

УДК 551.465

© Т.Г.Талипова^{1,2}, Е.Н.Пелиновский^{1,2,3}, 2013

¹Нижегородский государственный технический университет

²Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород

³Специальное конструкторское бюро автоматики ДВО РАН, Южно-Сахалинск

pelinovsky@hydro.appl.sci-nnov.ru

МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЯЮЩИХСЯ ДЛИННЫХ ВНУТРЕННИХ ВОЛН В НЕОДНОРОДНОМ ОКЕАНЕ: ТЕОРИЯ И ВЕРИФИКАЦИЯ

Обсуждаются асимптотическая модель трансформации длинных внутренних волн в горизонтально-неоднородном океане, основанная на уравнении Гарднера (расширенное уравнение Кортевега – де Вриза), и ее верификация на натуральных данных, полученных в ходе экспериментов на Малин-шельфе. Показано, что модель приемлема для грубых оценок амплитуды и формы внутренней волны. Ее главное преимущество связано с простотой учета горизонтальной неоднородности гидрологических полей и малым временем расчетов.

Ключевые слова: океанские внутренние волны, моделирование, асимптотическая модель, горизонтально-неоднородный океан.

Моделирование длинных внутренних волн (ВВ), генерируемых бароклинным приливом, в настоящее время достаточно актуально вследствие возросшего количества морских платформ, установленных на шельфовых месторождениях нефти и газа. Можно отметить некоторые случаи повреждения этих платформ внутренними волнами большой амплитуды в Андаманском море (см., напр., [1]). Для Южно-Китайского моря как богатого нефтью района, проделаны сравнительные оценки воздействия на платформы внутренних и поверхностных волн [2]. Показано, что нагрузки от внутренних волн, действующие на подводные части платформы в вертикальном направлении в 30 раз превосходят нагрузки от ветровых волн. Действие внутренних волн также приводит к мощному транспорту наносов и размывам дна. Модель, используемая в цитируемой работе, была основана на асимптотической теории, а именно на уравнении Кортевега – де Вриза для двухслойной жидкости с ровным дном. Это, конечно, наиболее простая модель, не учитывающая многих важных факторов.

Сейчас существует ряд моделей, описывающих генерацию и распространение внутренних волн. В первую очередь следует отметить модели высокого уровня, основанные на полнонелинейных уравнениях Эйлера или Навье–Стокса, которые учитывают рельеф дна и вращение Земли. Это трехмерные модели, среди которых наиболее универсальной считается модель, разработанная в Массачусетском технологическом институте (MIT) [3]. Однако требование больших компьютерных ресурсов не делает эту модель легко доступной для оценок. Кроме того, модели, основанные на полнонелинейных уравнениях для стратифицированной жидкости, не допускают относительно стабильной фоновой горизонтально-неоднородной стратификации, которая характерна для реальных океанских условий. Поэтому пока целесообразно применение более приближенных моделей, полученных с помощью асимптотических методов и по сути дела представляющих собой расширенное уравнение Кортевега – де Вриза для длинных слабонелинейных внутренних волн в горизонтально-неоднородной среде с возможностью учета диссипации и вращения Земли. Подобные модели часто применяются при оценках волнового

поля, но в основном при аппроксимации стратификации двухслойной моделью [4–6]. Одна из наиболее полных моделей этого класса, включающая произвольную горизонтально-неоднородную стратификацию вращающегося океана, была разработана авторами для описания внутренних волн умеренной амплитуды и широко применялась для описания поля внутренних волн на Северо-западном шельфе Австралии [7–9] и в Арктике [10]. В настоящей работе подробно обсуждаются результаты моделирования внутренних волн на Малин-шельфе, краткая информация о которых содержится в [11–13].

Теоретическая модель. Динамика длинных нелинейных внутренних волн умеренной амплитуды описывается обобщенным уравнением Гарднера (расширенное уравнение Кортевега – де Вриза) для волн в плавно меняющемся горизонтально-неоднородном океане на вращающейся Земле, которое выводилось в наших работах [7–9], и имеет следующий вид:

$$\frac{\partial \xi}{\partial x} + \left(\frac{\alpha(x)Q(x)}{c^2(x)} \xi + \frac{\alpha_1(x)Q^2(x)}{c^2(x)} \xi^2 \right) \frac{\partial \xi}{\partial s} + \frac{\beta(x)}{c^4(x)} \frac{\partial^3 \xi}{\partial s^3} = \frac{f^2}{2c} \int \xi ds. \quad (1)$$

