

УДК 551.466

© А. И. Зайцев^{1,2}, А. А. Куркин², Е. Н. Пелиновский¹⁻³, А. Ялчинер⁴, Р. Киан⁴¹Специальное конструкторское бюро средств автоматизации морских исследований ДВО РАН, г. Южно-Сахалинск²Нижегородский государственный технический университет им. Р. Е. Алексеева³Институт прикладной физики РАН, г. Нижний Новгород⁴Технический институт Среднего Востока, г. Анкара, Турция

aizaytsev@mail.ru

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ РАЗМЕРОВ L-ФОРМЫ ЗАЛИВА НА ОТЛОЖЕНИЕ ДОННЫХ ОСАДКОВ ПОД ВОЗДЕЙСТВИЕМ ВОЛН

Статья поступила в редакцию 31.05.2017, после доработки 25.08.2017.

Распространение цунами в прибрежных зонах приводит к подъёму и падению уровня воды, сильным потокам, силовому воздействию, морфологическим изменениям (эрозия, смещение), а также резонансным колебаниям в портах и гаванях. Именно в них часто проявляются опасные природные явления с разрушительными последствиями. Особо отметим морфологические изменения морского дна и берегов под действием волн цунами. Характер движения донных осадков характеризуется числом Рауза, зависящим от скорости водного потока в волнах. Существующие модели расчета волн цунами обычно выдают смещение водной поверхности и скорость частиц в воде. В данной работе расчет числа Рауза включен в программный комплекс NAMI-DANCE исследования распространения волн цунами на основе нелинейных уравнений мелкой воды. В результате удается характеризовать степень изменения морского дна без дополнительного решения морфологических уравнений для донных осадков. Численно изучается волновой режим и транспорт наносов в водных бассейнах так называемого L-типа при подходе одиночной волны цунами различного периода. Показывается, что наиболее сильный отклик происходит на резонансных частотах и особенно в критической зоне сопряжения двух прямоугольных участков бассейна. Именно в этих местах и происходят наибольшие морфологические изменения морского дна, что следует из вычисления числа Рауза.

Ключевые слова: численное моделирование, усиление волн в бассейнах, число Рауза.

A. I. Zaytsev^{1,2}, A. A. Kurkin², E. N. Pelinovsky¹⁻³, A. Yalciner⁴, R. Kian⁴¹Special Research Bureau for Automation of Marine Researches, Far Eastern Branch of RAS, Yuzhno-Sakhalinsk, Russia²Nizhny Novgorod State Technical University, Russia³Institute of Applied Physics of Russian Academy of Sciences, Nizhny Novgorod, Russia⁴Middle East Technical University, Ankara, Turkey

INVESTIGATION OF THE INFLUENCE OF THE L-SHAPE OF THE BAY ON SEDIMENTATION OF BOTTOM SEDIMENTS UNDER THE IMPACT OF WAVES

Received 31.05.2017, in final form 25.08.2017.

Tsunamis in shallow water zones lead to sea water level rise and fall, strong currents, forces (drag, impact, uplift, etc.), morphological changes (erosion, deposition), dynamic water pressure, as well as resonant oscillations. As a result, ground materials under the tsunami motion move, and scour/erosion/deposition patterns can be observed in the region. Ports and harbors as enclosed basins are the main examples of coastal structures that usually encounter natural hazards with small or huge damaging scales. Morphological changes are one of the important phenomena in the basins under short and long wave attack. Tsunamis as long waves lead to sedimentation in the basins, and therefore, in this study, the relation to the current pattern is noticed to determine sedimentation modes. Accordingly, we present a methodology based on the computation of the instantaneous Rouse number to investigate the tsunami motion and to calculate the respective sedimentation. This study aims to investigate the effects of the incident wave period on an L-type harbor sedimentation

Ссылка для цитирования: Зайцев А. И., Куркин А. А., Пелиновский Е. Н., Ялчинер А., Киан Р. Исследование влияния размеров L-формы залива на отложение донных осадков под воздействием волн // *Фундаментальная и прикладная гидрофизика*. 2017. Т. 10, № 3. С. 73—77.

