbf{\Omega}_\perp, z),$$

позволяющей определять временные характеристики импульсного сигнала на выходе рассеивающего слоя по его пространственным характеристикам. В частности, время прихода «центра тяжести» импульса t_0 и его дисперсия t_1^2 выражаются через пространственные моменты в виде

$$t_0 = \int_{z/v}^{\infty} t I dt \left[\int_{z/v}^{\infty} I dt \right]^{-1} = \frac{1}{v} \left[z + \frac{L_1}{L_0} \right], \quad t_1^2 = \int_{z/v}^{\infty} (t - t_0)^2 I dt \left[\int_{z/v}^{\infty} I dt \right]^{-1} = \frac{1}{v^2} \left[\frac{L_2}{L_0} - \frac{L_1^2}{L_0^2} \right]. \quad (7)$$

Моменты яркости в спектральном представлении. С помощью Фурье-преобразований

$$L_n(\mathbf{r}_{\perp}, \mathbf{\Omega}_{\perp}, u) = \iiint_{-\infty}^{\infty} F_n(\mathbf{k}, \mathbf{p}, u) \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r}_{\perp} + i\mathbf{p}\mathbf{\Omega}_{\perp}) d\mathbf{k} d\mathbf{p}, \quad P_1(\mathbf{\Omega}_{\perp}) = \iint_{-\infty}^{\infty} P_s(p) \exp(i\mathbf{p}\mathbf{\Omega}_{\perp}) d\mathbf{p}$$

интегро-дифференциальные уравнения (5) сводятся к системе дифференциальных уравнений для пространственно-угловых спектров искомых моментов:

$$\left[\frac{\partial}{\partial u} - \mathbf{k}\nabla_{\mathbf{p}} + c(u) - b_1(u) f(p) \right] F_n(\mathbf{k}, \mathbf{p}, u) = -\frac{n}{2} \Delta_{\mathbf{p}} F_{n-1}(\mathbf{k}, \mathbf{p}, u),$$

где $\mathbf{k}$ и $\mathbf{p}$ – векторы пространственной и угловой частот;

$$f(p) = \frac{P_s(p)}{P_s(0)} = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} P(\mathbf{\Omega}_{\perp}) J_0(p\mathbf{\Omega}_{\perp}) \mathbf{\Omega}_{\perp} d\mathbf{\Omega}_{\perp};$$

$\Delta_{\mathbf{p}}$ – оператор Лапласа, действующий по переменной $\mathbf{p}$; J_0 – функция Бесселя первого рода с нулевым индексом, $f(0) = 1$.

Спектр момента нулевого порядка представляется в виде

$$F_0(\mathbf{k}, \mathbf{p}, u) = F_0(\mathbf{k}, \mathbf{p} + \mathbf{k}u, 0) \cdot \exp[-\tau(u) + \psi(\mathbf{k}, \mathbf{p}, u)], \quad (8)$$

$$\tau(u) = \int_0^u c(u_1) du_1, \quad \psi(\mathbf{k}, \mathbf{p}, u) = \int_0^u b_1(u_1) f(|\mathbf{p} + \mathbf{k}(u - u_1)|) du_1, \quad (9)$$

$$F_0(\mathbf{k}, \mathbf{p}, 0) = \frac{v}{(2\pi)^4} \iiint_{-\infty}^{\infty} \bar{L}(\mathbf{r}_{\perp}, \mathbf{\Omega}_{\perp}) \exp(-i\mathbf{k}\mathbf{r}_{\perp} - i\mathbf{p}\mathbf{\Omega}_{\perp}) d\mathbf{r}_{\perp} d\mathbf{\Omega}_{\perp}.$$

Спектры моментов порядка $n > 0$ находятся из рекуррентных соотношений

$$F_n(\mathbf{k}, \mathbf{p}, u) = -(n/2) \int_0^u \left\{ \left[\Delta_{\mathbf{p}} F_{n-1}(\mathbf{k}, \mathbf{p} + \mathbf{k}(u - u_1), u_1) \right] \cdot \exp[-\tau(u) + \tau(u_1) + \psi(\mathbf{k}, \mathbf{p}, u) - \psi(\mathbf{k}, \mathbf{p}, u/u_1)] \right\} du_1, \quad (10)$$

где

$$\psi(\mathbf{k}, \mathbf{p}, u/u_j) = \int_0^{u_j} b_1(u') f(|\mathbf{p} + \mathbf{k}(u - u')|) du'. \quad (11)$$