Это уравнение получено для вертикального смещения η изопикны в максимуме модовой функции $\Phi_n(z_{\max}) = 1$ (для каждого номера моды n), нормированного на линейный коэффициент усиления волны Q в переменной среде (аналог фактора Грина для поверхностных волн)

$$\eta(s, x) = Q(x)\xi(s, x), \quad (2)$$

где
$$Q(x) = \sqrt{\frac{c_0}{c}}. \quad (3)$$

Индекс «0» здесь обозначает стартовую точку в распространении волны. Структура модовой функции $\Phi_n(z, \varepsilon x)$ любого порядка n и соответствующая линейная скорость распространения внутренней волны $c_n(\varepsilon x)$ в плавно неоднородной среде (где отношение длины волны к горизонтальному масштабу неоднородности стратификации океанских вод и глубины океана много меньше единицы: $\varepsilon \ll 1$) находятся из решения задачи Штурма–Лиувилля

$$\frac{d^2 \Phi_n}{dz^2} + \frac{N^2(z, \varepsilon x)}{c_n^2} \Phi_n = 0, \quad \Phi_n(0) = \Phi_n(H(\varepsilon x)) = 0, \quad (4)$$

где $N(z, \varepsilon x)$ – частота Брента–Вяйсяля в приближении Буссинеска –

$$N(z, \varepsilon x) = \sqrt{\frac{g}{\rho_0} \frac{d\rho(z, \varepsilon x)}{dz}}, \quad (5)$$

и $\rho(z, \varepsilon x)$ – плотность вертикально стратифицированной жидкости; ρ_0 – невозмущенное значение плотности; g – гравитационное ускорение. Уравнение (1) написано в сопровождающей системе отсчета, движущейся со скоростью c ; при этом переменная s связана со временем t следующим образом:

$$s = \int \frac{dx}{c(x)} - t. \quad (6)$$

Коэффициенты уравнения (1) зависят от структуры модовой функции $\Phi(z, \varepsilon x)$ [7–9, 12–14]:

$$\alpha = \left(\frac{3}{2}\right) \frac{\int_0^H (c-U)^2 (d\Phi/dz)^3 dz}{\int_0^H (c-U)(d\Phi/dz)^2 dz}, \quad \beta = \left(\frac{1}{2}\right) \frac{\int_0^H (c-U)^2 \Phi^2 dz}{\int_0^H (c-U)(d\Phi/dz)^2 dz}; \quad (7)$$

$$\alpha_1 = \frac{3}{2} \frac{\int dz \left\{ (c-U)^2 [3(dT/dz) - 2(d\Phi/dz)^2] (d\Phi/dz)^2 - \alpha^2 (d\Phi/dz)^2 + \Pi \right\}}{\int (c-U)(d\Phi/dz)^2 dz}, \quad (8)$$

$$\Pi = \alpha(c-U)[5(d\Phi/dz)^2 - 4dT/dz]d\Phi/dz$$

Выражения для коэффициентов приведены в общем виде, и здесь U есть скорость сдвигового течения, функция $T(z)$ – нелинейная поправка к модальной функции Φ , определяемая уравнением

$$\frac{d}{dz} \left[(c-U)^2 \frac{dT}{dz} \right] + N^2 T = -\alpha \frac{d}{dz} \left[(c-U) \frac{d\Phi}{dz} \right] + \frac{3}{2} \frac{d}{dz} \left[(c-U)^2 \left(\frac{d\Phi}{dz} \right)^2 \right], \quad (9)$$

нулевыми граничными и нормировочным $T(z_{\max}) = 0$ условиями, где z_{\max} – координата точки максимума модальной функции $\Phi(z_{\max}) = 1$. Наконец, $f = (2\pi/T_e)\sin\varphi$ есть параметр Кориолиса, а φ – широта.

Приведенное модифицированное уравнение Гарднера (1) и его коэффициенты рассчитываются численно на основе наблюдений и имеющихся баз данных по батиметрии и стратификации по трассе распространения внутренней волны. Описанная выше модель используется далее для моделирования распространения цугов внутренних волн, зафиксированных на Малин-шельфе.

Данные наблюдений. Наблюдения пакетов внутренних волн на Малин-шельфе, проводимые в течение его экспериментального изучения с помощью акустических измерений (Shelf Edge Studies Acoustic Measurement Experiment – SESAME) в период 1995–1996 гг., демонстрировали нелинейную эволюцию волн в этой области [14]. Малин-шельф расположен с восточной стороны от Рокуэльской впадины (Rockall Trough), к северу от Ирландии (рис.1). Типичная глубина основной части шельфа 140 м, хотя склон идет до глубины 2500 м в Рокуэльской впадине на западе. Эта зона также включает в себя Гебридскую террасу (Hebrides Terrace), подводную гору, возвышающуюся на 980 м от дна. Долгота зоны эксперимента составляет около 10.5° з.д., широта – 56.5° с.ш.