For citation: Zaytsev A. I., Kurkin A. A., Pelinovsky E. N., Yalciner A., Kian R. Investigation of the influence of the shape of the bay on sedimentation of bottom sediments under the impact of waves. *Fundamentalnaya i Prikladnaya Gidrofizika*. 2017, 10, 3, 73—77. DOI: 10.7868/S2073667317030066.

with a flat bathymetry using a numerical tool, NAMI DANCE, which solves non-linear shallow water equations. The results showed that the corner points on the bending part of the basin are always the critical points where water surface elevation and current velocity amplify in the exterior and interior corners, respectively. This phenomenon is more obvious in wave amplification. Comparing the maximum current velocity results with the minimum Rouse number results, one can conclude that the pattern of sediment motion in the mentioned two critical corner points and in the whole basin depends on both the current pattern and magnitude. In large wave periods, the sediment motion in the exterior corner (Gauge 63) is often in the bed load form, while in the interior corner (Gauge 57) in the wash load form. This indicates that, in higher periods, the interior and exterior corners can be exposed to the sediment erosion and deposition, respectively. However, sediment motion in long wave conditions needs further analysis in closed basins, where it becomes a prominent problem for harbors and ports. Further studies on sediment motion seem necessary to determine the performance and validity of NLSWE when the volume of the transmitted sediments needs to be measured under the current behavior of the long waves. Furthermore, more investigations should be performed to analyze the behavior of L-type basins with varying depths and then applied to real harbors of this type.

Key words: numerical simulation, amplification of waves in basins, Rouse number.

Океанские волны могут вызвать опасные колебания в закрытых или полукрытых бассейнах. Цунами, как известно, являются очень разрушительным явлением на мелководье, ведя к подъёму уровня морской воды, сильным потокам, морфологическим изменениям дна и берега [1—4]. Чтобы уменьшить разрушительную силу цунами, гавани стараются сделать с узким входом. При этом, однако, возможны резонансные эффекты, усиливающие колебания морской поверхности на определенных частотах и приводящие к опасным явлениям. Геометрия бассейна и возможные резонансы обязательно учитываются в проектировании гаваней [5—10]. Используемые обычно волнорезы способны к защите гавани от коротких (ветровых) волн [9], но длинные волны типа цунами с периодами 25—300 с проникают в гавань и вызывают опасные колебания [11—16]. Периоды резонансных колебаний могут быть в диапазоне от нескольких секунд до нескольких минут в зависимости от геометрии гавани [17, 18]. Волны большой амплитуды вызывают движение наносов, меняющих морфологию морского дна и берегов [16]. Для их анализа необходимо решать уравнения транспорта наносов [17, 18], что усложняет вычисления. Между тем интенсивность транспорта наносов можно грубо характеризовать числом Рауза, названном по имени Hunter Rouse [19—21]. Этот параметр, зависящий от свойств донных осадков, пропорционален локальной скорости течений жидкости, поэтому его расчет может быть легко встроен в существующие программные комплексы решения уравнений мелкой воды. В частности, в наших расчетах используется программный комплекс NAMI DANCE [22, 23], который может выдавать распределение числа Рауза. В данной работе рассмотрен пример волновых движений в бассейнах L-типа при различных периодах подходящей одиночной волны цунами, включая резонансные воздействия. Наряду с вертикальным смещением водной поверхности и усредненной по глубине скорости потока рассчитывается также число Рауза, и на этом основании оценивается характер движения донных осадков. Обращается внимание, что угловые точки в изгибающейся части бассейна L-типа являются критическими, где амплитуда волн и скорости течений значительно усиливаются на резонансных частотах бассейна. Именно в этих зонах и происходит накопление донных осадков.

Число Рауза. Характер движения донных осадков под действием волн можно характеризовать с помощью числа Рауза [21] (см. также энциклопедическую статью. https://en.wikipedia.org/wiki/Rouse_number). Это безразмерное число используется для характеристики профиля концентрации взвешенных частиц под действием водного потока [16, 17]. Математически число Рауза определено как отношение скорости падения взвешенных частиц W_s к сдвиговой скорости неоднородного по вертикали водного потока u^*

$$R_0 = \frac{W_s}{\beta k u^*},$$

где k — постоянная Кармана (равная 0.4) и β — отношение вихревой вязкости к вихревой диффузии (приблизительно равное 1). Величина скорости падения частиц зависит от их характеристик

$$W_s = \frac{8\nu}{d} \left[\sqrt{1 + \frac{(s-1)gd^3}{72\nu^2}} - 1 \right],$$

где s — отношение плотности частиц к плотности воды (примерно 2.6), d — средний размер частицы (зерна), g — ускорение силы тяжести, и ν — кинематическая вязкость (10^{-6} м²/с). Сдвиговую скорость можно грубо связать со скоростью течения воды [20]

$$u_* = U \sqrt{\frac{f}{8}},$$

где f — коэффициент трения Дарси, изменяющийся в диапазоне (0.006—0.039). Предполагается, что он равен 0.01 в случае цунами [20]. Средний размер зерна (d) для акватории принят равным 0.3 мм [24, 25]. Все значения констант приняты неизменными для бассейна в численных расчетах. В результате, число Рауза обратно пропорционально скорости водного потока с точностью до константы. Принято считать, что инициирование движения наносов происходит при числах Рауза около 7, в диапазоне 2.5—7.5 происходит движение влекомых наносов (*bed-load*). Движению взвешенных осадков соответствуют числа Рауза 0.8—1.2. При меньших значениях числа Рауза происходит сильное движение донных осадков, приводящее к значительным деформациям дна [21]. Рассчитывая скорость водного потока и определяя число Рауза, мы можем судить о характере донных процессов. Для районов интенсивного изменения морфологии дна можно затем выполнить отдельное моделирование количественных характеристик транспорта наносов, используя модели [17, 18].