Для упрощения дальнейших расчетов падающий на среду пучок света будем считать параллельным, полагая

$$\bar{L} = W A(\mathbf{r}_{\perp}) \delta(\mathbf{\Omega}_{\perp}), \quad \iint_{-\infty}^{\infty} A(\mathbf{r}_{\perp}) d\mathbf{r}_{\perp} = 1$$

(W – энергия падающего импульса, A – нормированное распределение облученности в поперечном сечении пучка на границе среды). В этом случае функция

$$F_0(\mathbf{k}, \mathbf{p}, 0) = F_0(\mathbf{k}) = \frac{vW}{(2\pi)^4} \iint_{\infty} A(\mathbf{r}_{\perp}) \exp(-i\mathbf{k}\mathbf{r}_{\perp}) d\mathbf{r}_{\perp}, \quad (12)$$

входящая в правую часть формулы (8), не зависит от $\mathbf{p}$, что облегчает расчеты функций F_n по формулам (10), (11).

Для параллельного импульсного пучка спектры моментов яркости первого и второго порядка выражаются в виде

$$F_{1,2}(\mathbf{k}, \mathbf{p}, u) = \mp \frac{1}{2} F_0(\mathbf{k}, \mathbf{p}, u) \cdot \Phi_{1,2}(\mathbf{k}, \mathbf{p}, u), \quad \Phi_1 = \int_0^u \left[\Delta\psi_1 + (\nabla\psi_1)^2 \right] du_1, \quad (13)$$

$$\Phi_2 = \frac{1}{2} \Phi_1^2 + \int_0^u (u - u_1) \Delta \left[\Delta\psi_1 + (\nabla\psi_1)^2 \right] du_1 + 2 \int_0^u \left\{ \nabla\psi_1 \cdot \nabla \int_0^{u_1} \left[\Delta\psi_2 + (\nabla\psi_2)^2 \right] du_2 \right\} du_1, \quad (14)$$

где $\psi_i = \psi(\mathbf{k}, \mathbf{p}, u/u_i)$ (см. (11)), $\Delta = \Delta_{\mathbf{p}}$, ∇ – градиент по $\mathbf{p}$.

В настоящей работе мы не будем проводить более детальный анализ моментов яркости. Полученные формулы будут использованы для решения более простой задачи – расчета моментов распределения облученности в импульсном объеме.

Моменты облученности. В малоугловом приближении облученность связана с яркостью соотношением

$$E(\mathbf{r}_{\perp}, \zeta, u) = \iint_{\infty} L(\mathbf{r}_{\perp}, \zeta, \mathbf{\Omega}_{\perp} u) d\mathbf{\Omega}_{\perp}.$$

Моменты продольного распределения облученности в импульсном объеме

$$E_n(\mathbf{r}_{\perp}, u) = \int_0^{\infty} \zeta^n E(\mathbf{r}_{\perp}, \zeta, u) d\zeta$$

выражаются через моменты яркости и их спектры в виде

$$E_n(\mathbf{r}_{\perp}, u) = \iint_{\infty} L_n(\mathbf{r}_{\perp}, \mathbf{\Omega}_{\perp}, u) d\mathbf{\Omega}_{\perp} = (2\pi)^2 \iint_{\infty} F_n(\mathbf{k}, 0, u) \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r}_{\perp}) d\mathbf{k}. \quad (15)$$

Согласно (15), пространственные моменты облученности вычисляются по спектрам соответствующих моментов яркости при $\mathbf{p} = 0$. Обращаясь к формулам (8), (9), (11)–(14) и используя обозначения

$$f'(p) = \frac{df}{dp}, \quad f''(p) = \frac{d^2f}{dp^2}, \quad \Delta f(p) = \frac{d^2f}{dp^2} + \frac{1}{p} \frac{df}{dp}, \quad p_i = k(u - u_i),$$

спектры, необходимые для расчета моментов $E_{0,1,2}$, можно записать следующим образом:

$$F_0(\mathbf{k}, 0, u) = F_0(\mathbf{k}) \exp \left[-\tau(u) + \int_0^u b_1(u_1) f(p_1) du_1 \right], \quad (16)$$

$$F_{1,2}(\mathbf{k}, 0, u) = \mp \frac{1}{2} F_0(\mathbf{k}, 0, u) \cdot \Phi_{1,2}(\mathbf{k}, 0, u), \quad (17)$$

$$\Phi_1(k, 0, u) = \int_0^u (u - u_1) b_1(u_1) [\Delta f(p_1) + 2f'(p_1)] \int_0^{u_1} b_1(u_2) f'(p_2) du_2 du_1, \quad (18)$$