Рис.1. Географическое положение района эксперимент а (помечено аббревиатурой SES).

Внутренний прилив хорошо наблюдается в этом регионе [15]. Данные термисторных датчиков и измерителя течений показывают, что в поле внутренних волн доминирует первая мода с длиной волны порядка 38 км. Скорость частиц в волне составляет у дна 6 см/с, на поверхности 15 см/с. Численное моделирование генерации линейного внутреннего прилива проводилось в работе [16], более детальное наблюдение нелинейной эволюции внутренней приливной волны, включающее формирование бороподобных и солитоноподобных внутренних волн, – в течение эксперимента SEASAM в августе 1996 г. с НИС «Colonel Templeg». Один пример генерации пакета солитоноподобных внутренних волн большой амплитуды из внутреннего бора, возможно генерированного отливом, наблюдался 13 августа 1996 г. и послужил объектом численного моделирования. Полное описание эксперимента приведено в работе [14].

Внутренний бор распространяется к берегу со скоростью порядка 30 см/с и распадается на группу солитонобразных волн большой амплитуды. Научно-исследовательское судно 4 раза пересекало путь волнового пакета на 56.5° с.ш. в точках с 8.93° (точка 1), 8.89° (точка 2), 8.841° (точка 3) и 8.839° з.д. (точка 4), регистрируя его. На рис.2 показаны данные термисторных цепочек в четырех точках пересечения вдоль шельфа. Отрезком «А» помечен прослеживаемый пакет. Расстояния от точки первой пакета до последующих точек регистрации составляют соответственно 2.14, 5.24, 6.13 км.

Частота Вайсяля–Брента находилась по измеренному среднему профилю температуры в указанном регионе, который вычислялся за период 12–14 августа на основании измерений, проводившихся каждые полчаса в квадрате 5×5 км. Средний профиль солености был также измерен в ходе эксперимента. Потенциальная плотность вычислялась по формуле ЮНЕСКО [17], частота Вайсяля–Брента $N(z)$ – по известной формуле (5). Частота плавучести приведена на рис.3.

Моделирование трансформации цуга внутренних волн на Малин-шельфе

Параметры модели. Коэффициенты уравнения (1) вычисляются по формулам (4)–(9) при заданной частоте Вайсяля–Брента (10) в точках регистрации волнового пакета. Эти коэффициенты (скорость распространения волны – c , коэффициент дисперсии – β , коэффициенты квадратичной и кубической нелинейностей – α , α_1 соответственно, коэффициент линейного усиления – Q), приведены в табл.1.

Таблица 1

Изменение коэффициентов моделей с глубиной

Глубина, м	c , м/с	β , м ³ /с	α , (10 ⁻³), 1/с	α_1 , (10 ⁻⁴), 1/м·с	Q	φ , градус
160	0.4340	473	-7.67	-2.38	1	56.5
156	0.4309	452	-7.44	-2.38	1.026	56.5
151	0.4208	406	-7.85	-2.62	1.130	56.5
150	0.417	396	-7.99	-2.65	1.155	56.5

Оба нелинейных коэффициента здесь отрицательные и меняются довольно незначительно. Солитонобразные волны в рамках этой модели должны иметь отрицательную полярность, а их предельная амплитуда будет ограничена величиной $A_{lim} = \alpha/\alpha_1 = 31$ м. Из условий применимости асимптотической модели получаем, что для данного региона уравнение (1) применимо до амплитуд волн менее 40 м, т.е. даже предельные солитоны вполне укладываются в рамки применимости модели.

Обработка данных. Записи колебаний температуры (8 уровней по глубине) были трансформированы в записи вертикального смещения изопикн во времени. Предполагая, что частицы воды, смещаясь по вертикали, сохраняют свою температуру, можно рассчитать вертикальное смещение ζ следующим образом:

$$T_{observed}(z + \zeta(x, t, z), x) = T_{mean}(z, x). \tag{10}$$

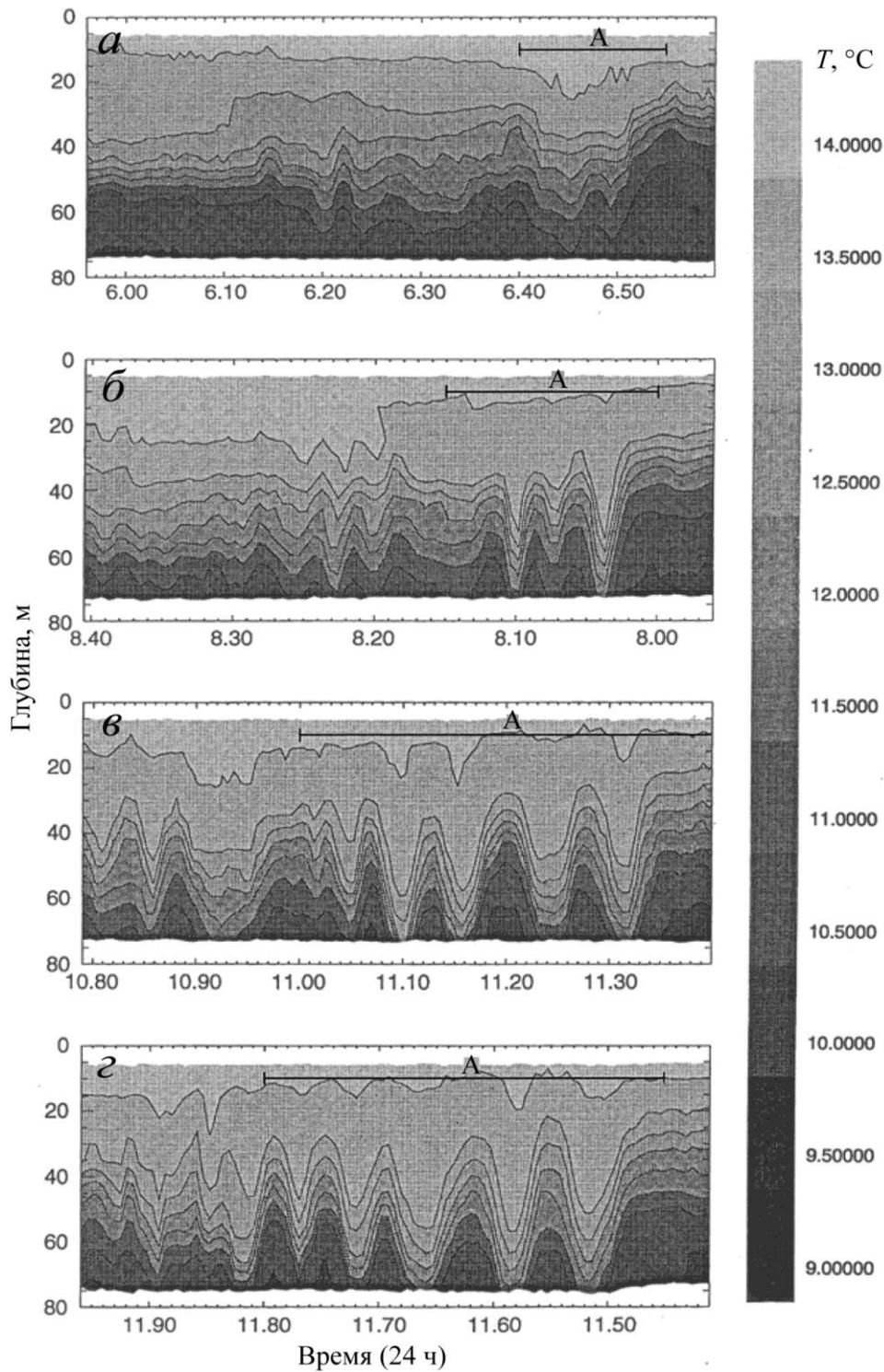


Рис.2. Данные термисторных цепочек в четырех точках наблюдения (ссылка).
Справа – температурная шкала.

Отсюда ζ явно выражается через колебания температуры и ее градиент как

$$\zeta(x, t, z) = -\frac{\Delta T(z, x, t)}{(dT_{\text{mean}} / dz)}, \quad (11)$$

где $\Delta T(z, x, t) = T_{\text{observed}}(z, x, t) - T_{\text{mean}}(z)$ есть флуктуации температуры в каждой точке (рис.4).