Условия численных экспериментов. В наших исследованиях применен программный комплекс NAMI DANCE, решающий уравнения мелкой воды [22, 23].

$$\frac{\partial M}{\partial t} + \frac{1}{R \cos \theta} \frac{\partial}{\partial \lambda} \left(\frac{M^2}{D} \right) + \frac{1}{R \cos \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{MN \cos \theta}{D} \right) + \frac{gD}{R \cos \theta} \frac{\partial \eta}{\partial \lambda} + \frac{gn^2}{D^{7/3}} M \sqrt{M^2 + N^2} = fN, \quad (1)$$

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \frac{1}{R \cos \theta} \frac{\partial}{\partial \lambda} \left(\frac{MN}{D} \right) + \frac{1}{R \cos \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{N^2 \cos \theta}{D} \right) + \frac{gD}{R} \frac{\partial \eta}{\partial \theta} + \frac{gn^2}{D^{7/3}} N \sqrt{M^2 + N^2} = -fN, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{1}{R \cos \theta} \left[\frac{\partial M}{\partial \lambda} + \frac{\partial}{\partial \theta} (N \cos \theta) \right] = 0, \quad (3)$$

где η — смещение уровня моря относительно невозмущенного; M и N — компоненты расхода воды вдоль широты λ и долготы θ ; D — полная глубина бассейна; g — ускорение силы тяжести; R — радиус Земли; f — параметр Кориолиса ($f = 2\omega \sin \theta$); ω — частота вращения Земли (период вращения 24 часа); n — коэффициент шероховатости дна. В расчетах используется значение $n = 0,015$ м^{-1/3}с, характерное для естественного дна (песок, мелкая галька). Полная глубина бассейна определяется как:

$$D(\lambda, \theta) = h(\lambda, \theta) + \eta(\lambda, \theta, t).$$

Для расчетов выбрана следующая форма водного бассейна в виде латинской буквы L (L — тип), показанного на рис. 1. Ширина бассейна равна 400 м (в каждом рукаве), глубина постоянна и равна 20 м. Длина бассейна по горизонтали (LB) постоянна в расчетах и равна 1000 м. Длина бассейна по вертикали (LA) менялась от 800 до 1000 м. Компьютерные мареографы установлены во многих точках бассейна, часть которых показана на рис. 1. Начальная волна, имитирующая подход волны цунами, задается в 200 м от границы (B сторона), и волна имеет форму одиночного синусоидального гребня. Его амплитуда равна 1 м, в то время как период (длительность) изменялся в широких пределах: 16, 46, 90, 146 и 328 с. Среди них три значения периодов соответствуют резонансным частотам гавани: 328 с — вторая, 146 с — четвертая и 90 с — седьмая мода [26]. Пространственный шаг в расчетах выбран 2 м, а временной — 0.006 с, удовлетворяющий условию Куранта.

На твердых границах приняты условия непротекания (полного отражения). Стоит упомянуть также, что все вычисления проводились на интервал времени в 40 мин. В расчетах выдавалось пространственное распределение максимального уровня смещения водной поверхности, скоростей течений и минимальных значений числа Рауза, вычисленные в каждом узле расчетной сетки.

Результаты вычисления смещения водной поверхности. На рис. 2 (см. вклейку) представлено пространственное распределение максимального положительного смещения водной поверхности (положительные амплитуды) для различных периодов начальной волны. На рис. 2, а представлены результаты расчетов для бассейна с отношением длин $LA/LB = 0.8$, а на рис. 2, б — $LA/LB = 1$. Хотя