$$\begin{aligned}
 \Phi_2(k, 0, u) = & \frac{1}{2}(\Phi_1^2) + \frac{1}{2} \int_0^u (u - u_1)^2 b_1(u_1) \Delta \Delta f(p_1) du_1 + \\
 & + \int_0^u (u - u_1)^2 b_1(u_1) [\Delta f'(p_1) \int_0^{u_1} b_1(u_2) f'(p_2) du_2 + \\
 & + 2f''(p_1) \int_0^{u_1} b_1(u_2) f''(p_2) du_2 + f'(p_1) \int_0^{u_1} b_1(u_2) \Delta f'(p_2) du_2] du_1 + \\
 & + 2 \left[\int_0^u (u - u_1) b_1(u_1) f'(p_1) du_1 \right] \cdot \left[\int_0^u (u - u_1) b_1(u_1) (\Delta f'(p_1) + \right. \\
 & + 2f''(p_1) \int_0^{u_1} b_1(u_2) f'(p_2) du_2 + 2f'(p_1) \int_0^{u_1} b_1(u_2) f''(p_2) du_2) du_1 \left. \right] - \\
 & - \left[\int_0^u (u - u_1)^2 b_1(u_1) f'(p_1) du_1 \right] \cdot \left[\int_0^u b_1(u_1) \Delta f'(p_1) du_1 + \right. \\
 & + 2 \cdot \int_0^u b_1(u_1) f'(p_1) du_1 \cdot \int_0^u b_1(u_1) f''(p_1) du_1 \left. \right] + \\
 & + \int_0^u \left\{ b_1(u_1) \left[\int_0^{u_1} (u - u_2)^2 b_1(u_2) f'(p_2) du_2 \right] [\Delta f'(p_1) + \right. \\
 & + 2f''(p_1) \int_0^{u_1} b_1(u_2) f'(p_2) du_2 + 2f'(p_1) \int_0^{u_1} b_1(u_2) f''(p_2) du_2] \left. \right\} du_1. \quad (19)
 \end{aligned}$$

Характеристики бесконечно широкого импульсного пучка. Моменты распределения облученности в бесконечно широком пучке можно рассчитать, задав пространственный спектр начального распределения «накопленной» облученности в виде

$$F_0(\mathbf{k}) = (2\pi)^{-2} \nu W_1 \delta(\mathbf{k}),$$

где W_1 – энергия, падающая на единицу поверхности среды. В этом случае приведенные выше формулы дают

$$E_0(u) = \nu W_1 \exp \left[- \int_0^u a_1(u_1) du_1 \right], \quad E_{1,2}(u) = \mp \frac{1}{2} E_0(u) \Phi_{1,2}(0, 0, u),$$

где $a_1 = c - b_1 = a + 2bp_b$ – эффективный показатель поглощения среды. Функции $\Phi_{1,2}$ находятся из (18), (19) с помощью соотношений $f(0) = 1$, $f'(0) = 0$, $\Delta f(0) = -\langle \gamma^2 \rangle$, $f''(0) = -\langle \gamma^2 \rangle / 2$, $\Delta f'(0) = 0$, $\Delta \Delta f(0) = \langle \gamma^4 \rangle$, $\langle \gamma^n \rangle = \frac{1}{2} \int_0^\infty \gamma^n P_1(\gamma) \gamma d\gamma$. В результате для нормированных моментов продольного распределения облученности в импульсном объеме

$$\bar{\zeta} = \int_0^\infty \zeta E d\zeta / \int_0^\infty E d\zeta = E_1 / E_0, \quad (20)$$

$$(\Delta \zeta)^2 = \int_0^\infty (\zeta - \bar{\zeta})^2 E d\zeta / \int_0^\infty E d\zeta = E_2 / E_0 - (E_1 / E_0)^2$$

получаем формулы

$$\bar{\zeta} = \frac{1}{2} \langle \gamma^2 \rangle \int_0^u (u - u_1) b_1(u_1) du_1,$$

$$(\Delta\zeta)^2 = \frac{1}{2} \int_0^u (u - u_1) \left[\langle \gamma^4 \rangle \tau_b(u_1) + \langle \gamma^2 \rangle^2 \tau_b^2(u_1) \right] du_1, \quad \tau_b(u_1) = \int_0^{u_1} b_1(u_2) du_2.$$

Зависимости $\bar{\zeta}(u)$, $\Delta\zeta(u)$ описывают процесс отставания «центра тяжести» импульса от его переднего фронта и удлинение импульса с ростом расстояния $u = vt$, пройденного передним фронтом импульса в среде. Временные характеристики сигнала на заданной глубине z , а именно время прихода «центра тяжести» импульса (t_0) и его дисперсию (t_1^2), можно найти подстановкой функций $\bar{\zeta}(z)$ и $\Delta\zeta(z)$ в формулы $t_0 = (z + \bar{\zeta})/\nu$, $t_1 = \Delta\zeta/\nu$ (см.(7)). Такая подстановка приводит к результату, полученному ранее в работе [4].