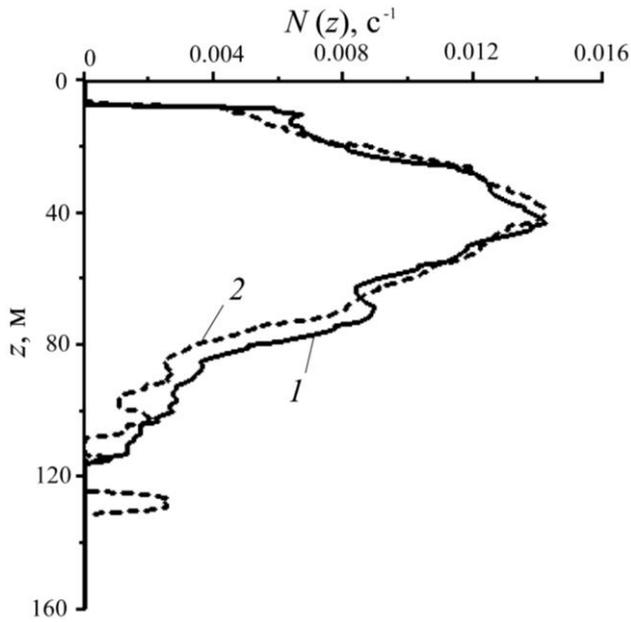


Рис.3. Частота плавучести $N(z)$ в точках регистрации 1–2 (линия 1) и 3–4 (линия 2).

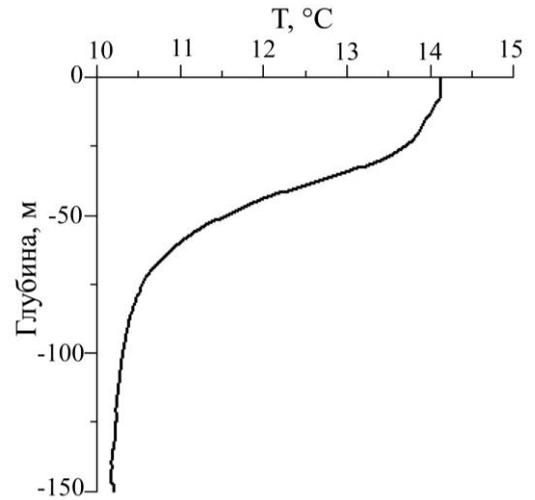


Рис.4. Изменение средней температуры с глубиной в области эксперимента.

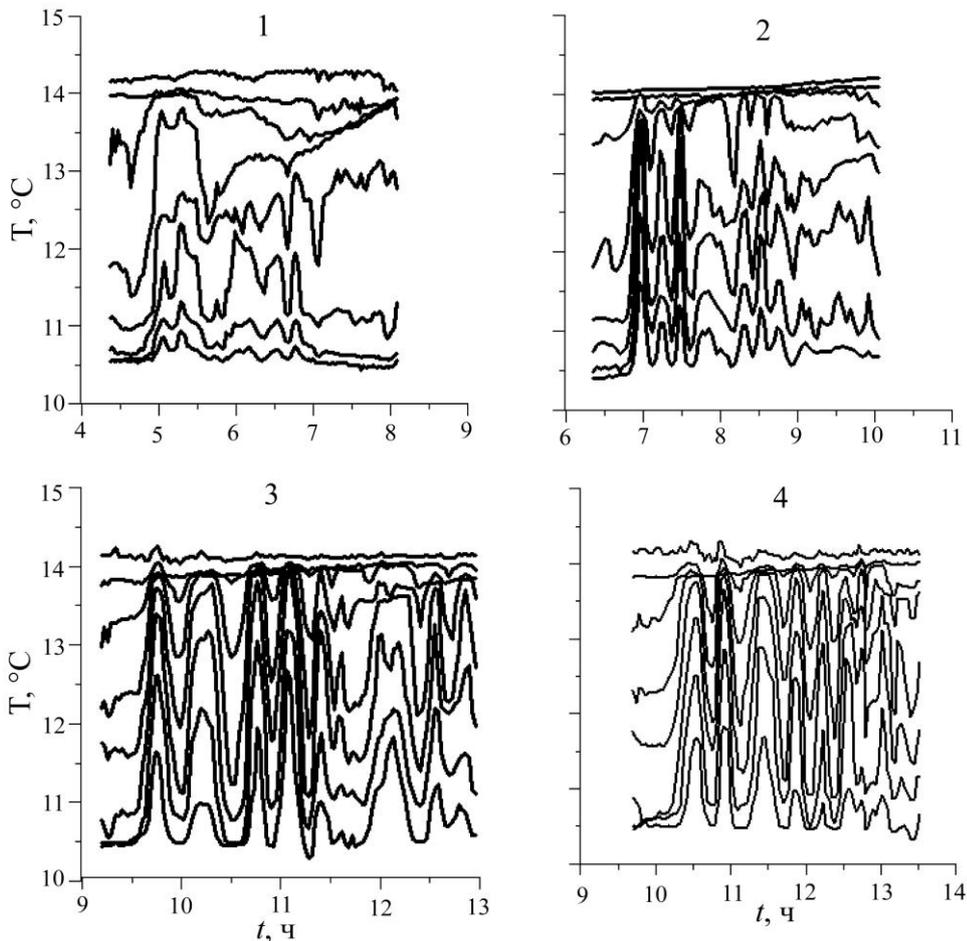


Рис.5. Смещение изотерм в точках 1–4.