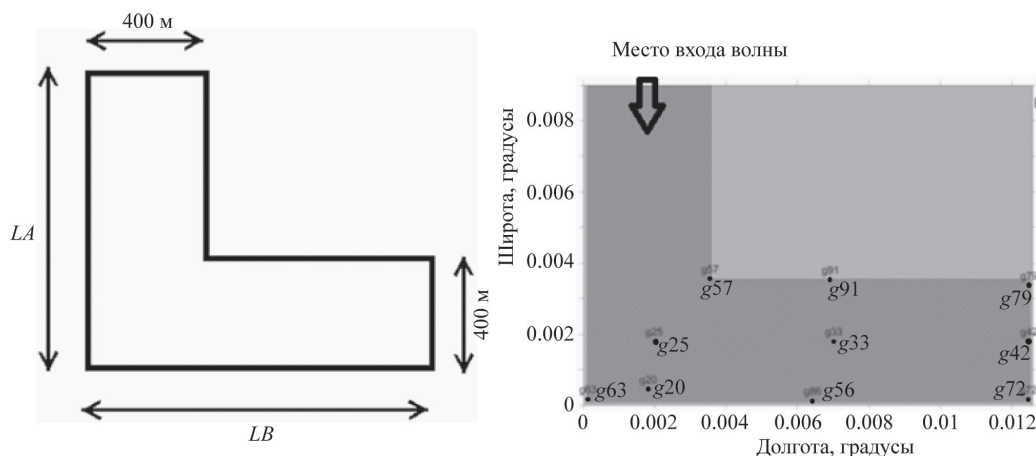


Рис. 1. Бассейн L -типа: LA — длина и LB — ширина бассейна; точки — пункты измерения (компьютерные мареографы).

Fig. 1. L -type basin: LA — length and LB — width of the basin; dots — measurement points (computer tide gauges).

качественно распределения для разных отношений LA/LB выглядят одинаково, количественно заметны различия, что приводит к неравномерности волнового поля в плечах A и B .

Пространственное распределение максимального смещения водной поверхности показывает, что на сопрягающейся части бассейна располагается критическая зона наиболее сильных изменений (точки 57 и 63). Временное изменение водной поверхности в этих точках (компьютерные мареограммы) показано на рис. 3 (см. вклейку). Ясно видно, что в случае периода колебаний 90 с, когда возбуждается седьмая мода бассейна, высота волны увеличивается во всем бассейне.

Вычисление скоростей течения. Распределение максимальных скоростей течения воды (по модулю) показаны на рис. 4 (см. вклейку). Результаты, представленные в рис. 4, демонстрируют, что текущая скорость потока усиливается во внутренних сторонах угла (точка 57). Поэтому, как и в предыдущем случае, приведём временные изменения значения модуля скоростей течения в точках 57 и 63 (рис. 5, см. вклейку).

Вычисление числа Рауза. Пространственное распределение минимального значения числа Рауза показано на рис. 6 (см. вклейку). Согласно диапазону изменения числа Рауза, о котором говорилось выше, во внешнем углу бассейна (точка 63) должно происходить изменение дна для волн с большим периодом (146 с). Значение числа Рауза в конце данной стороны бассейна так же указывают на перенос донных осадков. Отсюда следует, что в бассейне L -типа происходит значительное перемещение донных отложений, что приводит к изменению донного рельефа.

Нами выполнено численное исследование волновой динамики в бассейне L -типа с постоянной глубиной при воздействии одиночной волны цунами разной длительности. Рассчитывалось вертикальное смещение донной поверхности, скорость потока и числа Рауза. Полученные результаты распределений максимальных значений высот волн и скоростей потока, а также минимальных значений числа Рауза показывают, что угловые точки (57 и 63) в сопряженной части бассейна всегда находятся в критической зоне, где происходит интенсификация волновых процессов. Размеры бассейна влияют на характеристики волн, так в случае $LA/LB = 0.8$ высота волны в точке 57 больше, чем в случае $LA/LB = 1$, однако обратная ситуация наблюдается в точке 63. Кроме того, результаты моделирования показывают также, что при уменьшении периода входящей волны волновое поле увеличивается главным образом в вертикальной стороне бассейна (A сторона), куда входит волна цунами. С возрастанием периода волны зона усиления перемещается в горизонтальную часть бассейна L -типа (B сторона). Во всех точках бассейна, высота волн и скорости усиливаются значительно, если период волны цунами совпадает с периодом собственных колебаний в бассейне. Оценки числа Рауза показывают, что движения донных осадков

в упомянутых угловых точках и в целом во всем бассейне зависит от периода волны цунами и характерных размеров гавани. Точки 63 и 57 характеризуются перемещением донных отложений, но с разной интенсивностью.

На наш взгляд, использование числа Рауза в вычислительных комплексах решения уравнений мелкой воды позволяет без особых трудностей определить зоны интенсивного транспорта наносов, характеристики которого могут быть рассчитаны на следующем этапе в рамках транспортных уравнений.