Распространение в воде импульсного пучка света конечной ширины. Приведем для примера результаты расчета параметра $\bar{\zeta}(u)$ для поля излучения, которое формируется в водной среде с однородными оптическими свойствами при прохождении через нее «дельта-импульсного» пучка света конечной ширины. Индикатрису рассеяния воды и распределение облученности на ее границе зададим в виде

$$P_1(\gamma) = 2q\gamma^{-1} \exp(-q\gamma), \quad A(r_\perp) = (\pi r_0^2)^{-1} \exp(-r_\perp^2 / r_0^2), \quad (21)$$

где q – параметр индикатрисы, связанный с ее дисперсией соотношением $q = 2 / \langle \gamma^2 \rangle$; r_0 – эффективный радиус падающего на среду пучка. Указанная индикатриса имеет спектр $f(p) = (1 + p^2 / q^2)^{-0.5}$, допускающий возможность представления спектров F_n через элементарные функции. При этом оказывается, что безразмерный параметр импульсного объема

$$\delta = qb_1\bar{\zeta}$$

зависит только от безразмерных координат точки приема импульсного сигнала

$$\theta = qr_\perp / u, \quad \tau_b = b_1 u$$

и безразмерного параметра

$$\rho_0 = qb_1 r_0 / 2,$$

связанного с шириной падающего на среду пучка. Заметим, что в малоугловом приближении отношение $r_\perp / u$ – это полярный угол точки приема сигнала (в радианах), отсчитываемый от оси пучка, а θ – отношение этого угла к характерной ширине индикатрисы рассеяния. Из (15)–(18), (20), (21) находим:

$$\delta(\theta, \tau_b) = \frac{\tau_b^2}{2} \cdot \int_0^\infty X \cdot Y dx \bigg/ \int_0^\infty X dx, \quad X(\theta, \tau_b, x) = x(x + \sqrt{1 + x^2})^{\tau_b/x} J_0(\theta x) e^{-\rho_0^2 x^2 / \tau_b^2},$$

$$Y(\tau_b, x) = \frac{1}{x^2} \left[\frac{1}{\sqrt{1 + x^2}} - \frac{1}{\sqrt{1 + x^2}^3} - \frac{\tau_b}{x} \left(\arctg(x) - \frac{2}{\sqrt{1 + x^2}} \ln(x + \sqrt{1 + x^2}) + \frac{x}{1 + x^2} \right) \right].$$

Результаты расчета зависимости параметра δ от безразмерных координат точки приема (θ , τ_b) и безразмерной ширины пучка ρ_0 представлены на рис.1.

Ниже в таблице приведены значения длины пути (νt), при которых импульс света, зарегистрированный на оси пучка с начальной шириной 10 см, размывается таким образом, что его «центр тяжести» отстает от переднего фронта на 0.5 м. При выполнении расчетов вероятность выживания фотона

$\Lambda = b/c$, а также параметры q и b_1 выражались через показатель ослабления (c) с помощью регрессий Левина–Копелевича [19].

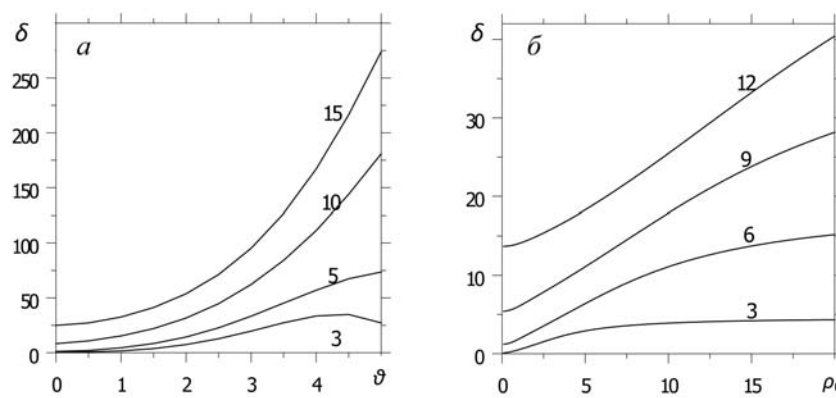


Рис.1. Зависимость δ от θ при $\rho_0 = 1$ (а) и δ от ρ_0 при $\theta = 0$ (б).

Цифры над кривыми – значения τ_b .