Результат восстановления смещения изотерм в точках (1–4) пересечения трассы волнового пакета представлен на рис.5. Анализ кривых, приведенных на рисунке, показывает, что в температурных кривых присутствует в основном первая мода (93 %). Предполагая, что волновое смещение изотерм происходит в основном на первой моде, и

умножая $\zeta(x, t, z)$ на модовую функцию $\Phi(z)$, по записям на восьми горизонтах в каждой точке можно рассчитать вертикальное смещение изотермы, находящейся в максимуме моды η . Усреднив его для каждой точки, получим усредненное смещение в максимуме моды $\bar{\eta}(t)$. Это смещение, будучи определено в первой точке, является начальным условием для численной модели, основанной на уравнении (1), а рассчитанное в других точках, будет служить основой для сравнения полученных по модели результатов трансформации волны с экспериментом.

Рассчитанные усредненные профили волны в максимуме моды $\bar{\eta}(t)$ для всех четырех точек приведены на рис.6. Как видно из рисунка (точка 1), отрицательный начальный импульс бороподобной формы трансформируется в более короткие волны (2–3 солитоноподобные волны) и волновой цуг.

Результаты численного моделирования и их сравнение с данными эксперимента. Усредненная форма пакета $\bar{\eta}(t)$, представленная на рис.6 (точка 1), использовалась как начальное условие при численном моделировании в рамках уравнения (1) с коэффициентами, приведенными в табл.1. Для того чтобы обеспечить более длинную, 12-часовую, запись, а также необходимое для модели наличие нулевого среднего уровня в волне, начальная форма волн была модифицирована сведением к нулю переднего фронта волнового пакета путем аппроксимации по гауссовой кривой и корректирования цуга коротких волн за основным пакетом так, чтобы средний уровень в волне был равен нулю. Волновой пакет прогонялся в рамках численной программы на расстояния от начальной точки 1 до точек пересечения 2–4, т.е. на расстояния 2.14, 5.24 и 6.13 км соответственно. На рис.7 сравниваются результаты численного моделирования трансформации волнового пакета и эксперимента в точках пересечения 2–4.

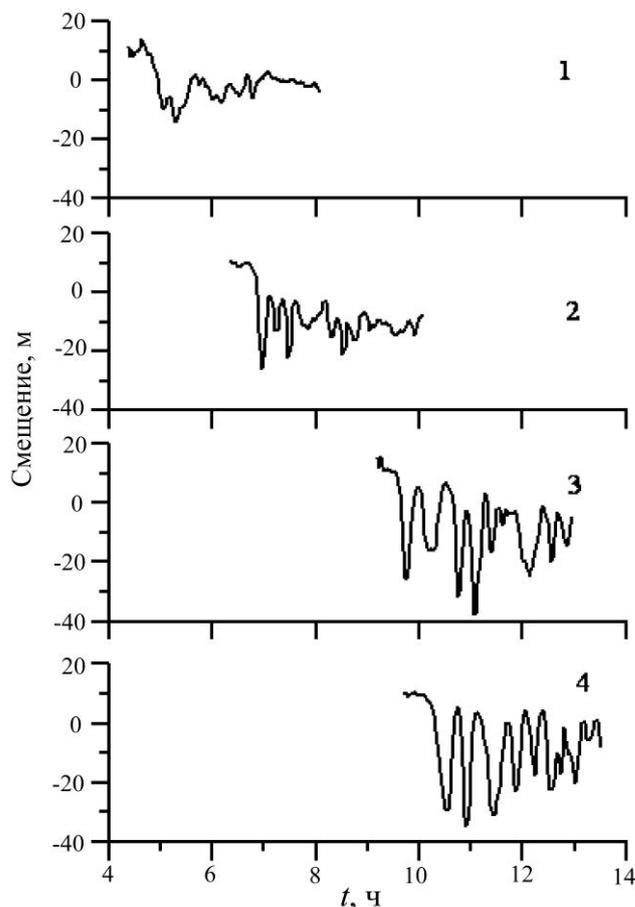


Рис.6. Усредненная форма пакета внутренних волн в максимуме моды $\bar{\eta}(t)$ в точках 1–4.