Представленные результаты получены в рамках выполнения гос. задания в сфере научной деятельности (задание № 5.4568.2017/6.7 («организация проведения научных исследований»)) и при финансовой поддержке гранта Президента РФ для государственной поддержки ведущих научных школ РФ НШ-6637.2016.5, а также грантов РФФИ (№ 15-45-02061, № 16-55-52019, № 17-05-00067).

Литература

1. Пелиновский Е. Н. Гидродинамика волн цунами. Нижний Новгород: ИПФ РАН, 1996. 276 с.
2. Левин Б. В., Носов М. А. Физика цунами и родственных явлений в океане. М.: Янус-К, 2005. 360 с.
3. Keshitpoor M., Puleo J. A., Gebert J., Plant N. G. Numerical simulation of nearshore hydrodynamics and sediment transport downdrift of a tidal inlet // J. Waterw. Port Coast. Ocean Eng. 2014. V. 141. P. 0414035.
4. Keshitpoor M., Puleo J. A., Shi F. Downdrift beach erosion adjacent to the Indian River inlet, Delaware, USA // Shore & Beach. 2014. V. 82. P. 31—41.
5. Крылов Ю. М., Стрекалов С. С., Цылухин В. Ф. Ветровые волны и их воздействие на сооружения. Л.: Гидрометеиздат, 1976. 255 с.
6. Халфин И. М. Воздействие волн на морские нефтегазопромысловые сооружения. М.: Недра, 1990. 312 с.
7. Кантарджи И. Г. Воздействия на водную среду при строительстве морских портов и сооружений на шельфе // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2010. № 4(10). С. 17—28.
8. Kian R., Yalciner A. C., Aytore B., Zaytsev A. Wave amplification and resonance in enclosed basins; A case study in Haydarpasa Port of Istanbul // In Proceedings of the Currents, Waves and Turbulence Measurement (CWTM) 2015 IEEE/OES, St.-Petersburg, FL, USA, 2—6 March 2015; V. 11. P. 1—7.
9. Sawaragi T., Kubo M. The motion of a moored ship in a harbour basin // Coastal Engineering. 1982. P. 2743—2762.
10. Зайцев А. И., Пелиновский Е. Н. Прогноз высот волн цунами на российском побережье Черного моря // Океанология. 2011. Т. 51, № 6. С. 965.
11. Kioka W. R. Long period oscillations in a harbour caused by typhoon // Proceedings of 25th Conference on Coastal Engineering, Orlando, Florida. 1996. No. 25. P. 1491—1502.
12. Jeong W. M., Chae J. W., Park W. S., Jung K. T. Field measurements and numerical modelling of harbour oscillations during storm waves // Proceedings of 25th Conference on Coastal Engineering, Orlando, Florida. 1996. No. 25. P. 1268—1279.
13. Bellotti G., Franco L. Measurement of long waves at the harbor of Marina di Carrara, Italy // Ocean Dynamics. 2011. V. 61. P. 2051—2059.
14. Rabinovich A. B. Seiches and Harbor Oscillations // In Handbook of Coastal and Ocean Engineering, World Scientific Publishing Co.: Singapore, 2009. P. 193—236.
15. Thotaganuwage D.T.P. Harbour Oscillations: Generation and Minimisation of Their Impacts. Ph.D. Dissertation, The University of Western Australia, Perth, Western Australia, 2014. 136 p.
16. Анцыферов С. М., Косьян П. Д. Взвешенные наносы в верхней части шельфа. М.: Наука, 1986. 224 с.
17. Nielsen P. Coastal bottom boundary layers and sediment transport. Singapore: World Scientific, 1992. 340 p.
18. Леонтьев И. О. Динамика профиля песчаного берега на различных масштабах времени // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2010. № 4(10). С. 78—89.
19. Kakimuta T., Toyofuku T., Inoue T. Numerical Analysis of Harbor Oscillation in Harbors of Various Shapes // Coastal Dynamics. 2009. Paper No. 384232.
20. Kian R., Pamuk A., Yalciner A. C., Zaytsev A. Effects of tsunami parameters on the sedimentation // Proceedings of the Coastal Sediments Conference (CS15), San Diego, CA, USA, 13—15 May 2015. 2015. V. 8. P. 67—74.
21. Yeh H., Li W. Tsunami scour and sedimentation // Proceedings of the 4th International Conference on Scour and Erosion, San Francisco, CA, USA, December 2008. 2008. P. 95—106.
22. NAMI DANCE Manual / Zaytsev C., Yalciner P. K. (Eds.); Tsunami Simulation/Visualization Code NAMI DANCE versions 4.9. 2010. Available online: <http://www.namidance.ce.metu.edu.tr> (Accessed: 3 July 2014).
23. Yalciner A. C., Ozer C., Karakus H., Ozyurt G., Pelinovsky E., Zaitsev A., Kurkin A. Modeling and visualization of Tsunamis: Mediterranean examples // Tsunami and Nonlinear Waves. 2007. P. 273—283.
24. Ergin M., Keskin S., Dogan A. U., Kadioglu Y. K., Karakas Z. Grain size and heavy mineral distribution as related to hinterland and environmental conditions for modern beach sediments from the Gulfs of Antalya and Finike, Eastern Mediterranean // Marine geology. 2007. V. 240. P. 185—196.
25. Pamuk A. Assessment of Inland Tsunami Parameters and Their Effects on Morphology. Master's Thesis, Middle East Technical University, Ankara, Turkey, 2014. 103 p.
26. Kian R. Tsunami Induced Wave and Current Amplification and Sedimentation in Closed Basins. Ph.D. Dissertation, Middle East Technical University, Ankara, Turkey, 2015. 163 p.