Расстояние от источника (νt), на котором параметр $\bar{\xi}$ импульсного сигнала достигает значения 0.5 м при указанных значениях c и Λ

$c, \text{м}^{-1}$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.6	0.8	1.0
Λ	0.47	0.70	0.78	0.82	0.86	0.88	0.90
$\nu t, \text{м}$	230	65	36	25	16	12	9.5

В заключение заметим, что огибающая импульсного сигнала на заданной глубине z не вполне точно воспроизводит продольное распределение яркости в импульсном объеме в момент прихода переднего фронта импульса на глубину z . Именно поэтому уравнения для пространственных моментов отличаются от соответствующих уравнений для временных моментов, которые строго не решаются. По этой же причине не совсем точными являются соотношения (7).

Автор благодарит А.Г.Лучинина за обсуждение полученных результатов.

Настоящая работа выполнена при поддержке гранта Правительства РФ (договор № 11.G34.31.0048) и РФФИ (проект № 11-05-97022-р_поволжье).

Литература

1. Белянцев А.М., Долин Л.С., Савельев В.А. О распространении световых импульсов малой длительности в мутной среде // Изв. вузов. Радиофизика. 1967. Т.10, № 4. С.489–497.
2. Ishimaru A. Pulse propagation, scattering, and diffusion in scattering and turbulence // Radio Sci. 1979. V.14. P.269–276.
3. Furutsu K. An analytical theory of pulse wave propagation in turbulent media // J. Math. Phys. 1979. V.20, N 4. P.617–628.
4. Долин Л.С. Решение уравнения переноса излучения в малоугловом приближении для стратифицированной мутной среды с учетом разброса фотонов по пробегам // Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1980. Т.16, № 1. С.55–64.
5. Ремизович В.С., Rogozkin Д.Б., Рязанов М.И. Распространение импульсного светового сигнала в мутной среде // Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1983. Т.19, №10. С.1053–1061.
6. Rogozkin Д.Б. Распространение светового импульса в среде с сильно анизотропным рассеянием // Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1987. Т.23, № 3. С.275–281.
7. Van de Hulst H.C., Kattawar George W. Exact spread function for a pulsed collimated beam in a medium with small-angle scattering // Applied Optics. 1994. V.33, N 24. P.5820–5829.
8. McLean John W., Freeman Jonatan D., Walker Ronald E. Beam spread function with time dispersion // Applied Optics. 1994. V.33, N 24. P.5820–5829.
9. Долин Л.С., Левин И.М. Справочник по теории подводного видения. Л.: Гидрометеиздат, 1991. 230 с.

10. Zege E.P., Katsev I.L., Polonsky I.N. Analutical solution to LIDAR return signals from clouds with regard to multiple scattering // Appl. Phys. 1995. B 60. P.345–353.
11. Katsev I.L., Zege E.P., Prikhach A.S., Polonsky I.N. Efficient technique to determine backscattered light power for various atmospheric and oceanic sounding and imaging systems // J.Opt.Soc.Am. 1997. V.A14, N 6. P.1338–1346.
12. Зе́ге Э.П., Ка́цев И.Л., По́лонский И.Н. Учет многократного рассеяния при лазерном зондировании стратифицированной рассеивающей среды // Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1998. Т.34, № 1. С.45–50.
13. Долин Л.С. Теория оптической когерентной томографии // Изв. вузов. Радиофизика. 1998. Т.41, № 10. С.1258–1289.
14. Долин Л.С. О рассеянии светового пучка в слое мутной среды // Изв. вузов. Радиофизика. 1964. Т.7, № 2. С.380–382.
15. Долин Л.С., Савельев В.А. К теории распространения узкого пучка света в стратифицированной рассеивающей среде // Изв. вузов. Радиофизика. 1979. Т.22, № 11. С.1310–1317.
16. Долин Л.С. О распространении узкого пучка света в среде с сильно анизотропным рассеянием // Изв. вузов. Радиофизика. 1966. Т.9, № 1. С.61–71.
17. Лучинин А.Г. О пространственной структуре синусоидально-модулированного пучка света в среде с сильно анизотропным рассеянием // Изв. вузов. Радиофизика. 1971. Т.14, № 12. С.1925–1927.
18. Лучинин А.Г. Пространственный спектр узкого синусоидально-модулированного пучка света в анизотропно рассеивающей среде // Изв. АН. Физика атмосферы и океана. 1974. Т.10, № 12. С.1312–1317.
19. Левин И.М., Копелевич О.В. Корреляционные соотношения между первичными гидрооптическими характеристиками в области спектра около 550 нм // Океанология. 2007. Т.47, № 3. С.344–348.

Статья поступила в редакцию 17.04.2012 г.