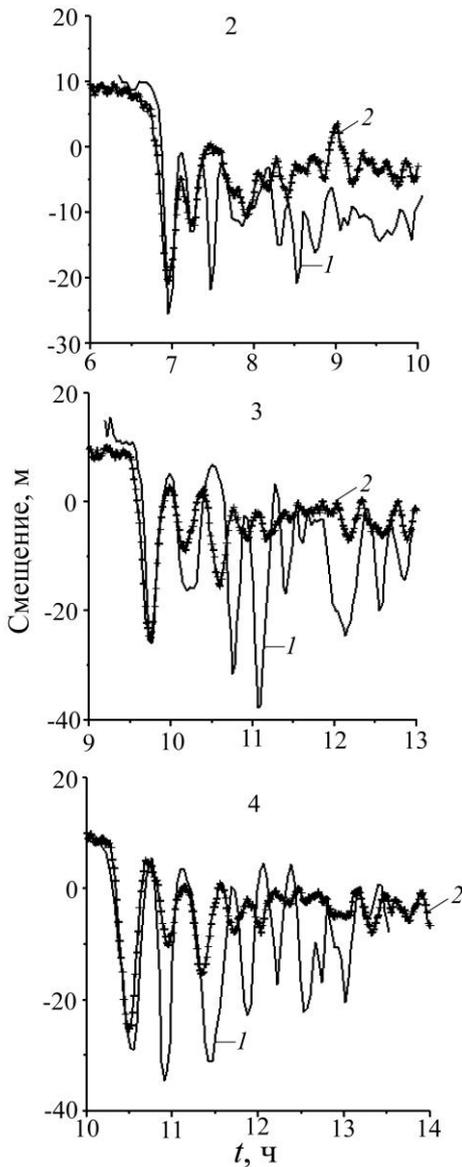


Рис.7. Сравнение усредненной волны в максимуме моды в точках 2–4 (линия 1) с расчетом по модели (линия 2).

Результаты моделирования показывают, как модель хорошо описывает по амплитуде, форме и фазе первую солитоноподобную волну для каждой точки наблюдения. Вторая солитоноподобная волна хорошо описывается моделью по фазе, но не по амплитуде, третья волна – по фазе только в точке 4, а в точке 2 она вообще не описывается моделью, зато и по фазе, и по амплитуде хорошо описывается четвертая волна. При этом амплитуды второй, третьей и четвертой волн в третьей и четвертой точках гораздо меньше амплитуд волн смещения.

Итак, в целом численная модель хорошо воспроизводит первые солитоноподобные волны, плохо – последующие. На наш взгляд, главное ограничение применимости теоретической модели связано с «плохим» описанием усредненной гидрологии. В наших расчетах предполагается, что гидрология в каждой точке не меняется во время прохождения волнового пакета, т.е. в течение нескольких часов. Очевидно, что за такое большое время через полигон проходят различные крупномасштабные волны и вихри приливного и инерционного периодов, меняющие вертикальные распределения полей температуры и солености. Прямая проверка изменчивости гидрологических полей в ходе эксперимента практически невозможна, поскольку в короткой записи трудно разделить внутренние волны и крупномасштабные процессы. Тем не менее можно предложить другой способ оценки этих эффектов. Как известно, в рамках уравнения (1) два интеграла должны сохраняться от точки к точке: средний уровень колебаний и

энергия колебаний (или соответствующее ей среднеквадратичное отклонение). Естественно, что эти два интеграла сохраняются в наших расчетах. Мы рассчитали эти величины для наблюдаемых данных (табл.2). Как видим, средний уровень в пакете вырос в 7 раз, а среднеквадратичное отклонение – более чем в 2 раза. Таким образом, фон существенно изменился за время прохождения волнового пакета. Наряду с влиянием на это крупномасштабных процессов, отмеченных выше, можно предположить и самовоздействие сильных пакетов внутренних волн на усредненную стратификацию, когда первый солитон очень большой амплитуды «перестраивает» стратификацию для второго солитона. Эта проблема представляется весьма важной для любых численных моделей и должна включать ассимиляцию изменяющихся натуральных данных в процессе расчетов. Тем не менее согласие данных расчетов и наблюдений для первых больших волн говорит о возможности краткосрочных прогнозов параметров внутренних волн, для чего надо использовать развитую в этой работе приближенную модель.