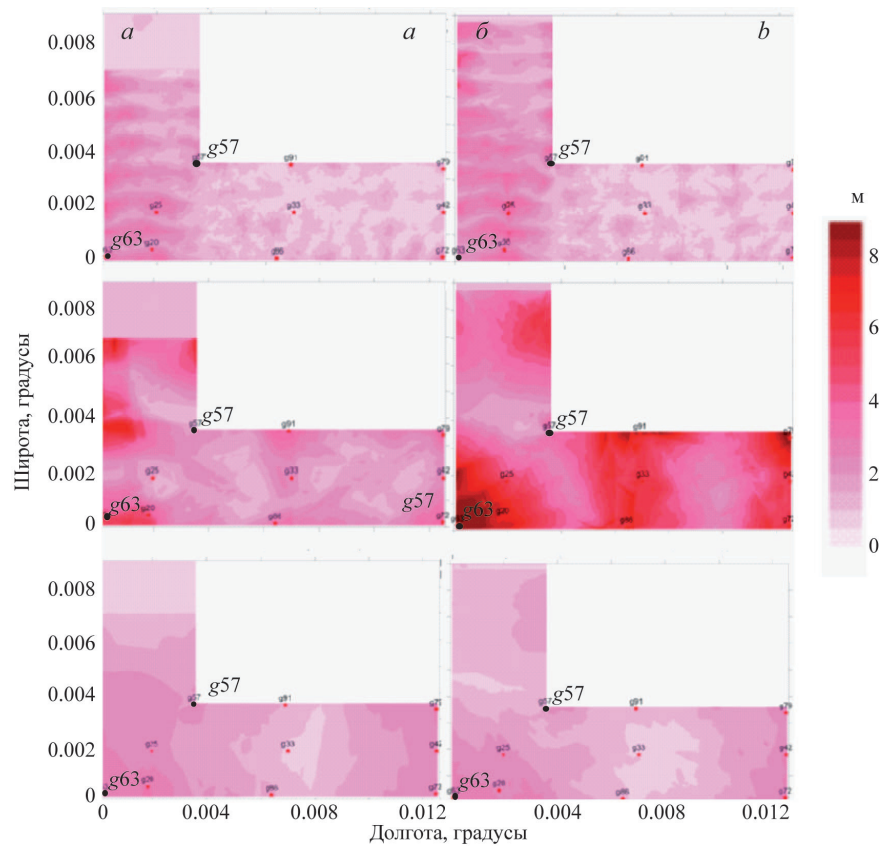


Рис. 2. Пространственное распределение максимального смещения водной поверхности (м) для периодов $T = 16, 90, 146$ с: a — $LA/LB = 0.8$; b — $LA/LB = 1$.

Fig. 2. Spatial distribution of the maximum displacement of the water surface (m) for the periods $T = 16, 46, 90, 146$ s: a — $LA/LB = 0.8$; b — $LA/LB = 1$.

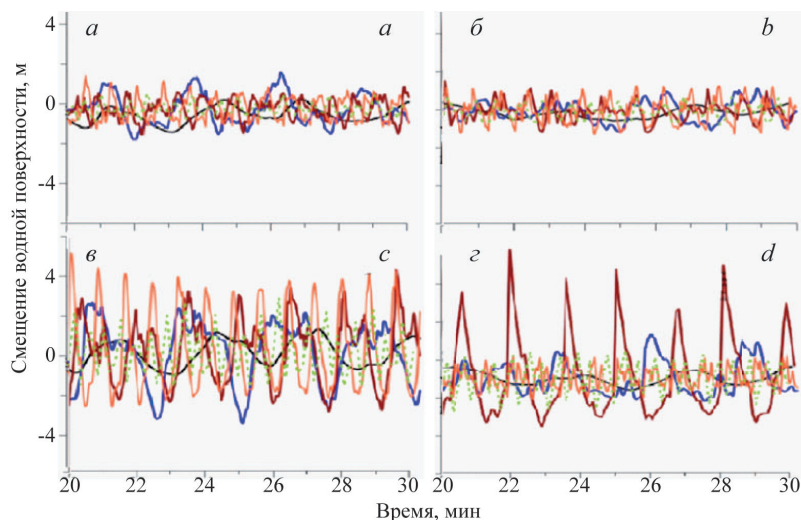


Рис. 3. Временное изменение водной поверхности в точках 57 (a, b) и 63 (c, d) при подходе волн с разным периодом: a, c — $LA/LB = 0.8$; b, d — $LA/LB = 1$. (черный — $T = 328$ с; синий — 146 с; красный — 90 с; оранжевый — 46 с; зеленый — 16 с).

Fig. 3. Temporal variation of the water surface at points 57 (a, b) and 63 (c, d) at approach of waves with different periods: a, c — $LA/LB = 0.8$; b, d — $LA/LB = 1$. (black — $T = 328$ s, blue — 146 s, red — 90 s, orange — 46 s, green — 16 s).

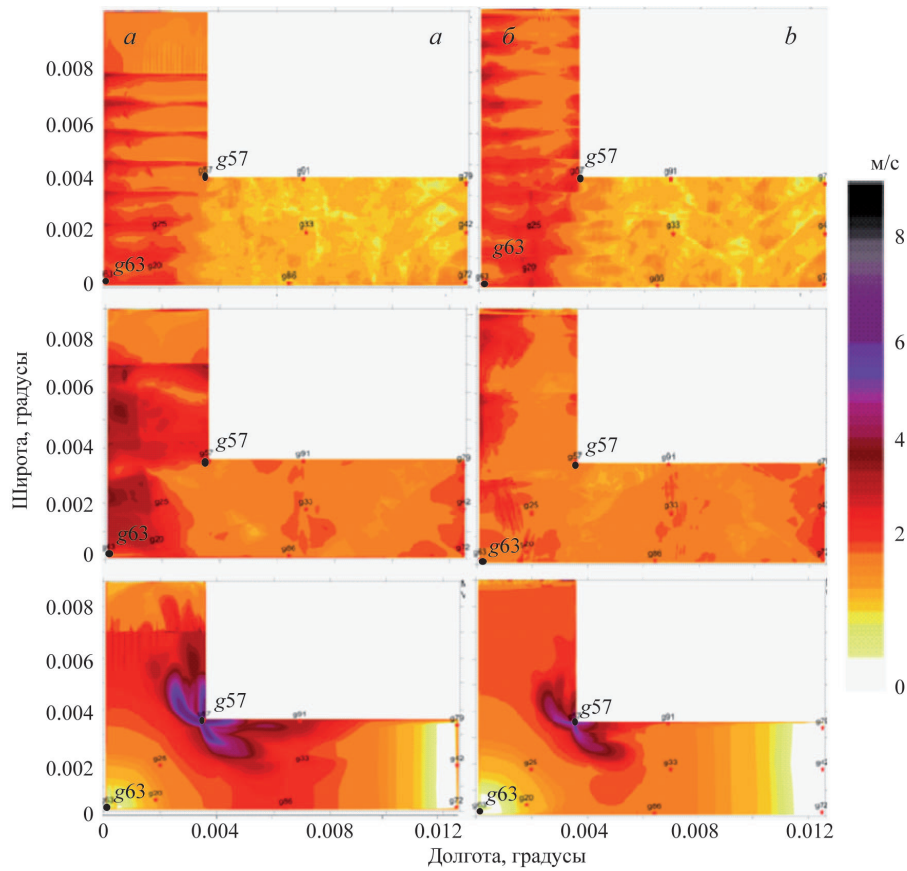


Рис. 4. Пространственное распределение максимальных скоростей (м/с) в бассейне для периодов $T = 16, 90, 146$ с: a — $LA/LB = 0.8$; b — $LA/LB = 1$.

Fig. 4. Spatial distribution of maximum velocities (m/s) in the basin for different periods of the incident wave: a — $LA/LB = 0.8$; b — $LA/LB = 1$.