**Среднее смещение и его среднеквадратичное отклонение
в наблюдаемом волновом пакете**

Точка	Расстояние, км	Среднее смещение, м	Среднеквадратичное отклонение, м
1	0	-1.13	5.45
2	2.14	-7.85	8.24
3	5.24	-7.92	11.68
4	6.13	-7.42	12.02

Итак, в рамках приближенной модели, основанной на обобщенном уравнении Гарднера, удастся объяснить трансформацию волнового пакета с образованием солитонов на Малин-шельфе в Атлантическом океане. Модель количественно правильно описывает характеристики лидирующего (первого) солитона с наибольшей энергией, и хуже – характеристики последующих волн. Дано объяснение последнего эффекта, связанного с нестационарностью гидрологии за время прохождения интенсивного пакета внутренних волн.

Работа выполнена при поддержке ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 гг., а также грантов РФФИ (12-05-00472, 12-05-33070, 13-05-90424) и гранта 11-02-97029-Р Поволжье.

Литература

1. Fraser N. Surfing an oil rig // *Energy Rev.* 1999. V.20, N 4.
2. Song Z.J., B.Teng Y., Gou L., Lua Z.M., Shi Y., Xiao Y. Qu. Comparisons of internal solitary wave and surface wave actions on marine structures and their responses // *App. Ocean Res.* 2011. V.33. P.120–129.
3. Vlasenko V., Stashchuk N. Three-dimensional shoaling of large-amplitude internal waves // *J. Geoph.Res.* 2007. V.112. C11018.
4. Liu A., Holbrook J., Apel J. Nonlinear internal wave evolution in the Sulu sea // *J. Phys. Oceanogr.* 1985. V.15. P.1613–1624.
5. Liu A.K., Chang Y.S., Hsu M.-K., Liang, N.K. Evolution of nonlinear internal waves in the East and South China Seas // *J. Geoph. Res.* 1998. V.103. P.7995–8008.
6. Orr M.H., Mignerey P.C. Nonlinear internal waves in the South China Sea: Observation of the conversion of depression internal waves to elevation internal waves // *J. Geophys. Res.* 2003. V.108, N C3. P.3064.
7. Holloway P., Pelinovsky E., Talipova T., Barnes B. A Nonlinear Model of Internal Tide Transformation on the Australian North West Shelf // *J. Phys. Oceanogr.* 1997. V.27, N 6. P.871–896.
8. Holloway P., Pelinovsky E., Talipova T. A Generalized Korteweg-de Vries Model of Internal Tide Transformation in the Coastal Zone // *J. Geophys. Res.* 1999. V.104, N C8. P.18333–18350.
9. Holloway P., Pelinovsky E., Talipova T. Internal tide transformation and oceanic internal solitary waves. Chapter 2 in the book: *Environmental Stratified Flows* / Ed. by R.Grimshaw. Kluwer Acad. Publ. 2001. P. 29–60.
10. Пелиновский Е.Н., Полухин Н.В., Талипова Т.Г. Моделирование характеристик поля внутренних волн в Арктике // *Поверхностные и внутренние волны в Арктических морях.* СПб.: Гидрометеоздат, 2002. С.235–279.
11. Pelinovsky E., Talipova T., Small J. Numerical modelling of the internal bores and generation of internal solitons at the Malin Shelf // *The 1998 WHOI/IOS/ONR Internal Solitary Wave Workshop: Contributed Papers.* Eds: T.Duda and D. Farmer Technical report WHOI-99-07. 1999. С.129–236.
12. Grimshaw R., Pelinovsky E., Talipova T., Kurkin A. Simulation of the transformation of internal solitary waves on oceanic shelves // *J. Phys. Oceanogr.* 2004. V.34. P.2774–2791.
13. Grimshaw R., Pelinovsky E., Talipova T. Modeling internal solitary waves in the coastal ocean // *Survey in Geophysics.* 2007. V.28, N 2. P.273–298.
14. Small J., Sawyer T., Scott J. The evolution of an internal bore at the Malin shelf edge // *Ann. Geophys.* 1999. V.17. P.547–565.
15. Sherwin T.J. Analysis of an internal tide observed on the Malin Shelf, north of Ireland // *J. Phys. Ocean.* 1988. V.18, N 7. P.1035–1050.
16. Sherwin T.J., Taylor N.K. Numerical investigations of linear internal tide generation in the Rockall Trough // *Deep-Sea Research.* 1990. V.37, N 10. P.1595–1618.
17. UNESCO Algorithms for computation of fundamental properties of sea water // *UNESCO Techn. pap.* 1983. V.44. Mar. sci.

Статья поступила в редакцию 12.11.2012 г.