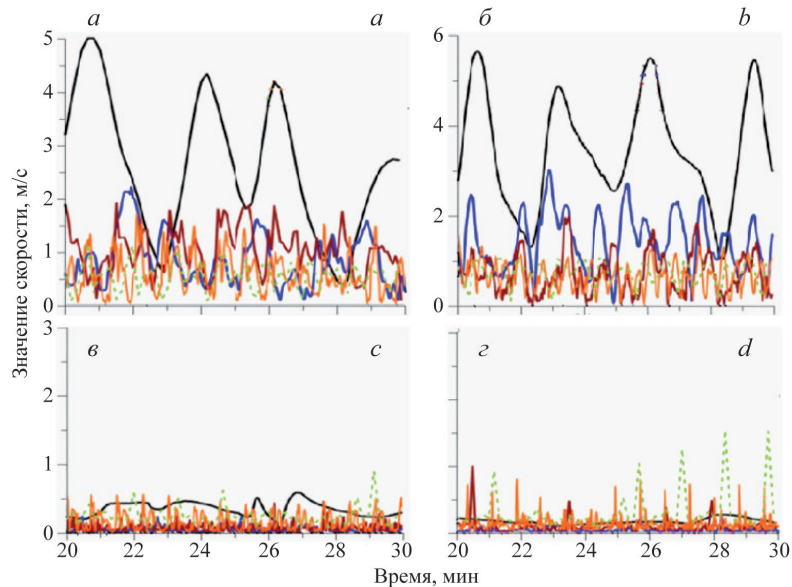


Рис. 5. Временное изменение скорости течения в точках 57 (а) и 63 (б) для волн с различными периодами: a — $LA/LB = 0.8$; b — $LA/LB = 1$ (черный — $T = 328$ с; синий — 146 с; красный — 90 с; оранжевый — 46 с; зеленый — 16 с).

Fig. 5. Temporarily variation of the flow velocity at points 57 (a) and 63 (b) for waves with different periods: c — $LA/LB = 0.8$; d — $LA/LB = 1$. (black — $T = 328$ s; blue — 146 s; red — 90 s; orange — 46 s; green — 16 s).

К статье Зайцев А. И. и др. Исследование влияния размеров...
Zaytsev A. I. et al. Investigation of the influence...

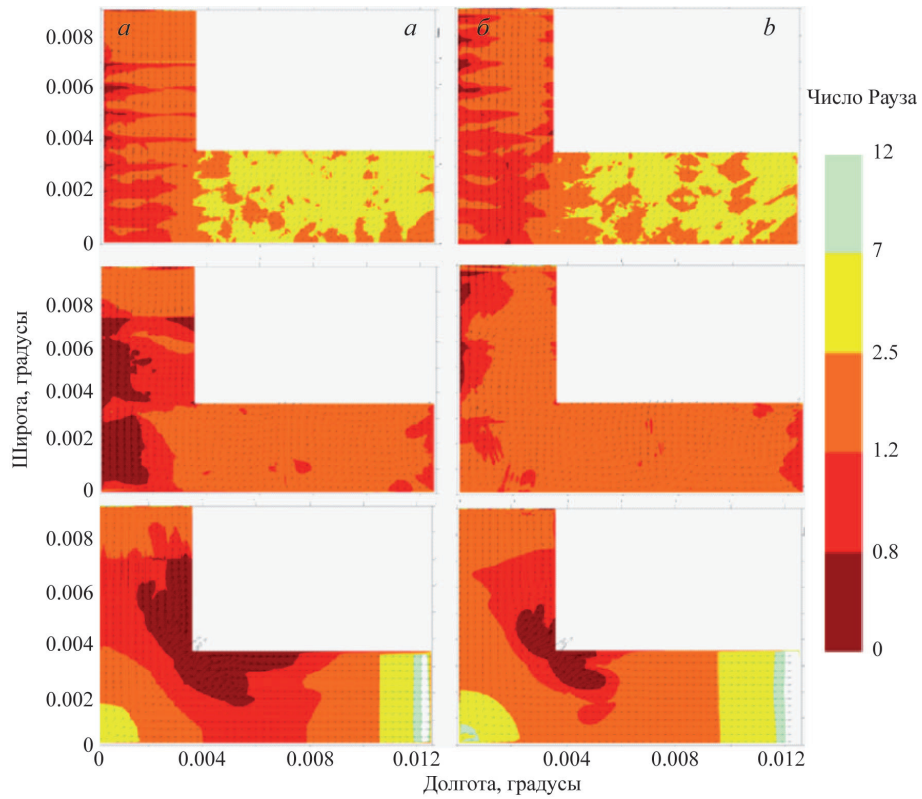


Рис. 6. Пространственное распределение минимального значения числа Рауза в бассейне в случае подхода волн для периодов $T = 16, 90, 146$ с: a — $LA/LB = 0.8$; b — $LA/LB = 1$.

Fig. 6. Spatial distribution of the minimum value of the Rouse number in the basin in the case of approaching waves of different periods: a — $LA/LB = 0.8$; b — $LA/LB = 1$.